පිළිතුරු

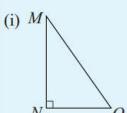


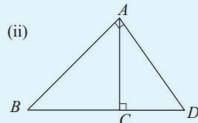
17

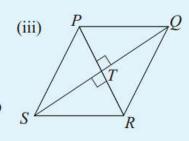
පයිතගරස් පුමේයය

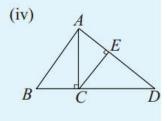
17.1 අභාගාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයට අදාළ හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.









$$MO^2 = MN^2 + NO^2$$

$$BD^2 = BA^2 + AD^2 \qquad PQ^2 = PT^2 + TQ^2$$

$$AB^2 = AC^2 + CB^2$$

$$PQ^2 = PT^2 + TQ^2$$

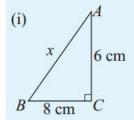
$$AD^2 = AC^2 + CD^2$$
 $QR^2 = QT^2 + TR^2$

$$AB^2 = \overset{\text{B.C.}}{\cancel{\sim}} + AC^2$$

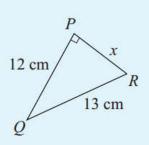
$$A\underline{C}^2 = AE^2 + EC^2$$

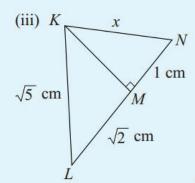
$$AD^2 = AC^2 + .CD^2$$

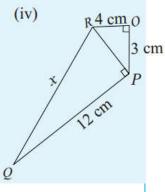
 $oldsymbol{2}$. පහත දැක්වෙන එක් එක් සෘජුකෝණික තුිකෝණයේ $oldsymbol{x}$ මගින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.



(ii)







$$AB^{2} = AC^{2} + CB^{2}$$

$$x^{2} = 6^{2} + 8^{2}$$

$$= 36 + 64$$

$$= 100$$

$$x = \sqrt{100}$$

$$x = 10 cm$$

$$QR^{2} = QP^{2} + PR^{2}$$

$$13^{2} = 12^{2} + x^{2}$$

$$169 = 144 + x^{2}$$

$$x^{2} = 169 - 144$$

$$= 25$$

$$x = \sqrt{25}$$

$$x = 5 cm$$

$$(\sqrt{5})^2 = KM^2 + (\sqrt{2})^2$$

$$5 = KM^2 + 2$$

$$KM^2 = 3$$

$$KN^2 = KM^2 + MN^2$$

$$x^2 = 3 + 1^2$$

$$= 4$$

$$x = \sqrt{4}$$

$$\underline{x = 2 cm}$$

 $KL^2 = KM^2 + ML^2$

$$= 4^{2} + 3^{2}$$

$$= 16 + 9$$

$$= 25$$

$$RQ^{2} = RP^{2} + PQ^{2}$$

$$= 25 + 12^{2}$$

$$= 25 + 144$$

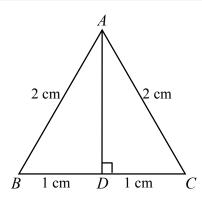
$$= 169$$

$$RQ = \sqrt{169}$$

$$x = 13 cm$$

 $RP^2 = RO^2 + OP^2$

3. ABC සමපාද තිකෝණයේ A ශීර්ෂයේ සිට BC පාදයට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය D වේ. තිකෝණයේ පාදයක දිග $2~{\rm cm}$ නම් AD පාදයේ දිග සොයන්න (පිළිතුරු කරණි ආකාරයෙන් දක්වන්න).



$$AB^{2} = AD^{2} + DB^{2}$$

$$2^{2} = AD^{2} + 1^{2}$$

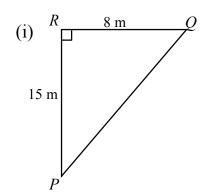
$$4 = AD^{2} + 1$$

$$AD^{2} = 4 - 1$$

$$AD^{2} = 3$$

$$AD = \sqrt{3} \text{ cm}$$

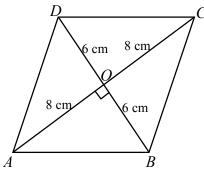
- **4.** තිරස් පොළොව මත පිහිටි P ලක්ෂායක සිට උතුරට $15~{
 m m}$ ගමන් කර එතැන් සිට නැගෙනහිර දිශාවට $8~{
 m m}$ ගමන් කිරීමෙන් Q ලක්ෂායට ළඟා වේ.
 - (i) ඉහත තොරතුරු දළ රූප සටහනක දක්වන්න.
 - (ii) PQ දුර සොයන්න.



