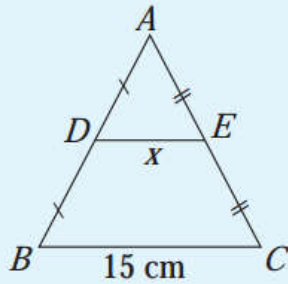


11.1 අභ්‍යාසය

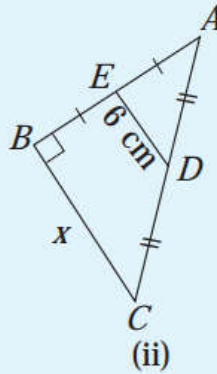
1. එක් එක් රූපයේ දැක්වෙන X හි අගය සොයන්න.



(i)

$$DE = \frac{1}{2} BC$$

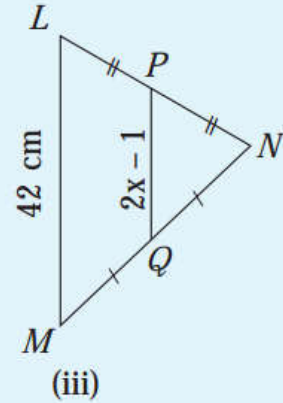
$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2} \times 15 \text{ cm} \\ &= \underline{\underline{7.5 \text{ cm}}} \end{aligned}$$



(ii)

$$ED = \frac{1}{2} BC$$

$$\begin{aligned} 6 \text{ cm} &= \frac{1}{2} \times x \\ \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{12 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

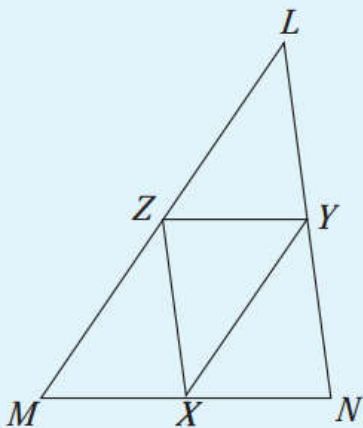


(iii)

$$PQ = \frac{1}{2} LM$$

$$\begin{aligned} 2x - 1 &= \frac{1}{2} \times 42 \\ 2x - 1 &= 21 \\ 2x &= 22 \\ \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{11 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

2.

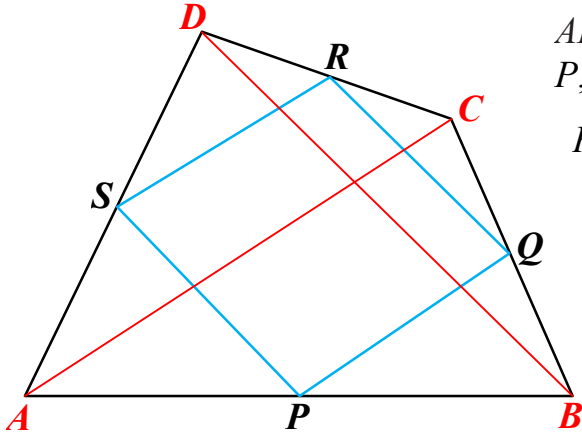


දී ඇති රූපයේ X , Y හා Z යනු MN , NL හා LM පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වේ. $MN = 8 \text{ cm}$, $NL = 10 \text{ cm}$ හා $LM = 12 \text{ cm}$ නම්, XYZ ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය සොයන්න.

$$XYZ \text{ ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය} = XY + YZ + ZX$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} ML + \frac{1}{2} MN + \frac{1}{2} LN \\ &= \frac{1}{2} \times 12 + \frac{1}{2} \times 8 + \frac{1}{2} \times 10 \\ &= 6 + 4 + 5 \\ &= \underline{\underline{15 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

3. $ABCD$ චතුරස්‍රයේ AC හා BD විකර්ණ පිළිවෙළින් 15 cm හා 10 cm වේ. AB , BC , CD හා DA පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් ලැබෙන චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය සොයන්න.



AB , BC , CD හා DA පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P , Q , R , S ලෙස ගනිමු.

$PQRS$ චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය

$$= PQ + QR + RS + SP$$

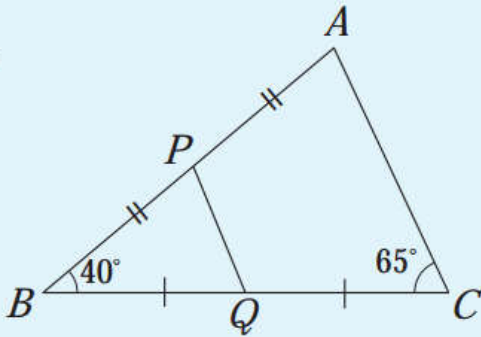
$$= \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}DB + \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}DB$$

$$= AC + DB$$

$$= 15\text{ cm} + 10\text{ cm}$$

$$= \underline{\underline{25\text{ cm}}}$$

4.



රූපයේ දී ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන්

(i) $AB = 8\text{ cm}$ ද $BC = 10\text{ cm}$ ද ABC

ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය 24 cm ද වේ නම්, PBQ ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය සොයන්න.

(ii) $\hat{B} = 40^\circ$ ද $\hat{C} = 65^\circ$ ද නම් $PQCA$ චතුරස්‍රයේ ඉතිරි කෝණවල අගය සොයන්න.

$$ABC \text{ ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය} = 24\text{ cm}$$

$$AB + BC + CA = 24\text{ cm}$$

$$8\text{ cm} + 10\text{ cm} + CA = 24\text{ cm}$$

$$18\text{ cm} + CA = 24\text{ cm}$$

$$CA = 6\text{ cm}$$

$$PBQ \text{ ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය}$$

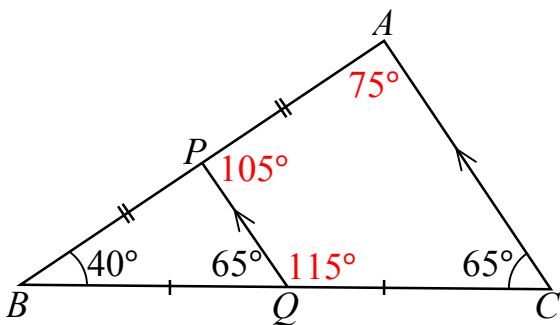
$$= PB + BQ + QP$$

$$= \frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}BC + \frac{1}{2}AC$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 + \frac{1}{2} \times 10 + \frac{1}{2} \times 6$$

$$= 4 + 5 + 3$$

$$= \underline{\underline{12\text{ cm}}}$$



(පාදවල දිග නොසලකා හරින්න.)

$$P\hat{Q}C + Q\hat{C}A = 180^\circ \text{ (මිත්‍ර කෝණ)}$$

$$P\hat{Q}C + 65^\circ = 180^\circ$$

$$\underline{\underline{P\hat{Q}C = 115^\circ}}$$

$$A\hat{P}Q = P\hat{Q}B + P\hat{B}Q$$

$$A\hat{P}Q = 65^\circ + 40^\circ$$

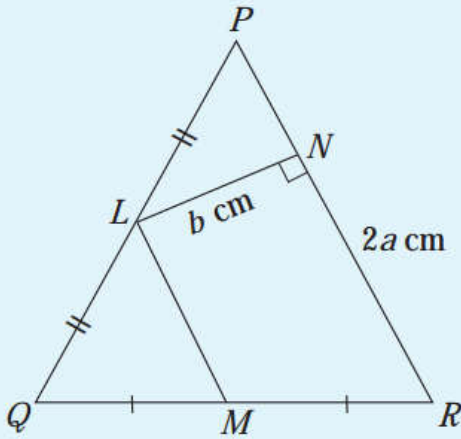
$$\underline{\underline{A\hat{P}Q = 105^\circ}}$$

$$P\hat{A}C + Q\hat{P}A = 180^\circ \text{ (මිත්‍ර කෝණ)}$$

$$P\hat{A}C + 105^\circ = 180^\circ$$

$$\underline{\underline{P\hat{A}C = 75^\circ}}$$

5.



රූපයේ දැක්වෙන PQR ත්‍රිකෝණයේ QR හා QP පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් M හා L වේ. $QR + QP = 16 \text{ cm}$ ද $PR = 2a \text{ cm}$ හා $LN = b \text{ cm}$ ද $\angle LNR = 90^\circ$ බව ද දී ඇත.

(i) $LMRP$ චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය a ඇසුරෙන්

(ii) $LMRP$ හි වර්ගඵලය a හා b ඇසුරෙන් සොයන්න.

