

# Institut für Visualisierung und Datenanalyse Lehrstuhl für Computergrafik

Prof. Dr.-Ing. Carsten Dachsbacher

## Hauptklausur Computergrafik

WS 2013/14

12. März 2014

Kleben Sie hier vor Bearbeitung der Klausur den Aufkleber auf.

#### Beachten Sie:

- Trennen Sie vorsichtig die dreistellige Nummer von Ihrem Aufkleber ab. Sie sollten sie gut aufheben, um später Ihre Note zu erfahren.
- Die Klausur umfasst 22 Seiten (11 Blätter) mit 11 Aufgaben.
- Es sind keine Hilfsmittel zugelassen.
- Vor Beginn der Klausur haben Sie 5 Minuten Zeit zum *Lesen* der Aufgabenstellungen. Danach haben Sie **60 Minuten** Bearbeitungszeit.
- Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer oben auf jedes bearbeitete Aufgabenblatt.
- Schreiben Sie Ihre Lösungen auf die Aufgabenblätter. Bei Bedarf können Sie weiteres Papier anfordern.
- Wenn Sie bei einer Multiple-Choice-Frage eine falsche Antwort angekreuzt haben und diesen Fehler korrigieren möchten, füllen Sie das betreffende Kästchen ganz aus:



• Falsche Kreuze bei Multiple-Choice-Aufgaben führen zu Punktabzug. Jede Teilaufgabe wird mit mindestens 0 Punkten bewertet.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Gesamt
Erreichte Punkte												
Erreichbare Punkte	11	8	10	16	4	17	7	6	6	17	18	120

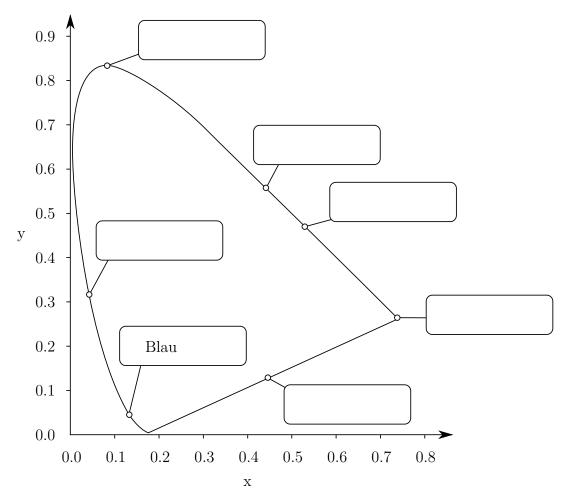
Note

## Aufgabe 1: Farben und Farbwahrnehmung (11 Punkte)

a) Tragen Sie die Farben

#### Grün, Rot, Gelb, Orange, Cyan, Magenta

in die entsprechenden Felder im Chromatizitätsdiagramm ein. (3 Punkte)



b) Welcher der Farbeindrücke aus Aufgabe a) lässt sich nicht durch monochromatisches Licht erzeugen? (1 Punkt)

Matrikelnummer:
-----------------

c) Die Farbräume xyY und XYZ sind eng verwandt. Wie ist der mathematische Zusammenhang zwischen der Chromatizität (x,y) und der passenden Farbe (X,Y,Z)? (2 Punkte)

x =

y =

- d) Gegeben sind
  - 1) der Farbraum XYZ,
  - 2) ein physikalisch realisierbarer RGB-Farbraum,
  - 3) sowie der Raum aller Farben, die durch **100 monochromatische Leuchtdioden** mit den äquidistanten Wellenlängen {380nm, 384nm, ..., 776nm} darstellbar sind.

