算法

主讲：赵良

本讲授课目录

1. 算法的定义
2. 算法的特征
3. 算法的度量标准

算法

- 算法——解决某一特定问题的具体步骤的描述，是指令的有限序列。
- 每一条指令表示一个或多个操作。

算法与程序的关系

- 算法着重体现思路和方法，程序着重体现计算机的实现；
- 程序中的指令必须是机器可执行的，算法中的指令无此限制；
- 一个算法若用计算机语言来书写，它就可以是一个程序。

算法的表示方式

- 用自然语言描述算法
- 用流程图描述算法
- 用数学语言或约定的符号语言描述算法
- 用C++的函数形式来描述算法

算法的特征

- 算法应满足具体问题的需求—正确性
  - 程序中不含任何语法错误。
  - 程序对于几组输入数据能够得出满足要求的结果。
  - 程序对于精心选择的、典型的、苛刻的并带有刁难性的几组输入数据能够得出满足要求的结果。
  - 程序对于一切输入数据都能得出满足要求的结果。

算法的特征

- 一个算法必须由一系列具体操作组成，“具体”指的所有操作都必须经过已实现的基本操作有限次来实现，并且所有操作都是可读的、可执行的，每一操作必须在有限时间内完成。
- 具体性

算法的特征

- 算法中的所有操作都必须有确切的含义，不能产生歧义，算法的执行者或阅读者都能明确其含义及如何执行。
- 确定性

算法的特征

- 对于任意一组合法输入值，在执行有限步骤之后一定能结束，即：算法中的每个步骤都能在有限时间内完成
- 有限性

算法的特征

- 算法应具备良好的可读性，一般算法的逻辑必须清楚、结构简单，所有标识符必须具有实际含义，能见名知义。
- 可读性

算法的特征

- 当输入数据非法时，算法能作适当的处理并作出反应，而不应死机或输出异常结果。
- 健壮性

算法评价标准

- 一个特定算法的“运行工作量”的大小，只依赖于问题的规模（通常用整数量n表示），或者说，它是问题规模的函数。
- 时间复杂度 T(n)
- 空间复杂度 S(n)

时间复杂度

- 基本操作执行次数通常是问题规模n的某个函数，记作f(n)。
- 假设随着问题规模 n 的增长，算法执行时间的增长率和 f(n) 的增长率相同，可记作：
  - T (n) = O(f(n))
  - T (n) 为算法的(渐近)时间复杂度。

例1：N*N　矩阵相乘

```
for(i=1;i<=n;i++)
  for(j=1;j<=n;j++)
    {    c[i][j]=0;                    /*  1  */
         for(k=1;k<=n;k++)
              c[i][j]=c[i][j]+a[i][k]*b[k][j];  /*  2  */
    }
```

语句1的执行次数是：n^2

语句2的执行次数是：$n*n^2$

该程序段的时间复杂度为：O(?)

例2：

```
for (i=1;i<n;i++)
  {
      y=y+1;                    /*  1  */
      for (j=0; j<=(2*n); j++)
          x++;                  /*  2  */
  }
```

语句1的执行次数是：n-1

语句2的执行次数是：(n-1)*(2n+1)

该程序段的时间复杂度为：O(?)

例3：

```
i=1;                    /*  1  */

while (i<=n)

   i=i*2;               /*  2  */
```

