

# Institut für Betriebs- und Dialogsysteme Lehrstuhl für Computergrafik

Prof. Dr.-Ing. Carsten Dachsbacher

### Nachklausur Computergrafik

WS 2012/13

8. April 2013

Kleben Sie hier vor Bearbeitung der Klausur den Aufkleber auf.

#### Beachten Sie:

- Trennen Sie vorsichtig die dreistellige Nummer von Ihrem Aufkleber ab. Sie sollten sie gut aufheben, um später Ihre Note zu erfahren.
- Die Klausur umfasst 25 Seiten (13 Blätter) mit 12 Aufgaben.
- Es sind keine Hilfsmittel zugelassen.
- Vor Beginn der Klausur haben Sie 5 Minuten Zeit zum *Lesen* der Aufgabenstellungen. Danach haben Sie **60 Minuten** Bearbeitungszeit.
- Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer oben auf jedes bearbeitete Aufgabenblatt.
- Schreiben Sie Ihre Lösungen auf die Aufgabenblätter. Bei Bedarf können Sie weiteres Papier anfordern.
- Wenn Sie bei einer Multiple-Choice-Frage eine falsche Antwort angekreuzt haben und diesen Fehler korrigieren möchten, füllen Sie das betreffende Kästchen ganz aus:



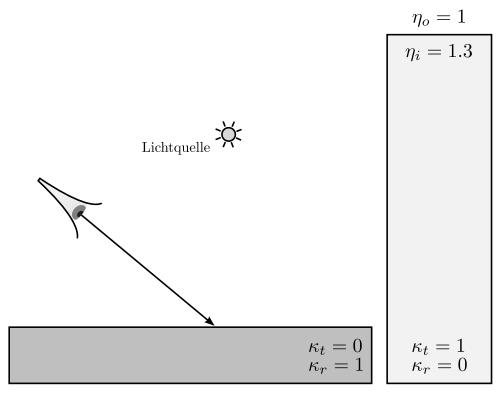
• Falsche Kreuze bei Multiple-Choice-Aufgaben führen zu Punktabzug. Jede Teilaufgabe wird mit mindestens 0 Punkten bewertet.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Gesamt
Erreichte Punkte													
Erreichbare Punkte	6	13	8	12	15	5	10	10	10	5	16	10	120

Note	

### Aufgabe 1: Raytracing (6 Punkte)

a) Zeichnen Sie in der folgenden Grafik für den eingezeichneten Primärstrahl alle Sekundärstrahlen ein, die beim Whitted-Style-Raytracing erzeugt werden (auch die Strahlen, die keine in der Grafik sichtbaren Objekte treffen). Die dunklere Box soll, wie ein perfekter Spiegel, sämtliches Licht reflektieren. Die hellere Box soll, wie perfektes Glas, sämtliches Licht transmittieren. Der Brechungsindex der helleren Box ist mit  $\eta_i$  gegeben, die Brechzahl des umgebenden Mediums ist  $\eta_0$ . (4 Punkte)



Name:	Matrikelnummer:

b) Wie nennt man das physikalische Gesetz oder Prinzip, welches die Richtungsänderung eines Lichtstrahls beim Übergang in ein anderes Medium beschreibt? (1 Punkt)

Gesetz oder Prinzip	
Brewstersches Gesetz	
Snellsches Gesetz	
Fresnelsche Formeln	
Fermatsches Prinzip	

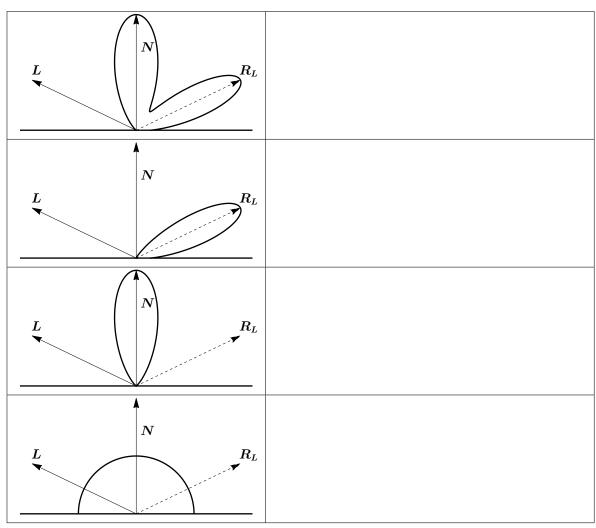
c) Welche Bedingung muss gelten, damit beim Übergang eines Lichtstrahls von einem Medium mit Refraktionsindex  $\eta_0$  in ein Medium mit Refraktionsindex  $\eta_1$  Totalreflexion auftreten kann? (1 Punkt)