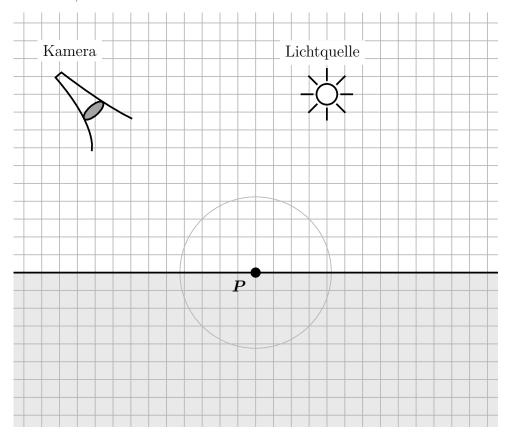
Ordnen Sie diese Räume aufsteigend nach der Größe ihres für den Menschen sichtbaren Gamut. (2 Punkte)

e) Bewerten Sie die folgenden Aussagen, indem Sie Wahr oder Falsch ankreuzen. (3 Punkte)

Aussage	Wahr	Falsch
Den Weißpunkt eines Farbraums bezeichnet man auch als Tristimuluswert.		
Die subjektiv empfundene Stärke von Sinneseindrücken ist proportional zum Logarithmus ihrer Intensität.		
Jeder Farbeindruck für den Menschen kann mit drei Grundgrößen beschrieben werden.		

#### Aufgabe 2: Whitted-Style Raytracing (8 Punkte)

Diese Skizze zeigt eine Kamera, einen Punkt P auf einer Oberfläche mit Brechungsindex  $n_2 = 1.5$  und eine Lichtquelle. Kamera und Licht befinden sich im Vakuum (Brechungsindex  $n_1 = 1$ ). Zur besseren Orientierung ist ein Gitter hinterlegt, sowie ein Kreis mit Radius 1 skizziert, der Ihnen beim Zeichnen hilft.



Ergänzen Sie die Skizze, indem Sie die folgenden Vektoren und Winkel einzeichnen und beschriften:

- a) Den Augstrahl v zur Kamera und den Lichtstrahl l (1 Punkt)
- b) Den Normalenvektor n bei P (1 Punkt)
- c) Den Reflexionsstrahl r, der auch für rekursives Raytracing verwendet wird (1 Punkt)
- d) Den Winkel  $\alpha$ , der benötigt wird, um den spekularen Anteil des Phong-Modells zu berechnen (1 Punkt)
- e) Zeichnen Sie qualitativ die Richtung des transmittierten Strahls t ein (1 Punkt).

f) Geben Sie die Formel für den *spekularen Anteil* des Phong-Modells unter Verwendung von  $\alpha$  an! Wie wird  $\alpha$  aus den eingezeichneten Vektoren berechnet? (2 Punkte)

g) Wie ist der Name des Gesetzes, welches zur Konstruktion des transmittierten Strahls aus Teilaufgabe e) benutzt werden muss? (1 Punkt)

## Aufgabe 3: Transformationen (10 Punkte)

Im Folgenden sind homogene Transformationsmatrizen in 2D gegeben. Skizzieren Sie die jeweiligen Auswirkungen der Transformationen auf das Rechteck in das Koordinatensystem in der mittleren Spalte. Beschreiben Sie jeweils in der rechten Spalte kurz die Transformation.

Eine Transformationsmatrix M wird dabei durch P' = MP auf einen Punkt P angewendet. (10 Punkte)

Hinweis:

Die erste Tabellenzeile gibt Ihnen ein Beispiel, wie die Tabelle ausgefüllt werden soll.

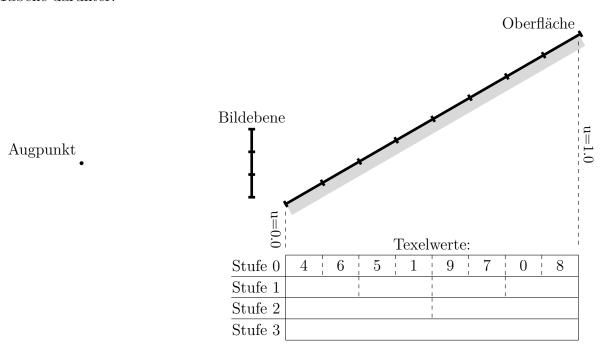
Transformation	Koordinatensystem	Beschreibung
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	y X	Translation um 1 in $x$ und 3 in $y$ -Richtung.
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	y X	
$ \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} $ $ \operatorname{mit} \theta = \frac{\pi}{4} $	y X	

	T. 1.	D 1 11
Transformation	Koordinatensystem	Beschreibung
$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 4 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	y X	
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	y X	

#### Aufgabe 4: Mipmapping und Texturen (16 Punkte)

Wir betrachten Texturierung mit Mipmapping, hier am Beispiel einer eindimensionalen Textur mit Mipmaps, in einer zweidimensionalen Welt.

