

Übungsblatt 8 zur Informatik I: Einführung in die Theoretische Informatik

Ausgabe: 20. Juni

Besprechung: 30. Juni–2. Juli

Aufgabe 8.1. Turingmaschine: Binären Logarithmus unär ausgeben

Erstellen Sie eine Turingmaschine, die eine binär kodierte, natürliche Zahl $\alpha > 0$ als Eingabe erhält, und $\lfloor \log_2 \alpha \rfloor$ unär kodiert (mit dem Symbol a) ausgibt.

Aufgabe 8.2. Turingmaschine: Collatz-Folge (unär)

Sei $\alpha > 0$ eine beliebige natürliche Zahl. Wir definieren

$$C(\alpha) := \begin{cases} \frac{\alpha}{2} & \text{wenn } \alpha \text{ gerade ist,} \\ 3\alpha + 1 & \text{wenn } \alpha \text{ ungerade ist.} \end{cases}$$

Es gibt die (unbewiesene) Vermutung, dass die Folge $\alpha, C(\alpha), C(C(\alpha)), C(C(C(\alpha))), \dots$ immer in einem Zyklus $4, 2, 1, 4, 2, 1, \dots$ landet. Die Folge nennt sich *Collatz-Folge*.

Ihre Aufgabe ist es nun, einen Schritt der Collatz-Folge auf einer Turingmaschine nachzuvollziehen. Dazu ist die Zahl α in *unärer* Kodierung (mit dem Symbol a) gegeben und es soll $C(\alpha)$ in abermals unärer Kodierung berechnet werden. Das endliche Arbeitsalphabet Γ darf neben a und \square beliebige Symbole enthalten.

- (a) Erstellen Sie eine (deterministische) Turingmaschine für den Fall, dass α *ungerade* ist.

Anmerkung: Vergessen Sie nicht, dass am Ende der SL-Kopf immer am linken Zeichen des Ergebnisses stehen muss.

- (b) Erklären Sie in Worten das Vorgehen einer Turingmaschine, die $C(\alpha)$ berechnet.

Beispiel: „Ich gehe ans linke Ende der Eingabe, also bis ich ein \square lese, und schreibe ein $\$$ in die Zelle.“

Aufgabe 8.3. LBA: Unterschiedliche Definitionen

In der Vorlesung wurde ein LBA wie folgt definiert: *Ein LBA ist eine Turingmaschine, die nur auf die durch die Eingabe belegten Zellen schreibt. Die Zellen links und rechts der Eingabe werden nur zur Grenzüberprüfung gelesen.*

Wir können einen LBA auch wie folgt definieren: *Ein LBA ist eine Turingmaschine, die nur auf $O(n)$ viele Zellen schreibt, wobei n die Länge der Eingabe ist.*

Auf den ersten Blick wirkt diese Definition mächtiger als die aus der Vorlesung. Dies ist aber nicht der Fall. Erklären Sie, warum die beiden Definitionen äquivalent sind.

Aufgabe 8.4. GOTO- und WHILE-Programme

Schreiben Sie

- (a) ein GOTO-Programm (mit Zuweisung, Addition und Subtraktion von Konstanten c , sowie `goto L_j` , `if ($x_i \neq 0$) goto L_j` und `halt`) und
- (b) ein WHILE-Programm (mit Zuweisung, Addition und Subtraktion von Konstanten c , sowie Verkettung `(;)`, `while($x_i \neq 0$) { ... }` und `if($x_i \neq 0$) { ... } else { ... }`),

das mit Eingabevariablen x_1, x_2 den Wert $x_3 := \min(x_1, x_2)$ berechnet.

Beachten Sie, dass x_1 und x_2 nicht verändert werden dürfen und dass in `if` und `while` eine Variable nur auf Ungleichheit zu Null überprüft werden darf!

Aufgabe 8.5. Schnipseljagd

In der Tradition einer einfachen Kreuzchenaufgabe pro Übungsblatt ist diese Aufgabe nun etwas Besonderes, nämlich die Bitte an einer anonymen Forschungsumfrage teilzunehmen. Vielen Dank im Voraus für Ihre Mitarbeit!

