

Informatik Q: – Blatt 5

Rasmus Diederichsen

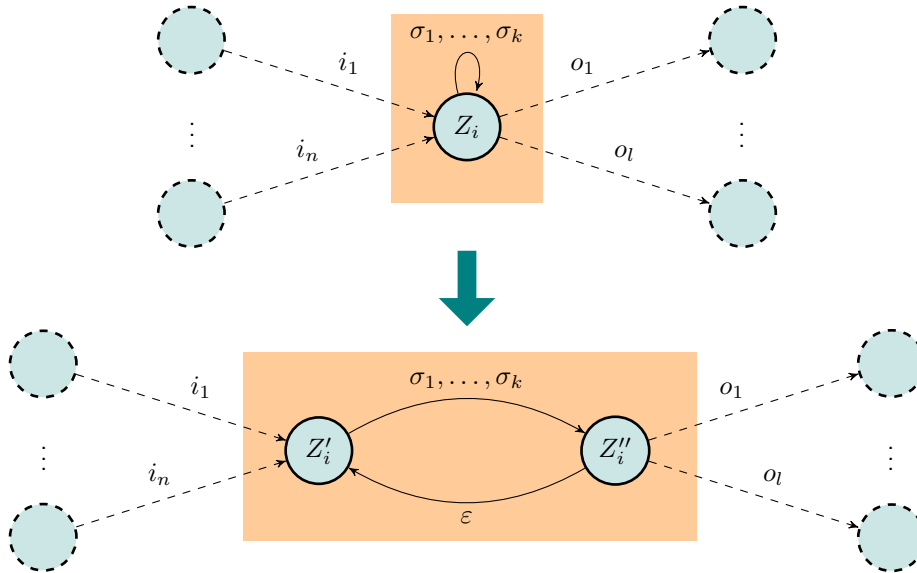
8. August 2014

Aufgabe 5.1

Ein NDEA mit Schleifen kann gemäß der folgenden Vorgehensweise in einen schleifenfreien NDEA verwandelt werden.

1. $\forall Z_i \in \mathcal{Z}$ mit $\exists \sigma \in \Sigma : \delta(Z_i, \sigma) = Z_i$ ersetze Z_i durch Z'_i, Z''_i .
2. Definiere neuen Übergang $\delta(Z''_i, \varepsilon) = Z'_i$.
3. Definiere $\forall \sigma \in \Sigma : \delta(Z_i, \sigma) = Z_k \neq Z_i$ neue Übergänge $\delta(Z''_i, \sigma) = Z_k$.

Grafisch ließe sich dies folgendermaßen veranschaulichen.



Aufgabe 5.2

Trivialerweise ist $w = 11 \in \mathcal{L}(r)$. Falls $w \in L$ ist offensichtlich auch $w0^* \in L$, da aus $w^{10} \bmod 3 = 0$ auch $2 \cdot w^{10} \bmod 3 = 0$ folgt. Wir beweisen nun $\bigcup_{k \geq 0} L_k = \{10\}\{1,00\}^k\{01\} \subseteq L$.

Induktionsanfang

Offensichtlich stimmt die Aussage für $k = 0, 1$. Für $k = 0$ ist $w^{10} = 9$, für $k = 1$ $w^{10} = 21$ oder $w^{10} = 33$.

Induktionsschritt

Sei bis k bewiesen. Wir betrachten zunächst den Fall, dass eine 1 an dritter Stelle angefügt wird. In dem Fall gilt für $w = a_n, \dots, a_0$

$$\begin{aligned} w_{neu}^{10} &= \left(\frac{(w^{10} - (a_1 a_0)^{10})}{2} + 1 \right) \cdot 4 + (a_1 a_0)^{10} \\ &= 2w^{10} + 3 \quad \mid \quad (a_1 a_0)^{10} \text{ ist hier immer } 1 \end{aligned}$$

Dies macht man sich folgendermaßen klar, wir betrachten als Beispiel die Zahl $w = 1001$.

Binär	Operation	Dezimal
1001	-1	9
1000	$\div 2$	
100	+1	
101	$\cdot 4$	
10100	+1	
10101		21

Nach Voraussetzung ist w bereits durch 3 teilbar, mithin auch $2w$ und daher auch $2w + 3$.

Falls an dritter und vierter Stelle 00 eingehängt wird, so ergibt sich

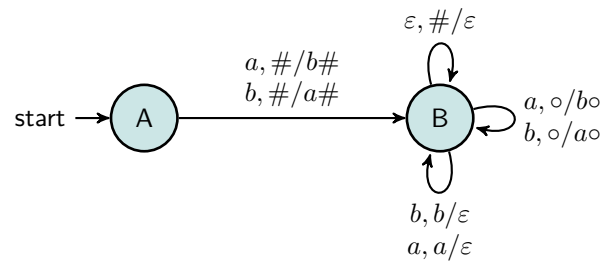
$$\begin{aligned} w_{neu}^{10} &= (w^{10} - (a_1 a_0)^{10}) \cdot 4 + (a_1 a_0)^{10} \\ &= 4w^{10} - 4 + 1 \\ &= 4w^{10} - 3 \end{aligned}$$

Mit derselben Argumentation gilt auch hier $w_{neu} \in L$.