### Aufgabe 2: Beleuchtung und Wahrnehmung (13 Punkte)

In dieser Aufgabe geht es zunächst um das *Phong-Beleuchtungsmodell*, das Sie aus der Vorlesung kennen. Es beinhaltet eine ambiente, diffuse und spekulare Komponente.

a) Im Folgenden trifft ein Lichtstrahl aus der Richtung L auf eine Oberfläche mit der Normalen N. Die unten stehenden Polardiagramme zeigen, wie viel Licht in die jeweilige Richtung reflektiert wird  $(R_L$  ist die Spiegelung von L an N).

Geben Sie an, welche Diagramme durch das Phong-Beleuchtungsmodell entstehen können. Wenn dies der Fall ist, nennen Sie die abgebildete(n) Komponente(n). Andernfalls geben Sie eine Begründung an, warum das Phong-Beleuchtungsmodell das abgebildete Polardiagramm nicht erzeugen kann. (8 Punkte)



Name:	Matrikelnummer:

b) Bewerten Sie die folgenden Aussagen, indem Sie Wahr oder Falsch ankreuzen. (5 Punkte)

Aussage	Wahr	Falsch
Von den drei Grundfarben der additiven Farbmischung sind Menschen gegenüber blau in der Regel am unempfindlichsten.		
Es gibt <i>keine</i> zwei unterschiedlichen Lichtspektren im sichtbaren Bereich, die der Mensch als dieselbe Farbe wahrnimmt.		
Genau drei Grundgrößen reichen (nach Graßmann) aus, um einen menschlichen Farbeindruck zu beschreiben.		
Es entspricht <i>nicht</i> der menschlichen Farbempfindlichkeit, wenn die Helligkeit (Luminanz) einer Farbe als das arithmetische Mittel der RGB-Anteile berechnet wird.		
Gammakorrektur mit dem Parameter $\gamma$ wird üblicherweise durch die Abbildung $L'=\gamma^L$ beschrieben.		

### Aufgabe 3: Transformationen (8 Punkte)

a) Welches Konzept verwendet man in der Computergrafik, um die Abbildung

$$f(\boldsymbol{x}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

als *lineare* Abbildung darzustellen? Geben Sie eine Matrix an, welche die Abbildung beschreibt. (2 Punkte)

b) Geben Sie zeichnerisch ein einfaches Beispiel an, das deutlich zeigt, dass man die Normalen eines Primitivs im Allgemeinen nicht mit derselben Matrix transformieren kann wie die Vertizes. Um was für eine Art Transformation handelt es sich dabei? (2 Punkte)

c) Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an! Es können auch mehrere Aussagen zutreffen. Für jeden vollständig richtigen Block erhalten Sie einen Punkt. (4 Punkte)

Um Normalen kor- rekt von Objekt- in	inverstransponierte Model-View-Matrix.
Kamerakoordinaten zu transformieren,	dehomogenisierte Model-View-Matrix.
verwendet man die	inverse Projektionsmatrix.
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	Translationsmatrix in homogenen 2D-Koordinaten.
Die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ist eine	Translationsmatrix in homogenen 3D-Koordinaten.
	Rotationsmatrix in $\mathbb{R}^{3\times3}$ .
D. M. (0 1)	Rotation.
Die Matrix $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ beschreibt eine	Spiegelung an der ersten Winkelhalbierenden.
	nichtlineare Abbildung.
Matrixmultiplikation	nur Skalierungsmatrizen multipliziert werden.
ist stets kommutativ, wenn	nur Scherungsmatrizen multipliziert werden.
	nur Rotationsmatrizen multipliziert werden.