Thema der Umfrage: Wann sind Graphen „gut“ gezeichnet?

Die Umfrage besteht aus insgesamt zehn „Bildpaaren“.

Jedes Bildpaar zeigt Ihnen zwei Graphenzeichnungen. In beiden Zeichnungen ist derselbe Graph abgebildet, jedoch von zwei unterschiedlichen Algorithmen gezeichnet.

Die Algorithmenauswahl sowie welches Bild links und welches rechts steht, ist dabei zufällig. Es ist auch *nicht* Ihre Aufgabe, Vermutungen über die Algorithmen anzustellen.

Bei jedem Bildpaar sollen Sie entscheiden, welche der beiden Zeichnungen „besser“ ist. Diese Frage ist bewusst abstrakt gehalten, da dies nicht formal definierbar ist. Es geht **nicht** um Ästhetik der Zeichnung! Das „bessere“ Bild ist das, bei dem Sie *intuitiv* meinen, die Graphenstruktur oder Grapheneigenschaften (stark verbundene Komponenten, dünne Stellen, nahe benachbarte Knoten, Länge des kürzesten Weges zwischen zwei Knoten, etc.) besser zu erkennen.

Ablauf der Umfrage.

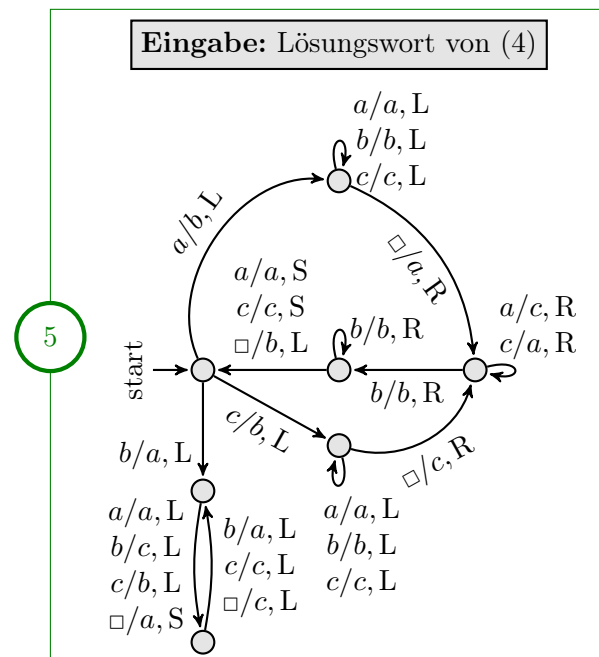
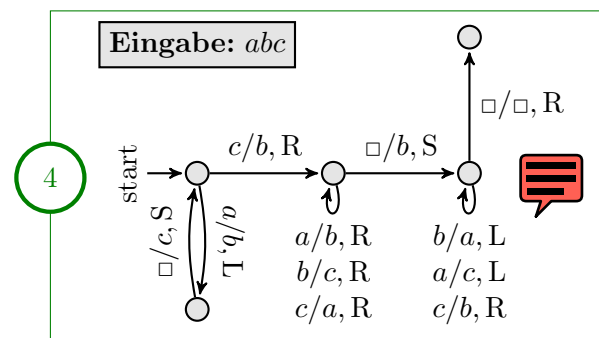
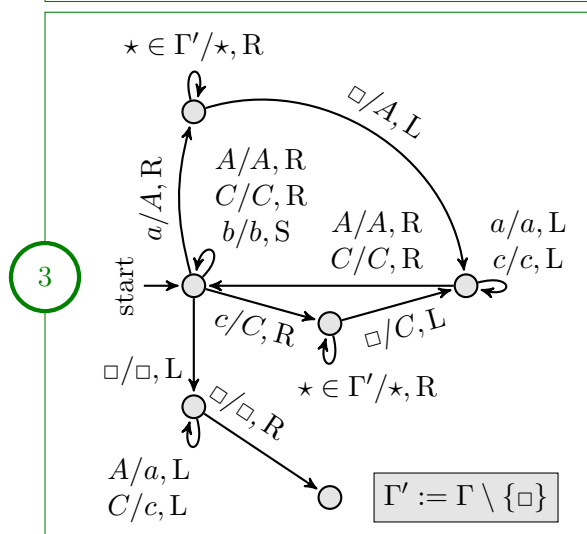
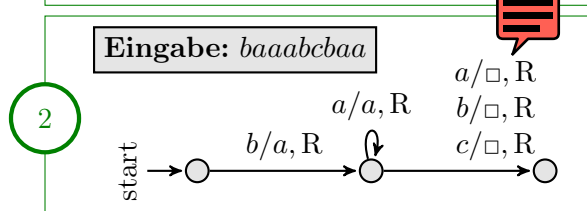
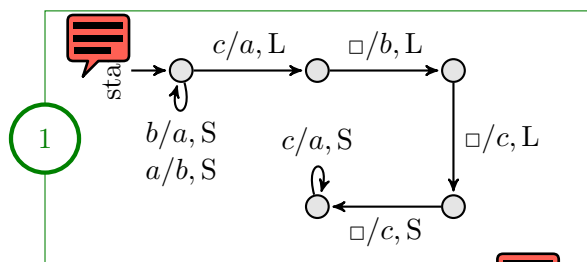
