පිළිතුරු

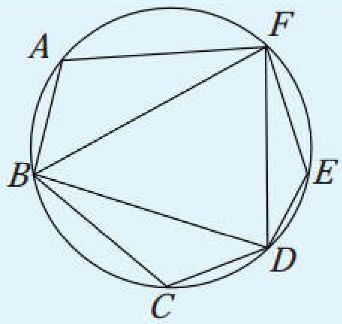
21 වෘත්ත චතුරස්‍ර

11 ශ්‍රේණිය

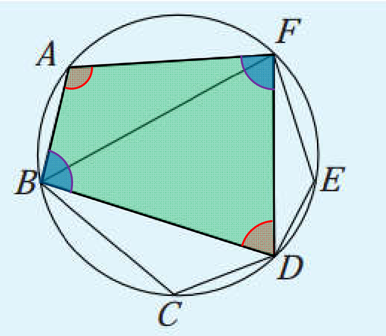
21.1 අභ්‍යාසය

1. (i) රූපයේ ඇති වෘත්ත චතුරස්‍ර සියල්ල ලියා දක්වන්න.

(ii) ඉහත නම් කරන ලද එක් එක් වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ යුගල දෙක ලියා දක්වන්න.



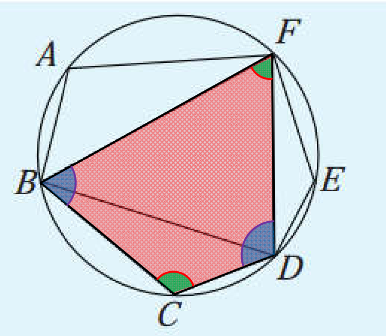
(i)



$ABDF$ වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.

සම්මුඛ කෝණ යුගල (a) $B\hat{A}F$ සහ $B\hat{D}F$

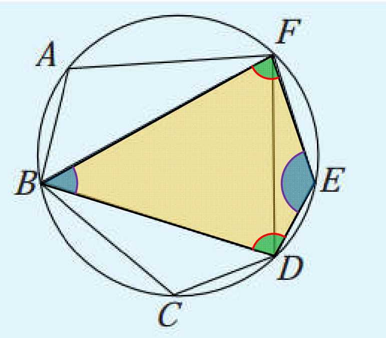
(b) $A\hat{B}D$ සහ $A\hat{F}D$



$BCDF$ වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.

සම්මුඛ කෝණ යුගල (a) $B\hat{C}D$ සහ $B\hat{F}D$

(b) $F\hat{B}C$ සහ $F\hat{D}C$



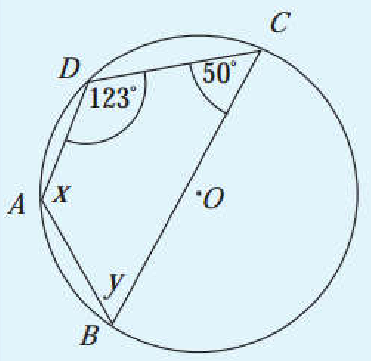
$BDEF$ වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.

සම්මුඛ කෝණ යුගල (a) $B\hat{F}E$ සහ $B\hat{D}E$

(b) $F\hat{B}D$ සහ $F\hat{E}D$

2. දී ඇති තොරතුරු උපයෝගී කරගෙන, සංකේත ඇසුරෙන් දැක්වෙන එක් එක් කෝණවල විශාලත්ව සොයන්න. පහත දැක්වෙන රූපවල O ලෙස නම් කර ඇත්තේ අදාළ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයයි.

(i)

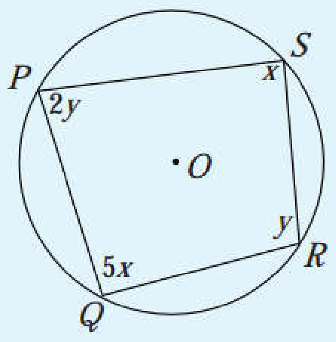


වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

$$x + 50^\circ = 180^\circ$$
$$x = 180^\circ - 50^\circ$$
$$\underline{\underline{x = 130^\circ}}$$

$$y + 123^\circ = 180^\circ$$
$$y = 180^\circ - 123^\circ$$
$$\underline{\underline{y = 57^\circ}}$$

(ii)

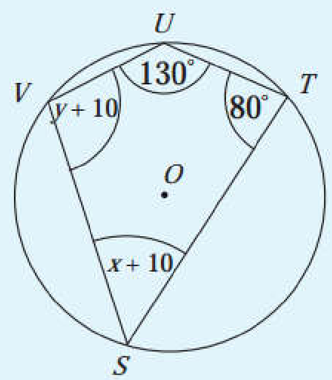


වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

$$x + 5x = 180^\circ$$
$$6x = 180^\circ$$
$$\underline{\underline{x = 30^\circ}}$$

$$y + 2y = 180^\circ$$
$$3y = 180^\circ$$
$$\underline{\underline{y = 60^\circ}}$$

(iii)

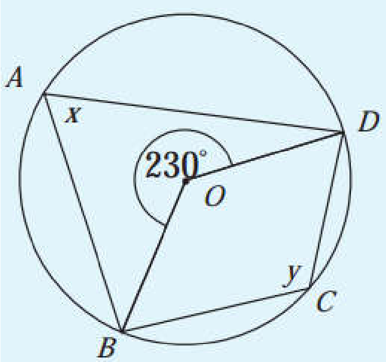


වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

$$(x + 10^\circ) + 130^\circ = 180^\circ$$
$$x + 140^\circ = 180^\circ$$
$$x = 180^\circ - 140^\circ$$
$$\underline{\underline{x = 40^\circ}}$$

$$(y + 10^\circ) + 80^\circ = 180^\circ$$
$$y + 90^\circ = 180^\circ$$
$$y = 180^\circ - 90^\circ$$
$$\underline{\underline{y = 90^\circ}}$$

(iv)



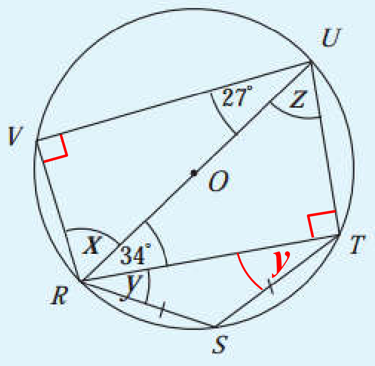
වෘත්ත චාපයකින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කරන කෝණය එම චාපයෙන් වෘත්තයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතනය කරන කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වන නිසා

$$2y = 230^\circ$$
$$\underline{\underline{y = 115^\circ}}$$

වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

$$x + y = 180^\circ$$
$$x + 115^\circ = 180^\circ$$
$$x = 180^\circ - 115^\circ$$
$$\underline{\underline{x = 65^\circ}}$$

(v)



VRU ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව $180°$ නිසා

$$x + 27° + 90° = 180°$$
$$x = 180° - 90° - 27°$$
$$\underline{\underline{x = 63°}}$$

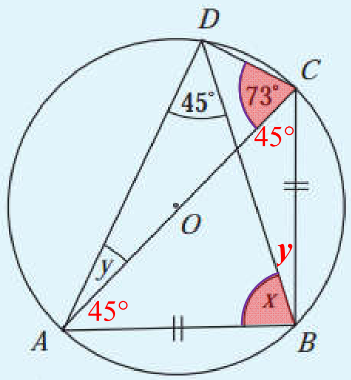
RTU ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව $180°$ නිසා

$$z + 34° + 90° = 180°$$
$$z = 180° - 90° - 34°$$
$$\underline{\underline{z = 56°}}$$

$RSTU$ වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

$$U\hat{R}S + U\hat{T}S = 180°$$
$$y + 34° + y + 90° = 180°$$
$$2y = 180° - 90° - 34°$$
$$2y = 56°$$
$$\underline{\underline{y = 28°}}$$

(vi)



$A\hat{B}D = A\hat{C}D$ (එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ)

