

Informe tarea algoritmos probabilísticos

María Andrea Cruz Blandón

Edgar Andrés Moncada Taborda Luis Felipe Vargas Rojas

December 15, 2012

1 N-Reinas - Las Vegas

En un experimento de 8-Reinas realizado 1000 veces se obtuvo el siguiente resultado:

- Promedio de probabilidad de éxito, el cual se obtuvo a partir de las probabilidades parciales de cada uno de los 1000 intentos es: 0.3077625. A continuación se muestran las gráficas relacionadas con las probabilidades obtenidas, en una observamos como fueron las probabilidades en cada uno de los intentos y en el orden en que sucedieron, y en la otra veremos los intentos ordenados por el valor de la probabilidad, en ésta podemos observar que el algoritmo tiene incluso momentos en que en el primer intento obtiene éxito.
- Para analizar el tiempo esperado para el éxito, se contabilizó cuantas reinas se habían colocado en cada fracaso antes de que se diera dicho éxito. una vez tenemos este número procedemos a sacar el promedio de los 1000 intentos para así obtener el número de reinas cuantas son necesarias para llegar al éxito. De este análisis se obtuvieron dos resultados, uno que en promedio son necesarios 6,577 fracasos antes de encontrar el éxito aunque se alcanzaron número de fracasos de hasta 39. El segundo resultado tiene que ver con la cantidad de reinas que en promedio se insertaron en los fracasos antes de dar con el éxito, aquí encontramos que en promedio (promedio de los promedios de los 1000 intentos) se necesitan 5,166 reinas para encontrar el éxito. En la gráfica relacionada a la cantidad de reinas promedio que se insertaron antes del éxito se observa cierta uniformidad. También debemos resaltar que 6 reinas insertadas conforma el 75% de las reinas que se necesitan insertar y si este número lo multiplicamos por el promedio de fracasos obtenemos que en promedio se están insertando 33,977 reinas antes de encontrar el éxito.
- Para analizar el tiempo en que se demoraba en asignar posibles posiciones para luego elegir una aleatoriamente, se realizó el promedio por intento (fracaso-éxito), Así como se analizó el número de reinas que se insertaron antes del éxito. Con lo anterior obtuvimos un promedio de 3,136 posibles de los promedios de los 1000 intentos. En la gráfica podemos observar como este promedio se mantiene con cierta uniformidad alrededor de 3 posibles.