In der Abbildung sind eine Oberfläche, die Bildebene und der Augpunkt einer perspektivischen Projektion eingezeichnet. Auf die Oberfläche wird eine Textur gelegt, die die Oberfläche vollständig bedeckt. Für das Texturemapping wird Mipmapping verwendet. Die Texel der höchsten Auflösungsstufe (Stufe 0) dieser Mipmap sind in der Abbildung durch Unterteilungen gekennzeichnet und die jeweiligen Texel-Werte befinden sich in der Tabelle darunter.



- a) Berechnen Sie die Texelwerte aller weiteren Mipmap-Stufen und tragen Sie diese in die obige Tabelle ein! (3 Punkte)
- b) Ermitteln Sie zeichnerisch in der obigen Abbildung die Größe des Footprints der drei eingezeichneten Bildpixel in der Textur! (2 Punkte)

Footprint des Pixels	oben		
	mitte		
	unton		

c) Es soll nun ein Zugriff auf diese Textur mit der Texturkoordinate  $u=\frac{3}{8}$  erfolgen. In der Abbildung oben sind die 2 Texturkoordinaten u=0 und u=1 eingezeichnet, an denen Sie sich orientieren können. Gehen Sie für diesen Zugriff von einem Textur-Footprint von f=3 Texel (gemessen in Stufe 0) aus.

Sie sollen nun das Ergebnis dieses Mipmap-Zugriffs berechnen:

- I) Aus welchen Mipmap-Stufen werden bei diesem Zugriff Daten benötigt? (2 Punkte)
- II) Innerhalb jeder Mipmap-Stufe wird linear interpoliert. Führen Sie diese Interpolationen mit den Texel-Werten in der Tabelle aus und geben Sie jeweils den Rechenweg und das Ergebnis an! (3 Punkte)
  - Gehen Sie bei der Interpolation davon aus, dass die Texel-Werte für die Mitte der Texel gültig sind.

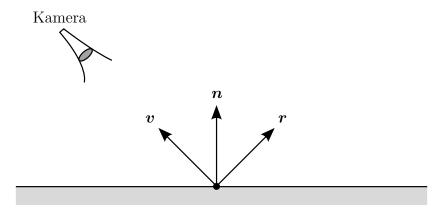
- III) Zuletzt soll das Endergebnis t des Mipmap-Zugriffs berechnet werden, wenn ein Verfahren analog zur trilinearen Filterung bei 2D-Texturen verwendet wird.
  - Geben Sie eine Formel zur Bestimmung der Gewichte der beteiligten Stufen an! Geben Sie nun mit Hilfe dieser Gewichte eine Formel zur Bestimmung des Endergebnisses t an! (3 Punkte)

d) Bew	verten Sie d	die folgenden .	Aussagen, inder	n Sie <i>Wahr</i> oo	der <i>Falsch</i> ankreuzen.	(3 Punkte)
--------	--------------	-----------------	-----------------	----------------------	------------------------------	------------

Aussage	Wahr	Falsch
Texturkoordinaten müssen sich immer im Intervall [0; 1] befinden.		
Texturkoordinaten können als Attribute der Eckpunkte (Vertizes) übergeben werden und werden als solche interpoliert.		
Texturkoordinaten müssen für die Darstellung wie Eckpunktkoordinaten der Model-View-Transformation unterzogen werden.		