(ii)
$$PQ^2 = PR^2 + RQ^2$$

= $15^2 + 8^2$
= $225 + 64$
= 289
 $PQ = \sqrt{289}$
 $PQ = 17 \text{ m}$

5. රොම්බසයක විකර්ණ දෙකෙහි දිග 12 cm හා 16 cm වේ. එහි පැත්තක දිග සොයන්න.



$$AB^{2} = AO^{2} + OB^{2}$$

$$= 8^{2} + 6^{2}$$

$$= 64 + 36$$

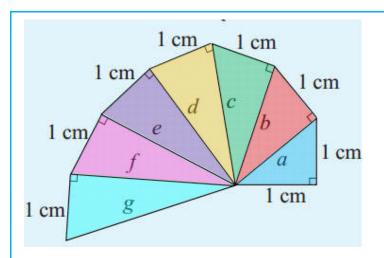
$$= 100$$

$$AB = \sqrt{100}$$

$$AB = 10 \text{ cm}$$

රොම්බසයේ පැත්තක දිග $= 10~{
m cm}$

6. රූපයේ දැක්වෙන්නේ ආකිමිඩිස් සර්පිලය නමින් හැඳින්වෙන විශේෂ නිර්මාණයකි. එහි දී ඇති මිනුම් අනුව එක් එක් සෘජුකෝණික තිකෝණය 1 ය ඇසුරෙන් a, b, c, d, e, f හා g වල අගයයන් සොයන්න (පිළිතුරු කරණි ආකාරයෙන් දක්වන්න).



$$a^{2} = 1^{2} + 1^{2}$$

$$= 1 + 1$$

$$= 2$$

$$\underline{a = \sqrt{2} \text{ cm}}$$

$$b^{2} = a^{2} + 1^{2}$$

$$= 2 + 1$$

$$= 3$$

$$b = \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$c^{2} = b^{2} + 1^{2}$$

$$= 3 + 1$$

$$= 4$$

$$c = \sqrt{4} \text{ cm}$$

$$d^{2} = c^{2} + 1^{2}$$

$$= 4 + 1$$

$$= 5$$

$$d = \sqrt{5} \text{ cm}$$

$$e^{2} = d^{2} + 1^{2}$$

$$= 5 + 1$$

$$= 6$$

$$e = \sqrt{6} \text{ cm}$$

$$f^{2} = e^{2} + 1^{2}$$

$$= 6 + 1$$

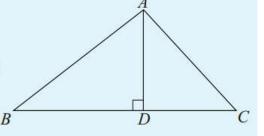
$$= 7$$

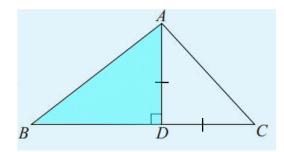
$$f = \sqrt{7} \text{ cm}$$

$$g^{2} = f^{2} + 1^{2}$$
$$= 7 + 1$$
$$= 8$$
$$g = \sqrt{8} \text{ cm}$$

17.2 අභාහාසය

1. ABC තිකෝණයේ AD උච්චයකි. (රූපය බලන්න) AD = DC නම්, $AB^2 = BD^2 + DC^2$ බව සාධනය කරන්න.



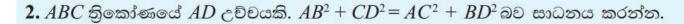


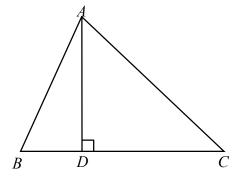
$$AD = DC$$
 (දක්තය)

ABD තුිකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$AB^2 = BD^2 + \underline{AD}^2$$

$$\underline{AB^2 = BD^2 + DC^2}$$
 ($AD = DC$ නිසා)





$$AB^2 = BD^2 + AD^2 \quad \longrightarrow \quad \textcircled{1}$$

 $AD\mathcal{C}$ තිකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

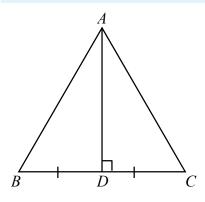
$$AC^2 = AD^2 + CD^2$$

$$CD^2 = AC^2 - AD^2 \rightarrow \bigcirc$$

$$1 + 2 AB^2 + CD^2 = BD^2 + AD^2 + AC^2 - AD^2$$

$$AB^2 + CD^2 = AC^2 + BD^2$$

 ${f 3.}~ABC$ සමපාද තිකෝණයේ AD උච්චයකි. $4~AD^2=3~BC^2$ බව සාධනය කරන්න.



