

本节内容

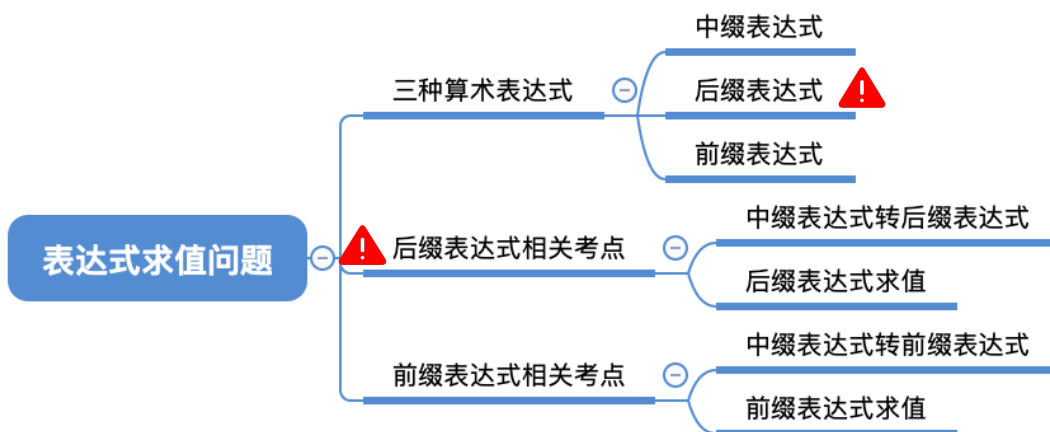
栈的应用

——表达式求值

王道考研/CSKAOYAN.COM

1

知识总览



王道考研/CSKAOYAN.COM

2

大家熟悉的算数表达式



Reference: Wikipedia
—— Reverse Polish notation

$$((15 \div (7 - (1 + 1))) \times 3) - (2 + (1 + 1))$$

③ ② ① ④ ⑦ ⑥ ⑤

$$15 \div 7 - 1 + 1 \times 3 - 2 + 1 + 1$$

① ② ④ ③ ⑤ ⑥ ⑦

由三个部分组成：操作数、运算符、界限符

界限符是必不可少的，
反映了计算的先后顺序

王道考研/CSKAOYAN.COM

3

波兰数学家的灵感

$$((15 \div (7 - (1 + 1))) \times 3) - (2 + (1 + 1))$$



一个灵感：可以不用界限符也能无歧义地表达运算顺序

Reverse Polish notation (逆波兰表达式 = 后缀表达式)

Polish notation (波兰表达式 = 前缀表达式)

王道考研/CSKAOYAN.COM

4

中缀、后缀、前缀表达式

运算符在两个操作数中间

中缀表达式

$a + b$

$a + b - c$

$a + b - c * d$

规则：运算符在两个操作数后面

后缀表达式

$a b +$

$a b + c -$

$a b + c d * -$

规则：运算符在两个操作数前面

前缀表达式

$+ a b$

$- + a b c$

$- + a b * c d$

王道考研/CSKAOYAN.COM

5

中缀表达式转后缀表达式（手算）

中缀转后缀的手算方法：

- ① 确定中缀表达式中各个运算符的运算顺序
- ② 选择下一个运算符，按照「左操作数 右操作数 运算符」的方式组合成一个新的操作数
- ③ 如果还有运算符没被处理，就继续 ②

$((15 \div (7 - (1 + 1))) \times 3) - (2 + (1 + 1)))$ 中缀表达式

③ ② ① ④ ⑦ ⑥ ⑤

15 7 1 1 ^①+ ^②- ^③÷ 3 ^④× 2 1 1 ^⑤+ ^⑥+ ^⑦- 后缀表达式

王道考研/CSKAOYAN.COM

6

中缀表达式转后缀表达式（手算）

中缀转后缀的手算方法：

- ① 确定中缀表达式中各个运算符的运算顺序
- ② 选择下一个运算符，按照「左操作数 右操作数 运算符」的方式组合成一个新的操作数
- ③ 如果还有运算符没被处理，就继续 ②