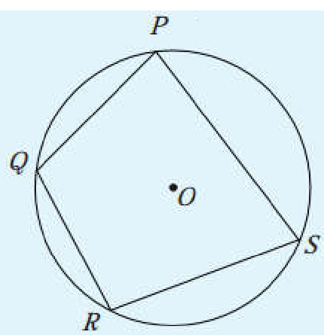
$$\underline{\underline{x = 73°}}$$

$D\hat{A}C = D\hat{B}C = y$ (එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ)

$A\hat{D}B = A\hat{C}B = 45°$ (එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ)

වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

$$D\hat{A}B + D\hat{C}B = 180°$$
$$y + 45° + 45° + 73° = 180°$$
$$y = 180° - 90° - 73°$$
$$y = 90° - 73°$$
$$\underline{\underline{y = 17°}}$$



3. රූපයේ දැක්වෙන්නේ O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයකි.

a. $\hat{P} = 60°$, $\hat{S} = 125°$, නම් $\hat{R}$ හා $\hat{Q}$ හි අගය

b. $\hat{P} : \hat{R} = 2 : 3$ නම් $\hat{P}$ හා $\hat{R}$ හි අගය

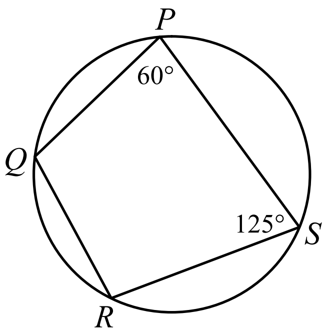
c. $\hat{Q} - \hat{S} = 120°$ නම් $\hat{S}$ හා $\hat{Q}$ හි අගය

d. $2\hat{P} = \hat{R}$ නම් $\hat{P}$ හි අගය

e. $\hat{P} = 2x + y$, $\hat{Q} = x + y$, $\hat{R} = 60°$ හා $\hat{S} = 90°$ නම් x හා y හි අගය

සොයන්න.

a. $\hat{P} = 60^\circ$, $\hat{S} = 125^\circ$, නම් $\hat{R}$ හා $\hat{Q}$ හි අගය

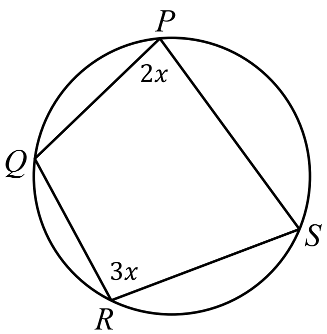


වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

$$\hat{P} + \hat{R} = 180^\circ$$
$$60^\circ + \hat{R} = 180^\circ$$
$$\hat{R} = 180^\circ - 60^\circ$$
$$\underline{\underline{\hat{R} = 120^\circ}}$$

$$\hat{Q} + \hat{S} = 180^\circ$$
$$\hat{Q} + 125^\circ = 180^\circ$$
$$\hat{Q} = 180^\circ - 125^\circ$$
$$\underline{\underline{\hat{Q} = 55^\circ}}$$

b. $\hat{P} : \hat{R} = 2 : 3$ නම් $\hat{P}$ හා $\hat{R}$ හි අගය

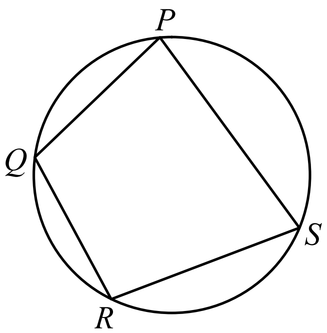


වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

$$\hat{P} + \hat{R} = 180^\circ$$
$$2x + 3x = 180^\circ$$
$$5x = 180^\circ$$
$$x = 36^\circ$$

$$\hat{P} = 2x = 2 \times 36^\circ = \underline{\underline{72^\circ}}$$
$$\hat{R} = 3x = 3 \times 36^\circ = \underline{\underline{108^\circ}}$$

c. $\hat{Q} - \hat{S} = 120^\circ$ නම් $\hat{S}$ හා $\hat{Q}$ හි අගය



වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

$$\hat{Q} + \hat{S} = 180^\circ \longrightarrow (1)$$
$$\hat{Q} - \hat{S} = 120^\circ \longrightarrow (2) \text{ (දත්තය)}$$

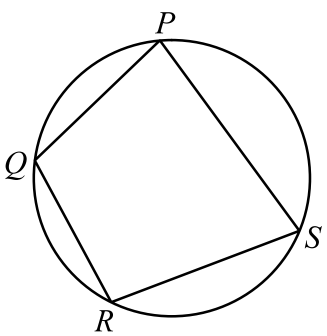
(1) + (2) ; $2\hat{Q} = 300^\circ$

$$\underline{\underline{\hat{Q} = 150^\circ}}$$

(1) න් ; $150^\circ + \hat{S} = 180^\circ$

$$\underline{\underline{\hat{S} = 30^\circ}}$$

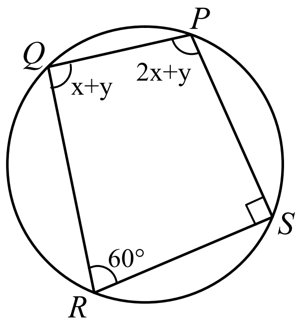
d. $2\hat{P} = \hat{R}$ නම් $\hat{P}$ හි අගය



වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

$$\hat{P} + \underbrace{\hat{R}} = 180^\circ$$
$$\hat{P} + 2\hat{P} = 180^\circ$$
$$3\hat{P} = 180^\circ$$
$$\underline{\underline{\hat{P} = 60^\circ}}$$

e. $\hat{P} = 2x + y$, $\hat{Q} = x + y$, $\hat{R} = 60^\circ$ හා $\hat{S} = 90^\circ$ නම් x හා y හි අගය



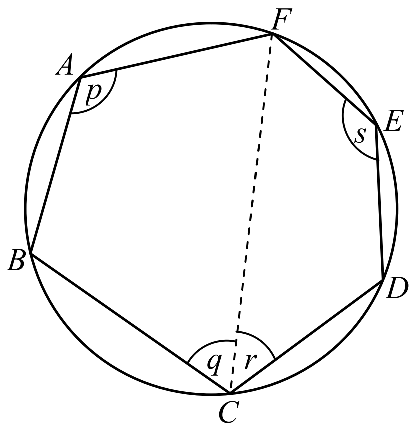
වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

$$\hat{Q} + \hat{S} = 180^\circ$$
$$x + y + 90^\circ = 180^\circ$$
$$x + y = 180^\circ - 90^\circ$$
$$x + y = 90^\circ \longrightarrow (1)$$

$$\hat{P} + \hat{R} = 180^\circ$$
$$2x + y + 60^\circ = 180^\circ$$
$$2x + y = 120^\circ$$
$$x + \underbrace{x + y} = 120^\circ$$
$$x + 90^\circ = 120^\circ$$
$$\underline{\underline{x = 30^\circ}}$$

(1) න් ; $30^\circ + y = 90^\circ$
$$\underline{\underline{y = 60^\circ}}$$

4. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ පරිධිය මත A, B, C, D, E හා F ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත. $F\hat{A}B + B\hat{C}D + D\hat{E}F$ හි අගය සොයන්න.