$$AB = BC = AC$$
, $BD = \frac{1}{2}BC$

ABD තුකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

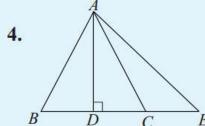
$$BC^2 = AD^2 + \left(\frac{1}{2}BC\right)^2$$

$$BC^2 = AD^2 + \frac{1}{4}BC^2$$

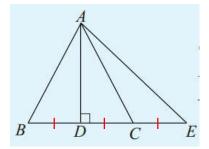
$$4BC^2 = 4AD^2 + BC^2$$

$$4BC^2 - BC^2 = 4AD^2$$

$$4AD^2 = 3BC^2$$



රූපයේ දැක්වෙන ABC සමපාද තිකෝණයේ, AD උච්චයකි. DC = CE වන සේ BC පාදය E තෙක් දික් කර ඇත. $AE^2 = 7 \ EC^2$ බව සාධනය කරන්න.



$$AB = BC = AC$$

$$BD = DC = CE$$

ABD තුකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

$$AD^2 = AB^2 - BD^2 \longrightarrow \text{(1)}$$

ADE තුිකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$AE^{2} = AD^{2} + DE^{2}$$

$$= AB^{2} - BD^{2} + DE^{2}$$

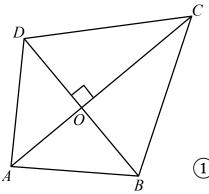
$$= BC^{2} - BD^{2} + DE^{2}$$

$$= (2EC)^{2} - EC^{2} + (2EC)^{2}$$

$$= 4EC^{2} - EC^{2} + 4EC^{2}$$

$$AE^{2} = 7EC^{2}$$

5. ABCD චතුරසුයේ විකර්ණ O හි දී සෘජුකෝණී ව ඡේදනය වේ. $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$ බව සාධනය කරන්න.



ABO තිකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$AB^2 = AO^2 + OB^2 \longrightarrow \textcircled{1}$$

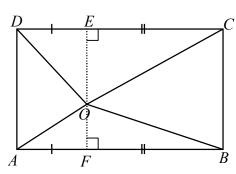
CDO තුිකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$CD^2 = DO^2 + OC^2 \rightarrow \bigcirc$$

① + ② ;
$$AB^2 + CD^2 = AO^2 + DO^2 + OB^2 + OC^2$$

 $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$

6. O යනු ABCD ඍජුකෝණාසුය තුළ පිහිටි ලක්ෂායකි. $AO^2 + CO^2 = BO^2 + DO^2$ බව සාධනය කරන්න. (ඉඟිය: ABCD හි ඕනෑ ම පාදයකට සමාන්තරව O හරහා රේඛාවක් අඳින්න)



$$AF = DE$$
 , $FB = EC$

AFO තිකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$AO^2 = AF^2 + OF^2 \rightarrow \textcircled{1}$$

OEC තිකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

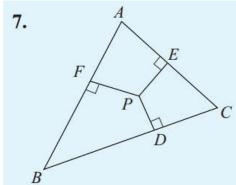
$$CO^2 = OE^2 + EC^2 \longrightarrow ②$$

$$1 + 2 ; AO^{2} + CO^{2} = AF^{2} + OE^{2} + OF^{2} + EC^{2}$$

$$= DE^{2} + OE^{2} + OF^{2} + FB^{2}$$

$$= DO^{2} + BO^{2}$$

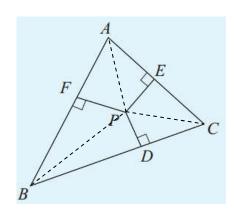
$$AO^2 + CO^2 = BO^2 + DO^2$$



ABC තිකෝණය තුළ P ලක්ෂාය පිහිටා තිබේ. P සිට BC, AC හා AB පාදවලට අඳින ලද ලම්බවල අඩි පිළිවෙළින් D, E හා F වේ.

(i)
$$BP^2 - PC^2 = BD^2 - DC^2$$
 බවත්

(ii) $BD^2 + CE^2 + AF^2 = CD^2 + AE^2 + BF^2$ බවත් සාධනය කරන්න.