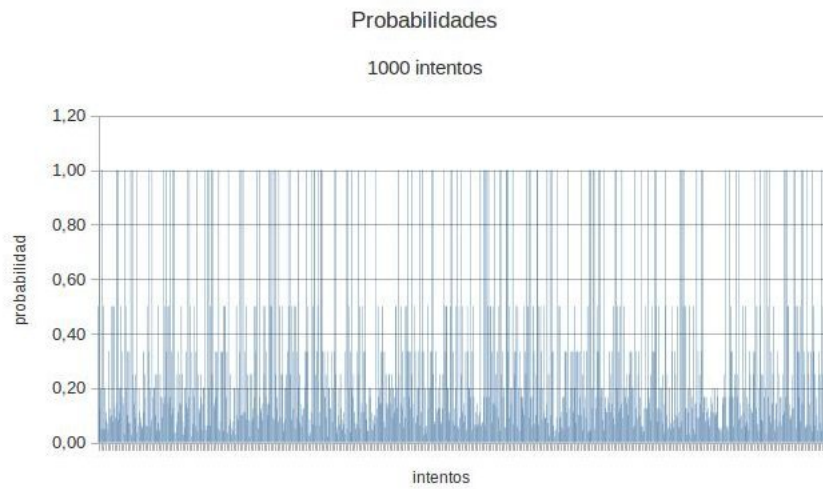


Figure 1: Probabilidades de cada uno de los 1000 intentos

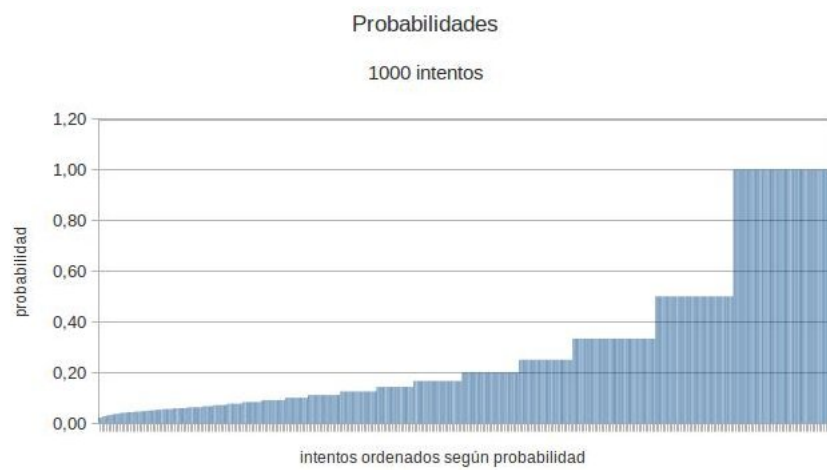


Figure 2: 1000 intentos ordenados por las probabilidades obtenidas

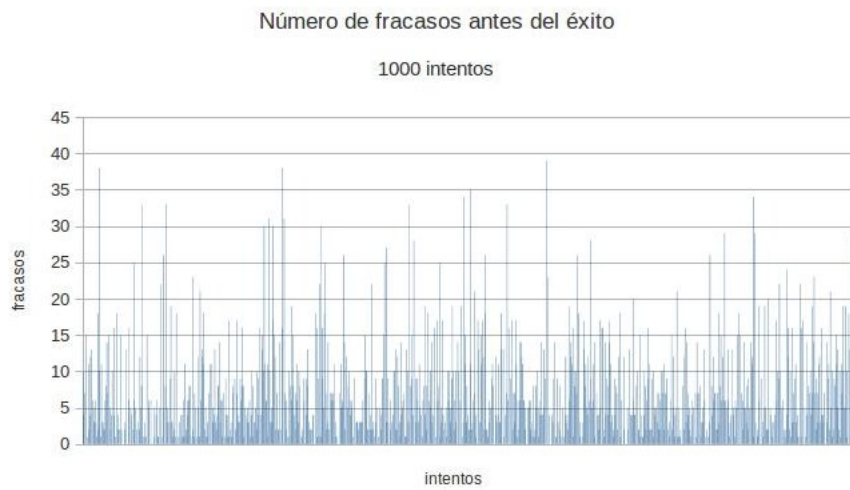


Figure 3: Fracasos obtenidos antes del éxito en cada uno de los 1000 intentos

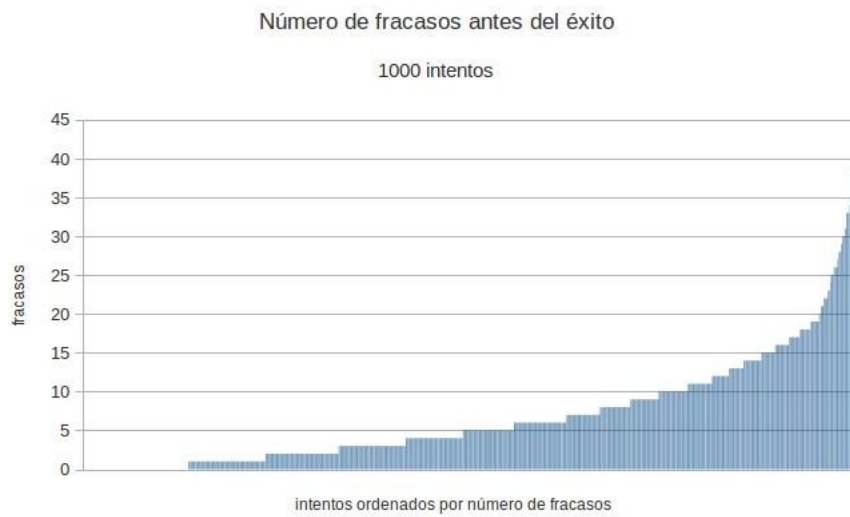


Figure 4: Intentos ordeandos por numero de fracasos antes del éxito



Figure 5: Reinas promedio insertadas en cada fracaso antes de encontrar el éxito.