$ABCF$ වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

$$B\hat{A}F + B\hat{C}F = 180^\circ$$
$$p + q = 180^\circ \longrightarrow (1)$$

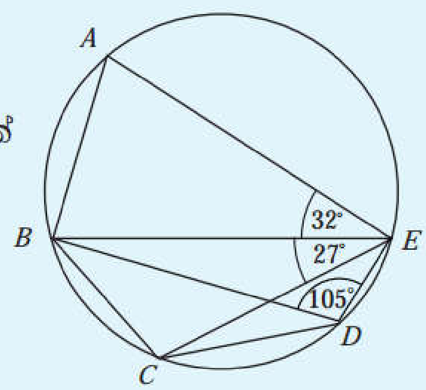
$CDEF$ වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

$$F\hat{C}D + F\hat{E}D = 180^\circ$$
$$r + s = 180^\circ \longrightarrow (2)$$

(1) + (2) ; $\underbrace{p} + \underbrace{q + r} + \underbrace{s} = 360^\circ$
$$\underline{\underline{F\hat{A}B + B\hat{C}D + D\hat{E}F = 360^\circ}}$$

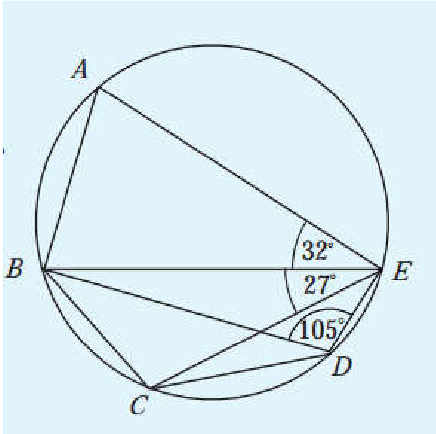
5. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව පහත දැක්වෙන එක් එක් කෝණයේ අගය සොයන්න.

a. $B\hat{A}E$ **b.** $C\hat{B}A$ **c.** $C\hat{B}E$



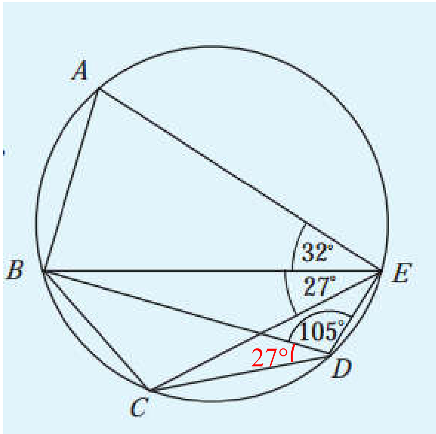
(a) $ABDE$ වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

$$B\hat{A}E + B\hat{D}E = 180^\circ$$
$$B\hat{A}E + 105^\circ = 180^\circ$$
$$B\hat{A}E = 180^\circ - 105^\circ$$
$$\underline{\underline{B\hat{A}E = 75^\circ}}$$



(b) $ABCE$ වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

$$C\hat{B}A + C\hat{E}A = 180°$$
$$C\hat{B}A + 32° + 27° = 180°$$
$$C\hat{B}A + 59° = 180°$$
$$C\hat{B}A = 180° - 59°$$
$$\underline{\underline{C\hat{B}A = 121°}}$$



(c) $B\hat{D}C = B\hat{E}C = 27°$ (එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ)

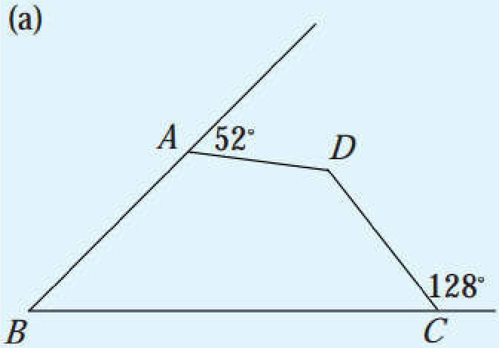
$BCDE$ වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

$$C\hat{B}E + C\hat{D}E = 180°$$
$$C\hat{B}E + 105° + 27° = 180°$$
$$C\hat{B}E + 132° = 180°$$
$$C\hat{B}E = 180° - 132°$$
$$\underline{\underline{C\hat{B}E = 48°}}$$

21.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාවන් හි සඳහන් කර ඇති චතුරස්‍රය, වෘත්ත චතුරස්‍රයක් වේ ද නොවේ ද යන්න හේතු සහිත ව පැහැදිලි කරන්න.

(a)



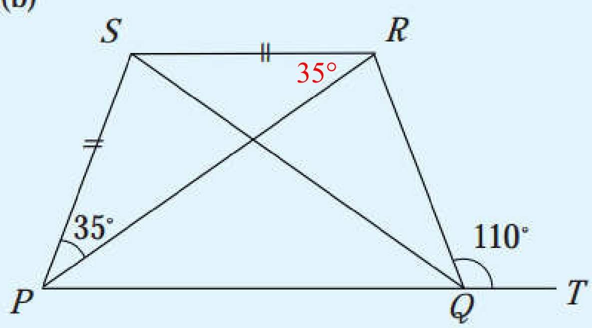
$ABCD$ චතුරස්‍රය

$$B\hat{A}D = 180° - 52° = 128°$$
$$B\hat{C}D = 180° - 128° = 52°$$
$$B\hat{A}D + B\hat{C}D = 128° + 52°$$
$$= 180°$$

$ABCD$ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ යුගලයක් පරිපූරක වේ.

∴ $ABCD$ චතුරස්‍රය වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.

(b)



$PQRS$ චතුරස්‍රය

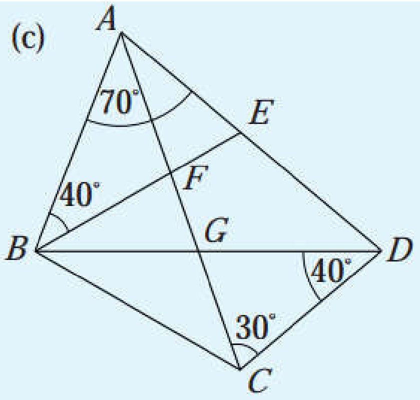
PRS ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව 180° නිසා

$$P\hat{S}R + 35° + 35° = 180°$$
$$P\hat{S}R = 180° - 70° = 110°$$
$$P\hat{Q}R = 180° - 110° = 70°$$
$$P\hat{S}R + P\hat{Q}R = 110° + 70° = 180°$$

$PQRS$ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ යුගලයක් පරිපූරක වේ.

∴ $PQRS$ චතුරස්‍රය වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.

(c)



$FGDE$ චතුරස්‍රය

$B\hat{E}D = A\hat{B}E + B\hat{A}E$ (බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණවල එකතුව කෝණ)

$B\hat{E}D = 40° + 70° = 110°$

$F\hat{E}D = 110°$

$F\hat{G}D = G\hat{C}D + C\hat{D}G$ (බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණවල එකතුව කෝණ)

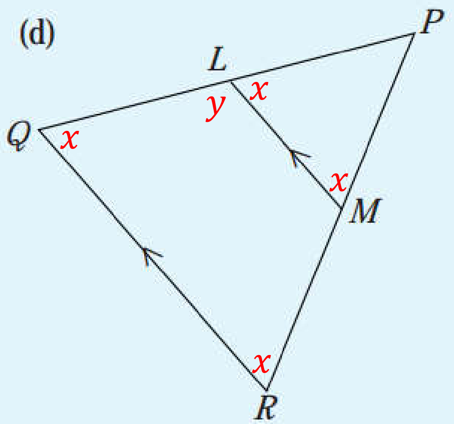
$F\hat{G}D = 30° + 40° = 70°$

$F\hat{E}D + F\hat{G}D = 110° + 70° = 180°$

$FGDE$ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ යුගලයක් පරිපූරක වේ.

$\therefore$ $FGDE$ චතුරස්‍රය වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.

(d)



$PQ = PR$ නම් $QRML$ චතුරස්‍රය

$PQ = PR$ නිසා $P\hat{Q}R = P\hat{R}Q = x$

$LM//QR$ නිසා $P\hat{L}M = P\hat{Q}R = x$

$P\hat{M}L = P\hat{R}Q = x$

$P\hat{L}M + M\hat{L}Q = 180°$ (සරල රේඛාවක් මත කෝණ)

$x + y = 180° \longrightarrow (1)$

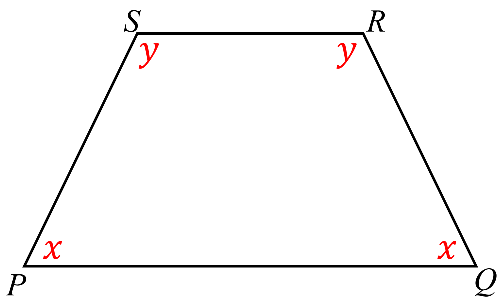
$QRML$ චතුරස්‍රයේ $M\hat{R}Q + M\hat{L}Q = x + y$

$= 180°$ (සාධිතයි.)

$QRML$ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ යුගලයක් පරිපූරක වේ.

$\therefore$ $QRML$ චතුරස්‍රය වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.

2. $PQRS$ චතුරස්‍රයේ $\hat{P} = \hat{Q}$ ද $\hat{R} = \hat{S}$ ද වේ. $PQRS$ වෘත්ත චතුරස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.