(i) $QR + QP = 16 \text{ cm}$

$$2MR + 2PL = 16 \text{ cm}$$

$$MR + PL = 8 \text{ cm}$$

$$LM = \frac{1}{2}PR$$

$$LM = a$$

$LMRP$ චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය

$$= MR + RP + PL + LM$$

$$= \text{MR} + \text{PL} + \text{LM} + LM$$

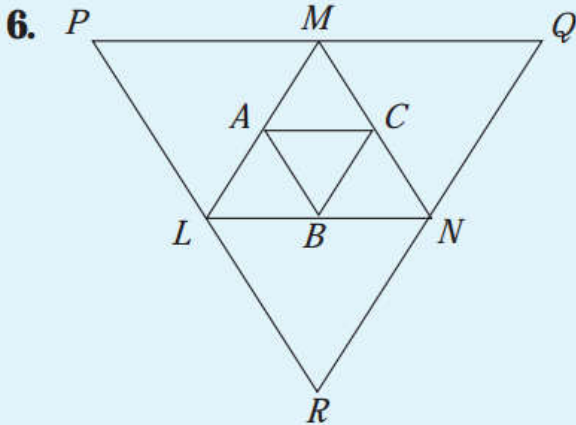
$$= 8 \text{ cm} + 2a \text{ cm} + a \text{ cm}$$

$$= \underline{\underline{(8 + 3a) \text{ cm}}}$$

(ii) $LMRP$ හි වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}(PR + LM) \times LN$

$$= \frac{1}{2}(3a) \times b$$

$$= \underline{\underline{\frac{3}{2}ab \text{ cm}^2}}$$



6.

රූපයේ දැක්වෙන PQR ත්‍රිකෝණයේ පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වන M, N හා L යා කිරීමෙන් LMN ත්‍රිකෝණය ද එහි පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වන C, B, A යා කිරීමෙන් CBA ත්‍රිකෝණය ද ලබා ගෙන ඇත. PQR ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය 12 cm වේ නම්, ABC ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය සොයන්න.

$$ABC \text{ ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය} = AB + BC + CA$$

$$= \frac{1}{2}MN + \frac{1}{2}LM + \frac{1}{2}LN$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}PR + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}QR + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}PQ$$

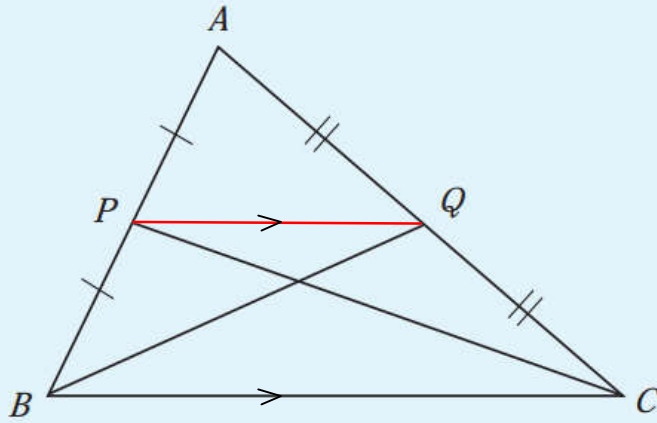
$$= \frac{1}{4}PR + \frac{1}{4}QR + \frac{1}{4}PQ$$

$$= \frac{1}{4}(PR + RQ + QP)$$

$$= \frac{1}{4} \times 12 \text{ cm}$$

$$= \underline{\underline{3 \text{ cm}}}$$

7.

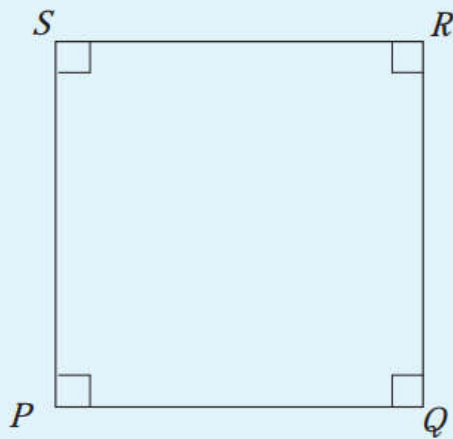


රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ AB හා AC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P හා Q වේ නම් PBC හා BQC ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵලය සමාන බව පෙන්වන්න.

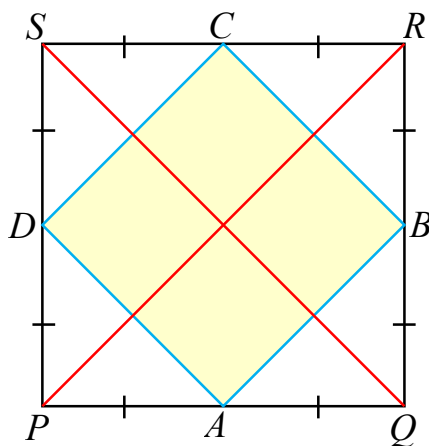
$PQ \parallel BC$ (මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයෙන්)

BC එකම ආධාරකය ද BC සහ PQ එකම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර ද පිහිටා ඇති බැවින් PBC ත්‍රිකෝණයේ ව.ඵ. = BQC ත්‍රිකෝණයේ ව.ඵ.

8.



රූපයේ දැක්වෙන $PQRS$ සමචතුරස්‍රයේ පරිමිතිය 60 cm වේ. එහි පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් ලැබෙන චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය සොයා, කර්ණී ආකාරයෙන් තබන්න.



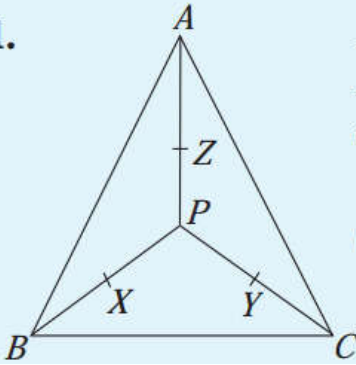
$$\begin{aligned} PR^2 &= PQ^2 + QR^2 \\ &= 15^2 + 15^2 \\ &= 15^2 \times 2 \\ PR &= 15\sqrt{2} \end{aligned}$$

$ABCD$ චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය

$$\begin{aligned} &= AB + BC + CD + DA \\ &= \frac{1}{2}PR + \frac{1}{2}SQ + \frac{1}{2}PR + \frac{1}{2}SQ \\ &= PR + SQ \\ &= 2PR \quad (PR = SQ \text{ නිසා}) \\ &= 2 \times 15\sqrt{2} \text{ cm} \\ &= \underline{\underline{30\sqrt{2} \text{ cm}}} \end{aligned}$$

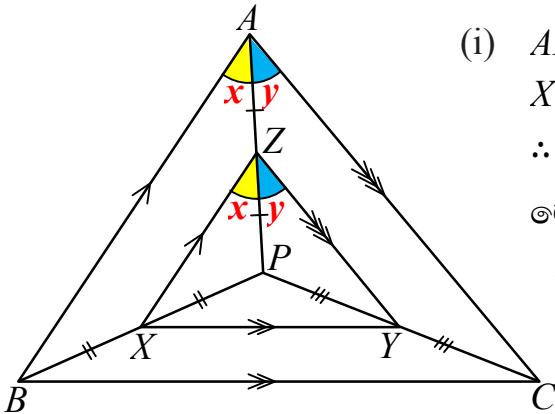
11.2 අභ්‍යාසය

1.



P යනු ABC ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තරයේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් වේ. AP , BP හා CP රේඛාවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් හා Z , X හා Y වේ.

- (i) $\hat{BAC} = \hat{XZY}$, $\hat{ACB} = \hat{ZYX}$ හා $\hat{CBA} = \hat{YXZ}$ බව පෙන්වන්න.
 (ii) ABC ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය XYZ ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය මෙන් දෙගුණයක් බව පෙන්වන්න.



- (i) ABP ත්‍රිකෝණයේ AP සහ BP පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය Z සහ X නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව, $XZ \parallel BA$ වේ.

$$\therefore \hat{BAZ} = \hat{XZP} \rightarrow \textcircled{1} \quad (\text{අනුරූප කෝණ})$$

මේ අයුරින්ම APC ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්,

$$\hat{ZAC} = \hat{PZY} \rightarrow \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}; \quad \hat{BAZ} + \hat{ZAC} = \hat{XZP} + \hat{PZY}$$

$$\underline{\underline{\hat{BAC} = \hat{XZY}}}$$

මේ ආකාරයටම $\hat{ACB} = \hat{ZYX}$ බවද

$\hat{CBA} = \hat{YXZ}$ බවද පෙන්විය හැකිය.