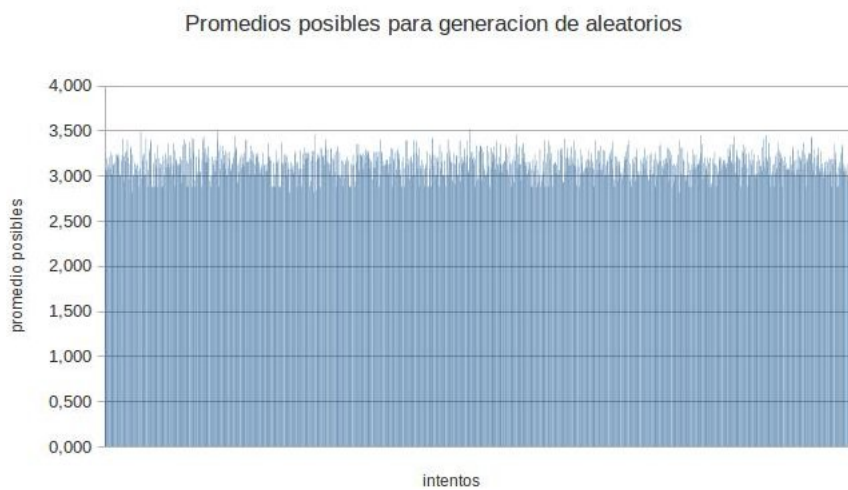


Figure 6: Posibles antes de calcluar la posición aleatoria

- Para determinar los intervalos de confianza usamos $\alpha = 0.05$ por lo que obtenemos $z = \pm 1.96$ Despejamos de la formula para halla el intervalo.

$$-1.96 \leq \frac{X-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{1000}}} \leq 1.96 \quad (1)$$

$$X - 1.96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{1000}} \leq \mu \leq X + 1.96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{1000}} \quad (2)$$

A continuación los diferentes promedios y sus intervalos de confianza.

Probabilidad de obtener éxito:

Desviación estándar: 0,304
 Promedio obtenido (X): 0.308
 Intervalo: $0,289 \leq \mu \leq 0,327$

Promedio reinas insertadas en un intento:

Desviación estándar: 2,112
 Promedio obtenido (X): 5,166
 Intervalo: $5,035 \leq \mu \leq 5,297$

Promedio fracasos antes del éxito:

Desviación estándar: 6,734
 Promedio obtenido (X): 6,577
 Intervalo: $6,160 \leq \mu \leq 6,994$

Promedio posibles posiciones (demora para poder asignar una posición aleatoria):

Desviación estándar: 0,136
 Promedio obtenido (X): 3,136
 Intervalo: $3,128 \leq \mu \leq 3,144$

Realizando el experimento con 10-Reinas:

- Probabilidad de éxito obtenida: 0,180%
- Intervalo de confianza:
 Desviación estándar: 0,242
 Promedio obtenido (X): 0,180
 Intervalo: $0,165 \leq \mu \leq 0,195$
- Gráficos de probabilidades obtenidas en los 1000 intentos.