$\hat{P} + \hat{Q} + \hat{R} + \hat{S} = 360°$ (චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ)

$x + x + y + y = 360°$

$2x + 2y = 360°$

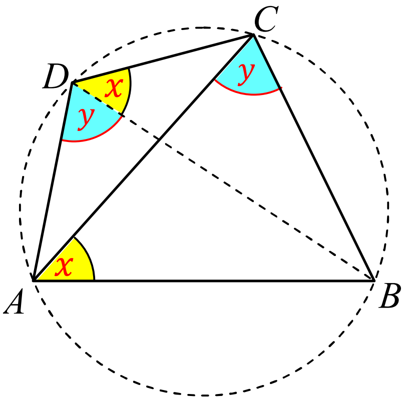
$x + y = 180°$

$\hat{P} + \hat{R} = 180°$

$PQRS$ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ යුගලයක් පරිපූරක වේ.

$\therefore$ $PQRS$ චතුරස්‍රය වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.

3. $ABCD$ වෘත්ත චතුරස්‍රයේ AC යා කර ඇත. $B\hat{A}C = A\hat{D}C - A\hat{C}B$ බව පෙන්වන්න.



$B\hat{A}C = B\hat{D}C \longrightarrow$ ① (එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ)

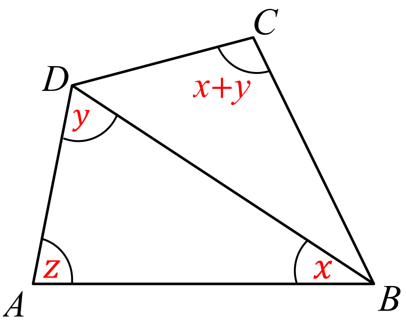
$A\hat{C}B = A\hat{D}B \longrightarrow$ ② (එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ)

①+② ; $B\hat{A}C + A\hat{C}B = \underbrace{B\hat{D}C + A\hat{D}B}$

$B\hat{A}C + A\hat{C}B = A\hat{D}C$

$B\hat{A}C = A\hat{D}C - A\hat{C}B$

4. $ABCD$ චතුරස්‍රයේ $A\hat{B}D + A\hat{D}B = D\hat{C}B$ වේ නම් A, B, C හා D ලක්ෂ්‍ය එකම වෘත්තයක් මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.



$A\hat{B}D + A\hat{D}B = D\hat{C}B \longrightarrow$ ① (දත්තය)

$\underbrace{A\hat{B}D + A\hat{D}B} + D\hat{A}B = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණයක කෝණ)

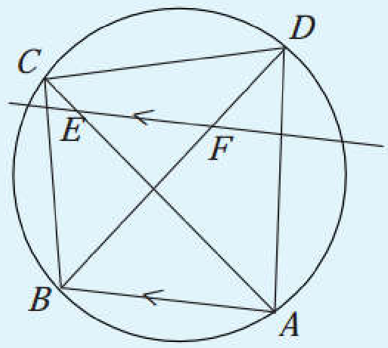
$D\hat{C}B + D\hat{A}B = 180^\circ$

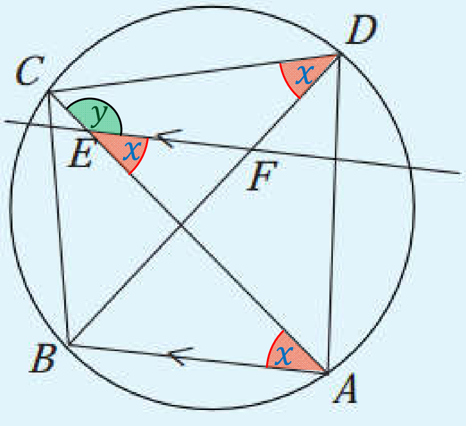
$ABCD$ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ යුගලයක් පරිපූරක වේ.

$\therefore$ $ABCD$ චතුරස්‍රය වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.

$\therefore$ A, B, C, D ලක්ෂ්‍ය එකම වෘත්තයක් මත පිහිටයි.

5. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු ඇසුරෙන් $CDFE$ වෘත්ත චතුරස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.





$C\hat{D}B = C\hat{A}B$ (එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ)

$C\hat{A}B = A\hat{E}F$ (ඒකාන්තර කෝණ)

$\therefore C\hat{D}B = A\hat{E}F \longrightarrow$ ①

$C\hat{E}F + \underbrace{A\hat{E}F} = 180^\circ$ (සරල රේඛාවක් මත කෝණ)

$C\hat{E}F + C\hat{D}B = 180^\circ$

$C\hat{E}F + C\hat{D}F = 180^\circ$

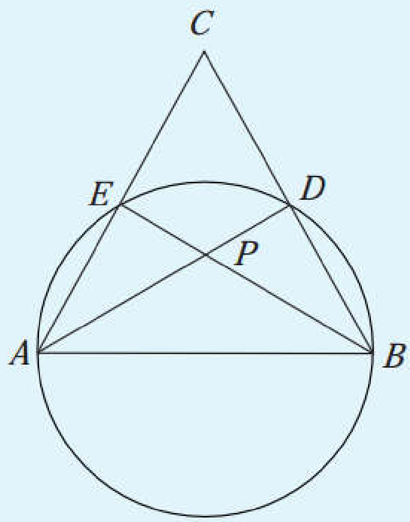
$CDFE$ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ යුගලයක් පරිපූරක වේ.

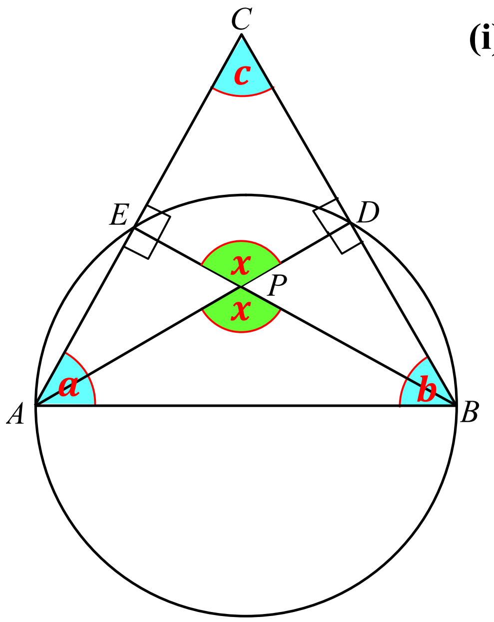
$\therefore$ $CDFE$ චතුරස්‍රය වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.

6. දී ඇති රූපයේ AB විශ්කම්භයක් වේ නම්

(i) $A\hat{P}B = C\hat{A}B + A\hat{B}C$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $CDPE$ වෘත්ත චතුරස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.





(i) AB වෘත්තයේ විෂ්කම්භයක් නිසා

$$A\hat{E}B = A\hat{D}B = C\hat{E}P = C\hat{D}P = 90^\circ$$

චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව 360° නිසා

$$E\hat{C}D + C\hat{E}P + E\hat{P}D + C\hat{D}P = 360^\circ$$

$$c + 90^\circ + x + 90^\circ = 360^\circ$$

$$c + x = 180^\circ \longrightarrow ①$$

ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව 180° නිසා

$$C\hat{A}B + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^\circ$$

$$a + b + c = 180^\circ \longrightarrow ②$$

① = ② ; $\cancel{c} + x = a + b + \cancel{c}$

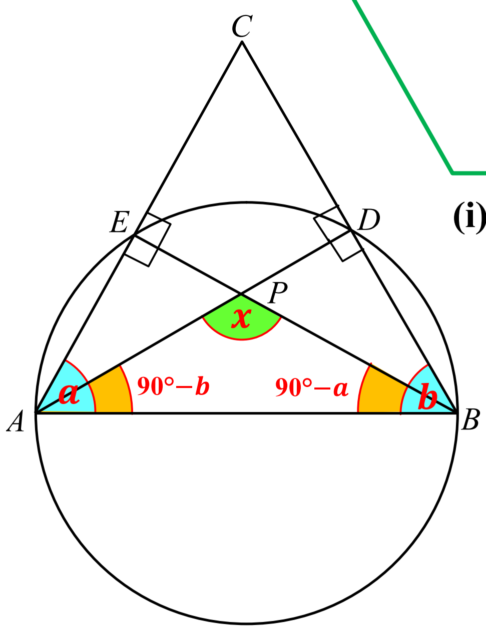
$$x = a + b$$

$$\underline{\underline{A\hat{P}B = C\hat{A}B + A\hat{B}C}}$$

(ii) ① න් ; $c + x = 180^\circ$

$CDPE$ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ යුගලයක් පරිපූරක වේ.