语句1的次数是：1

设语句2的次数是f(n)，则有：

$$2^{f(n)} \leq n$$

即 $f(n) \leqslant \log_2^n$ ，取最大值：

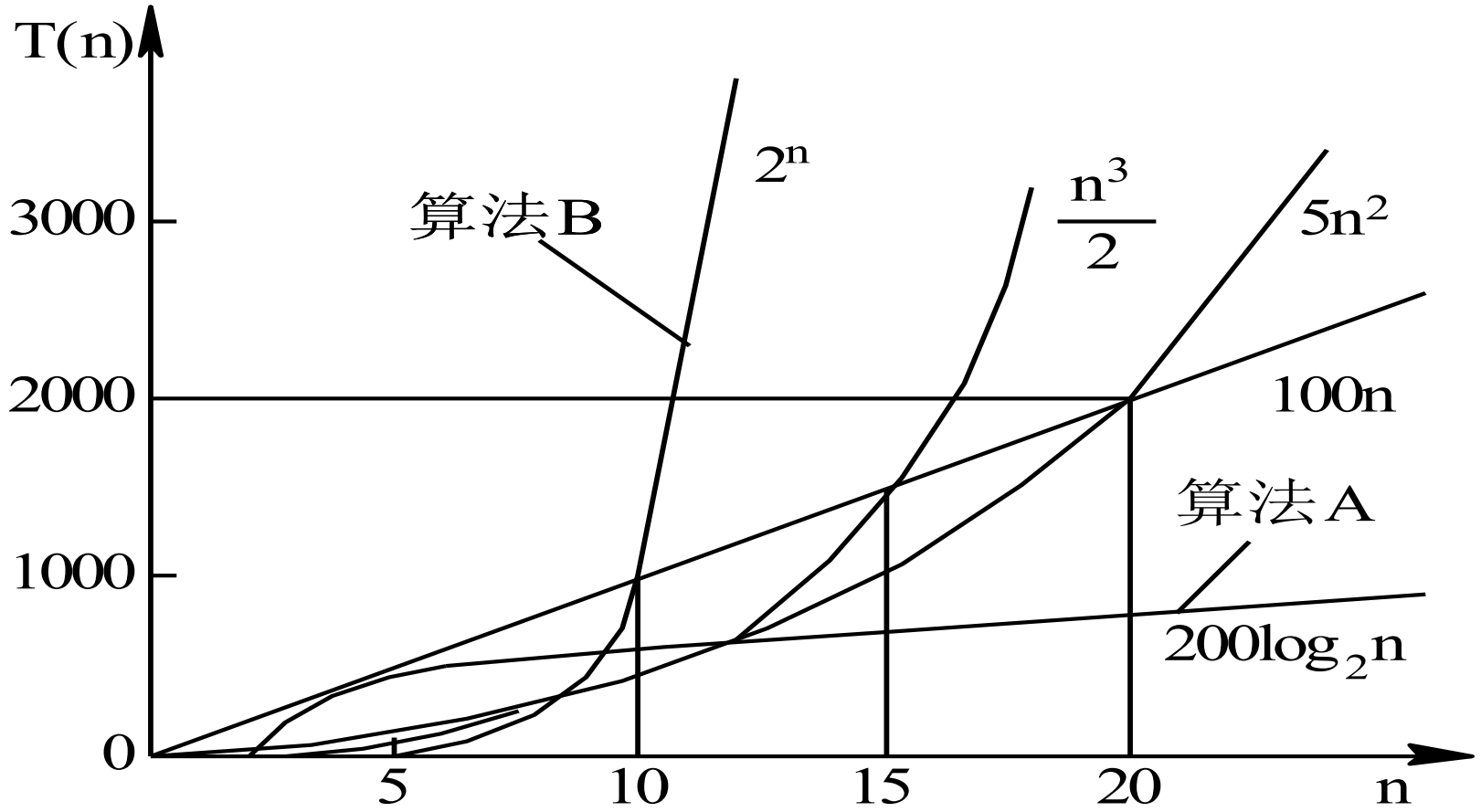
$$f(n) = \log_2 n$$

则该程序段的时间复杂度为：O(?)

常用的时间复杂度频率计数

- 常用的时间复杂度频率表：

$\log_2 n$	n	$n\log_2 n$	n^2	n^3	2^n	一般讲：前3种可实现，后3种虽理论上是可实现的，实际上只有对N限制在很小范围才有意义，当N较大时，不可能实现。
0	1	0	1	1	2	
1	2	2	4	8	4	
2	4	8	16	64	16	
3	8	24	64	512	256	
4	16	64	256	5096	65536	
5	32	160	1024	32768	2147483648	



多种数量级的时间复杂度图示

算法的空间复杂度

- 定义：

用空间复杂度作为算法所需存储空间的量度，记做： $S(n)=O(f(n))$ 。

具体的为程序执行过程中由于需要所申请的内存空间。

Questions and answers