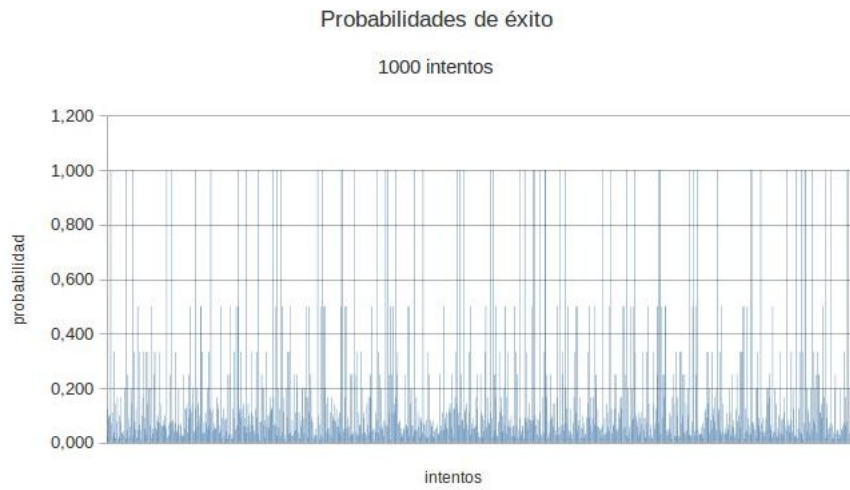


Figure 7: Probabilidad de obtener éxito 10-Reinas

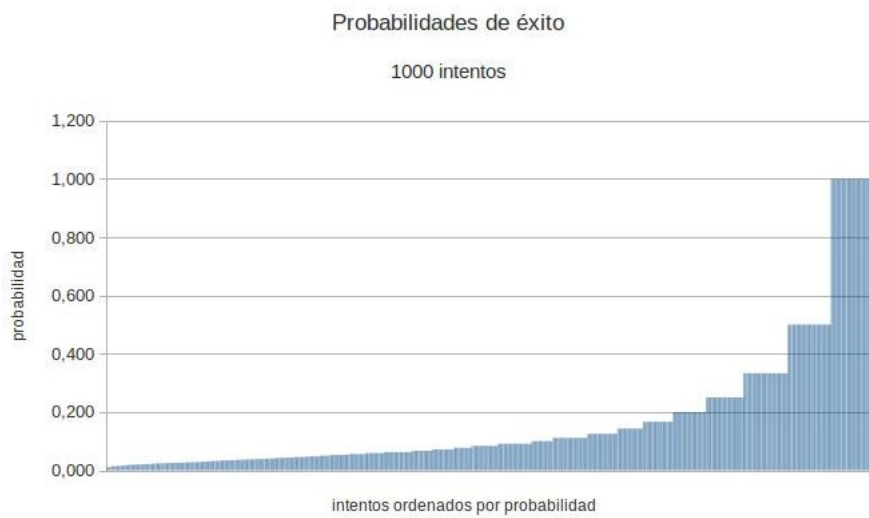


Figure 8: Intentos ordenados por probabilidades obtenidas en cada intento. 10-Reinas

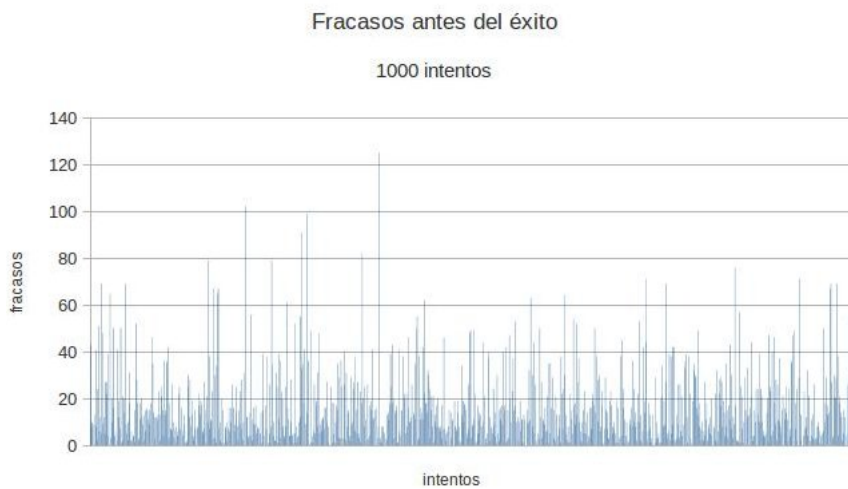


Figure 9: Número de fracasos obtenidos en cada uno de los 1000 intentos antes de obtener el éxito. 10-Reinas

- Fracasos antes del éxito se obtuvo como promedio: 15,434
- Máximo número de fracasos obtenidos: 125
- Intervalo de confianza:
Desviación estándar: 15,814
Promedio obtenido (X): 15,434
Intervalo: $14,454 \leq \mu \leq 16,414$
- Gráficos de número de fracasos antes del éxito.
- Número de reinas insertadas en cada intento (fracaso-éxito), se obtuvo en promedio: 7,753
- Intervalo de confianza: Desviación estándar: 0,739
Promedio obtenido (X): 7,753
Intervalo: $7,707 \leq \mu \leq 7,799$
- Con el número de fracasos promedio y numero de reinas insertadas promedio obtenemos que en promedio se insertan por intento (hasta obtener éxito) 119,660 reinas.
- Gráfica que muestra comportamiento uniforme alrededor de 7 reinas insertadas en cada intento (fracaso-éxito)
- Promedio de posibles lugares para generar la posición aleatoria, el obtenido fue de: 3,846
- Intervalo de confianza: Desviación estándar: 0,166
Promedio obtenido (X): 3,846
Intervalo: $3,836 \leq \mu \leq 3,856$