Aufgabe 5.3

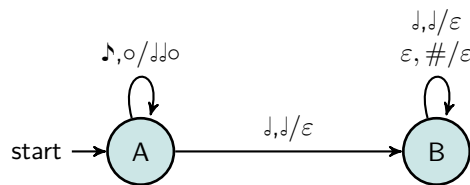
a)

Ein NDKA mit Akzeptanz durch leeren Keller kann so aussehen:



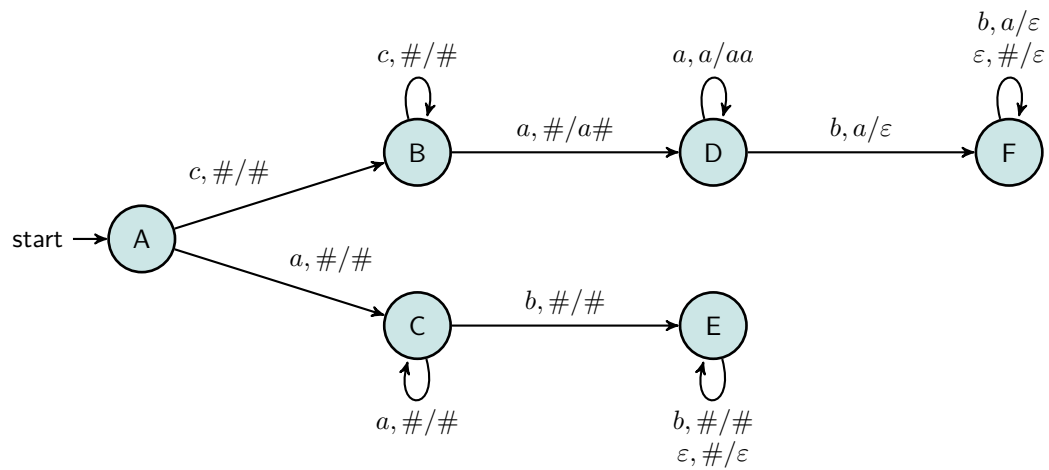
b)

Ein NDKA mit Akzeptanz durch leeren Keller kann so ausssehen:

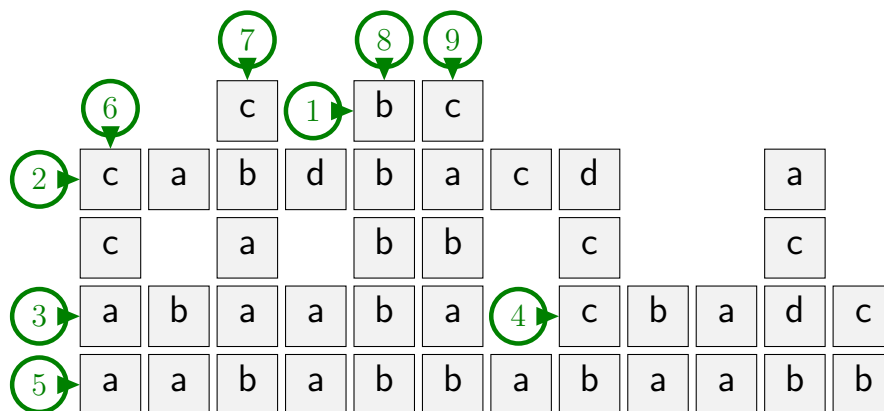


c)

Ein NDKA mit Akzeptanz durch leeren Keller kann so ausssehen:

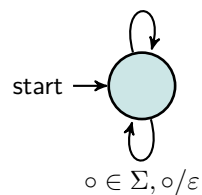


Aufgabe 5.4



Aufgabe 5.5

$\varepsilon, S/A$ $\varepsilon, S/AS$
 $\varepsilon, S/\colon D$ $\varepsilon, A/BB$
 $\varepsilon, A/CBC$ $\varepsilon, B/CC$
 $\varepsilon, B/\downarrow$ $\varepsilon, C/\downarrow$
 $\varepsilon, C/\uparrow$ $\varepsilon, D/S\colon$
 $\varepsilon, D/S\colon S$



Wir zeigen, dass $w_1 = \downarrow\downarrow\downarrow\colon\uparrow\downarrow\downarrow\colon$ von diesem Automaten akzeptiert wird.