$\therefore$ $CDPE$ චතුරස්‍රය වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.



(i) ABP ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව 180°

$$A\hat{P}B + P\hat{A}B + A\hat{B}P = 180^\circ$$

$$A\hat{P}B + 90^\circ - b + 90^\circ - a = 180^\circ$$

$$A\hat{P}B = a + b$$

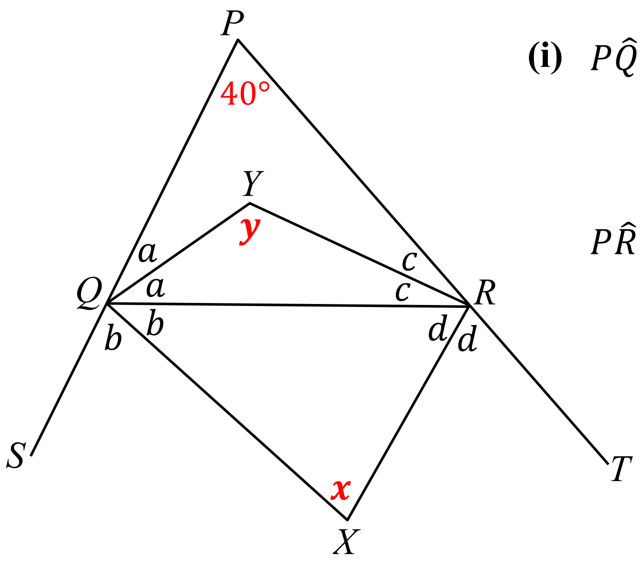
$$\underline{\underline{A\hat{P}B = C\hat{A}B + A\hat{B}C}}$$

(AC දික් කිරීමෙන්ද මෙය සෑදිය හැකිය.)

7. PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ පාදය S දක්වා ද, PR පාදය T දක්වා ද දික්කර ඇත. $S\hat{Q}R$ හා $Q\hat{R}T$ කෝණවල සමච්ඡේදක X හි දී ද, $P\hat{Q}R$ හා $P\hat{R}Q$ කෝණවල සමච්ඡේදක Y හි දී ද එකනෙක හමු වේ.

(i) $QXRY$ යනු වෘත්ත චතුරස්‍රයක් බවත් XY යනු විශ්කම්භයක් බවත් පෙන්වන්න.

(ii) $Q\hat{P}R = 40^\circ$ නම් $Q\hat{X}R$ හි අගය සොයන්න.



(i) $P\hat{Q}R + R\hat{Q}S = 180^\circ$ (සරල රේඛාවක් මත කෝණ)

$2a + 2b = 180^\circ$

$a + b = 90^\circ \longrightarrow$ ①

$P\hat{R}Q + Q\hat{R}T = 180^\circ$ (සරල රේඛාවක් මත කෝණ)

$2c + 2d = 180^\circ$

$c + d = 90^\circ \longrightarrow$ ②

① + ② ; $\underbrace{a+b} + \underbrace{c+d} = 180^\circ$

$Y\hat{Q}X + Y\hat{R}X = 180^\circ$

$QXRY$ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ යුගලයක් පරිපූරක වේ.

$\therefore$ $QXRY$ චතුරස්‍රය වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.

$QXRY$ වෘත්ත චතුරස්‍රයේ $Y\hat{Q}X = a + b = 90^\circ$

$\therefore$ XY යනු අදාළ වෘත්තයේ විෂ්කම්භයකි.

(ii) PQR ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව 180° නිසා

$2a + 2c + 40^\circ = 180^\circ$

$2a + 2c = 140^\circ$

$a + c = 70^\circ$

YQR ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව 180° නිසා

$y + a + c = 180^\circ$

$y + 70^\circ = 180^\circ$

$y = 110^\circ$

$QXRY$ වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

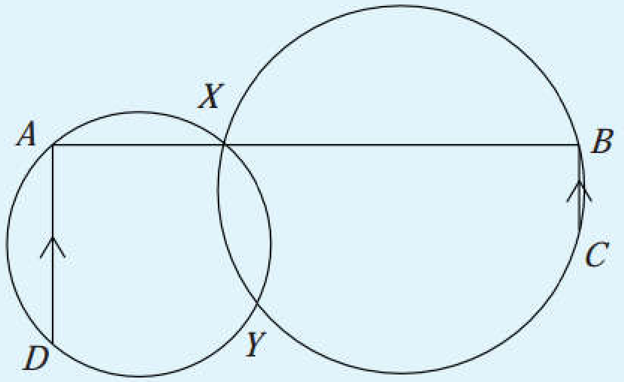
$x + y = 180^\circ$

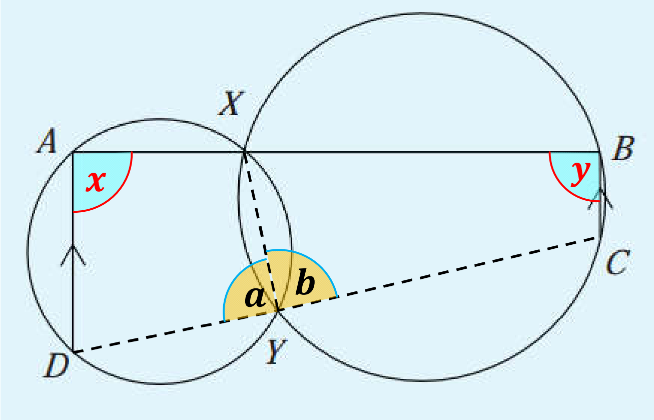
$x + 110^\circ = 180^\circ$

$x = 70^\circ$

$Q\hat{X}R = 70^\circ$

8. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි වෘත්ත දෙකක් X හා Y හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. X හරහා ඇඳි සරල රේඛාව A හා B හි දී වෘත්ත දෙක හමු වේ. D හා C ලක්ෂ්‍ය වෘත්ත දෙක මත පිහිටා ඇත්තේ AD හා BC සමාන්තර වන පරිදි නම් D, Y හා C ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය බව සාධනය කරන්න.





$AD//BC$ ද x සහ y යනු මිත්‍ර කෝණ ද නිසා

$$x + y = 180° \longrightarrow ①$$

$ADYX$ වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

$$x + a = 180° \longrightarrow ②$$

$BCYX$ වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා

$$y + b = 180° \longrightarrow ③$$

②+③ ; $\underbrace{x + y} + a + b = 360°$

$$180° + a + b = 360°$$

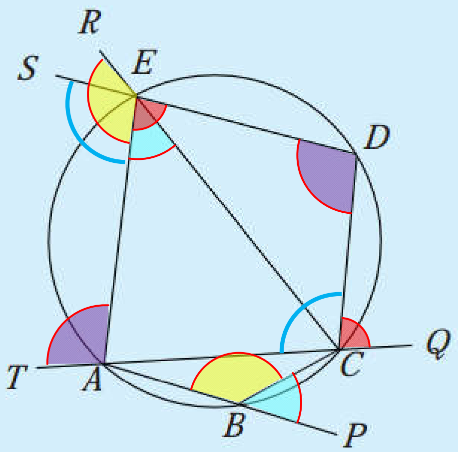
$$a + b = 180°$$

$$D\hat{Y}X + X\hat{Y}C = 180°$$

$\therefore$ D, Y හා C ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය වේ.

21.3 අභ්‍යාසය

1. රූපය ඇසුරෙන් පහත දැක්වෙන එක් එක් කෝණයට සමාන වෙනත් කෝණයක් නම් කරන්න.