- (ii) මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව,

$$PBC \triangle \text{න්}; \quad XY = \frac{1}{2}BC \rightarrow \textcircled{3}$$

$$PAC \triangle \text{න්}; \quad YZ = \frac{1}{2}CA \rightarrow \textcircled{4}$$

$$PBA \triangle \text{න්}; \quad ZX = \frac{1}{2}AB \rightarrow \textcircled{5}$$

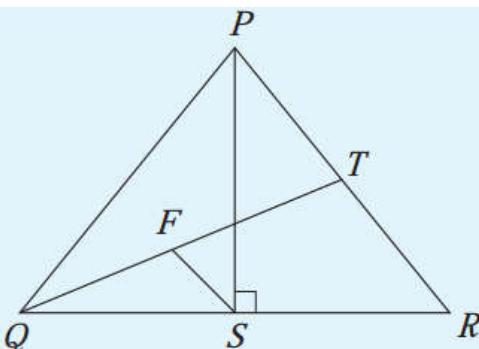
$$\textcircled{3} + \textcircled{4} + \textcircled{5}; \quad XY + YZ + ZX = \frac{1}{2}BC + \frac{1}{2}CA + \frac{1}{2}AB$$

$$\underbrace{XY + YZ + ZX} = \frac{1}{2} \underbrace{(BC + CA + AB)}$$

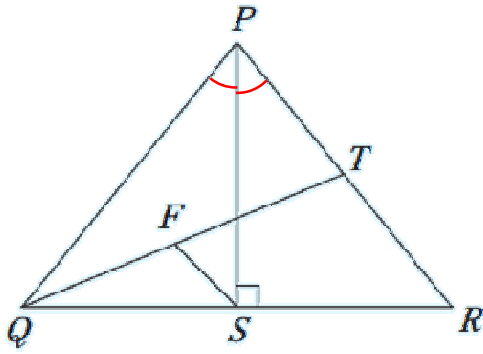
$$XYZ \triangle \text{යේ පරිමිතිය} = \frac{1}{2} \times ABC \triangle \text{යේ පරිමිතිය}$$

$$2 \times XYZ \triangle \text{යේ පරිමිතිය} = ABC \triangle \text{යේ පරිමිතිය}$$

2.



රූපයේ දැක්වෙන PQR ත්‍රිකෝණයේ QPR කෝණයේ සමච්ඡේදකයට QR පාදය S හි දී හමු වන්නේ $PS \perp QR$ වන පරිදිය. QT හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය F වේ. $FS \parallel TR$ බව පෙන්වන්න.



PSQ සහ PSR Δ දෙකෙහි

$\angle QPS = \angle SPR$ (දක්නය)

$\angle PSQ = \angle PSR$ (සෘජු කෝණ)

$PS = PS$ (පොදු පාදය)

$\therefore \triangle PSQ \equiv \triangle PSR$ (කෝ. කෝ. පා.)

$\therefore QS = SR$ (අංගසම Δ වල අනුරූප අංග)

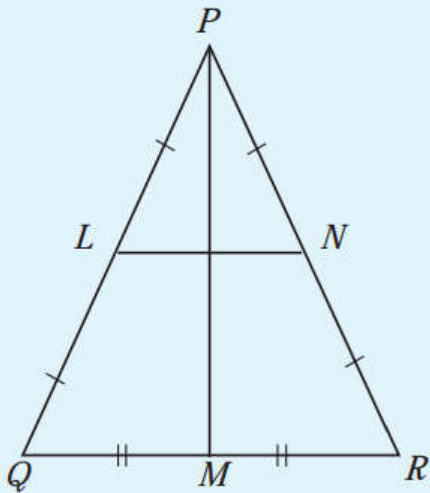
QRT Δ සැලකූ විට

$QS = SR$ (සාධනය)

$QF = FT$ (දක්නය)

\therefore මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයට අනුව $FS \parallel TR$

3.



රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව, $PM \perp LN$ බව පෙන්වන්න.

PMQ සහ PMR Δ දෙකෙහි

$PQ = PR$ (දක්නය)

$QM = MR$ (දක්නය)

$PM = PM$ (පොදු පාදය)

$\therefore \triangle PMQ \equiv \triangle PMR$ (පා. පා. පා.)

$\therefore \angle PMQ = \angle PMR$ (අංගසම Δ වල අනුරූප අංග)

නමුත් $\angle PMQ + \angle PMR = 180^\circ$

$\therefore \angle PMQ = \angle PMR = 90^\circ$

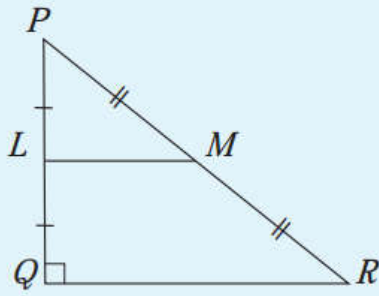
PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය L ද PR හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය N ද නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයට අනුව $LN \parallel QR$

$\therefore \angle P\hat{K}L = \angle PMQ$ (අනුරූප කෝණ)

$\angle P\hat{K}L = 90^\circ$

\therefore $PM \perp LN$

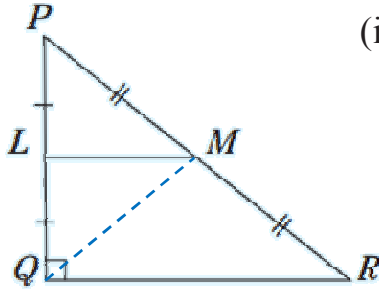
4.



රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව,

(i) $PLM \Delta \equiv QLM \Delta$ බව

(ii) $LQRM$ හි වර්ගඵලය = $\frac{3}{4} PQR \Delta$ වර්ගඵලය බව පෙන්වන්න.



(i) PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ සහ PR පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය L සහ M නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව, $LM \parallel QR$ වේ.

$\therefore \angle PLM = \angle PQR = 90^\circ$ (අනුරූප කෝණ)

$\therefore \angle MLQ = 90^\circ$

PLM සහ $QLM \Delta$ දෙකෙහි

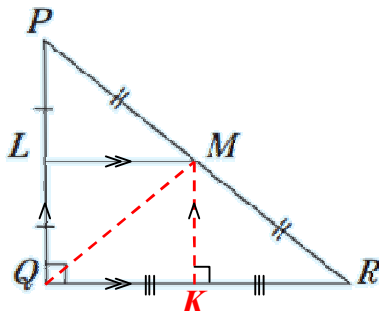
$PL = LQ$ (දත්තය)

$\angle PLM = \angle MLQ$ (සාධිතයි)

$LM = LM$ (පොදු පාදය)

$\therefore \underline{PLM \Delta \equiv QLM \Delta}$ (පා. කෝ. පා.)

(ii)



නිර්මාණය: QR හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය K ලෙස ලකුණු කර MK යා කරන්න.

ඉහත (i) කොටසේ සාධනය කළ අයුරින්ම $MKQ \Delta \equiv MKR \Delta$ බව පෙන්විය හැකිය.

එවිට $MKQ \Delta$ ව.ඵ. = $MKR \Delta$ ව.ඵ. \rightarrow ①

$LMKQ$ සාප්පකෝණාස්‍රයක් ද QM විකර්ණයෙන් එහි වර්ගඵලය සමවිච්ඡේදනය වන නිසාද

$MKQ \Delta$ ව.ඵ. = $MLQ \Delta$ ව.ඵ. \rightarrow ②

තවද $PLM \Delta \equiv QLM \Delta$ නිසා

$MLQ \Delta$ ව.ඵ. = $PLM \Delta$ ව.ඵ. \rightarrow ③

①, ② හා ③ අනුව

$MKQ \Delta$ ව.ඵ. = $MKR \Delta$ ව.ඵ. = $MLQ \Delta$ ව.ඵ. = $PLM \Delta$ ව.ඵ.

$\therefore \underline{\underline{LQRM \text{ ව.ඵ.} = \frac{3}{4} PQR \Delta \text{ ව.ඵ.}}}$

$$PQR \Delta \text{ ව.ඵ.} = \frac{1}{2} QR \times PQ$$

$$LQRM \text{ ව.ඵ.} = \frac{(LM+QR)}{2} \times LQ$$

$$= \frac{(\frac{1}{2}QR+QR)}{2} \times \frac{1}{2}PQ$$

$$= \frac{(\frac{3}{2}QR)}{2} \times \frac{1}{2}PQ$$

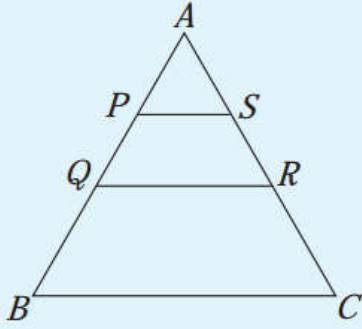
$$= \frac{3}{2} QR \times \frac{1}{4} PQ$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} QR \times PQ$$

$$= \frac{3}{4} \times PQR \Delta \text{ ව.ඵ.}$$

(ඉහත වර්ගඵලයන් දෙක බෙදීම මගින් ද පිළිතුර ලබා ගත හැකිය.)

5.



දී ඇති ABC ත්‍රිකෝණයේ AB හා AC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් Q හා R වේ. AQ හා AR රේඛාවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P හා S වේ. $4 PS = BC$ බව පෙන්වන්න.