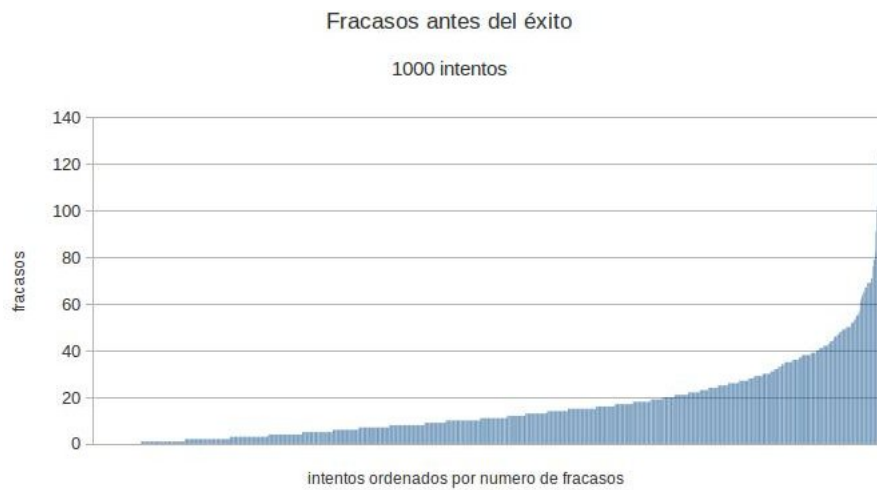


Figure 10: Intentos ordenados por el número de fracasos obtenidos antes del éxito. 10-Reinas

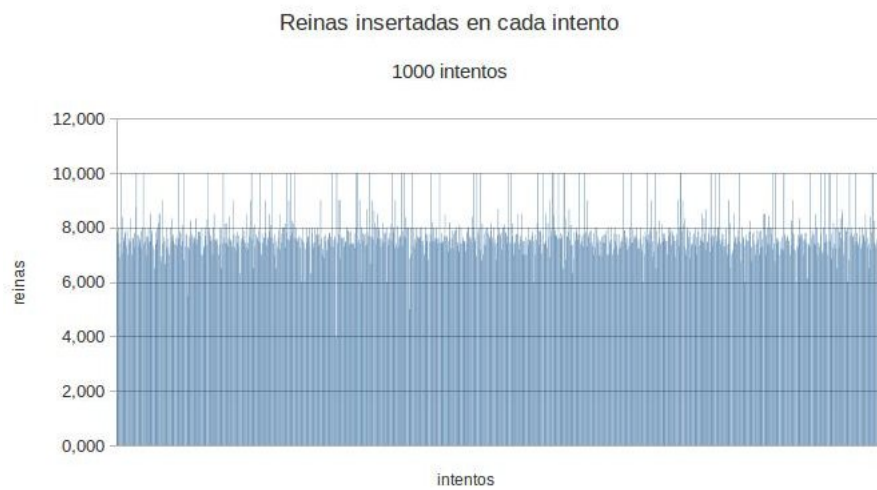


Figure 11: Reinas promedio insertadas en cada intento. 10-Reinas

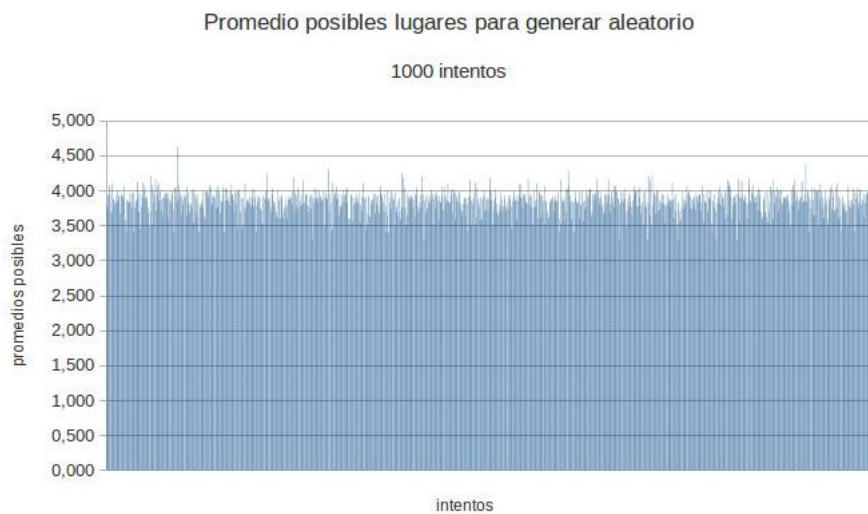


Figure 12: Promedio posibles lugares para asignar una posición aleatoria a una reina. 10-Reinas

