

Lösungen zu Übungsblatt 3 Kryptographische Verfahren

Besprechung 13. November 2015

Aufgabe 3.1. Polynomiell Sichere Kaskadenverschlüsselung

a)

Um ein Textpaar (m, c) zu entschlüsseln, können alle Ergebnisse der Verschlüsselungen $E_{k_i}(m)$ und die der Entschlüsselungen $D_{k_j}(c)$ miteinander verglichen werden. Im Fall $E_{k_i}(m) = D_{k_j}(c)$ gilt, dass ein valider Schlüssel zum Textpaar (m, c) genau (k_i, k_j) ist. Es sind also nun nur genau $2|\mathcal{K}|$ Ver- bzw. Entschlüsselungsoperationen nötig.

b)

Genau wie bei a) können hier Zwischenergebnisse verglichen werden. Dabei müssen wir in einer Richtung $|\mathcal{K}|^2$ Verschlüsselungen anwenden (eben genau $E_{k_i}(E_{k_j}(m))$), in der anderen genau $|\mathcal{K}|$ viele Entschlüsselungen, $D_{k_i}(c)$.

Es sind also $|\mathcal{K}|^2 + |\mathcal{K}|$ Ver- und Entschlüsselungsoperationen nötig.

c)

Wählt man $k_2 = k_1$, so ergibt sich direkt:

$$\begin{aligned} 3DES_{k_1, k_2}(m) &= DES_{k_1} \left(DES_{k_2}^{-1} (DES_{k_1}(m)) \right) \\ 3DES_{k_1, k_1}(m) &= DES_{k_1} \left(DES_{k_1}^{-1} (DES_{k_1}(m)) \right) \\ 3DES_{k_1, k_1}(m) &= DES_{k_1}(m) \end{aligned}$$

Das heißt, um DES zu simulieren, muss in 3DES nur zweimal der selbe Schlüssel gewählt werden.

Aufgabe 3.2. Betriebsmodi

m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_7	m_8	m_9	m_{10}	m_{11}	m_{12}	m_{13}	k	c_0
K	R	Y	P	T	O	G	R	A	P	H	I	E	D	X
10	17	24	15	19	14	6	17	0	15	7	8	4	3	23

a) CBC-Modus

$$\begin{array}{ll}
 \oplus : [23 + 10]_{26} & = [33]_{26} = 7 \\
 c_1 : [7 + 3]_{26} & = 10 \\
 \oplus : [10 + 17]_{26} & = [27]_{26} = 1 \\
 c_2 : [1 + 3]_{26} & = 4 \\
 \oplus : [4 + 24]_{26} & = [28]_{26} = 2 \\
 c_3 : [2 + 3]_{26} & = 5 \\
 \oplus : [5 + 15]_{26} & = 20 \\
 c_4 : [20 + 3]_{26} & = 23 \\
 \oplus : [23 + 19]_{26} & = [42]_{26} = 16 \\
 c_5 : [16 + 3]_{26} & = 19 \\
 \oplus : [19 + 14]_{26} & = [33]_{26} = 7 \\
 c_6 : [7 + 3]_{26} & = 10 \\
 \oplus : [10 + 6]_{26} & = 16 \\
 c_7 : [16 + 3]_{26} & = 19 \\
 \oplus : [19 + 17]_{26} & = [36]_{26} = 10 \\
 c_8 : [10 + 3]_{26} & = 13 \\
 \oplus : [13 + 0]_{26} & = 13 \\
 c_9 : [13 + 3]_{26} & = 16 \\
 \oplus : [16 + 15]_{26} & = [31]_{26} = 5 \\
 c_{10} : [5 + 3]_{26} & = 8 \\
 \oplus : [8 + 7]_{26} & = 15 \\
 c_{11} : [15 + 3]_{26} & = 18 \\
 \oplus : [18 + 8]_{26} & = 0 \\
 c_{12} : [0 + 3]_{26} & = 3 \\
 \oplus : [3 + 4]_{26} & = 7 \\
 c_{13} : [7 + 4]_{26} & = 11
 \end{array}$$