## Aufgabe 5: Vorgefilterte Environment-Maps (4 Punkte)

Es soll eine Oberfläche mit vorgefilterten Environment-Maps schattiert werden. Dafür sind eine vorgefilterte Environment-Map für diffuse Beleuchtung und eine vorgefilterte Environment-Map für imperfekte Spiegelung gegeben. In der folgenden Abbildung ist ein sichtbarer Oberflächenpunkt illustriert.



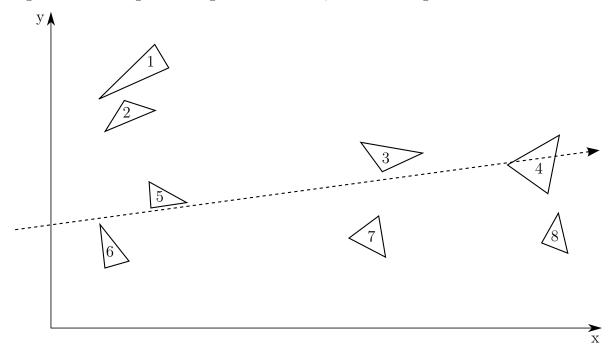
- a) Welche Richtungsvektoren werden für den Zugriff in die jeweiligen Environment-Maps verwendet? (2 Punkte)
  - Für die Environment-Map für diffuse Beleuchtung:

• Für die Environment-Map für imperfekte Spiegelung:

b) Geben Sie eine Berechnungsvorschrift für den Reflexionsvektor r in Abhängigkeit von v und n an (die Vektoren sind normiert). (2 Punkte)

#### Aufgabe 6: Hierarchische Datenstrukturen (17 Punkte)

Gegeben sei die folgende Menge von Dreiecken, sowie der eingezeichnete Strahl:



- a) Zeichnen Sie die Hüllkörper für eine Hüllkörperhierarchie mit achsenparallelen Boxen (Bounding Volume Hierarchy, BVH) auf dem Aufgabenblatt ein!
  - Verwenden Sie dazu die **Objektmittel-Methode** (object median) entlang der maximalen Ausdehnung in Achsenrichtung des umschließenden Hüllkörpers. Teilen Sie die Teilbäume so oft auf, bis nur noch maximal **zwei Primitive** in jedem Blatt vorhanden sind. (3 **Punkte**)
- b) Geben Sie die Reihenfolge der Dreiecke an, die bei der Traversierung der Hüllkörperhierarchie für den eingezeichneten Strahl auf Schnitt getestet werden! (3 Punkte)

c) Bewerten Sie die folgenden Aussagen, indem Sie Wahr oder Falsch ankreuzen. (5 Punkte)

Aussage	Wahr	Falsch
Beim Traversieren eines kD-Baums müssen immer beide Kinder in Betracht gezogen werden.		
Das Traversieren einer Hüllkörperhierarchie mit achsenparallelen Boxen (Bounding Volume Hierarchy, BVH) erfordert Mailboxing, um mehrfache Schnitttests mit einem Dreieck zu verhindern.		
Der Speicheraufwand einer BVH hängt logarithmisch von der Anzahl der Primitive ab.		
kD-Bäume sind eine Verallgemeinerung von BSP-Bäumen.		
BSP-Bäume sind adaptiv und leiden nicht unter dem "Teapot in a Stadium"-Problem.		

d) Kreuzen Sie jeweils die passenden Kästchen an! Sie erhalten für jede vollständig richtige Zeile 1.5 Punkte. (6 Punkte)

Aussage	Hüll- körper- hierarchie (BVH)	Oktal- baum (Octree)	kD- Baum	Gitter
Die Datenstruktur partitioniert den Raum.				
Der Aufwand für den Aufbau der Datenstruktur ist linear in der An- zahl der Primitive.				
Eine effizientere Traversierung wird erreicht, wenn die Surface Area Heuristic bei der Konstruk- tion verwendet wird.				
Die Datenstruktur eignet sich am besten für Szenen, in denen die Geometrie gleichmäßig verteilt ist und kaum leere Zwischenräume vorhanden sind.				