(i) PDB තුිකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$BP^2 = BD^2 + PD^2 \longrightarrow \mathbb{1}$$

PDC තුකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$PC^2 = PD^2 + DC^2 \rightarrow ②$$

①-②;
$$BP^2 - PC^2 = BD^2 + PD^2 - (PD^2 + DC^2)$$

= $BD^2 + PD^2 - PD^2 - DC^2$

$$\underline{BP^2 - PC^2 = BD^2 - DC^2}$$

(ii)
$$BD^2 = PB^2 - PD^2 \rightarrow 3$$

$$CE^2 = PC^2 - PE^2 \rightarrow \textcircled{4}$$

$$AF^2 = PA^2 - PF^2 \rightarrow \bigcirc$$

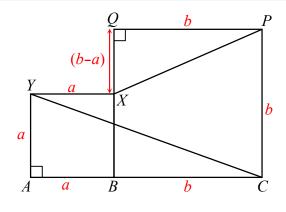
③+④+⑤;
$$BD^2 + CE^2 + AF^2 = PB^2 - PD^2 + PC^2 - PE^2 + PA^2 - PF^2$$

$$= PC^2 - PD^2 + PA^2 - PE^2 + PB^2 - PF^2$$

$$= CD^2 + AE^2 + BF^2$$

$$BD^2 + CE^2 + AF^2 = CD^2 + AE^2 + BF^2$$

8. ABC සරල රේඛාවේ එකම පැත්තේ ABXY හා BCPQ සමචතුරසු දෙක පිහිටා ඇත. $PX^2 + CY^2 = 3 \; (AB^2 + BC^2)$ බව සාධනය කරන්න.



ABXY සමචතුරසුයේ පැත්තක දිග a යැයි ද BCPQ සමචතුරසුයේ පැත්තක දිග b යැයි ද ගනිමු.

PQX තුිකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$PX^2 = PQ^2 + QX^2 \longrightarrow \text{(1)}$$

ACY තුකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$CY^2 = AC^2 + AY^2 \rightarrow \bigcirc$$

①+②;
$$PX^2 + CY^2 = PQ^2 + QX^2 + AC^2 + AY^2$$

 $= b^2 + (b - a)^2 + (a + b)^2 + a^2$
 $= b^2 + (b^2 - 2ab + a^2) + (a^2 + 2ab + b^2) + a^2$
 $= b^2 + b^2 - 2ab + a^2 + a^2 + 2ab + b^2 + a^2$
 $= 3a^2 + 3b^2$
 $= 3(a^2 + b^2)$
 $PX^2 + CY^2 = 3(AB^2 + BC^2)$

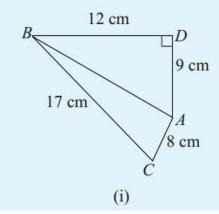
17.3 අභාගාසය

1. (i) (8, 15, 17) (ii) (14, 18, 25) ලෙස දැක්වෙන්නේ තිකෝණ දෙකක පාදවල මිනුම් නම් එම තිකෝණ දෙකෙන්, ඍජුකෝණික තිකෝණයක් වන්නේ කවර තිකෝණය දැයි තෝරන්න. ඒ අනුව, "පයිතගරස් තිත්වය" ලියා දක්වන්න.

(i)
$$8^2 + 15^2 = 64 + 225$$
 (ii) $14^2 + 18^2 = 196 + 324$
= 289 = 520
= 17^2 $\neq 25^2$

 \div (i) මගින් දැක්වෙන්නේ සෘජුකෝණික තිුකෝණයකි.

පයිතගරස් තුිත්වය ightarrow (8, 15, 17)



ABD තිකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$BA^{2} = BD^{2} + DA^{2}$$

$$= 12^{2} + 9^{2}$$

$$= 144 + 81$$

$$= 225$$

$$BA = \sqrt{225}$$

$$BA = 15$$

ABC තිකෝණයේ

$$BA^{2} + AC^{2} = 15^{2} + 8^{2}$$

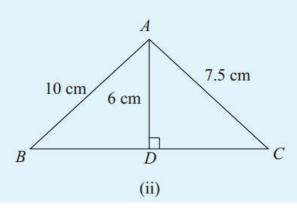
$$= 225 + 64$$

$$= 289$$

$$= 17^{2}$$

$$= BC^{2}$$

- $\therefore BAC$ ඍජුකෝණික තිුකෝණයකි.
- $\therefore B \hat{A} C$ සෘජුකෝණයකි.