### Aufgabe 4: Texturen und Texture-Mapping (12 Punkte)

a) Die folgenden Zeilen eines OpenGL-Programms zeichnen ein GL\_QUAD-Primitiv, auf das eine Textur aufgebracht wird:

```
glTexParameterf(GL_TEXTURE_2D, GL_TEXTURE_WRAP_S, GL_REPEAT);
glTexParameterf(GL_TEXTURE_2D, GL_TEXTURE_WRAP_T, GL_CLAMP);

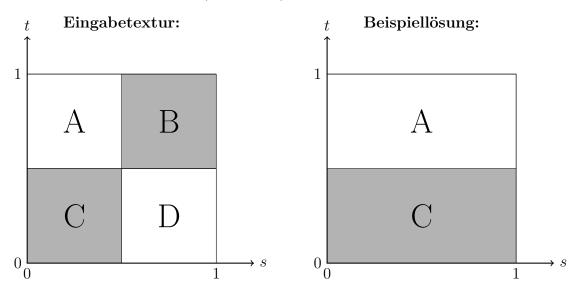
glBegin(GL_QUADS);
    glTexCoord2f(-0.5, -0.5);
    glVertex2f(0.0, 0.0);

    glTexCoord2f(1.0, -0.5);
    glVertex2f(1.0, 1.5);
    glVertex2f(1.0, 1.0);

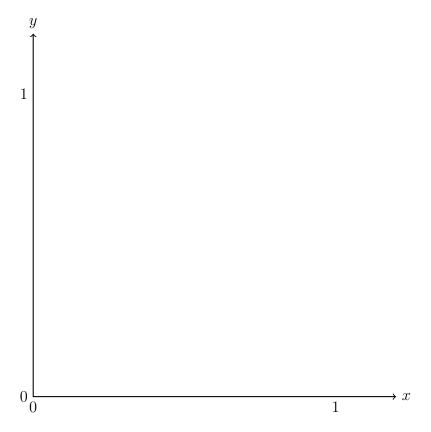
    glTexCoord2f(-0.5, 1.5);
    glVertex2f(0.0, 1.0);

glTexCoord2f(-0.5, 1.5);
    glVertex2f(0.0, 1.0);
```

Die Eingabetextur ist links auf dem folgenden Bild dargestellt, die Buchstaben dienen zum Identifizieren der Schachfelder. Skizzieren Sie die Vorderseite des GL\_QUAD-Primitivs (inkl. der Buchstaben, analog zum Lösungsbeispiel), wie es durch obiges Programm gezeichnet wird! (6 Punkte)



# Skizzieren Sie hier die Ausgabe:



Platz für Überlegungen/Zeichnungen (nicht bewertet):

b)	Wann	und	wofür	wird	die	bilineare	Interpolation	beim	Texture-Mapping	verwendet?
	(2 Pu	$\mathbf{nkt}\epsilon$	e)							

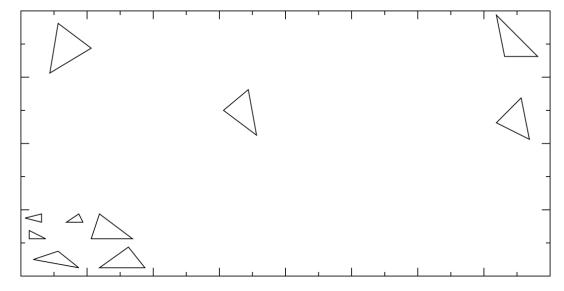
c) Was ist die Grundidee von vorgefilterten Environment Maps? Nennen Sie zwei Beispiele für Beleuchtungseffekte, die damit erzielt werden können! Welche grundlegende Annahme wird dabei gemacht? (4 Punkte)

# Aufgabe 5: Räumliche Datenstrukturen (15 Punkte)

a) In dieser Aufgabe sollen Sie die zutreffenden Aussagen über die räumlichen Datenstrukturen, wie Sie sie in der Vorlesung kennengelernt haben, identifizieren. Kreuzen Sie dazu jeweils die passende(n) Kästchen(n) an! Sie erhalten für jede vollständig richtige Zeile 1.5 Punkte. (6 Punkte)