AQR ත්‍රිකෝණයේ AQ සහ AR පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය P සහ S නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව,

$$PS = \frac{1}{2} QR \rightarrow (1)$$

ABC ත්‍රිකෝණයේ AB සහ AC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය Q සහ R නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව,

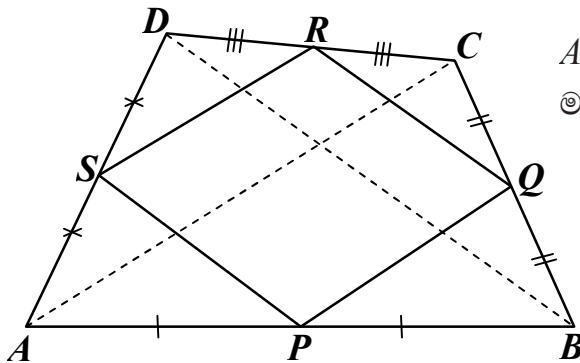
$$QR = \frac{1}{2} BC \rightarrow (2)$$

$$(2), (1) \text{ ආදේශයෙන් } PS = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} BC$$

$$PS = \frac{1}{4} BC$$

$$\underline{\underline{4PS = BC}}$$

6. (i) ඕනෑම චතුරස්‍රයක පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් ලැබෙන චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වන බව සාධනය කරන්න.



$ABCD$ චතුරස්‍රයේ AB, BC, CD, DA පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P, Q, R, S යැයි ගනිමු.

ADC ත්‍රිකෝණයේ $DS = SA$ ද $DR = RC$ ද වේ.

එමනිසා, මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව

$$SR = \frac{1}{2} AC \text{ සහ } SR \parallel AC \rightarrow (1)$$

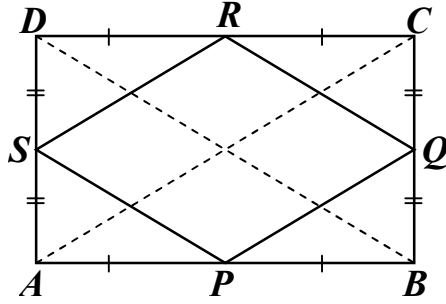
මේ අයුරින්ම ABC ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්,

$$PQ = \frac{1}{2} AC \text{ සහ } PQ \parallel AC \rightarrow (2)$$

(1) හා (2) අනුව; $SR = PQ$ සහ $SR \parallel PQ$ වේ.

$\therefore \underline{\underline{PQRS}}$ සමාන්තරාස්‍රයකි. (සම්මුඛ පාද යුගලයක් සමාන හා සමාන්තර නිසා)

(ii) ඕනෑම සෘජුකෝණාස්‍රයක පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් ලැබෙන චතුරස්‍රය රෝම්බසයක් බව සාධනය කරන්න.



මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව

$$PQ = \frac{1}{2}AC$$

$$RQ = \frac{1}{2}DB$$

$$SR = \frac{1}{2}AC$$

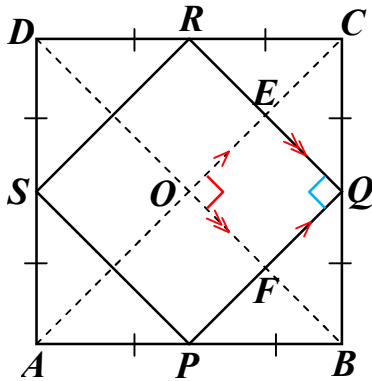
$$SP = \frac{1}{2}DB$$

සෘජුකෝණාස්‍රයක විකර්ණ දිගින් සමාන නිසා $AC = DB$ වේ.

$\therefore PQ = RQ = SR = SP$ වේ.

\therefore $PQRS$ රෝම්බසයකි.

(iii) ඕනෑම සමචතුරස්‍රයක පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් ලැබෙන චතුරස්‍රය සමචතුරස්‍රයක් වන බව සාධනය කරන්න.



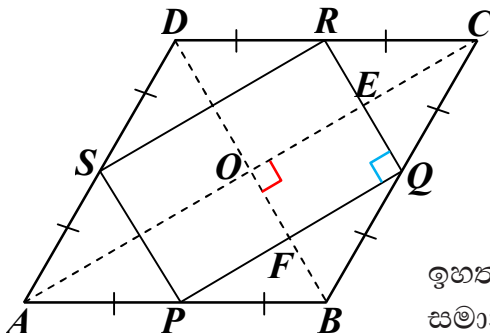
ඉහත (ii) කොටසේ සාධනය කළ ආකාරයටම $PQRS$ රෝම්බසයක් බව පෙන්විය හැකිය.

සමචතුරස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙකට ලම්බ නිසා $\angle BOC = 90^\circ$

$OFQE$ සමාන්තරාස්‍රයක් ද සමාන්තරාස්‍රය සම්මුඛ කෝණ සමානවන නිසා ද $\angle FQE = 90^\circ$ වේ.

\therefore $PQRS$ සමචතුරස්‍රයකි.

(iv) ඕනෑම රෝම්බසයක පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් සෑදෙන චතුරස්‍රය සෘජුකෝණාස්‍රයක් වන බව සාධනය කරන්න.



ඉහත (i) කොටසේ සාධනය කළ ආකාරයටම $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්විය හැකිය.

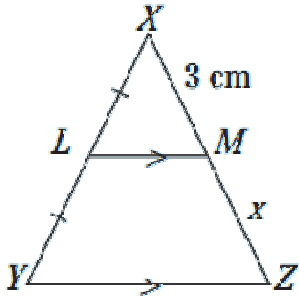
රෝම්බසයක විකර්ණ එකිනෙකට ලම්බ නිසා $\angle BOC = 90^\circ$

$OFQE$ සමාන්තරාස්‍රයක් ද සමාන්තරාස්‍රය සම්මුඛ කෝණ සමානවන නිසා ද $\angle FQE = 90^\circ$ වේ.

\therefore $PQRS$ සෘජුකෝණාස්‍රයකි.

11.3 අභ්‍යාසය

1. එක් එක් රූපයේ දැක්වෙන x හි අගය සොයන්න.

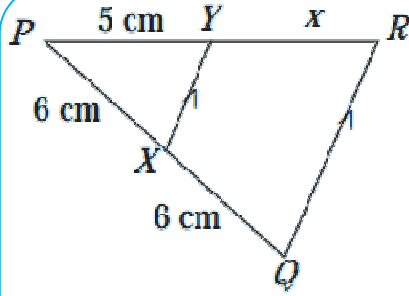


$XL = LY$ ද $LM \parallel YZ$ ද නිසා
මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ
විලෝමයට අනුව

$$XM = ML$$

$$3 \text{ cm} = x$$

$$\underline{\underline{x = 3 \text{ cm}}}$$

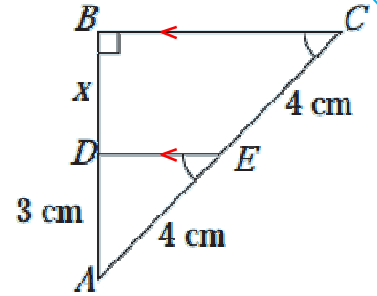


$PX = XQ$ ද $XY \parallel QR$ ද නිසා
මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ
විලෝමයට අනුව

$$PY = YR$$

$$5 \text{ cm} = x$$

$$\underline{\underline{x = 5 \text{ cm}}}$$



$$B\hat{C}E = D\hat{E}A$$

$$\therefore BC \parallel DE$$

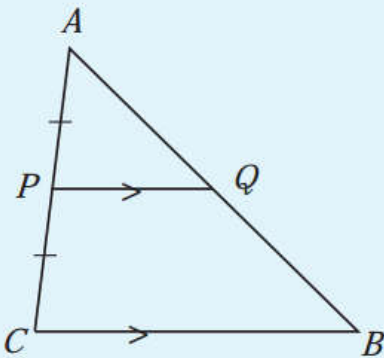
$CE = EA$ ද $BC \parallel DE$ ද නිසා

මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ
විලෝමයට අනුව

$$BD = DA$$

$$\underline{\underline{x = 3 \text{ cm}}}$$

2.



AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය P ද $BC = 12 \text{ cm}$,
 $AB = 15 \text{ cm}$ ද $PQ \parallel CB$ ද වේ නම්,
(i) QB දිග
(ii) PQ දිග
සොයන්න.

(i) AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය P ද $CB \parallel PQ$ ද නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව

$$AQ = QB$$

$$\therefore QB = \frac{1}{2} AB$$

$$= \frac{1}{2} \times 15 \text{ cm}$$

$$= \underline{\underline{7.5 \text{ cm}}}$$

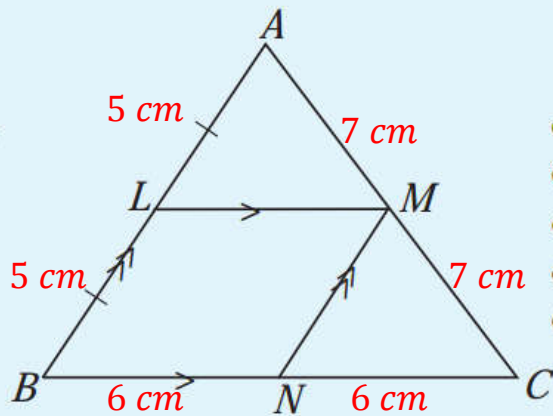
(ii) AC සහ AB පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය P සහ Q නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව,

$$PQ = \frac{1}{2} CB$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \text{ cm}$$

$$= \underline{\underline{6 \text{ cm}}}$$

3.



රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ AB පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය L වන අතර $LM \parallel BC$ ද $MN \parallel AB$ ද වේ. $AB = 10 \text{ cm}$ ද $AM = 7 \text{ cm}$ ද $BC = 12 \text{ cm}$ ද නම් MC දිග හා $BNML$ චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය සොයන්න.

AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය L ද $LM \parallel BC$ ද නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව

$$AM = MC$$

$$\therefore \underline{MC = 7 \text{ cm}}$$

AC සහ AB පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය L සහ M නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව,

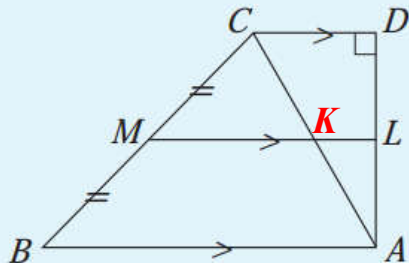
$$LM = \frac{1}{2} BC \quad \therefore LM = 6 \text{ cm}$$

$$BNML \text{ සමාන්තරාස්‍රයක් නිසා එහි පරිමිතිය} = 2(LB + LM)$$

$$= 2(5 + 6)$$

$$= \underline{22 \text{ cm}}$$

4.



රූප සටහනෙහි දී ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන් $AC = 10 \text{ cm}$ හා $AD = 8 \text{ cm}$ නම්

(i) DC දිගත්

(ii) $ML = 10 \text{ cm}$ නම් $ABCD$ ත්‍රපිසියමේ වර්ගඵලයත් සොයන්න.

$$(i) AC^2 = AD^2 + DC^2$$

$$10^2 = 8^2 + DC^2$$

$$DC^2 = 10^2 - 8^2$$

$$DC^2 = 36$$

$$\underline{DC = 6 \text{ cm}}$$

(ii) $ABC \Delta$ යේ BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය M ද $MK \parallel BA$ ද නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව $CK = KA$ වේ.

$$\therefore \text{මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව, } MK = \frac{1}{2} BA \rightarrow \textcircled{1}$$

$$\text{මේ අයුරින්ම } ACD \Delta \text{ සැලකීමෙන්, } KL = \frac{1}{2} CD \rightarrow \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}; MK + KL = \frac{1}{2} BA + \frac{1}{2} CD$$

$$ML = \frac{1}{2} (BA + CD) \rightarrow \textcircled{3}$$

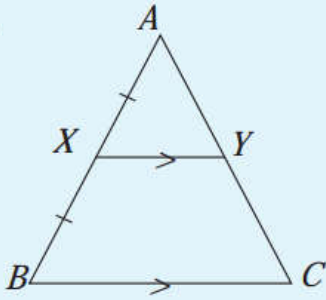
$$ABCD \text{ ත්‍රපිසියමේ ව.ඵ.} = \frac{1}{2} (BA + CD) \times AD$$

$$= ML \times AD$$

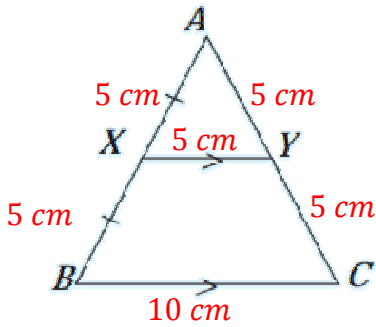
$$= 10 \times 8$$

$$= \underline{80 \text{ cm}^2}$$

5.



රූපයේ දැක්වෙන ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය 30 cm වේ. දී ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන් $BCYX$ ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය සොයන්න.



ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක් නිසා $BC = 10\text{ cm}$

AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X ද $XY \parallel BC$ ද නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව $AY = YC$ වේ.

$$\therefore YC = 5\text{ cm}$$

AB සහ AC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය X සහ Y නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව,

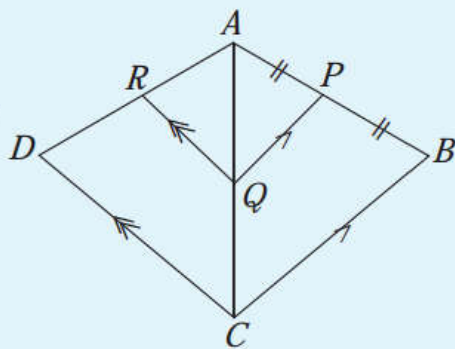
$$XY = \frac{1}{2}BC \quad \therefore XY = 5\text{ cm}$$

$$BCYX \text{ පරිමිතිය} = BC + CY + YX + XB$$

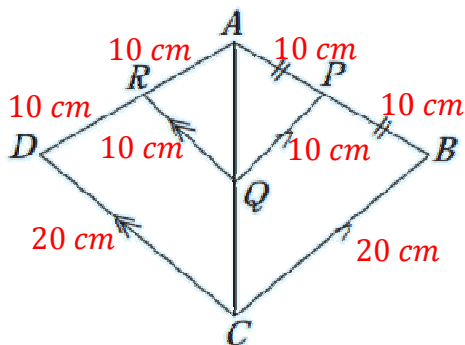
$$= 10\text{ cm} + 5\text{ cm} + 5\text{ cm} + 5\text{ cm}$$

$$= \underline{\underline{25\text{ cm}}}$$

6.



රූපයේ දැක්වෙන ABC හා ADC ත්‍රිකෝණ, සමපාද ත්‍රිකෝණ වන අතර $AB = 20\text{ cm}$ වේ. දී ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන් $PQRDCB$ කොටසේ පරිමිතිය සොයන්න.



AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය P ද $QP \parallel CB$ ද නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව $AQ = QC$ වේ.

AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය Q ද $QR \parallel CD$ ද නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව $AR = RD$ වේ.

ABC Δ ය සැලකීමෙන් මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව,

$$QP = \frac{1}{2}CB \quad \therefore QP = 10\text{ cm}$$

ADC Δ ය සැලකීමෙන් මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව,

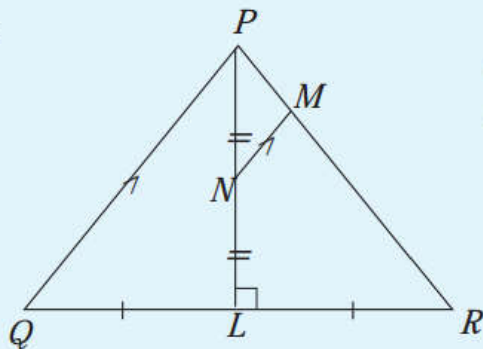
$$RQ = \frac{1}{2}DC \quad \therefore RQ = 10\text{ cm}$$

$$PQRDCB \text{ කොටසේ පරිමිතිය} = PQ + QR + RD + DC + CB + BP$$

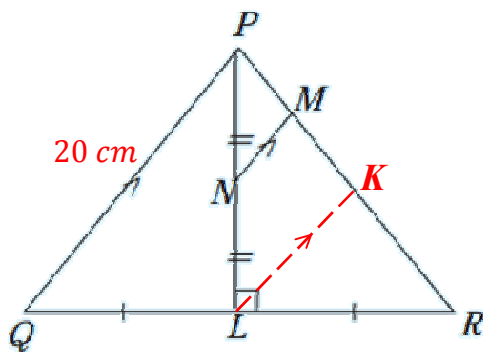
$$= 10\text{ cm} + 10\text{ cm} + 10\text{ cm} + 20\text{ cm} + 20\text{ cm} + 10\text{ cm}$$

$$= \underline{\underline{80\text{ cm}}}$$

7.



රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු ඇසුරෙන් $PQ = 20 \text{ cm}$ නම් MN දිග සොයන්න.



නිර්මාණය: QP ට සමාන්තරව L සිට PR පාදය K හිදී හමුවන සේ LK රේඛාව අඳින්න.

QR හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය L ද $QP \parallel LK$ ද නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව $PK = KR$ වේ.

PQR Δ සැලකීමෙන් මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව,

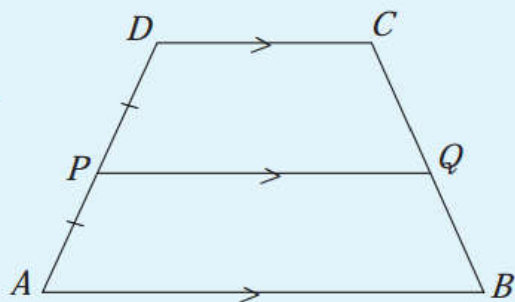
$$LK = \frac{1}{2}QP \quad \therefore LK = 10 \text{ cm}$$

PLK Δ සැලකීමෙන් PL හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය N ද $NM \parallel LK$ ද නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව $PM = MK$ වේ.

