

# Hvieznde impérium

## Kružnica

Ak je impérium kružnica, každý systém musí mať iba susedný systém, ktorý je na kružnici za ním a systém, ktorý je na kružnici pred ním. V kružnici musí byť tak každý systém predchodca aj nasledovateľ nejakého iného systému. Ak bude mať každý systém stupeň 2, teda je na kružnici predchodca aj nasledovateľ, vieme povedať, že impérium je kružnica. Z toho vypláva, že ak nejaký systém nemá dvoch susedov, impérium kružnica nie je, pretože impérium buď niekde končí, alebo nejaký zo systémov má viac ako dvoch susedov a to nemôže nastať.

Keďže neveštíme žiadne bity, pre toto riešenie je  $k = 0$ .

```
# ak pocet susedov nejakého zo systemov nie je 2, imperium nie je kruznica
if stupen != 2: return NIE

# pockame a ak nikto neodpovedal nie, teda vesmir nie je ruzovy, odpoved je ANO
if ruzovy_vesmir(): return NIE
return ANO
```

## Perfektné párovanie

Vieme, že perfektne parovanie môže existovať iba v grafe s párnym počtom vrcholov. Ak teda v impériu nie je počet systémov párný, rovno odpovedáme NIE.

Najprv si každý systém vyveští index jeho páru, ktorý následne pošle všetkým jeho susediacim systémom. Ak systém po roku dostane od práve jedného susedného systému rovnaký index ako má on, neodpovedá NIE. V opačnom prípade odpovedá NIE, keďže buď nemá pár, alebo sú v jeho páre viac ako 2 systémy a to nemôže nastať, keďže v páre môžu byť len 2 systémy.

Párovanie existuje len vtedy, ak je možné nájsť každému systému práve jedného suseda s rovnakým párom ako má daný systém. Indexy párov pre každý systém nám vyveštia veštcí, takže ak je možné túto podmienku splniť, vždy ju splnia, pretože ak by vyvešteli nejakému systému nesprávny index, zistili by sme to vďaka vyvešteným indexom susedov daného impéria. Ak by nejaký systém mal nesprávny index, teda by napríklad ani jeden jeho sused nemal rovnaký index, tento systém by odpovedal NIE a celková odpoveď by kvôli tomu bola tiež NIE. Ak by sa to nestalo a nikto by neodpovedal NIE, celková odpoveď by bola ANO.

Pre tento algoritmus používame  $k = \lceil \log_2(n/2) \rceil$ , pretože veštíme index páru pre každý systém a párov môže byť maximálne  $n/2$  (podiel je vždy celé číslo, keďže ak počet systémov je nepárny, párovanie neexistuje).

```
# ak je pocet systemov neparny, prefektne parovanie neexistuje
if N % 2 != 0: return NIE
# vyvestime si index nasej dvojice parovania
p = vyvesti_cislo(N // 2)
if p >= N // 2: return NIE

# posleme nas vyvesteny index vsetkym nasim susedom
for i in range(stupen):
    outbox[i] = p

# zistime ci presne jeden nas sused je s nami v dvojici
pocet = 0
for i in range(stupen):
    if inbox[i] == p:
        pocet += 1

# ak nie je presne jeden nas susedny system s nami v dvojici, odpoved je NIE
if pocet != 1: return NIE

# pockame kym bude vesmir ruzovy, ak niekto mal odpoved NIE, perfektne
# parovanie neexistuje, inak mozeme povedat ze odpoved je ANO
if ruzovy_vesmir(): return NIE
return ANO
```

## Hamiltonovská kružnica

Pre Hamiltonovskú kružnicu platí to isté čo pre normálnu kružnicu, akurát je možné, aby bol systém susedný aj s inými systémami okrem jeho predchodcu a nasledovateľa. Ak teda každý systém bude mať predchodcu a nasledovateľa na kružnici, impérium je Hamiltonovská kružnica.

Na začiatku si každý systém vyveští svoj index na kružnici, ktorý následne pošle všetkým svojim susedom. Systém po roku tak tiež dostane indexy všetkých svojich susedov. Ak medzi nimi bude index o jedna väčší ako index daného systému, neodpovie NIE. V opačnom prípade odpovie NIE, pretože na kružnici tento systém nemá nasledovateľa. Stačí nám zistiť, že každý systém je nasledovateľ, pretože ak je každý nasledovateľ, každý je aj predchodca.

Ak je impérium Hamiltonovská kružnica, každému systému bude vyveštený index tak, aby bol o 1 menší ako index jeho nasledovateľa na kružnici. Ak to platí pre všetky systémy, nikto neodpovie NIE a vieme, že impérium je Hamiltonovská kružnica. Ak impérium Hamiltonovská kružnica nie je, jeden zo systémov bude musieť mať za susedov iba systémy, ktoré majú iných predchodcov ako je daný systém a teda ich index nie je o 1 väčší ako index daného systému. Tento systém odpovie NIE a tak aj celková odpoveď bude NIE.

Pre tento algoritmus je  $k = \lceil \log_2 n \rceil$ , pretože každý systém si vyveští jeho index na kružnici ktorý môže byť od 0 po  $n - 1$ .

```
# ak ma nejaký systém menej ako 2 susedov, impérium nie je kružnica, teda
# nemože byť ani hamiltonovská kružnica
if stupen < 2: return NIE

# vyvestime si nas index na kružnici
p = vyvesti_cislo(N)
if p >= N: return NIE

# posleme nas vyvesteny index vsetkym nasim susedom
for i in range(stupen):
    outbox[i] = p

# zistime či je jeden z našich susedov nas nasledovateľ na kružnici
nasledovatel = False
for i in range(stupen):
    if inbox[i] == (p + 1) % N:
        nasledovatel = True

# ak nemame nasledovateľa odpoveď je NIE
if not nasledovatel: return NIE

# pockame kým bude vesmír ružový, ak niekto mal odpoveď NIE, impérium nie je
# hamiltonovská kružnica, inak môžeme povedať že odpoveď je ANO
if ružovy_vesmír(): return NIE
return ANO
```