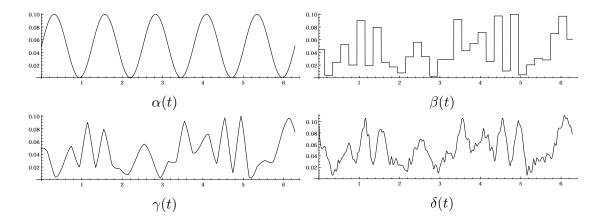
Aussage	BVH	Octree	kD- Baum	Gitter
Die Raumunterteilung kann mit Hilfe der Surface Area Heuristic durchgeführt werden.				
Die Anzahl der Schnitttests mit Primitiven kann durch Mailboxing weiter reduziert werden.				
Die Raumunterteilung ist geschickt für Szenen mit einer Geometrie, die dem sogenannten Teapot-in-a-Stadium-Problem ähnelt.				
Der Datenstruktur liegt ein Binärbaum zugrunde.				

b) Konstruieren Sie, indem Sie Unterteilungslinien zeichnen, für die unten gezeichneten Primitive einen Quadtree mit einer regelmäßigen Unterteilung und maximal einem Primitiv pro Blatt: (5 Punkte)



c)	Sie wollen in der obigen Szene Raytracing durchführen und dies mit einer räumlichen Datenstuktur beschleunigen. Ist dafür ein regelmäßiges Gitter oder ein kD-Baum besser geeignet? Begründen Sie Ihre Entscheidung! (4 Punkte)

Aufgabe 6: Rauschen und Turbulenz (5 Punkte)



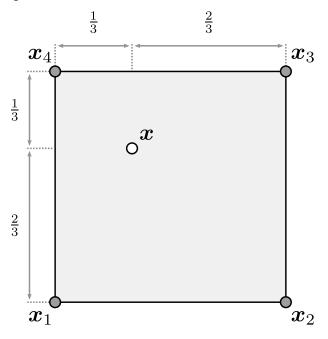
In dieser Aufgabe sollen sie die oben abgebildeten Funktionen  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  und  $\delta$  einordnen. Benutzen Sie dabei die Eigenschaften von Rauschfunktionen, die Sie in der Vorlesung kennen gelernt haben.

- a) Welche der Funktionen ist eine Rauschfunktion (value noise)? (1 Punkt)
- b) Welche der Funktionen ist eine Turbulenzfunktion? Wie kann man eine Turbulenzfunktion aus einer Rauschfunktion wie der aus Aufgabe a) erzeugen? Geben Sie eine Formel an! (2 Punkte)

c) Welche zwei der Funktionen sind weder Rausch- noch Turbulenzfunktionen? Nennen Sie jeweils eine Eigenschaft von Rauschfunktionen, die nicht erfüllt wird. (2 Punkte)

#### Aufgabe 7: Interpolation (10 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie die Interpolation von Vertex-Attributen mit baryzentrischen Koordinaten bei Dreiecksnetzen kennen gelernt. Analog kann man Vertex-Attribute auch für Vierecksnetze interpolieren.



In dieser Aufgabe sollen beispielhaft die Farbwerte  $c_1, c_2, c_3$  und  $c_4$  für das abgebildete Rechteck interpoliert werden. Die Eckpunkte  $x_1, x_2, x_3$  und  $x_4$  sind koplanar, liegen also in einer Ebene.

a) Wie berechnet man die baryzentrische Koordinate  $\lambda_2$  des Punktes  $\boldsymbol{x}$  bezüglich des abgebildeten Rechtecks? Analog zur Interpolation in Dreiecken soll  $\lambda_2$  den Einfluss der Farbe  $\boldsymbol{c}_2$  an der Stelle  $\boldsymbol{x}$  beschreiben. Sie können davon ausgehen, dass  $\boldsymbol{x}$  innerhalb des Rechtecks liegt.