(i) $C\hat{B}P$ (ii) $D\hat{C}Q$ (iii) $R\hat{E}A$

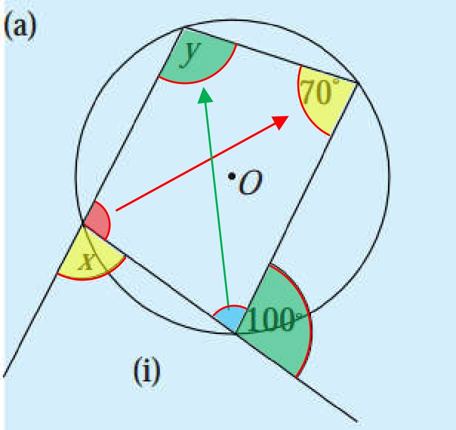
(iv) $S\hat{E}A$ (v) $E\hat{A}T$

(i) $C\hat{B}P = A\hat{E}C$ (ii) $D\hat{C}Q = A\hat{E}D$ (iii) $R\hat{E}A = A\hat{B}C$

(iv) $S\hat{E}A = A\hat{C}D$ (v) $E\hat{A}T = E\hat{D}C$

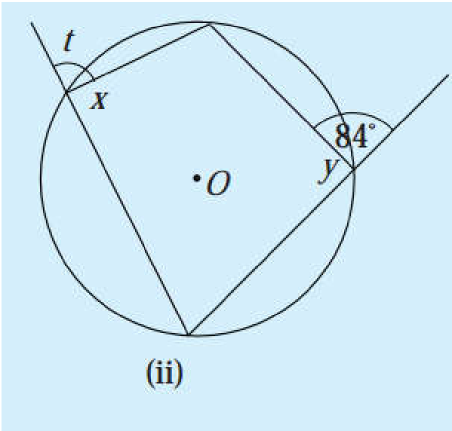
2. පහත දැක්වෙන රූපවල O ලෙස නම් කර ඇත්තේ අදාළ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයයි. වීජීය සංකේත මගින් දැක්වෙන එක් එක් කෝණයේ විශාලත්වය සොයන්න.

(a)



$\underline{\underline{x = 70^\circ}}$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය)

$\underline{\underline{y = 100^\circ}}$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය)



$\underline{\underline{x = 84^\circ}}$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය)

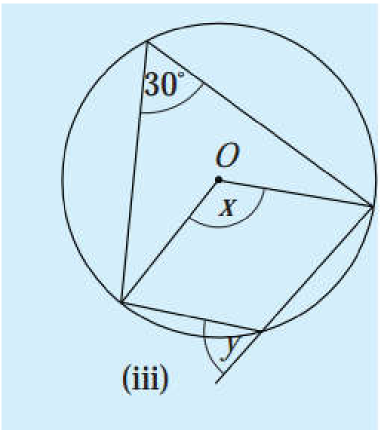
$y + 84^\circ = 180^\circ$ (සරල රේඛාවක් මත කෝණ)

$y = 180^\circ - 84^\circ$

$\underline{\underline{y = 96^\circ}}$

$t = y$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය)

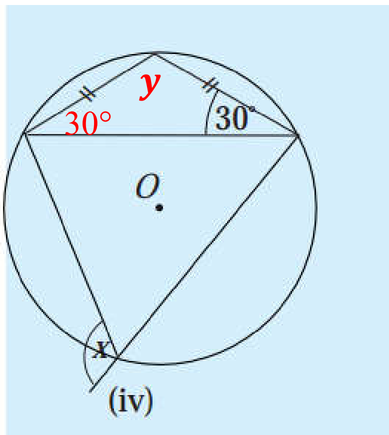
$\underline{\underline{t = 96^\circ}}$



$x = 2 \times 30^\circ$ (කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය = 2×පරිධියේ ආපාතිත කෝණය)

$\underline{\underline{x = 60^\circ}}$

$\underline{\underline{y = 30^\circ}}$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය)



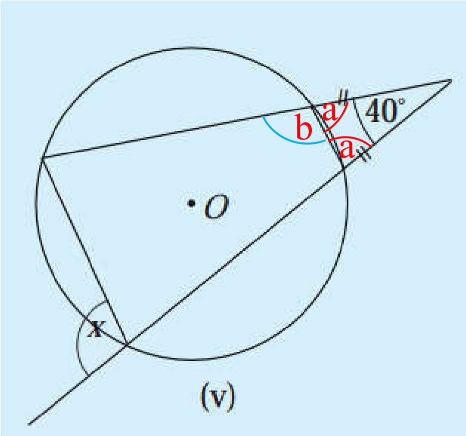
$y + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ)

$y = 180^\circ - 60^\circ$

$y = 120^\circ$

$x = y$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය)

$\underline{\underline{x = 120^\circ}}$



(v)

$a + a + 40° = 180°$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ)

$2a + 40° = 180°$

$2a = 140°$

$a = 70°$

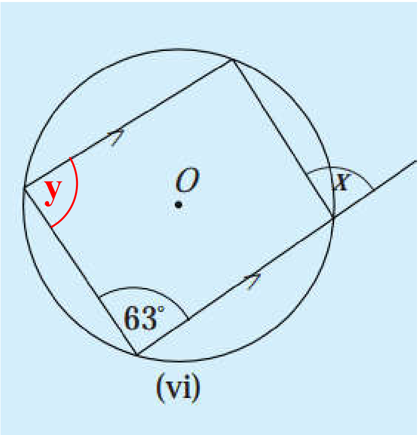
$b + a = 180°$ (සරල රේඛාවක් මත කෝණ)

$b + 70° = 180°$

$b = 110°$

$x = b$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය)

$\underline{\underline{x = 110°}}$



(vi)

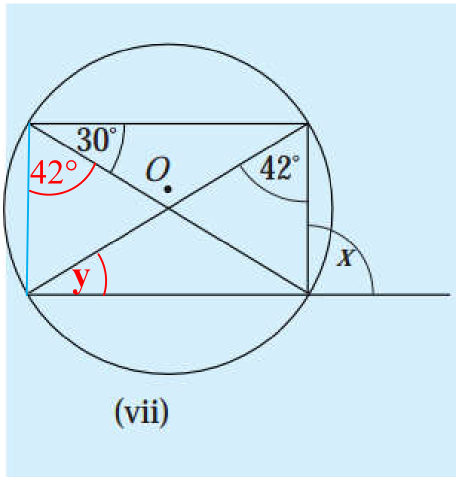
$y + 63° = 180°$ (සමාන්තර රේඛා අතර මිත්‍ර කෝණ)

$y = 180° - 63°$

$y = 117°$

$x = y$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය)

$\underline{\underline{x = 117°}}$



(vii)

$y = 30°$ (එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ)

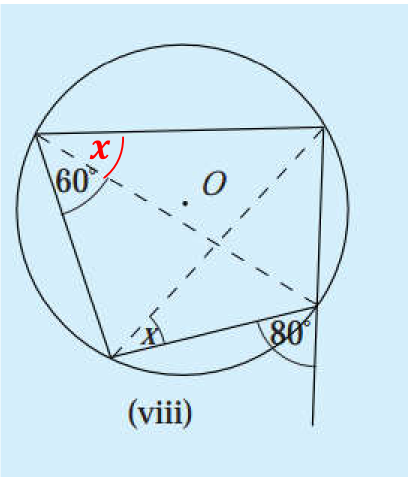
$x = y + 42°$ (බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණවල එකතුව)

$x = 30° + 42°$

$\underline{\underline{x = 72°}}$

$x = 30° + 42°$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය)

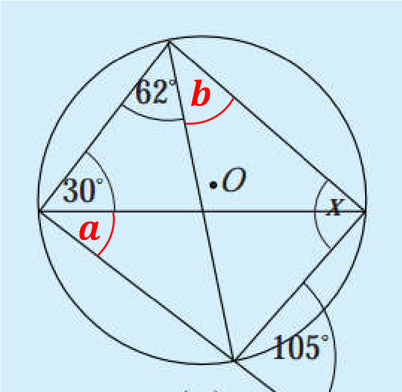
$\underline{\underline{x = 72°}}$



(viii)

$x + 60° = 80°$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය)

$\underline{\underline{x = 20°}}$



(ix)

$b + 62° = 105°$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය)