运算顺序不唯一，因此对应的
后缀表达式也不唯一

$A + B * (C - D) - E / F$

③ ② ① ⑤ ④



① ② ③ ④ ⑤

$ABCD - * + EF / -$

$A + B * (C - D) - E / F$

⑤ ③ ② ④ ①



② ③ ① ④ ⑤

$ABCD - * EF / - +$

私房菜：“左优先”原则，不要FreeStyle，保证手算和机算结果相同

“左优先”原则：只要左边的运算符能先计算，就优先算左边的

客观来看两种都正确，只是“机算”结果是前者

王道考研/CSKAOYAN.COM

7

中缀表达式转后缀表达式（手算）

中缀转后缀的手算方法：

- ① 确定中缀表达式中各个运算符的运算顺序
- ② 选择下一个运算符，按照「左操作数 右操作数 运算符」的方式组合成一个新的操作数
- ③ 如果还有运算符没被处理，就继续 ②

运算顺序不唯一，因此对应的
后缀表达式也不唯一

“左优先”原则：只要左边的运算符能先计算，就优先算左边的

可保证运算顺序唯一

$A + B - C * D / E + F$

① ④ ② ③ ⑤

$AB + CD * E / - F +$

① ② ③ ④ ⑤

王道考研/CSKAOYAN.COM

8

后綴表达式的计算 (手算)

$$\begin{array}{ccccccc} ((15 \div (7 - (1 + 1))) \times 3) - (2 + (1 + 1)) \\ \textcircled{3} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{1} \quad \textcircled{4} \quad \textcircled{7} \quad \textcircled{6} \quad \textcircled{5} \end{array}$$

中缀表达式

15 7 1 1 + - ÷ 3 × 2 1 1 + + -

后缀表达式

后綴表达式的手算方法:

从左往右扫描，每遇到一个运算符，就让运算符前面最近的两个操作数执行对应运算，合体为一个操作数

注意：两个操作数的左右顺序

王道考研/CSKAOYAN.COM

9

后綴表达式的计算（手算）

后綴表达式的手算方法:

从左往右扫描，每遇到一个运算符，就让运算符前面最近的两个操作数执行对应运算，合体为一个操作数

注意：两个操作数的左右顺序

$$A + B * (C - D) - E / F$$

$$\textcircled{3} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{1} \quad \textcircled{5} \quad \textcircled{4}$$

$$A \quad B \quad C \quad D \quad - \quad * \quad + \quad E \quad F \quad / \quad -$$

$$\textcircled{1} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{3} \quad \textcircled{4} \quad \textcircled{5}$$

王道考研/CSKAOYAN.COM

10

后缀表达式的计算（手算）

后缀表达式的手算方法：
从左往右扫描，每遇到一个运算符，就让运算符前面最近的两个操作数执行对应运算，
合体为一个操作数

注意：两个操作数的左右顺序

$A + B - C * D / E + F$
① ④ ② ③ ⑤

① ② ③ ④ ⑤
 $AB + CD * E / - F +$



认真思考

特点：最后出现的
操作数先被运算



耶！

LIFO（后进先出）

栈！！

王道考研/CSKAOYAN.COM

11

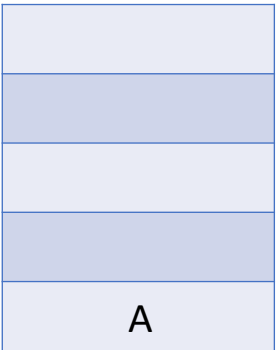
后缀表达式的计算（机算）

用栈实现后缀表达式的计算：
①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素
②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①