## Aufgabe 7: Rasterisierung und OpenGL (7 Punkte)

a) Bewerten Sie die folgenden Aussagen über eine moderne OpenGL-Pipeline, indem Sie Wahr oder Falsch ankreuzen. (4 Punkte)

Aussage	Wahr	Falsch
In der OpenGL-Pipeline wird View Frustum Clipping vor der perspektivischen Division durchgeführt.		
Vertex-Shader können auf Texturen zugreifen.		
Bei Gouraud-Shading muss man die Normale im Fragment-Shader erneut normalisieren.		
Gouraud-Shading mit dem Phong-Beleuchtungsmodell kann im Geometry-Shader implementiert werden.		
Phong-Shading kann man alleine mit einem Vertex-Shader und einem Geometry-Shader implementieren; letzterer gibt dann die Farbe aus.		
Bei beliebig feiner Tessellierung ist kein Unterschied zwischen Gouraud- und Phong-Shading erkennbar.		
Selbst wenn der Tiefentest für ein Fragment fehlschlägt, kann der Stencil-Puffer verändert werden.		
Instanziierung von Geometrie kann man sowohl mit dem Vertex- als auch dem Geometry-Shader durchführen.		

b) Warum zieht man das Tiefenpuffer-Verfahren (Z-Buffering) dem Sortieren von Dreiecken vor? Nennen Sie drei Gründe! (3 Punkte)

## Aufgabe 8: OpenGL-Primitive (6 Punkte)

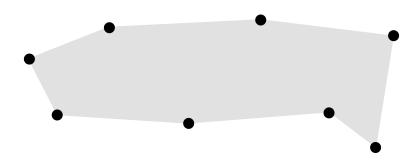
Verbinden Sie die eingezeichneten Vertizes zu OpenGL-Primitiven, so dass die schattierten Flächen gezeichnet werden.

Benutzen Sie dabei das jeweils effizienteste OpenGL-Primitiv! Schreiben Sie an jeden Vertex auch seine Übergabereihenfolge an OpenGL (beginnen Sie die Nummerierung mit 1)! Nennen Sie außerdem den Namen des verwendeten OpenGL-Primitivs!

Beachten Sie bei der Reihenfolge der Eckpunkte, dass Backface-Culling mit den Standardeinstellungen aktiviert ist: Dreiecke werden nur gezeichnet, wenn Ihre Eckpunkte im Bild gegen den Uhrzeigersinn angeordnet sind.

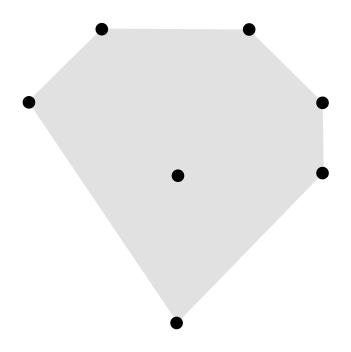
### a) Fläche 1 (3 Punkte)

OpenGL-Primitiv: .....



## b) Fläche 2 (3 Punkte)

OpenGL-Primitiv: .....



# Aufgabe 9: OpenGL und Blending (6 Punkte)

In dieser Aufgabe sollen Sie die OpenGL-Pipeline für korrektes Blending in verschiedenen Szenarien konfigurieren.

Die folgenden Z	Zustande sind bereits ge	setzt:	
glEnable(GI glDepthMask glDepthFunc			
glEnable(GI glBlendEqua glBlendFunc	tion(GL_FUNC_ADD)		
_		], B für glBlendFunc () für die unter e dazu aus der folgenden Liste aus:	n beschrie-
O GL_ZERO  1 GL_ONE  2 GL_SRC_A  3 GL_ONE_N  4 GL_DST_A	MINUS_SRC_ALPHA	5 GL_ONE_MINUS_DST_ALPHA 6 GL_SRC_COLOR 7 GL_ONE_MINUS_SRC_COLOR 8 GL_DST_COLOR 9 GL_ONE_MINUS_DST_COLOR	
werden. Die Alphakanal	e Rauchpartikel sind te der Textur die Opazitä	in Partikelsystem mit Alpha-Blending xturierte Impostors (oder Billboards), t bestimmt.  die Partikel gezeichnet werden? (1.5 Impostore in die Partikel gezeichnet werden)	wobei der
	Kreuzen Sie	die richtige Option an.	
D	ie Reihenfolge ist wegen	des Tiefenpuffers egal.	
Vo	on hinten nach vorne.		
Vo	on vorne nach hinten.		
II) Konfig Punk		nGL-Blending-Faktoren für die Rauchpar	rtikel! (1.5
glBl€	endFunc( ,,	)	