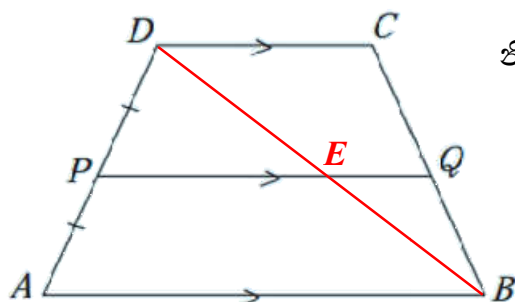
PLK Δ සැලකීමෙන් මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව,

$$\begin{aligned} NM &= \frac{1}{2}LK \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \text{ cm} \\ &= \underline{\underline{5 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

8.



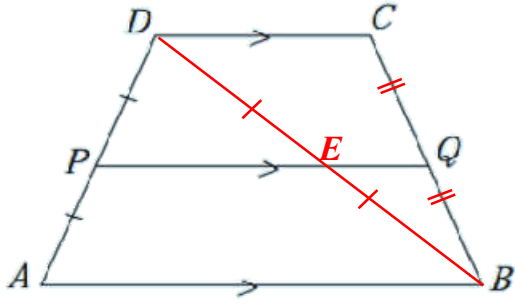
රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු ඇසුරෙන් PQ හි දිග AB හා DC හි දිග ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.



නිර්මාණය: DB යා කර එය PQ රේඛාව ඡේදනය කරන ලක්ෂ්‍යය E ලෙස නම් කරන්න.

ABD Δ සැලකීමෙන් AD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය P ද $PE \parallel AB$ ද නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව $DE = EB$ වේ.

BCD Δ සැලකීමෙන් DE හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය E ද $EQ \parallel DC$ ද නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව $CQ = QB$ වේ.



ABD Δය සැලකීමෙන් මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව,

$$PE = \frac{1}{2}AB \rightarrow \textcircled{1}$$

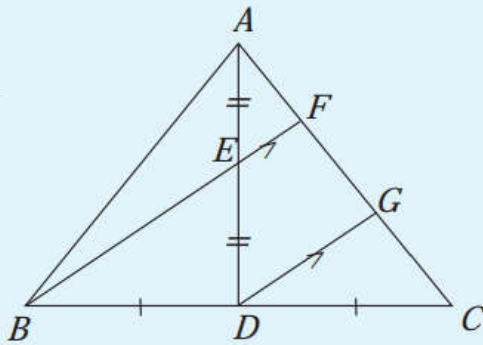
BCD Δය සැලකීමෙන් මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව,

$$EQ = \frac{1}{2}DC \rightarrow \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}; PE + EQ = \frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}DC$$

$$\underline{\underline{PQ = \frac{1}{2}(AB + DC)}}$$

9.



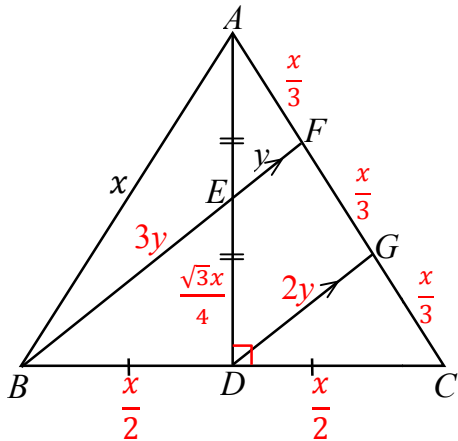
රූපයේ දැක්වෙන ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයේ පාදයක දිග x cm ද $EF = y$ cm ද ලෙස ගෙන ලකුණු කර ඇති තොරතුරු අනුව

(i) $EDGF$ චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය

(ii) $BDGF$ චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය

(iii) $BDGA$ චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය

x හා y ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.



ADG Δය සැලකීමෙන් AD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය E ද $EF \parallel DG$ ද නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව $AF = FG \rightarrow \textcircled{1}$

BCF Δය සැලකීමෙන් BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D ද $BF \parallel DG$ ද නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව $FG = GC \rightarrow \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ හා $\textcircled{2}$ අනුව, $AF = FG = GC$

$$\therefore AF = FG = GC = \frac{x}{3}$$

ADG Δය සැලකීමෙන් මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය ප්‍රමේයයට අනුව $EF = \frac{1}{2}DG$

$$y = \frac{1}{2}DG$$

$$DG = 2y$$

ADC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් නිසා පයිතගරස් ප්‍රමේයයෙන්

$$AC^2 = AD^2 + DC^2$$

$$AD^2 = AC^2 - DC^2$$

$$= x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$= x^2 - \frac{x^2}{4}$$

$$= \frac{4x^2 - x^2}{4}$$

$$AD^2 = \frac{3x^2}{4}$$

$$AD = \frac{\sqrt{3}x}{2}$$

$$AE = \frac{\sqrt{3}x}{2} \div 2$$

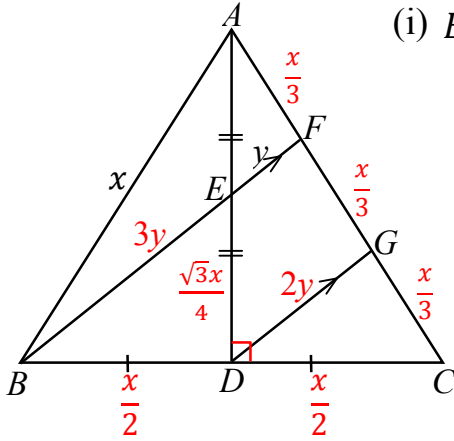
$$AE = \frac{\sqrt{3}x}{4}$$

$$ED = \frac{\sqrt{3}x}{4}$$

BCF Δය සැලකීමෙන් මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය ප්‍රමේයයට අනුව $DG = \frac{1}{2}BF$

$$2y = \frac{1}{2}BF$$

$$BF = 4y$$

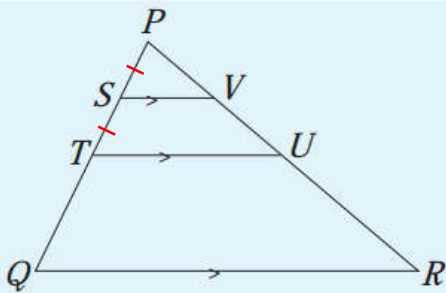


$$\begin{aligned}
 \text{(i) } EDGF \text{ චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය} &= ED + DG + GF + FE \\
 &= \frac{\sqrt{3}x}{4} + 2y + \frac{x}{3} + y \\
 &= \frac{\sqrt{3}x}{4} + \frac{x}{3} + 3y \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ii) } BDGF \text{ චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය} &= BD + DG + GF + FB \\
 &= \frac{x}{2} + 2y + \frac{x}{3} + 4y \\
 &= \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 6y \\
 &= \frac{5x}{6} + 6y \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iii) } BDGA \text{ චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය} &= BD + DG + GA + AB \\
 &= \frac{x}{2} + 2y + \frac{2x}{3} + x \\
 &= \frac{x}{2} + \frac{2x}{3} + x + 2y \\
 &= \frac{3x}{6} + \frac{4x}{6} + \frac{6x}{6} + 2y \\
 &= \frac{13x}{6} + 2y \text{ cm}
 \end{aligned}$$

10.



දී ඇති රූපයේ PQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය T ද PT හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය S ද වේ. S හා T හරහා QR ට සමාන්තර ව ඇඳි රේඛා PR පාද පිළිවෙළින් V හා U හි දී හමු වේ.

- (i) $PV = \frac{1}{4} PR$ බව පෙන්වන්න.
(ii) $SV : QR$ සොයන්න.