$A + B - C * D / E + F$
① ④ ② ③ ⑤

① ② ③ ④ ⑤
 $AB + CD * E / - F +$

栈



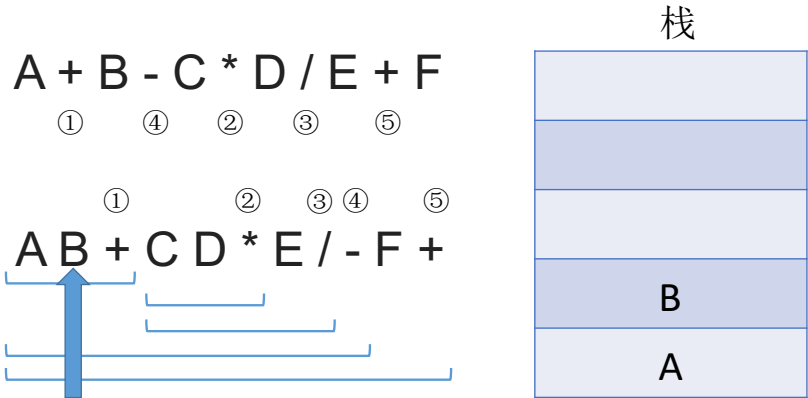
王道考研/CSKAOYAN.COM

12

后缀表达式的计算（机算）

用栈实现后缀表达式的计算：

- ①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素
- ②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
- ③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①



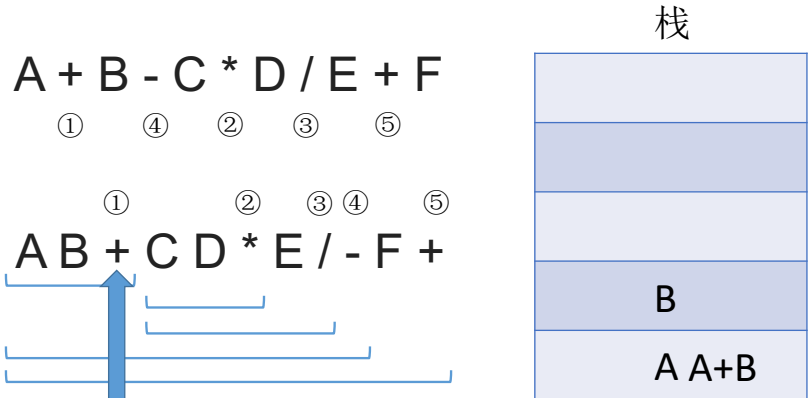
王道考研/CSKAOYAN.COM

13

后缀表达式的计算（机算）

用栈实现后缀表达式的计算：

- ①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素
- ②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
- ③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①



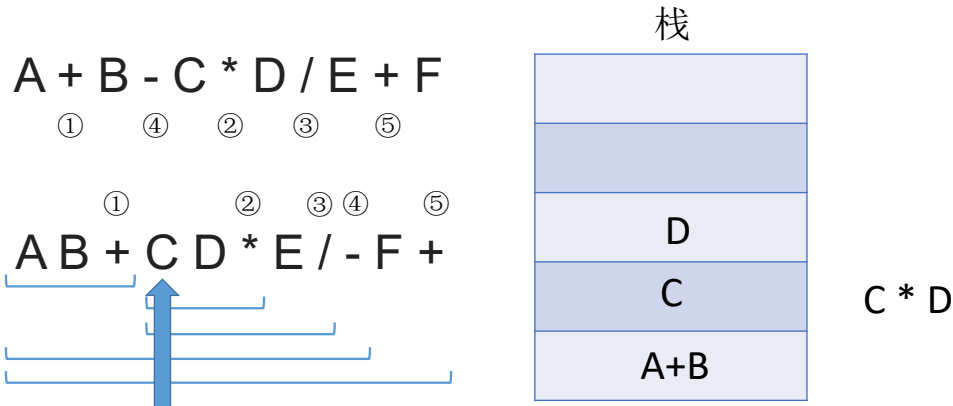
王道考研/CSKAOYAN.COM

14

后缀表达式的计算（机算）

用栈实现后缀表达式的计算：

- ①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素
- ②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
- ③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①