Ergebnis: **KEFXTKTNQISDL**

b) CTR-Modus

$$\begin{array}{ll} \oplus : [23 + 1]_{26} & = 1 \\ c_1 : [1 + 10]_{26} & = 11 \\ \oplus : [23 + 2]_{26} & = 2 \\ c_2 : [2 + 17]_{26} & = 19 \\ \oplus : [23 + 3]_{26} & = 3 \\ c_3 : [3 + 24]_{26} & = 1 \\ c_4 : [4 + 15]_{26} & = 19 \\ c_5 : [5 + 19]_{26} & = 24 \\ c_6 : [6 + 14]_{26} & = 20 \\ c_7 : [7 + 6]_{26} & = 16 \\ c_8 : [8 + 17]_{26} & = 25 \\ c_9 : [9 + 0]_{26} & = 9 \\ c_{10} : [10 + 15]_{26} & = 25 \\ c_{11} : [11 + 7]_{26} & = 18 \\ c_{12} : [12 + 8]_{26} & = 20 \\ c_{13} : [13 + 4]_{26} & = 17 \end{array}$$

Ergebnis: **LTBTYUNZJZSUR**

c) Counter-Modus

d) OFB-Modus

$s_1 : [23 + 3]_{26}$	$= 0$
$c_1 : [10 + 0]_{26}$	$= 10$
$s_2 : [0 + 3]_{26}$	$= 3$
$c_2 : [17 + 3]_{26}$	$= 20$
$s_3 : [3 + 3]_{26}$	$= 6$
$c_3 : [24 + 6]_{26}$	$= 4$
$s_4 : [6 + 3]_{26}$	$= 9$
$c_4 : [15 + 9]_{26}$	$= 24$
$s_5 : [9 + 3]_{26}$	$= 12$
$c_5 : [19 + 12]_{26}$	$= 5$
$s_6 : [12 + 3]_{26}$	$= 15$
$c_6 : [14 + 15]_{26}$	$= 3$
$s_7 : [15 + 3]_{26}$	$= 18$
$c_7 : [6 + 18]_{26}$	$= 24$
$s_8 : [18 + 3]_{26}$	$= 21$
$c_8 : [17 + 21]_{26}$	$= 12$
$s_9 : [21 + 3]_{26}$	$= 24$
$c_9 : [0 + 24]_{26}$	$= 24$
$s_{10} : [24 + 3]_{26}$	$= 1$
$c_{10} : [15 + 1]_{26}$	$= 16$
$s_{11} : [1 + 3]_{26}$	$= 4$
$c_{11} : [7 + 4]_{26}$	$= 11$
$s_{12} : [4 + 3]_{26}$	$= 7$
$c_{12} : [8 + 7]_{26}$	$= 15$
$s_{13} : [7 + 3]_{26}$	$= 10$
$c_{13} : [4 + 10]_{26}$	$= 14$

Ergebnis: KUEYFDYMYQLPO

Aufgabe 3.3. Kaskade

Unter der Annahme, dass ein Angreifer \mathcal{A} existiert mit

$$P(\text{Att}_{\mathcal{A}, \Pi}^{\text{CP}}(n) = 1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{p(n)}$$

lässt sich das Schema aus [Abbildung 1](#) konstruieren. Der konstruierte Angreifer \mathcal{A}' spielt gegenüber \mathcal{A} die Rolle von $\Pi = \Pi^1 \circ \Pi^2$. Er erhält von \mathcal{A} zwei Klartexte, leitet diese an Π^2 weiter, das einen zufällig auswählt und mit E_2 verschlüsselt. Den Kryptotext \tilde{c} verschlüsselt \mathcal{A}' mit E_1 und schickt das Ergebnis $E_{k_1}^1(E_{k_2}^2(m_b))$ an \mathcal{A} zurück. \mathcal{A} entscheidet sich nun für einen der beiden Klartexte.

\mathcal{A}' leitet die Entscheidung an Π^2 weiter. Offensichtlich ist \mathcal{A}' genau dann erfolgreich, wenn \mathcal{A} erfolgreich ist. Damit wäre das sichere Kryptosystem Π^2 mit nicht vernachlässigbarer Wahrscheinlichkeit geknackt.

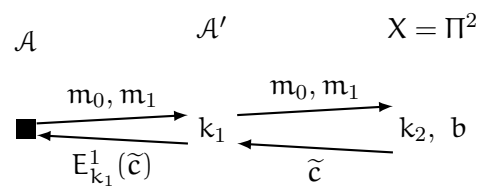


Abbildung 1: Ablauf des hypothetischen Angriffs