Verwenden Sie die Schreibweise  $\square(A, B)$  für den Absolutwert des Inhalts der Rechtecksfläche, die durch die Eckpunkte A und B aufgespannt wird, zum Beispiel  $\square(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_3)$ bzw.  $\square(\boldsymbol{x}_3, \boldsymbol{x}_1)$  für die Fläche des gesamten Rechtecks. (3 Punkte) b) Berechnen Sie anhand der in der Zeichnung angegeben Längen die 4 baryzentrischen Koordinaten des Punktes  $\boldsymbol{x}$  mit der Formel aus Aufgabenteil a). Nutzen Sie dann die baryzentrischen Koordinaten, um anzugeben, wie der interpolierte Farbwert  $\boldsymbol{c}$  am Punkt  $\boldsymbol{x}$  berechnet wird. (3 Punkte)

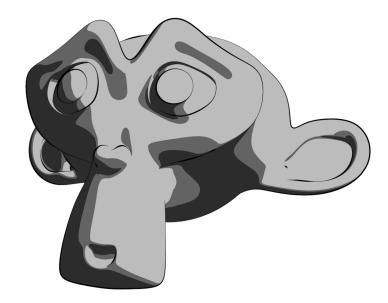
- c) Für die Rasterisierung mit modernem OpenGL zerlegt man Rechtecke üblicherweise in je zwei Dreiecke. Hierdurch können sich allerdings interpolierte Größen ändern.
  - Zeigen Sie dies, indem Sie annehmen, dass das Rechteck in die Dreiecke  $x_1x_2x_3$  und  $x_1x_3x_4$  zerlegt wurde. Berechnen Sie zunächst die baryzentrischen Koordinaten von Punkt x bezüglich des  $Dreiecks x_1x_3x_4$ . Nutzen Sie diese dann, um anzugeben, wie der interpolierte Farbwert c' am Punkt x berechnet wird. (4 Punkte)

# Aufgabe 8: OpenGL und OpenGL-Shader (10 Punkte)

Bewerten Sie die folgenden Aussagen, indem Sie Wahr oder Falsch ankreuzen. (10 Punkte)

Aussage	Wahr	Falsch
Beleuchtung mit Schattenberechnung kann bei OpenGL mit Hilfe von glEnable (GL_LIGHTING   GL_SHADOWS) aktiviert werden.		
Der Vertex-Cache funktioniert $nicht$ mit indizierten Vertizes.		
Im Fragment-Shader kann auf benachbarte Fragmente zugegriffen werden.		
Im Fragment-Shader kann man die Tiefe eines Fragments verändern.		
Die Fixed-Function-Pipeline berechnet Beleuchtung in normalisierten Gerätekoordinaten.		
OpenGL führt Clipping in normalisierten Gerätekoordinaten durch.		
Der Maler-Algorithmus benutzt einen Tiefenpuffer, um das Sichtbarkeitsproblem zu lösen.		
Im Vertex-Shader kann man durch Erzeugung zusätzlicher Vertizes Primitive unterteilen.		
Der Fragment-Shader ist in der OpenGL-Pipeline vor den Fragment-Operationen und nach dem Geometrie-Shader.		
Beim Tiefenpuffer-Verfahren ist die Reihenfolge des Zeichnens auch bei opaken Primitiven wichtig für die Korrektheit.		

Aufgabe 9: Toon-Shading in OpenGL (10 Punkte)

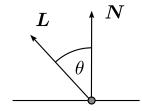


In dieser Aufgabe sollen Sie sogenanntes Toon-Shading in OpenGL implementieren. Ziel ist es, dadurch eine Darstellung im Comic-Stil zu erreichen. Dafür wird bei der Beleuchtungsberechnung der Winkel zwischen Lichtrichtung und Oberflächennormale diskretisiert. Sie können die Funktion toonShade (int c) nutzen, die für den c-ten Winkelbereich eine Farbe zurückliefert. Insgesamt soll es 3 Bereiche geben, die wie folgt begrenzt sind:

$$c = 0: \quad \theta \in \left[0, \frac{\pi}{6}\right)$$

$$c = 1: \quad \theta \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$$

$$c = 2: \quad \theta \in \left[\frac{\pi}{3}, \pi\right]$$



a) Berechnen Sie im folgenden Vertex-Shader gl\_Position. Transformieren Sie außerdem die Eingaben position und normal von Objekt- nach Weltkoordinaten und speichern Sie das Ergebnis in posWorld bzw. normWorld. Sie müssen dabei *nicht* dehomogenisieren. (5 Punkte)

```
in vec4 position;  // Vertex-Position in Objektkoordinaten.
in vec4 normal;  // Vertex-Normale in Objektkoordinaten.
out vec3 posWorld;  // Vertex-Position in Weltkoordinaten.
out vec3 normWorld;  // Vertex-Normale in Weltkoordinaten.
uniform mat4 M;  // Model-Matrix.
uniform mat4 V;  // View-Matrix.
uniform mat4 P;  // Projection-Matrix.
void main(void)
{
```

}

7A T	
Name:	
manic.	

}

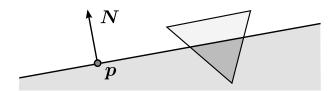
Matrikelnummer:

b) Berechnen Sie im folgenden Fragment-Shader den Richtungsvektor zur Lichtquelle. Berechnen Sie dann aus dem Winkel zwischen Lichtrichtung und Normale den passenden Winkelbereich c und nutzen Sie toonShade (int c), um die Ausgabefarbe zu bestimmen. Speichern Sie diese in color. (5 Punkte)

```
out vec4 color;
                         // Ausgabefarbe.
                         // Vertex-Position in Weltkoordinaten.
in vec3 posWorld;
                         // Vertex-Normale in Weltkoordinaten.
in vec3 normWorld;
uniform vec3 lightWorld; // Position der Lichtquelle in Weltkoordinaten.
uniform float pi;
                         // Der Wert der Konstante Pi.
vec4 toonShade(int c) {
}
void main(void)
```

19

## Aufgabe 10: Clipping in einem OpenGL-Shader (5 Punkte)



In dieser Aufgabe ist eine Ebene in Kamerakoordinaten durch ihre Normale N und einen Aufpunkt p gegeben. Sie sollen Clipping im Fragment-Shader implementieren, sodass Fragmente verworfen werden, die hinter der Ebene liegen. In der Abbildung sind das Fragmente im grauen Bereich.

a) Vervollständigen sie den Vertex-Shader, indem Sie posCamera und gl\_Position schreiben. Sie müssen nach der Model-View-Transformation nicht dehomogenisieren. (3 Punkte)

```
in vec3 position;  // Die Position des Vertex in Objektkoordinaten.
out vec3 posCamera;  // Die Position des Vertex in Kamerakoordinaten.
uniform mat4 M;  // Die Model-Matrix.
uniform mat4 V;  // Die View-Matrix.
uniform mat4 P;  // Die Projection-Matrix.
void main() {
```

}

Matrikelnummer:

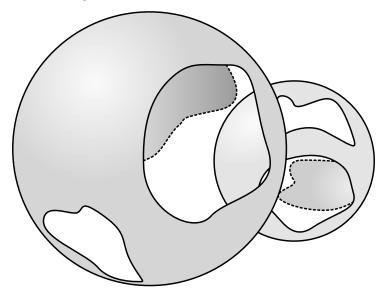
b) Vervollständigen Sie in diesem Fragment-Shader die Funktion clip(), welche entscheidet, ob ein Fragment verworfen werden soll. Die Variable N enthält die Normale der Ebene, während in p der Aufpunkt der Clipping-Ebene steht. Beide sind in Kamerakoordinaten gegeben. (2 Punkte)

```
in vec3 posCamera;  // Die Position des Vertex in Kamerakoordinaten.
out vec4 color;  // Die Ausgabefarbe.
uniform vec3 N;  // Die Normale der Clip-Ebene, in Kamerakoordinaten.
uniform vec3 p;  // Der Aufpunkt der Clip-Ebene, in Kamerakoordinaten.
bool clip() {
```

```
void main() {
    if (clip()) {
        discard;
    }
    color = vec4(1.0, 0.0, 0.0, 1.0);
}
```

#### Aufgabe 11: OpenGL und semitransparente Kugeln (16 Punkte)

In dieser Aufgabe sollen mit Hilfe von OpenGL semitransparente Kugeln möglichst effizient gezeichnet werden. Dabei soll ein nicht-kommutativer Blending-Operator verwendet und ein möglichst korrektes Resultat erzielt werden. Die Kugeln sind als Dreiecksnetze tesselliert. Es sollen sowohl die vom Betrachter abgewandten als auch die zum Betrachter zugewandten Primitive (hier: Dreiecke) einer Kugel gezeichnet werden. Sie können annehmen, dass sich die Kugeln nicht schneiden.