ABD සහ ADC තිකෝණවලට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$AB^{2} = AD^{2} + DB^{2}$$

$$BD^{2} = AB^{2} - AD^{2}$$

$$= 10^{2} - 6^{2}$$

$$= 100 - 36$$

$$= 64$$

$$BD = \sqrt{64}$$

$$BD = 8$$

$$AC^{2} = AD^{2} + DC^{2}$$

$$DC^{2} = AC^{2} - AD^{2}$$

$$= 7.5^{2} - 6^{2}$$

$$= (\frac{15}{2})^{2} - 6^{2}$$

$$= \frac{225}{4} - 36$$

$$= \frac{225 - 144}{4}$$

$$= \frac{81}{4}$$

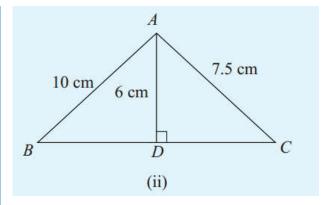
$$DC = \sqrt{\frac{81}{4}}$$

$$DC = \frac{9}{2}$$

$$DC = 4.5$$

$$BC = BD + DC$$

= 8 + 4.5
= 12.5 cm



ABC තිකෝණයේ

$$AB^{2} + AC^{2} = 10^{2} + 7.5^{2}$$

$$= 10^{2} + (\frac{15}{2})^{2}$$

$$= 100 + \frac{225}{4}$$

$$= \frac{400 + 225}{4}$$

$$= \frac{625}{4}$$

$$= \frac{25^{2}}{2^{2}}$$

$$= (\frac{25}{2})^{2}$$

$$= 12.5^{2}$$

$$= BC^{2}$$

dots BAC සෘජුකෝණික තිුකෝණයකි.

 $\therefore B\hat{A}\mathcal{C}$ සෘජුකෝණයකි.

3. පහත දැක්වෙන වගුව සම්පූර්ණ කරමින් "පයිතගරස් තිුත්ව"සොයන්න. ඔබේ පිළිතුරු සනාථ කරන්න.

x	у	χ^2	y^2	а	b	c	පයිතගරස් තිුත්වය
3		,		x^2-y^2	2xy	$x^2 + y^2$	
2	1						
5	4						
4	3						
6	5						
7	5		3				

x	у	x^2	y ²	$\frac{a}{x^2 - y^2}$	b 2xy	$\frac{c}{x^2 + y^2}$	පයිතගරස් කිුත්වය
2	1	4	1	3	4	5	3,4,5
5	4	25	16	9	40	41	9,40,41
4	3	16	9	7	24	25	7,24,25
6	5	36	25	11	60	61	11,60,61
7	5	49	25	24	70	74	24,70,74

$$3^{2} + 4^{2} = 9 + 16$$

= 25
= 5^{2}

 $\therefore 3, 4, 5$ පයිතගරස් තිුත්වයකි.

$$7^{2} + 24^{2} = 49 + 576$$

= 625
= 25²

∴ 7 , 24 , 25 පයිතගරස් තුිත්වයකි.

$$24^{2} + 70^{2} = 576 + 4900$$
$$= 5476$$
$$= 74^{2}$$

$$9^2 + 40^2 = 81 + 1600$$

= 1681
= 41²

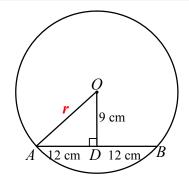
 $\therefore 9,40,41$ පයිතගරස් තිුත්වයකි.

$$11^{2} + 60^{2} = 121 + 3600$$
$$= 3721$$
$$= 61^{2}$$

∴ 11,60,61 පයිතගරස් තිත්වයකි.

මිශු අභාපාසය

 ${f 1.}~O$ කේන්දුය වූ වෘත්තයක කේන්දුයේ සිට ${f 9}~{
m cm}$ දුරින් පිහිටි ${\it AB}$ ජාහයක දිග ${f 24}~{
m cm}$ වෙ. වෘත්තයේ අරය සොයන්න.



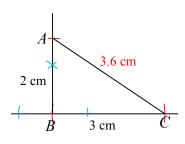
වෘත්තයේ අරය r යැයි ගනිමු.

