Prof. Dr. M. Chimani
Dipl.-Inf. S. Beyer
Dipl.-Math. I. Hedtke

Universität Osnabrück
Theoretische Informatik
Sommersemester 2014

# Übungsblatt 5 zur
# Informatik A: Einführung in die Theoretische Informatik

Ausgabe: 26. Mai — Besprechung: 2.–4. Juni

### Aufgabe 5.1. Schleifenfreie NDEAen

Wir betrachten schleifenfreie NDEAen, d. h., dass Übergänge von Zustand $Z_i \in \mathcal{Z}$ nach $Z_i$ verboten sind. Überlegen Sie, ob schleifenfreie NDEAen und „normale“ NDEAen gleich mächtig sind. Wenn ja, erklären Sie, wie man dies mit einer Transformation zeigen könnte. Wenn nein, geben Sie einen NDEA an, der sich nicht durch einen schleifenfreien NDEA simulieren lässt, und begründen Sie, warum dies nicht möglich ist.

### Aufgabe 5.2. Regulärer Ausdruck, Induktion

Die Sprache $L$ der Binärdarstellungen von positiven, durch 3 teilbaren Zahlen (ohne führende Nullen) ist regulär. Sie wird durch den regulären Ausdruck

$$r = (11 \mid (10(1 \mid 00)^*01))\,0^*$$

beschrieben. Um dies zu beweisen, wäre einerseits zu zeigen, dass alle positiven, durch 3 teilbaren Binärzahlen (also alle Wörter in $L$) durch $r$ beschrieben werden, und andererseits, dass $r$ nur die Wörter aus $L$ beschreibt.

Zeigen Sie die Richtung, dass $r$ nur Wörter aus $L$ beschreibt.

*Hinweis:* Zeigen Sie zunächst: Falls $w \in L$, dann ist auch $w0^* \in L$. Zeigen Sie anschließend mittels *vollständiger Induktion*, dass die Sprache $\bigcup_{k\geq 0} L_k$ mit $L_k = \{10\}\{1, 00\}^k\{01\}$ in $L$ enthalten ist.

### Aufgabe 5.3. NDKA

Von den folgenden Sprachen wissen wir, dass sie nicht regulär sind. Zeigen Sie, dass die Sprachen kontextfrei sind, indem Sie jeweils einen NDKA mit Kelleralphabet $\Gamma = \Sigma \cup \{\#\}$ angeben.

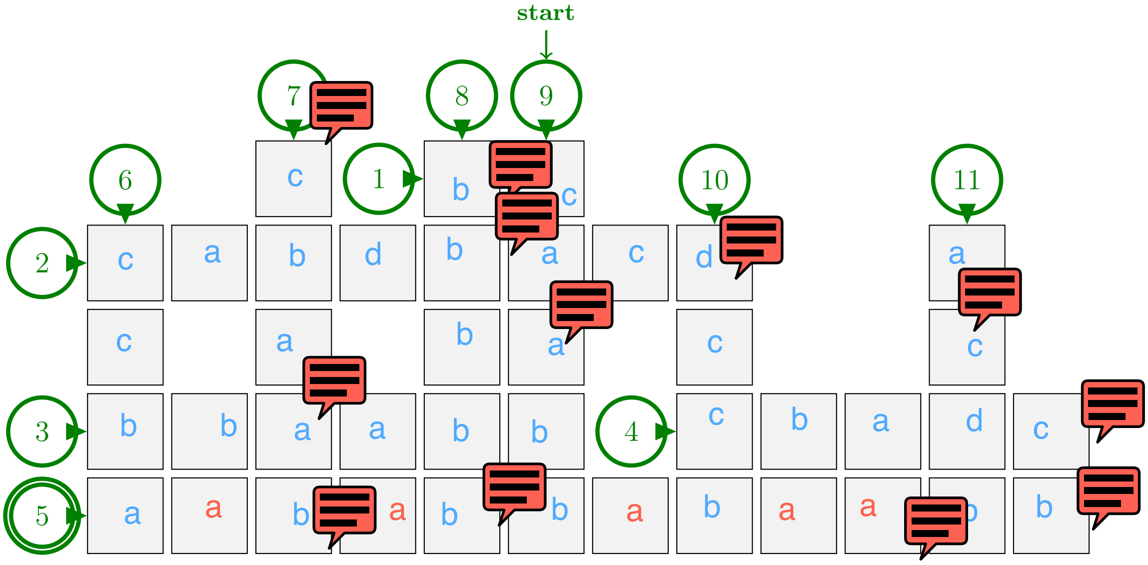
**(a)** $\{w \in \{a, b\}^* \setminus \{\varepsilon\} \mid w \text{ enthält gleich viele } a \text{ und } b\}$

**(b)** $\{♪^i ♩^{2i} \mid i \geq 1\}$

**(c)** $\{c^j a^i b^i \mid i, j \geq 1\} \cup \{a^j b^i \mid i, j \geq 1\}$

### Aufgabe 5.4. Kreuzworträtsel

Lösen Sie das folgende Kreuzworträtsel. Die Automaten sind NDKAen, deren Keller am Anfang immer nur das Symbol „#“ enthält. Sind Endzustände markiert, so handelt es sich um einen Kellerautomaten, der durch Endzustände akzeptiert, ansonsten akzeptiert er durch leeren Keller. Die Automaten benutzen die Alphabete $\Sigma := \{a, b, c, d\}$ und $\Gamma := \Sigma \cup \{\#\}$.