- En la gráfica podemos observar cierta uniformidad respecto al número de espacios explorados en promedio para poder asignar una posición aleatoria a una reina. este número resulta bastante cercano al encontrado en el experimento con 8-Reinas.

Realizando el experimento con 15-Reinas:

- Probabilidad de éxito obtenida: 0,130%
- Intervalo de confianza:
Desviación estándar: 0,212
Promedio obtenido (X): 0,130
Intervalo: $0,117 \leq \mu \leq 0,143$
- Gráficos de probabilidades obtenidas en los 1000 intentos.
- Fracaso antes del éxito se obtuvo como promedio: 27,624
- Máximo número de fracasos obtenidos: 313
- Intervalo de confianza:
Desviación estándar: 29,955
Promedio obtenido (X): 27,624
Intervalo: $25,767 \leq \mu \leq 29,481$
- Gráficos de número de fracasos antes del éxito.
- Número de reinas insertadas en cada intento (fracaso-éxito), se obtuvo en promedio: 11,814



Figure 13: Probabilidades obtenidas en los 1000 intentos. 15-Reinas

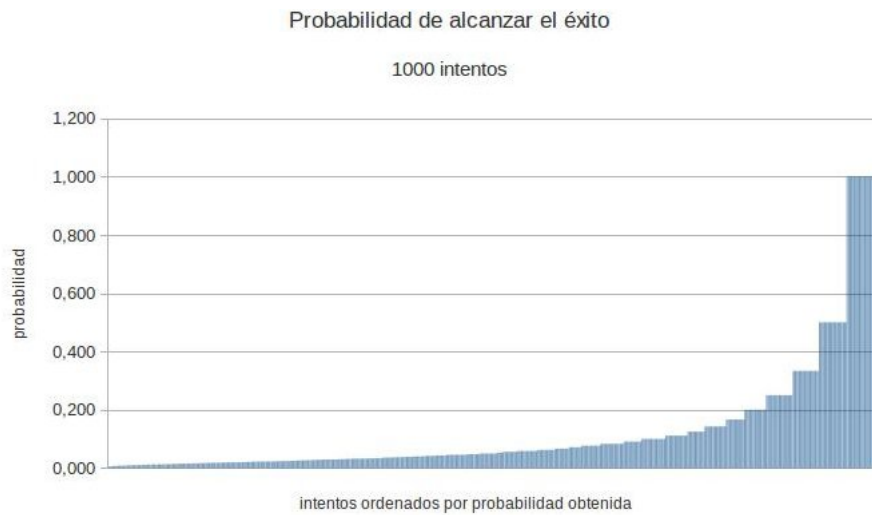


Figure 14: Intentos ordenados por probabilidad obtenida. 15-Reinas

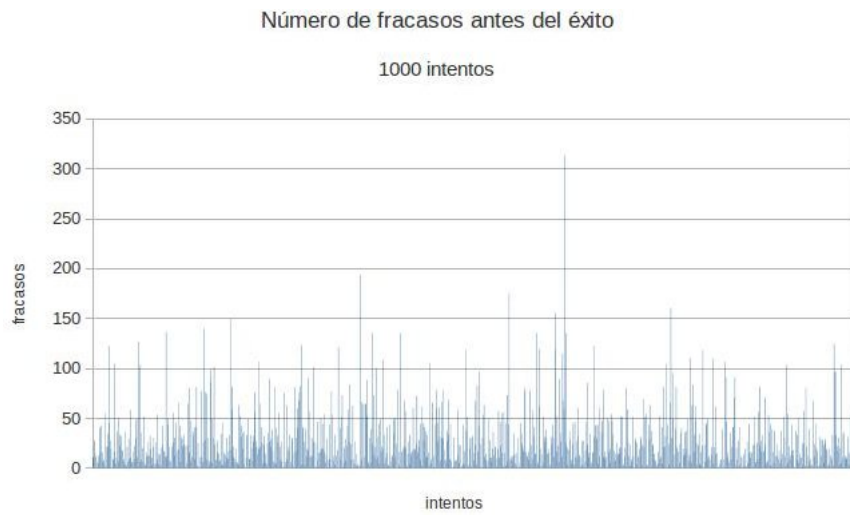


Figure 15: Número de fracasos obtenidos en cada uno de los 1000 intentos antes de obtener el éxito. 15-Reinas

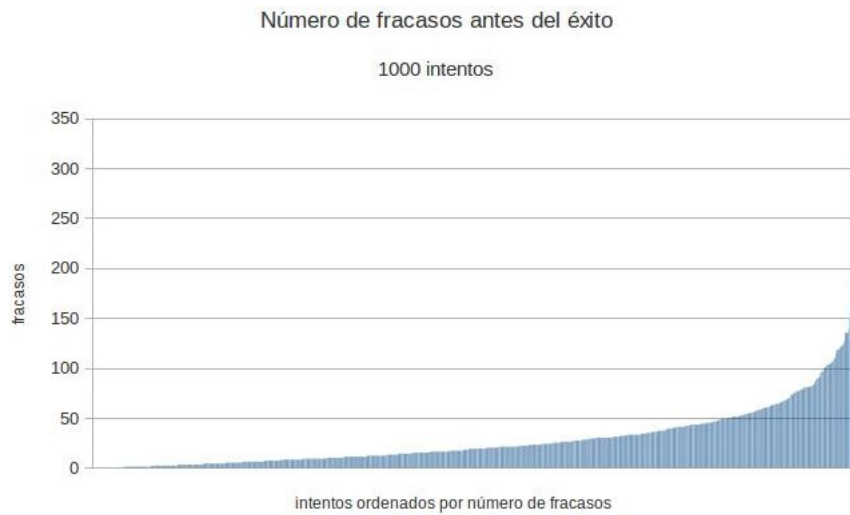


Figure 16: Intentos ordenados por el número de fracasos obtenidos antes del éxito. 15-Reinas



Figure 17: Reinas promedio insertadas en cada intento. 15-Reinas

- Intervalo de confianza: Desviación estándar: 0,846
Promedio obtenido (X): 11,814
Intervalo: $11,762 \leq \mu \leq 11,866$
- Con el número de fracasos promedio y numero de reinas insertadas promedio obtenemos que en promedio se insertan por intento (hasta obtener éxito) 326,350 reinas.