$b = 105° - 62°$

$b = 43°$

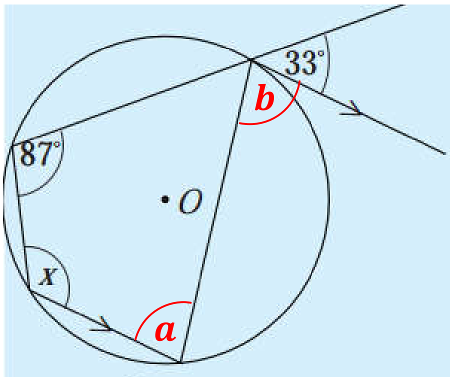
$a = b = 43°$ (එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ)

$x + a + 30° = 180°$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා)

$x + 43° + 30° = 180°$

$x = 180° - 73°$

$\underline{\underline{x = 107°}}$



(x)

$a + 87° = 180°$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා)

$a = 180° - 87°$

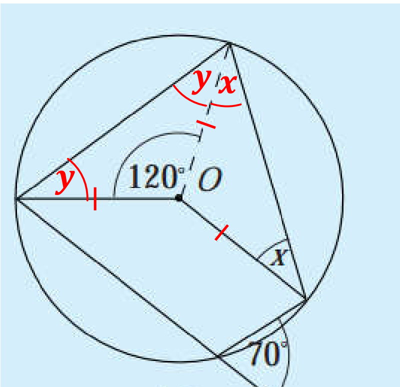
$a = 93°$

$b = a = 93°$ (සමාන්තර රේඛා සහ ඒකාන්තර කෝණ)

$x = b + 33°$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය)

$x = 93° + 33°$

$\underline{\underline{x = 126°}}$



(xi)

$y + y + 120° = 180°$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව)

$2y = 180° - 120°$

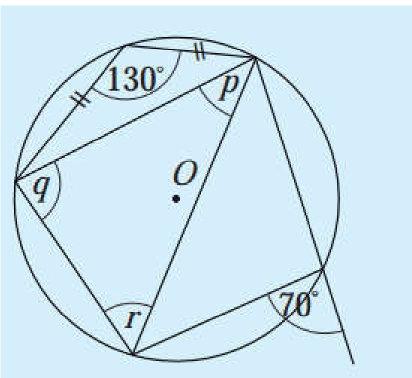
$2y = 60°$

$y = 30°$

$x + y = 70°$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය)

$x + 30° = 70°$

$\underline{\underline{x = 40°}}$



(xii)

$r + 130° = 180°$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක නිසා)

$r = 180° - 130°$

$\underline{\underline{r = 50°}}$

$\underline{\underline{q = 70°}}$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය)

$p + q + r = 180°$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව)

$p + 70° + 50° = 180°$

$p + 120° = 180°$

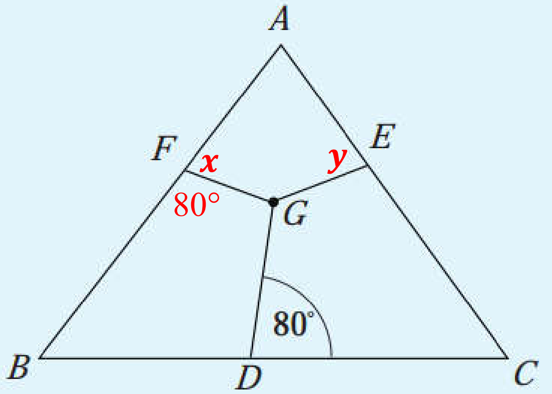
$p = 180° - 120°$

$\underline{\underline{p = 60°}}$

3. ABC ත්‍රිකෝණයේ BC, CA හා AB පාදමත පිළිවෙළින් D, E, F ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ $BDGF$ හා $DCEG$ වෘත්ත චතුරස්‍ර වන පරිදි හා $G\hat{D}C = 80^\circ$ වන පරිදි නම්

(i) $A\hat{F}G$ හා $A\hat{E}G$ හි අගයන් සොයන්න.

(ii) $AFGE$ වෘත්ත චතුරස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.



$DCEG$ වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය, අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණයට සමාන නිසා

$$A\hat{E}G = G\hat{D}C \qquad \underline{\underline{A\hat{E}G = 80^\circ}}$$

$BDGF$ වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය, අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණයට සමාන නිසා

$$B\hat{F}G = G\hat{D}C \qquad B\hat{F}G = 80^\circ$$

සරල රේඛාවක් මත පිහිටි බද්ධ කෝණවල එකතුව 180° නිසා

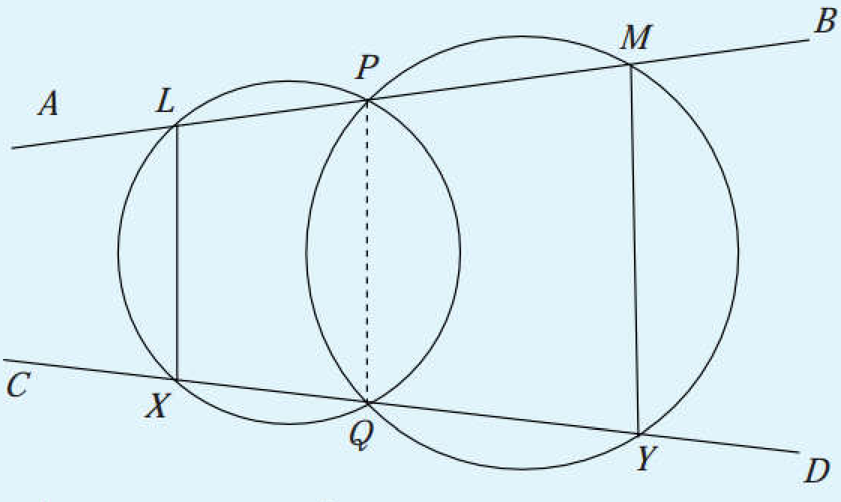
$$B\hat{F}G + A\hat{F}G = 180^\circ$$
$$80^\circ + A\hat{F}G = 180^\circ$$
$$A\hat{F}G = 180^\circ - 80^\circ$$
$$\underline{\underline{A\hat{F}G = 100^\circ}}$$

$$A\hat{F}G + A\hat{E}G = 100^\circ + 80^\circ$$
$$= 180^\circ$$

$AFGE$ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ යුගලයක් පරිපූරක වේ.

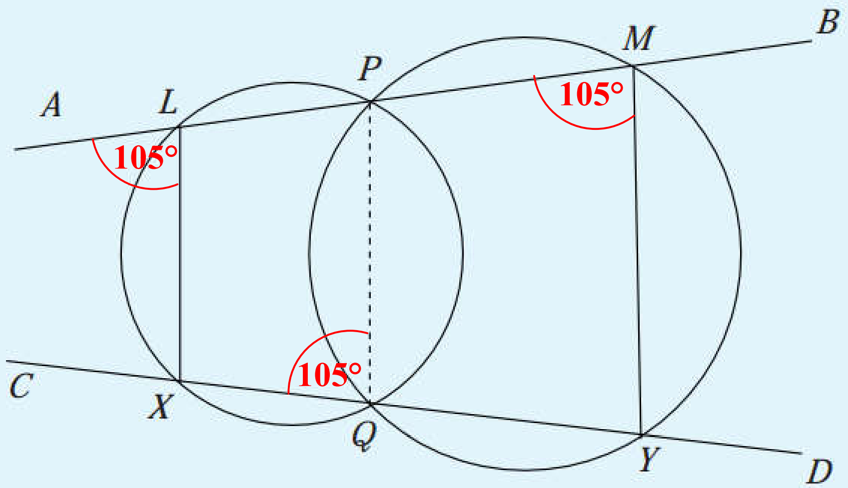
$\therefore$ $AFGE$ වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.

4. රූපයේ දී ඇති වෘත්ත P හා Q හි දී ඡේදනය වේ. APB හා CQD සරල රේඛා, වෘත්ත L, M හා X, Y වලදී පිළිවෙළින් හමුවේ.



(i) $A\hat{L}X = 105^\circ$ නම් $B\hat{M}Y$ හි අගය සොයන්න.

(ii) LX හා MY සමාන්තර වන බව පෙන්වන්න.



