

# Mathematik für Anwender II — Blatt 3

Rasmus Diederichsen

Laura Goerke

Tim Brockmeyer

Katharina Filodda

17. April 2016

## Aufgabe 3.1

(1)

(2)

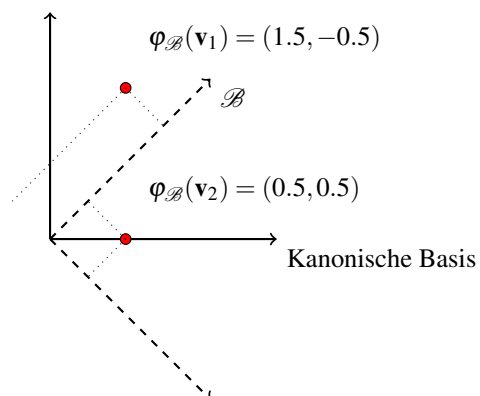
(3)

## Aufgabe 3.2

(1)

(2)

(3)



(4)

### Aufgabe 3.3

(1)

Die Bilder der Basisvektoren  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$  sind

$$\begin{aligned}D(p(x) = 1) &= (p'(x) = 0) = 0\mathbf{v}_1 + 0\mathbf{v}_2 + 0\mathbf{v}_3 \\D(p(x) = 2) &= (p'(x) = 1) = 1\mathbf{v}_1 + 0\mathbf{v}_2 + 0\mathbf{v}_3 \\D(p(x) = 3) &= (p'(x) = 2x) = 0\mathbf{v}_1 + 2\mathbf{v}_2 + 0\mathbf{v}_3\end{aligned}$$

Die darstellende Matrix ist also

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(2)

Der Kern von  $D$  sind alle Polynome, deren Ableitung die Nullfunktion ist, also alle Konstanten Polynome. Der Kern hat Dimension 1, denn  $\{p(x) = 1\}$  ist eine Basis.

### Aufgabe 3.4

Seien  $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3) = (1, x, x^2) = \mathcal{C}$

$$\begin{aligned}\varphi_{\mathcal{C}}(a + bx + cx^2) &= \varphi_{\mathcal{C}}(a(\mathbf{v}_3 - \mathbf{v}_2 - (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_3)) + b(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_3) + c(\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_3)) \\&= \varphi_{\mathcal{C}}(a(-\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 + 2\mathbf{v}_3) + b(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_3) + c(\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_3)) \\&= \varphi_{\mathcal{C}}(-a\mathbf{v}_1 + b\mathbf{v}_1 + c\mathbf{v}_1 - a\mathbf{v}_2 + c\mathbf{v}_2 + 2a\mathbf{v}_3 - b\mathbf{v}_3 - c\mathbf{v}_3) \\&= (-a + b + c, -a + c, 2a - b - c)\end{aligned}$$

(1)

Indem man die drei Polynome aus  $\mathcal{B}$  ableitet und mithilfe der zweiten Zeile in der obigen Definition von  $\varphi_{\mathcal{C}}$  nach  $\mathcal{C}$  übersetzt, ergibt sich:

$$\begin{aligned}D(\mathbf{v}_1) &= D(p = 1) = 0 \Rightarrow a = b = c = 0 \\D(\mathbf{v}_2) &= D(p = x) = 1 \Rightarrow a = 1, b = c = 0 \\D(\mathbf{v}_3) &= D(p = x^2) = 2x \Rightarrow a = c = 0, b = 2\end{aligned}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$