- Gráfica que muestra comportamiento uniforme alrededor de 11 reinas insertadas en cada intento (fracaso-éxito)
- Promedio de posibles lugares para generar la posición aleatoria, el obtenido fue de: 5,564
- Intervalo de confianza: Desviación estándar: 0,226
Promedio obtenido (X): 5,564
Intervalo: $5,550 \leq \mu \leq 5,578$
- En la gráfica podemos observar cierta uniformidad respecto al número de espacios explorados en promedio para poder asignar una posición aleatoria a una reina.

Conclusiones

- Realizando el experimento con diferente números de reinas, se puede observar como la probabilidad de alcanzar el éxito se ve fuertemente afectada por el número de reinas. Es una relación inversamente proporcional, entre mas reinas se tiene mas baja es la probabilidad de éxito del algoritmo.
- Un comportamiento que prevaleció en los 3 experimentos fue el correspondiente a el número de reinas insertadas en un intento, sea este un fracaso



Figure 18: Promedio posibles lugares para asignar una posición aleatoria a una reina. 15-Reinas

o un éxito. Se obtuvo que cerca del 70% de las reinas se insertaban antes de obtener el éxito, osea con el 70% de las reinas insertadas se caía en un fracaso.

- Tanto el número de reinas insertadas en un intento como el número de posibles lugares explorados tienen un comportamiento uniforme en los 3 experimentos.
- Este algoritmo presenta fuertes dificultades con el tamaño de la entrada respecto a encontrar una solución óptima sin embargo para entradas pequeñas como 8-Reinas, el algoritmo funciona bastante bien, respecto a eficiencia.