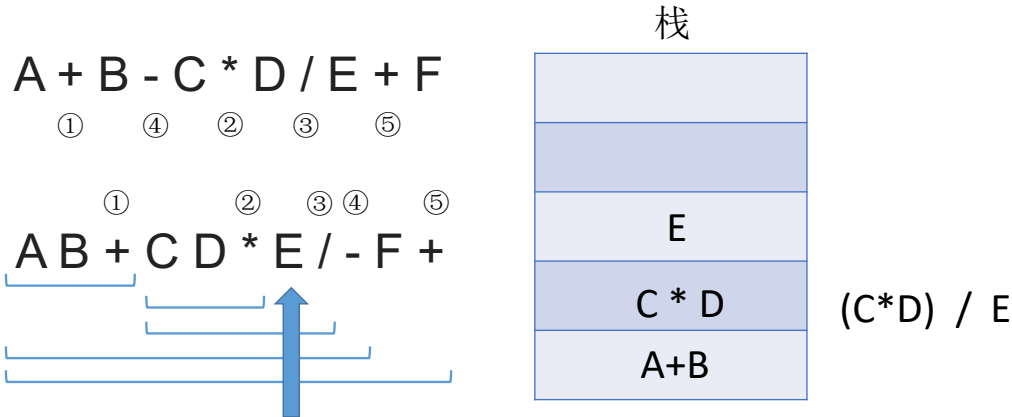
王道考研/CSKAOYAN.COM

15

后缀表达式的计算（机算）

用栈实现后缀表达式的计算：

- ①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素
- ②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
- ③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①



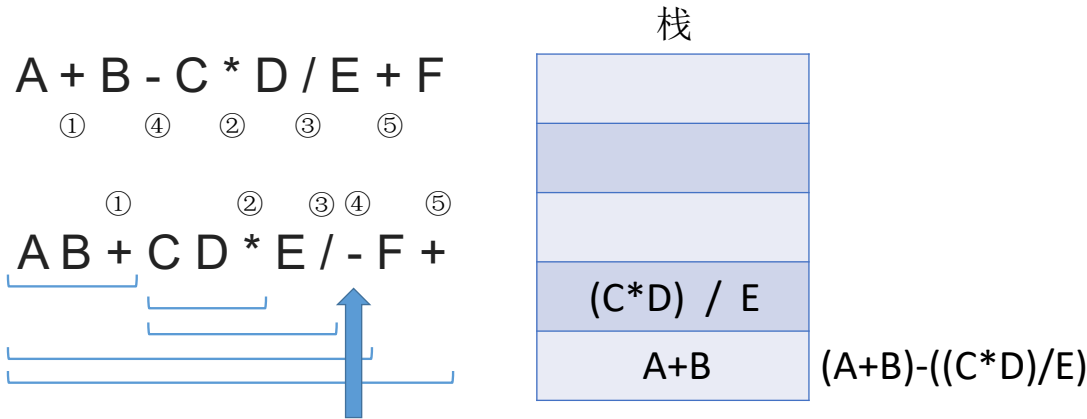
王道考研/CSKAOYAN.COM

16

后缀表达式的计算（机算）

用栈实现后缀表达式的计算：

- ①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素
- ②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
- ③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①



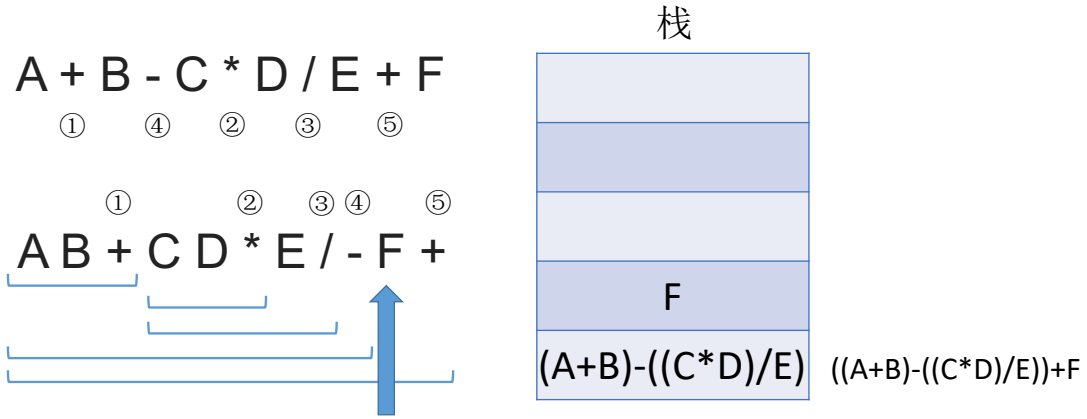
王道考研/CSKAOYAN.COM

17

后缀表达式的计算（机算）

用栈实现后缀表达式的计算：

- ①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素
- ②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
- ③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①