1. Ergänzen Sie das folgende OpenGL-Programmskelett, indem Sie die notwendigen Befehle oder deren Nummer eintragen. Der Blend-Operator ist bei Eintritt in den Programmteil schon konfiguriert; die anderen OpenGL-Zustände sind nicht definiert. (8 Punkte)

Die folgenden OpenGL-Kommandos und Subroutinen stehen Ihnen zur Verfügung (von denen Sie nicht alle benötigen!):

- (1) glDepthMask( GL\_TRUE );
  (2) glDepthMask( GL\_TRUE );
  (3) glEnable( GL\_DEPTH\_TEST );
  (4) glDisable( GL\_DEPTH\_TEST );
  (5) glEnable( GL\_CULL\_FACE );
  (6) glDisable( GL\_CULL\_FACE );
  (7) glCullFace( GL\_BACK );
  (8) glCullFace( GL\_FRONT );
- (9) glEnable(GL\_BLEND);
- (9) GIEUADIE ( GT\_RTEND );
- (10) glDisable(GL\_BLEND);
- (11) sort (spheres); sortiert alle Kugeln von hinten nach vorne.
- (12) sortPrim( sphere ); sortiert Primitive einer Kugel von hinten nach vorne.
- (13) draw( sphere ); zeichnet eine Kugel

```
void renderScene(std::vector<Sphere>& spheres)
{

glClear( GL_COLOR_BUFFER_BIT | GL_DEPTH_BUFFER_BIT );

for (int i = 0; i < spheres.size(); ++i)
{
    Sphere& sphere = spheres[i];
}</pre>
```

2.	Begründen Sie kurz warum Sie die Funktion sort (sphere benutzt haben. (2 Punkte)	s ) benutz	zt oder nich
3.	Begründen Sie kurz warum Sie die Funktion sortPrim (sp. nicht benutzt haben. (2 Punkte)	ohere ) b	oenutzt ode
4.	Bewerten Sie die folgenden Aussagen, indem Sie Wahr of (4 Punkte)		
4.		der Falsch Wahr	ankreuzen Falsch
4.	(4 Punkte)  Aussage  Um eine Szene mit opaken und semitransparenten Objekten mit OpenGL möglichst korrekt zu zeichnen, muss man		
4.	Aussage  Um eine Szene mit opaken und semitransparenten Objekten mit OpenGL möglichst korrekt zu zeichnen, muss man die opaken nach den transparenten Objekten zeichnen.  Der Alpha-Test erlaubt es, Fragmente anhand ihres Alpha-Wertes zu verwerfen, ohne den Tiefenpuffer zu modifizie-		

# Aufgabe 12: Bézierkurven (10 Punkte)

a) Bewerten Sie die folgenden Aussagen, indem Sie Wahr oder Falsch ankreuzen. (4 Punkte)

Aussage	Wahr	Falsch
Bézierkurven liegen immer innerhalb der konvexen Hülle der Kontrollpunkte.		
Bézierkurven interpolieren zwei Ihrer Kontrollpunkte und approximieren alle anderen.		
Um eine Bézierkurve affin zu transformieren, genügt es, die Transformation auf ihre Kontrollpunkte anzuwenden.		
Bézierkurven sind stetig differenzierbar.		

b) Geben Sie an, ob es sich bei den folgenden Kurven mit gegebenem Kontrollpolygon um Bézierkurven handelt. Begründen Sie jeweils kurz Ihre Antwort, falls es sich *nicht* um eine Bézierkurve handelt! (6 Punkte)

Kurve	Ja	Nein	Begründung