AOD තිුකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$OA^{2} = OD^{2} + DA^{2}$$

= $9^{2} + 12^{2}$
= $81 + 144$
 $r^{2} = 225$
 $r = \sqrt{225}$
 $r = 15 \text{ cm}$

2. AB = 2 cm, BC = 3 cm හා \hat{B} සෘජුකෝණයක් වූ ABC තිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. ඔබ අඳින ලද තිකෝණය අදාළ කර ගනිමින් $\sqrt{13}$ හි අගය පළමු දශමස්ථානයට සොයන්න.



AC පාදයේ දිග $= 3.6 \ cm$

ABC තිකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$AC^{2} = AB^{2} + BC^{2}$$

$$= 2^{2} + 3^{2}$$

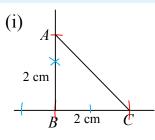
$$= 4 + 9$$

$$= 13$$

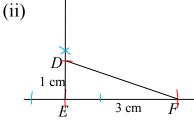
$$AC = \sqrt{13}$$

$$\therefore \sqrt{13} = 3.6 \ cm$$

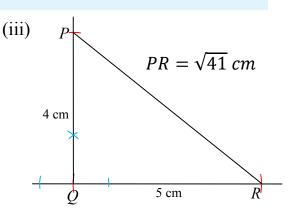
- 3. පහත දැක්වෙන එක් එක් දිග සහිත රේඛා ඛණ්ඩ නිර්මාණය කරන්න.
 - (i) $\sqrt{8}$ cm
- (ii) $\sqrt{10}$ cm
- (iii) $\sqrt{41}$ cm



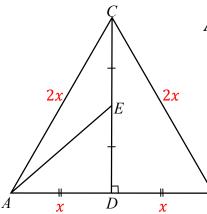
 $AC = \sqrt{8} cm$



$$DF = \sqrt{10} \ cm$$



4. ABC යනු සමපාද තිකෝණයකි. AB හි මධා ලක්ෂාය D ද CD හි මධා ලක්ෂාය E ද වේ. 16 $AE^2=7AB^2$ බව සාධනය කරන්න.



ABC සමපාද තිකෝණයේ පැත්තක දිග 2x යැයි ගනිමු.

$$AC = BC = AB = 2x$$

$$AD = DB = x$$

ACD තිකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$AC^2 = AD^2 + CD^2$$

$$CD^{2} = AC^{2} - AD^{2}$$

$$= (2x)^{2} - x^{2}$$

$$= 4x^{2} - x^{2}$$

$$= 3x^{2}$$

$$CD = \sqrt{3}x$$

$$ED = \frac{1}{2}CD$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{3}x$$

$$= \frac{\sqrt{3}x}{2}$$

ADE තුිකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$AE^{2} = AD^{2} + ED^{2}$$

$$= x^{2} + \left(\frac{\sqrt{3}x}{2}\right)^{2}$$

$$= x^{2} + \frac{3x^{2}}{4}$$

$$= \frac{4x^{2} + 3x^{2}}{4}$$

$$AE^2 = \frac{7x^2}{4}$$

$$4AE^2 = 7x^2$$

$$4AE^2 = 7x^2$$

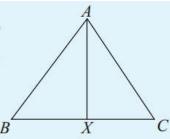
$$4AE^2 = 7\left[\frac{AB}{2}\right]^2$$

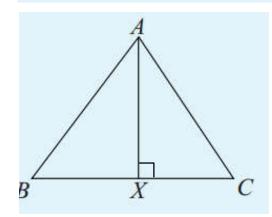
$$4AE^2 = 7 \times \frac{AB^2}{4}$$

$$16AE^2 = 7AB^2$$

$$2x = AB$$
$$x = \frac{AB}{A}$$

5. ABC තිකෝණයේ \hat{B} සුළු කෝණයකි. A සිට BCට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය X වේ. $AC^2=AB^2+BC^2-2$ BC.BX බව සාධනය කරන්න.





ABX තිකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$AB^2 = AX^2 + BX^2$$

$$AX^2 = AB^2 - BX^2 \longrightarrow \textcircled{1}$$

 $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC.BX$

AXC තිකෝණයට පයිතගරස් පුමේයය යෙදීමෙන්

$$AC^{2} = AX^{2} + XC^{2}$$

$$= (AB^{2} - BX^{2}) + XC^{2}$$

$$= AB^{2} - BX^{2} + (BC - BX)^{2}$$

$$= AB^{2} - BX^{2} + BC^{2} - 2BC.BX + BX^{2}$$