王道考研/CSKAOYAN.COM

18

后缀表达式的计算（机算）

用栈实现后缀表达式的计算:

- ①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素
②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①
- 注意：先出栈的是“右操作数”

注意：先出栈的是“右操作数”

$$A + B - C * D / E + F$$

① ④ ② ③ ⑤

① ② ③ ④ ⑤

$$AB + CD * E / - F +$$

```

graph LR
    A[ ] --> B[ ]
    B --> C[ ]
    C --> D[Final]
  
```


栈

((A+B)-((C*D)/E))+F

若表达式合法，
则最后栈中只会
留下一个元素，
就是最终结果

王道考研/CSKAOYAN.COM

19

后缀表达式的计算（机算）

后缀表达式适用于基于栈的编程语言（**stack-oriented programming language**），如：
Forth、PostScript

用栈实现后缀表达式的计算:

- ①从左往右扫描下一个元素，直到处理完所有元素
②若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
③若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①
- 注意：**先出栈的是“右操作数”

注意：先出栈的是“右操作数”

栈

$$((15 \div (7 - (1 + 1))) \times 3) - (2 + (1 + 1))$$

③ ② ① ④ ⑦ ⑥ ⑤

15 7 1 1 + - ÷ 3 × 2 1 1 + + -

放弃思考

思考：后缀表达式怎么转中缀？



王道考研/CSKAOYAN.COM

20

中缀表达式转前缀表达式（手算）

中缀转前缀的手算方法：

- ① 确定中缀表达式中各个运算符的运算顺序
- ② 选择下一个运算符，按照「运算符 左操作数 右操作数」的方式组合成一个新的操作数
- ③ 如果还有运算符没被处理，就继续 ②

“右优先”原则：只要右边的运算符能先计算，就优先算右边的

$$A + B * (C - D) - E / F \quad A + B * (C - D) - E / F$$

③ ② ① ⑤ ④ ⑤ ③ ② ④ ①

$$- + A * B - C D / E F \quad + A - * B - C D / E F$$

⑤ ③ ② ① ④ ⑤ ④ ③ ② ①

王道考研/CSKAOYAN.COM

21

中缀表达式转前缀表达式（手算）

$$((15 \div (7 - (1 + 1))) \times 3) - (2 + (1 + 1))$$

③ ② ① ④ ⑦ ⑥ ⑤

中缀转后缀：
“左优先”

$$15 \ 7 \ 1 \ 1 \ + \ - \ \div \ 3 \ \times \ 2 \ 1 \ 1 \ + \ + \ -$$

$$((15 \div (7 - (1 + 1))) \times 3) - (2 + (1 + 1))$$

⑤ ④ ③ ⑥ ⑦ ② ①

中缀转前缀：
“右优先”

$$- \ \times \ \div \ 15 \ - \ 7 \ + \ 1 \ 1 \ 3 \ + \ 2 \ + \ 1 \ 1$$

⑦ ⑥ ⑤ ④ ③ ② ①

王道考研/CSKAOYAN.COM

22

前缀表达式的计算

用栈实现前缀表达式的计算:

- ① **从右往左**扫描下一个元素，直到处理完所有元素
② 若扫描到操作数则压入栈，并回到①；否则执行③
③ 若扫描到运算符，则弹出两个栈顶元素，执行相应运算，运算结果压回栈顶，回到①
- 注意：先出栈的是“左操作数”

注意：先出栈的是“左操作数”

栈

$$((15 \div (7 - (1 + 1))) \times 3) - (2 + (1 + 1))$$

⑤ ④ ③ ⑥ ⑦ ② ①

- $\times \div 15 - 7 + 1$ 1 3 + 2 + 1 1

⑦ ⑥ ⑤ ④ ③ ② ①



王道考研/CSKAOYAN.COM

知识回顾与重要考点