(i) PQR Δ සැලකීමෙන් PQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය T ද $TU \parallel QR$ ද නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව $PU = UR$

$$\therefore PU = \frac{1}{2} PR \rightarrow \textcircled{1}$$

PTU Δ සැලකීමෙන් PT හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය S ද $SV \parallel TU$ ද නිසා මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව $PV = VU$

$$\therefore PV = \frac{1}{2} PU \rightarrow \textcircled{2}$$

①, ② ට ආදේශයෙන්

$$PV = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} PR$$

$$PV = \frac{1}{4} PR$$

PQR Δ ය සැලකීමෙන් මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව

$$TU = \frac{1}{2}QR \rightarrow (3)$$

PTU Δ ය සැලකීමෙන් මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව

$$SV = \frac{1}{2}TU \rightarrow (4)$$

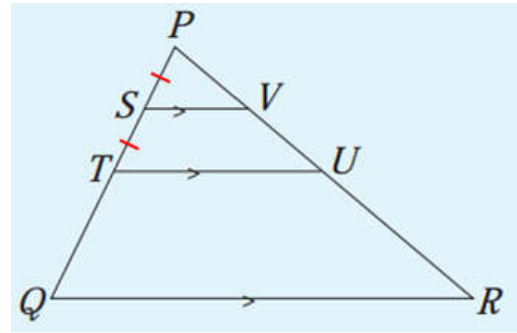
(3), (4) ට ආදේශයෙන්

$$SV = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}QR$$

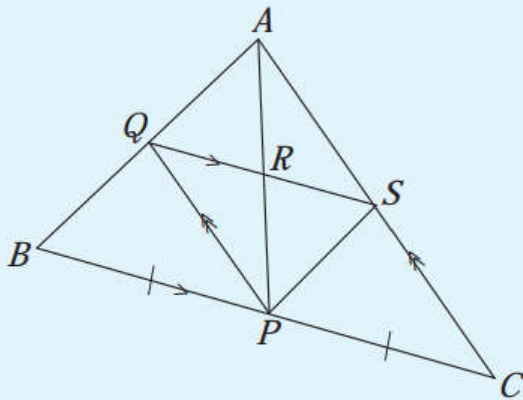
$$SV = \frac{1}{4}QR$$

$$\frac{SV}{QR} = \frac{1}{4}$$

$$\underline{\underline{SV:QR = 1:4}}$$



11.



රූපයේ දී ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන් $AR = RP$ බවත් $PS \parallel BQ$ බවත් පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ $BP = PC$ ද $PQ \parallel AC$ ද වේ.

එමනිසා, මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව

$$BQ = QA$$

ABP ත්‍රිකෝණයේ $BQ = QA$ ද $QR \parallel BP$ ද වේ.

එමනිසා, මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව

$$\underline{\underline{AR = RP}}$$

ABC ත්‍රිකෝණයේ $AQ = QB$ ද $QS \parallel BC$ ද වේ.

එමනිසා, මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව

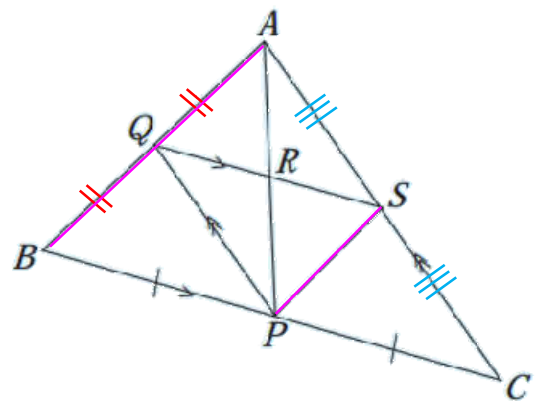
$$AS = SC$$

ABC ත්‍රිකෝණයේ $AS = SC$ ද $BP = PC$ ද වේ.

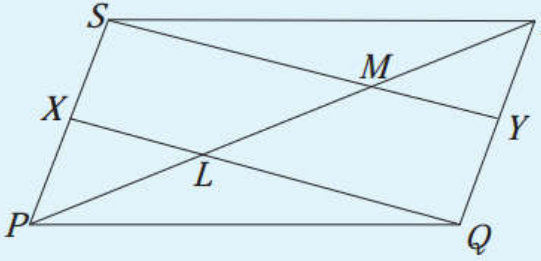
එමනිසා, මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව

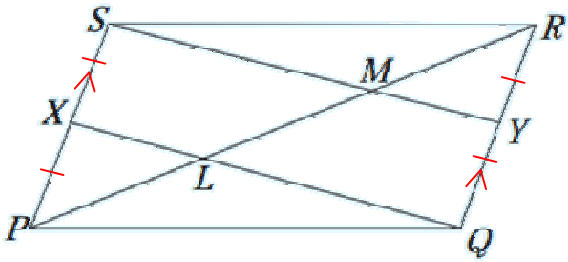
$$PS \parallel BA$$

$$\text{එනම් } \underline{\underline{PS \parallel BQ}}$$



මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1.  $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ PS හා QR පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයන් පිළිවෙළින් X හා Y වේ. XQ හා SY රේඛා පිළිවෙළින් L හා M හි දී PR විකර්ණය හමු වේ.
- (i) $XQYS$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව
(ii) $PM = \frac{2}{3} PR$ බව සාධනය කරන්න.



- (i) SP හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X ද RQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය Y ද $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් නිසා $SP = RQ$ වන නිසා $SX = YQ$ වේ.
තවද $SP \parallel RQ$ ($PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් නිසා)
එනම් $SX \parallel YQ$
 $SX = YQ$ ද $SX \parallel YQ$ ද නිසා $XQYS$ සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

- (ii) $XQYS$ සමාන්තරාස්‍රයක් නිසා $SY \parallel XQ$ වේ.

PSM ත්‍රිකෝණයේ $SX = XP$ ද $XL \parallel SM$ ද වේ.

එමනිසා, මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව

$$PL = LM \rightarrow \textcircled{1}$$

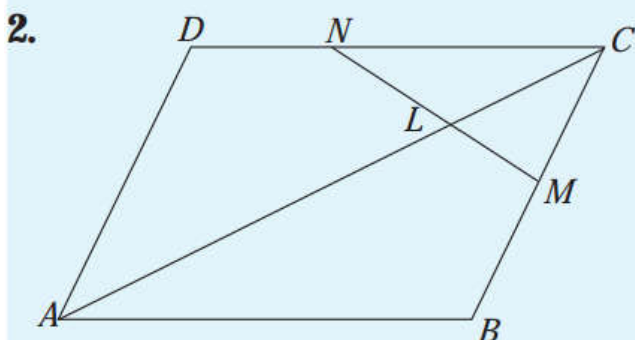
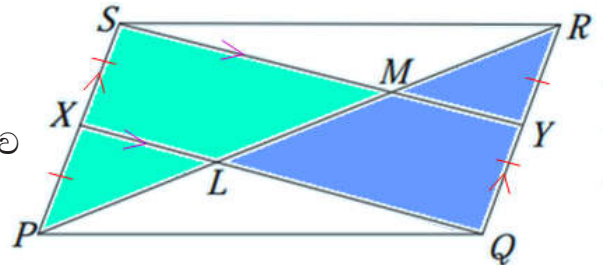
LQR ත්‍රිකෝණයේ $QY = YR$ ද $MY \parallel LQ$ ද වේ.

එමනිසා, මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව

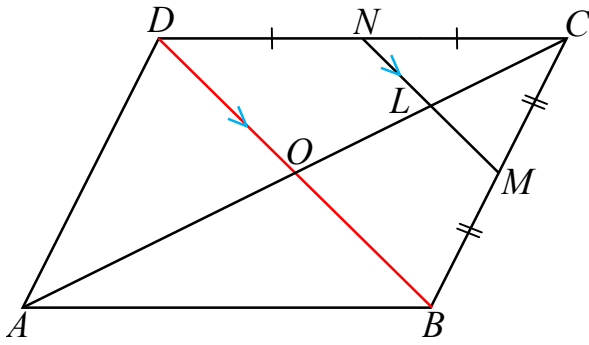
$$LM = MR \rightarrow \textcircled{2}$$

① හා ② අනුව, $PL = LM = MR$

$$\therefore \underline{PM = \frac{2}{3} PR}$$



2. $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ BC හා CD පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් M හා N වේ. $LC = \frac{1}{4} AC$ බව පෙන්වන්න.



නිර්මාණය: DB විකර්ණය ඇඳ එය AC විකර්ණය ඡේදනය කරන ලක්ෂ්‍යය O ලෙස නම් කරන්න.

DBC ත්‍රිකෝණයේ $DN = NC$ ද $CM = MB$ ද වේ.
එමනිසා, මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව
 $NM \parallel DB$

DOC ත්‍රිකෝණයේ $DN = NC$ ද $NL \parallel DO$ ද වේ.
එමනිසා, මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව
 $OL = LC$

$$\therefore LC = \frac{1}{2} OC \rightarrow \textcircled{1}$$

සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වන නිසා

$$AO = OC$$

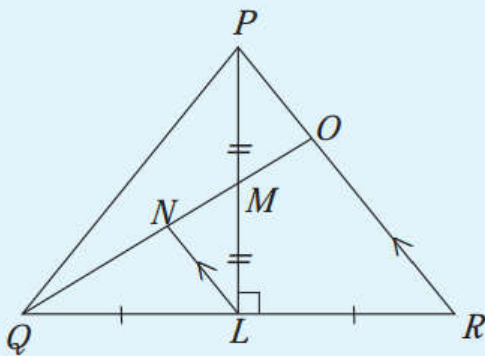
$$\therefore OC = \frac{1}{2} AC \rightarrow \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$, $\textcircled{1}$ ට ආදේශයෙන්

$$LC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} AC$$

$$\underline{\underline{LC = \frac{1}{4} AC}}$$

3.



රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු ඇසුරෙන්

(i) $QN = NO$ බව

(ii) $POM \Delta \equiv NLM \Delta$ බව

(iii) $PNLO$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව

(iv) $MO = \frac{1}{4} QO$ බව

පෙන්වන්න.

(i) QOR ත්‍රිකෝණයේ $QL = LR$ ද $LN \parallel RO$ ද වේ.
එමනිසා, මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව

$$\underline{\underline{QN = NO}}$$

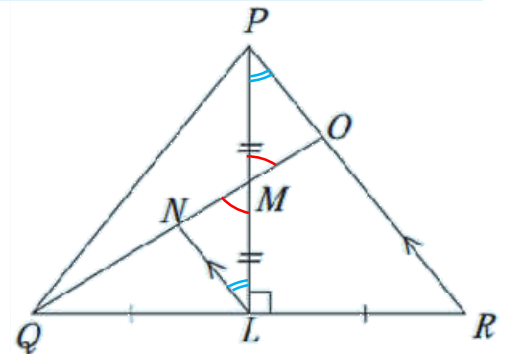
(ii) POM සහ $NLM \Delta$ දෙකෙහි

$$PM = ML \text{ (දත්තය)}$$

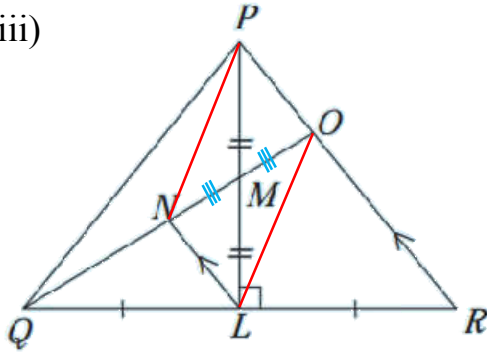
$$\widehat{PMO} = \widehat{NML} \text{ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)}$$

$$\widehat{MPO} = \widehat{NLM} \text{ (ඒකාන්තර කෝණ)}$$

$$\therefore \underline{\underline{POM \Delta \equiv NLM \Delta}} \text{ (කෝ. කෝ. පා.)}$$



(iii)



$PNLO$ චතුරස්‍රයේ $NM = MO$ ($POM\Delta \equiv NLM\Delta$ නිසා)

$PM = ML$ (දත්තය)

$\therefore PL$ සහ NO විකර්ණ M හිදී එකිනෙක සමච්ඡේදනය වේ.

$\therefore PNLO$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

(iv) $NM = MO$ (අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග)

$$\therefore MO = \frac{1}{2} NO \rightarrow \textcircled{1}$$

$QN = NO$ (සාධිතයි)

$$\therefore NO = \frac{1}{2} QO \rightarrow \textcircled{2}$$

②, ① ට ආදේශයෙන්

$$MO = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} QO$$

$$MO = \frac{1}{4} QO$$

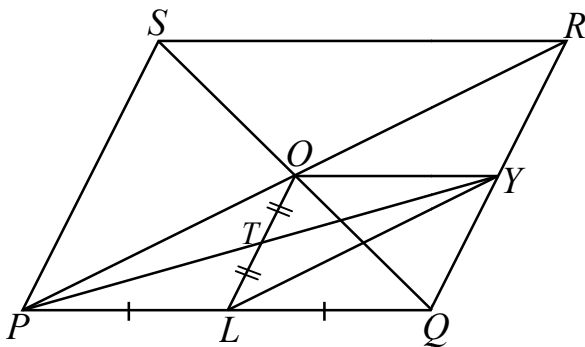
4. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් වේ. එහි විකර්ණ O හි දී ඡේදනය වේ. PQ පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය L වන අතර LO රේඛාවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය T වේ. දික්කල PT රේඛාව හා QR රේඛාව Y හි දී හමු වේ.

(i) $PT = TY$ බව

(ii) $PLYO$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව

(iii) $4 LT = QR$ බව

පෙන්වන්න.



(i) $PO = OR$ (සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වන නිසා)

$PL = LQ$ (දත්තය)

$\therefore PQR \Delta$ සැලකීමෙන් මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයට අනුව

$LO \parallel QR$ වේ. $\therefore LT \parallel QY$

PQY ත්‍රිකෝණයේ $PL = LQ$ ද $LT \parallel QY$ ද වේ.

එමනිසා, මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව

$$\underline{PT = TY}$$

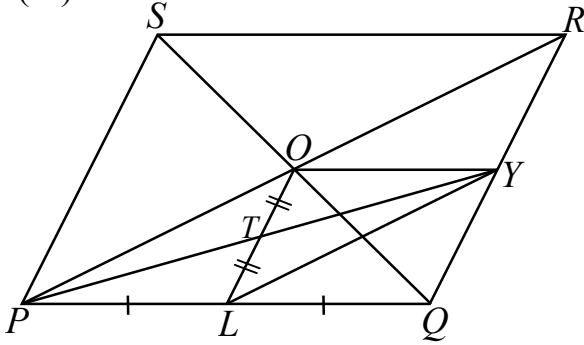
(ii) $PLYO$ චතුරස්‍රයේ $PT = TY$ (සාධිතයි)

$OT = TL$ (දත්තය)

$\therefore PY$ සහ OL විකර්ණ T හිදී එකිනෙක සමච්ඡේදනය වේ.

$\therefore PLYO$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

(iii)



$$LT = TO \text{ නිසා } LT = \frac{1}{2}LO$$

$$\therefore LO = 2LT \rightarrow \textcircled{1}$$

PQR ත්‍රිකෝණයේ $PL = LQ$ ද $PO = OR$ ද වේ.
එමනිසා, මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව

$$LO = \frac{1}{2}QR \rightarrow \textcircled{2}$$

①, ② ට ආදේශයෙන්

$$2LT = \frac{1}{2}QR$$

$$\underline{\underline{4LT = QR}}$$

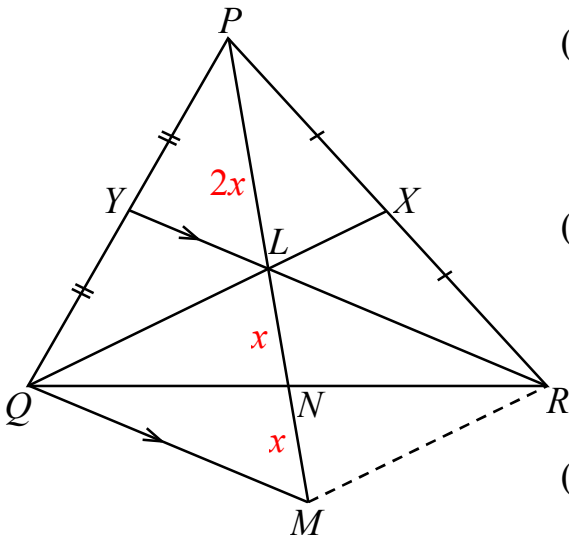
5. PQR ත්‍රිකෝණයේ PR හා PQ පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයන් පිළිවෙළින් X හා Y වේ. QX හා YR රේඛා L හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. Q හරහා YR ට සමාන්තර ව ඇඳී රේඛාව දික්කල PL පාදය M හි දී හමු වේ. LM හා QR රේඛා N හි දී ඡේදනය වේ.

(i) $PL = LM$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $MR // QX$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $QMRL$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.

(iv) $\frac{PL}{PN}$ හි අගය සොයන්න.



(i) PQM ත්‍රිකෝණයේ $PY = YQ$ ද $YL // QM$ ද වේ.
එමනිසා, මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව

$$\underline{\underline{PL = LM}}$$

(ii) PMR ත්‍රිකෝණයේ $PL = LM$ ද $PX = XR$ ද වේ.
එමනිසා, මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයට අනුව

$$MR // LX$$

$$\therefore \underline{\underline{MR // QX}}$$

(iii) $QMRL$ චතුරස්‍රයේ $QL // MR$ ($MR // QX$ නිසා)
 $LR // QM$ (දත්තයෙන්)

$$\therefore \underline{\underline{QMRL \text{ සමාන්තරාස්‍රයකි.}}}$$

(iv) $QMRL$ සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ N හිදී
සමච්ඡේදනය වන නිසා $LN = NM$

$$PL = LM \text{ (සාධිතයි)}$$

$$\frac{PL}{PN} = \frac{2x}{3x}$$

$$\underline{\underline{\frac{PL}{PN} = \frac{2}{3}}}$$

$$\begin{aligned} \frac{PL}{PN} &= \frac{PL}{PL+LN} \\ &= \frac{PL}{PL+\frac{1}{2}PL} \\ &= \frac{PL}{\frac{3}{2}PL} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$