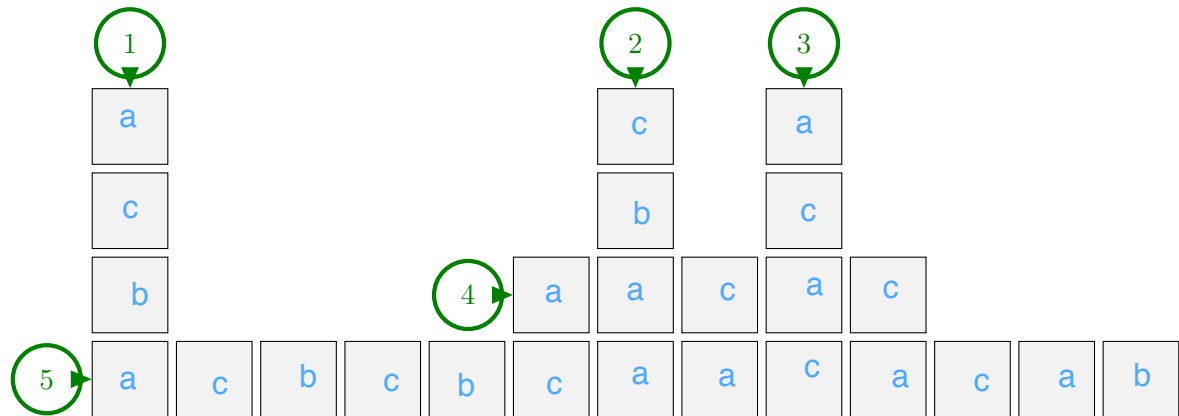
Sie erhalten von Ihrem Übungsleiter in der Übungseinheit der Besprechung von Blatt 7 ein anonymes Zettelchen mit einer URL. Diese URL hat die Form `http://129.78.10.186/login/XXXXXX`, wobei XXXXXX ein eindeutiger Schlüssel ist.

Achtung: Der Schlüssel kann nur **einmal** benutzt werden! Sollten Sie jedoch z. B. nach 5 der 10 Bildpaaren abbrechen, können Sie (so die Theorie) später an dieser Stelle fortsetzen. Versuchen Sie jedoch, es am besten „in einem Rutsch“ zu machen; Ihre Antwortqualität steigt dadurch.

Bewertung der Umfrage.

Wenn Sie an der Umfrage teilgenommen haben, können Sie diese Aufgabe als gelöst ankreuzen. Da die Umfrage anonym ist, können wir es nicht einzeln überprüfen. Wir bauen auf Ihre Fairness (und auf die Tatsache, dass der Aufwand der Aufgabe sehr überschaubar ist). Darüber hinaus bitten wir Sie, die Umfrage nach bestem Wissen und Gewissen zu machen, und nicht absichtlich zu sabotieren, Zufallsantworten zu geben, oder ähnliches.

Ist keine Eingabe explizit gegeben, so müssen Sie die Eingabe selbständig mithilfe des Kreuzworträtsels schlussfolgern.



מִזֵּל וְכֶף טֹב