Name:	Matrikelnummer:
b)	Statt Rauch sollen nun Feuerpartikel gezeichnet werden. Feuerpartikel emittieren Licht und müssen daher mit anderen Blending-Faktoren gezeichnet werden. Welche sind das? (1.5 Punkte)
	glBlendFunc( , )
c)	Ein Teil der Szene ist durch eine semi-transparente Glasfläche zu sehen. Diese moduliert die Farben der dahinterliegenden Flächen mit einer farbigen Textur. Hat diese beispielsweise einen RGB-Wert von $(1,0.5,0)$ , so wird die Hälfte des grünen und der gesamte blaue Lichtanteil absorbiert. Mit welchen Blending-Faktoren wird dies erreicht? (1.5 Punkte)
	glBlendFunc( , )

Aufgabe 10: Be	ézier-Kurven un	d Bézier-Splines	(17	Punkte)
----------------	-----------------	------------------	-----	---------

a)	Nennen Sie o	drei	wichtige	Eigenschaften	der	Bézier-Kurven,	die S	Sie in	$\operatorname{der}$	Vorlesung
	kennengelern	nt hab	en! (3 F	${f Punkte})$						

b) Ein Bézier-Spline soll für eine Animation verwendet werden. Dazu wird in einem GLSL-Vertex-Shader ein Spline in Abhängigkeit des Parameters t ausgewertet und die Eingabegeometrie anschließend entsprechend verschoben. (14 Punkte)

Es handelt sich um einen Bézier-Spline S(t) mit t in [0,3), der aus drei kubischen Bézier-Kurven zusammengesetzt ist. Liegt t im Intervall [0,1), [1,2) bzw. [2,3), so ist jeweils die erste, zweite bzw. dritte Bézier-Kurve auszuwerten. Die Teilkurven sind dabei über s in [0,1) definiert; Sie müssen also s aus t bestimmen.

Der Spline ist durch zwölf Kontrollpunkte gegeben, die im Array **b[]** gespeichert sind; jeweils vier aufeinanderfolgende Kontrollpunkte beschreiben eine der Bézier-Kurven.

Ergänzen Sie in folgendem Vertex-Shader die Funktionsrümpfe der Funktionen bezierspline3 (...) und bezier3 (...)! Beachten Sie die Kommentare zu den Funktionen im Code.

NΙ	atri	1 1	l				
1 <b>\</b> /I	arri	$\kappa \omega$	ırıı	1 T Y 1	rrı	ωγ…	
$\mathbf{L}\mathbf{V}\mathbf{L}$	CUULI	$\mathbf{r}$	ιπτι	$_{LLLL}$		$\sim$ $\cdot$	

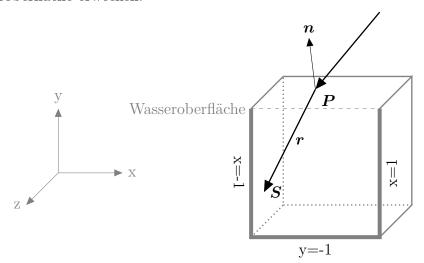
Name:

```
}
// bezierspline3(..) soll die Auswertung des Bezier-Splines an der
// Stelle t als vec3 zurückgeben.
// Verwenden Sie dazu die Funktion bezier3(..)!
vec3 bezierspline3(float t) {
    // Fügen Sie Ihren Code hier ein.
```

```
void main() {
   vec3 offset = bezierspline3(time);
   vec3 newpos = position + offset;
   gl_Position = matrixMVP * vec4(newpos,1.0);
}
```