(i) $LXQP$ වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය, අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණයට සමාන නිසා

$$X\hat{Q}P = A\hat{L}X = 105°$$

$PQYM$ වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය, අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණයට සමාන නිසා

$$P\hat{M}Y = X\hat{Q}P = 105°$$

සරල රේඛාවක් මත පිහිටි බද්ධ කෝණවල එකතුව $180°$ නිසා

$$B\hat{M}Y + P\hat{M}Y = 180°$$

$$B\hat{M}Y + 105° = 180°$$

$$B\hat{M}Y = 180° - 105°$$

$$\underline{\underline{B\hat{M}Y = 75°}}$$

(ii) $A\hat{L}X = L\hat{M}Y = 105°$

මේවා අනුරූප කෝණ වේ.

$\therefore \underline{\underline{LX // MY}}$

5. රූපයේ දැක්වෙන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වන අතර AB විෂ්කම්භය හා PR ජ්‍යාය එකිනෙක L හි දී ලම්බකව ඡේදනය වේ. QR හා AB රේඛා ඛණ්ඩ T හි දී ඡේදනය වේ.

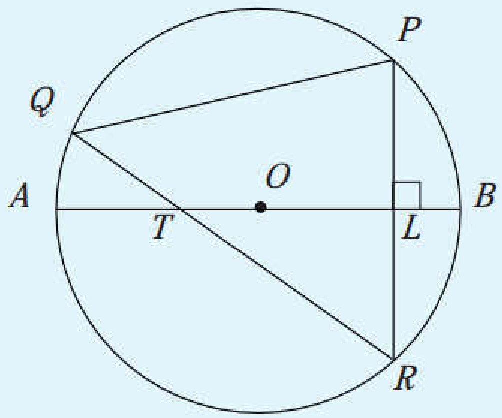
a. $Q\hat{T}A = x$ නම් x ඇසුරෙන්

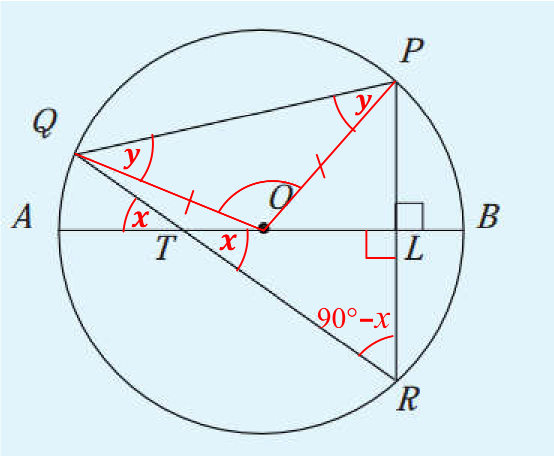
(i) $L\hat{R}T$ හි අගය

(ii) $O\hat{P}Q$ හි අගය

ලියන්න.

b. $QTOP$ වෘත්ත චතුරස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.





(a) (i) $L\hat{T}R = A\hat{T}Q = x$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$L\hat{R}T + R\hat{T}L + T\hat{L}R = 180°$ (ත්‍රිකෝණයක කෝණ)

$L\hat{R}T + x + 90° = 180°$

$L\hat{R}T = 180° - 90° - x$

$\underline{\underline{L\hat{R}T = 90° - x}}$

(ii) $P\hat{O}Q = 2 \times L\hat{R}T$ (කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය = 2×පරිධියේ ආපාතිත කෝණය)

$P\hat{O}Q = 2 \times (90° - x)$

$P\hat{O}Q = 180° - 2x$

$y + y + P\hat{O}Q = 180°$ (ත්‍රිකෝණයක කෝණ)

$y + y + (180° - 2x) = 180°$

$2y = 2x$

$y = x$

$\underline{\underline{O\hat{P}Q = x}}$

(b) $O\hat{P}Q = A\hat{T}Q$ (සාධිතයි)

$O\hat{P}Q + Q\hat{T}O = \underbrace{A\hat{T}Q + Q\hat{T}O}$ (දෙපසටම $Q\hat{T}O$ එකතු කිරීමෙන්)

$O\hat{P}Q + Q\hat{T}O = 180°$ ($A\hat{T}Q + Q\hat{T}O = 180°$/සරල රේඛාවක් මත කෝණ)

$O\hat{P}Q + Q\hat{T}O = 180°$ නිසා $QTOP$ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ යුගලයක් පරිපූරක වේ.

$\therefore$ $QTOP$ වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.

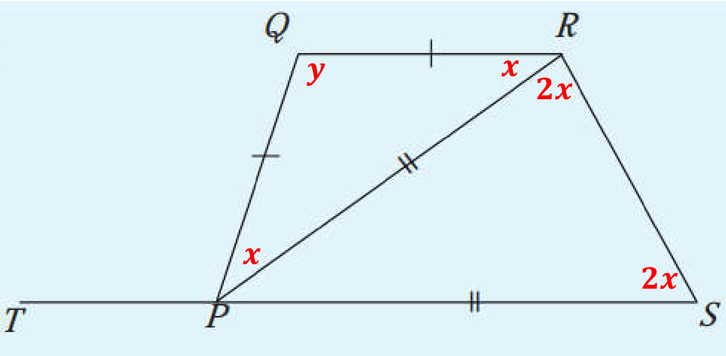
6. දී ඇති රූපයේ $PQ = QR$ ද $PR = PS$ ද වේ.

$P\hat{R}S = 2\ Q\hat{R}P$ නම්,

(i) $PSRQ$ වෘත්ත චතුරස්‍රයක් බව

(ii) $Q\hat{P}T : P\hat{R}S = 3 : 2$ බව

පෙන්වන්න.



(i) $y + x + x = 180°$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව)

$\underbrace{y} + \underbrace{2x} = 180°$

$P\hat{Q}R + P\hat{S}R = 180°$

$PSRQ$ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ යුගලයක් පරිපූරක වේ.

$\therefore$ $PSRQ$ වෘත්ත චතුරස්‍රයකි.

(ii) $Q\hat{P}T = Q\hat{R}S = 3x$ (වෘත්ත චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය)

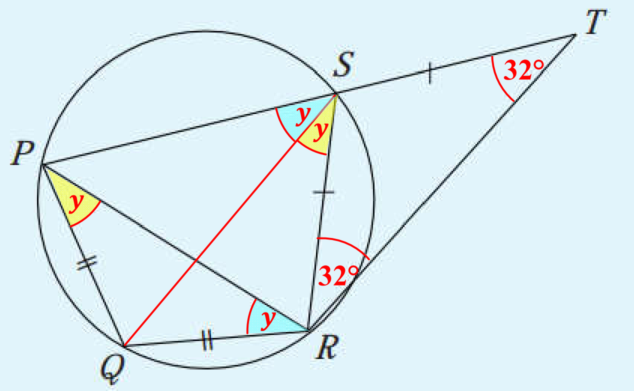
$Q\hat{P}T : P\hat{S}R = 3x : 2x$

$\underline{\underline{Q\hat{P}T : P\hat{S}R = 3 : 2}}$

7. $PQRS$ වෘත්ත චතුරස්‍රයේ $PQ = QR$ වේ. $RS = ST$ වන පරිදි PS පාදය T දක්වා දික්කර ඇත. $S\hat{R}T = 32^{\circ}$ වේ නම්

(i) $Q\hat{R}P$ හි අගය සොයන්න.

(ii) QS හා RT පාද සමාන්තර වන බව පෙන්වන්න.



(i) $P\hat{S}Q = P\hat{R}Q = y$ (එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ)

$Q\hat{S}R = Q\hat{P}R = y$ (එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ)

$P\hat{S}R = S\hat{R}T + S\hat{T}R$ (ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණවල එකතුව)

$2y = 32^{\circ} + 32^{\circ}$

$y = 32^{\circ}$

$Q\hat{R}P = 32^{\circ}$

(ii) $P\hat{S}Q = y = 32^{\circ}$

$S\hat{T}R = 32^{\circ}$ (දත්තයෙන්)

$\therefore P\hat{S}Q = S\hat{T}R$

මේවා අනුරූප කෝණ වේ.

$\therefore QS \,//\, RT$