1

$S \to aA \mid bB \mid EEE$

$A \to CBC \mid ED \mid C \mid CB$

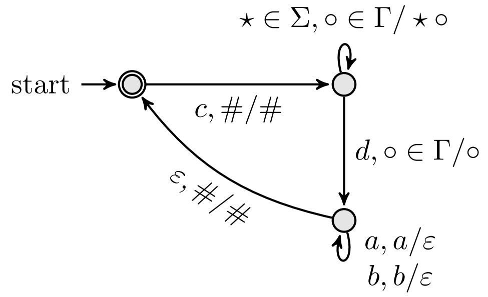
$B \to D \mid c \mid Dc$

$C \to b \mid Eb$

$D \to CC \mid BS \mid E$

$E \to D \mid S$

2




3 $\{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$

4

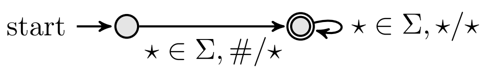
$S \to cAc \mid aSa \mid bSb \mid ddS \mid ada$

$A \to bad \mid AbA \mid AAA$

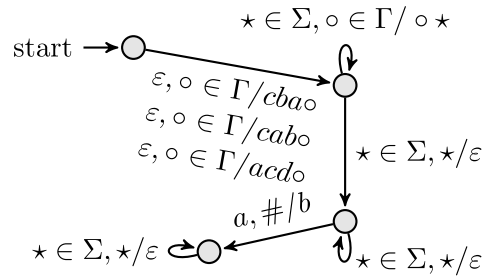
5 $S \to ab \mid aSb \mid SS$

6 $\{c^iba^{i-1} \mid i \geq 1\} \cup \{c^ia^i \mid i \geq 1\}$

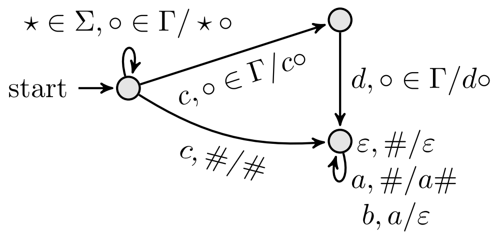
8



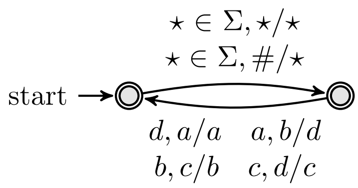

7



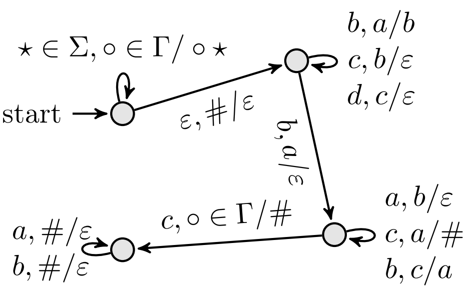

9




10




11



## Aufgabe 5.5. Kontextfreie Grammatik → NDKA-AdLK und Wortproblem

Erstellen Sie aus der folgenden Grammatik über $\Sigma = \{$𝅗𝅥, ♩, ♫, ‖:, :‖$\}$—gemäß dem Vorgehen aus der Vorlesung—einen NDKA-AdLK.

$S \to A \mid AS \mid$ ‖:$D$

$A \to BB \mid CBC$

$B \to CC \mid$ 𝅗𝅥

$C \to$ ♩ $\mid$ ♫

$D \to S$:‖ $\mid$ $S$:‖$S$

Zeigen Sie (am Automaten) für $w_1 =$ 𝅗𝅥♩♩‖:♫𝅗𝅥♩:‖ und $w_2 =$ 𝅗𝅥♫, ob sie in der Sprache enthalten sind.

## Aufgabe 5.6. Deterministisch kontextfreie Sprache

Zeigen Sie, dass die Sprache aller korrekt geklammerten Klammerfolgen über $\Sigma = \{(,)\}$ *deterministisch kontextfrei* ist. Beachten Sie, dass das leere Wort auch eine korrekt geklammerte Klammerfolge ist.

Bezint, eer ge begint.