#### Aufgabe 11: Wasseroberfläche mit GLSL (18 Punkte)

Für die Darstellung der Wasseroberfläche eines komplett mit Wasser gefüllten Gefäßes soll ein GLSL-Fragment-Shader geschrieben werden. Das Gefäß ist würfelförmig und nur nach oben offen. Der Fragment-Shader soll den Eindruck von Lichtbrechung des Sichtstrahls an der Wasseroberfläche erwecken.



Der Würfel hat die Kantenlänge 2. In der folgenden Tabelle sind die Seitenflächen und die Wasseroberfläche mit den Ebenen, in denen diese liegen, angegeben.

Index	Fläche	liegt in Ebene	Index	Fläche	liegt in Ebene
0	Linke Seite	x = -1	1	Rechte Seite	x = 1
2	Hintere Seite	z = -1	3	Vordere Seite	z = 1
4	Boden	y = -1	5	Wasseroberfläche	y = 1

Sie sollen die Funktionen **determineIntersection** und **determineTextureCoordinate** implementieren, die im vorgegebenen Hauptprogramm aufgerufen werden:

```
uniform sampler2D wallMap;
                             // Textur für die Gefäßflächen
uniform float eta;
                             // Verhältnis der Brechungsindizes
in vec3 P; // Punkt auf der Wasseroberfläche in Weltkoordinaten
           // Normale an der Wasseroberfläche in Weltkoordinaten
in vec3 n;
           // Position des Betrachters in Weltkoordinaten
in vec3 E;
out vec4 color; // Ausgabefarbe
void main()
    vec3 v = normalize(P - E);
                                 // Einfallsrichtung berechnen
    vec3 r = refract(v, n, eta); // Transmissionsrichtung bestimmen
    // Schnittpunkt mit Fläche und deren Index bestimmen
    int idx;
    vec3 S = determineIntersection(P, r, idx);
    // Texturkoordinate für Zugriff auf Textur aus dem Schnittpunkt
    // und dem Index bestimmen
    vec2 UV = determineTextureCoordinate(S, idx);
   color = texture(wallMap, UV); // Zugriff auf die Textur
}
```

Name:	Matrikelnummer:

a) Implementieren Sie die Funktion **determineIntersection**, die den Schnittpunkt des Transmissionsstrahls mit den Gefäßflächen berechnet! Die Funktion muss auch den Index der Fläche zurückliefern, auf der der Schnittpunkt liegt. (10 Punkte)

#### Hinweise:

}

Ihnen steht hierzu die Funktion **intersect ()** zur Verfügung, die den Schnitt eines gegebenen Strahls mit einer der Ebenen durchführt. Die Ebene wird anhand eines Index identifiziert (siehe Tabelle).

intersect () hat folgende Signatur (sie muss *nicht* implementiert werden):

b) Vervollständigen Sie nun die Funktion **determineTextureCoordinate**! Diese soll aus der Koordinate und dem Ebenenindex des Schnittpunkts die Texturkoordinate bestimmen, mit der dann auf die Textur der Fläche zugegriffen wird.

Jede Seitenfläche und auch der Boden wird mit derselben 2D-Textur dargestellt. Die Textur soll auf allen diesen Flächen vollständig dargestellt werden und diese auch komplett bedecken. Die Orientierung der Textur spielt dabei keine Rolle. (8 Punkte)

```
vec2 determineTextureCoordinate(in vec3 S, in int index)
{
    vec2 UV;
    switch(index)
    {
        // Vervollständigen Sie die Fälle entsprechend der Aufgabenstellung
        case 0:

        case 1:

        case 2:

        case 3:

        case 3:

        case 5:

    }

// Fügen Sie ggf. notwendige weitere Anweisungen hier ein
```

```
return UV;
}
```