Jorge Daniel Valle Díaz C-411

jorge.valle@estudiantes.matcom.uh.cu

Problema 6. Poblado en Evolución

Se desea conocer la evolución de la población de una determinada región. Se conoce que la probabilidad de fallecer de una persona distribuye uniforme y se corresponde, según su edad y sexo, con la siguiente tabla:

Edad	Hombre	Mujer
0-12	0.25	0.25
12-45	0.1	0.15
45-76	0.3	0.35
76-125	0.7	0.65

Del mismo modo, se conoce que la probabilidad de una mujer se embarace es uniforme y está relacionada con la edad:

Edad	Probabilidad Embarazarse
12-15	0.2
15-21	0.45
21-35	0.8
35-45	0.4
45-60	0.2
60-125	0.05

Para que una mujer quede embarazada debe tener pareja y no haber tenido el número máximo de hijos que deseaba tener ella o su pareja en ese momento. El número de hijos que cada persona desea tener distribuye uniforme según la tabla siguiente:

Número	Probabilidad
1	0.6
2	0.75
3	0.35
4	0.2
5	0.1
más de 5	0.05

Para que dos personas sean pareja deben estar solas en ese instante y deben desear tener pareja. El desear tener pareja está relacionado con la edad:

Edad	Probabilidad Querer Pareja
12-15	0.6
15-21	0.65
21-35	0.8
35-45	0.6
45-60	0.5
60-125	0.2

Si dos personas de diferente sexo están solas y ambas desean querer tener parejas entonces la probabilidad de volverse pareja está relacionada con la diferencia de edad:

Diferencia de Edad	Probabilidad Establecer Pareja
0-5	0.45
5-10	0.4
10-15	0.35
15-20	0.25
más de 20	0.15

Cuando dos personas están en pareja la probabilidad de que ocurra una ruptura distribuye uniforme y es de 0.2. Cuando una persona se separa, o enviuda, necesita estar sola por un periodo de tiempo que distribuye exponencial con un parámetro que está relacionado con la edad:

Edad	λ
12-15	3 meses
15-21	6 meses
21-35	6 meses
35-45	1 año
45-60	2 años
60-125	4 años

Cuando están dadas todas las condiciones y una mujer queda embarazada puede tener o no un embarazo múltiple y esto distribuye uniforme acorde a las probabilidades siguientes:

Número de Bebes	Probabilidad
1	0.7
2	0.18
3	0.08
4	0.04
5	0.02

La probabilidad del sexo de cada bebé nacido es uniforme 0.5.

Asumiendo que se tiene una población inicial de M mujeres y H hombres y que cada poblador, en el instante inicial, tiene una edad que distribuye uniforme U (0,100). Realice un proceso de simulación para determinar cómo evoluciona la población en un periodo de 100 años.

Principales ideas:

La solución del problema no pasa estrictamente por aplicar uno de los métodos de simulación basada en eventos discretos. Las tablas denotan un comportamiento de variables discretas, que pueden ser generadas para su simulación a partir de variables uniformes de la forma:

$$X = \begin{cases} x1 \ si \ U \leq P1 \\ x2 \ si \ P1 < U \leq P1 + P2 \\ \vdots \\ x_j \ \ si \ \sum_{1}^{j-1} Pi < U \leq \sum_{i}^{j} Pi \\ \vdots \end{cases}$$

Con $P\{X = \ x_j\} = Pj$ y U siendo la uniforme (0,1) en cuestión. Así se generaron cada una de las distribuciones dadas en las tablas del problema.

La idea principal era establecer un orden de simulación, un orden lógico en el cual situar la población, dado factores tan simples como que no puede haber rupturas si no hay parejas.

La unidad de tiempo para la simulación fue el año, se asumió que cada embarazada tenía su embarazo sin problemas y una vez nacido el bebé, se sumaba a la población. El orden lógico es el siguiente: luego de generada la población, primero se calculan las personas sin pareja (que, en la primera tirada son todos) después los que quieran formar parejas, con estos, se forman las parejas y se seleccionan las que tienen ruptura, así como las que podrían ser padres, de estos últimos se extraen los que saldrán embarazados y la cantidad de bebés que traerán. Se añaden estos bebés a la población y se actualiza cada persona con la edad y los tiempos de duelo. Al final del ciclo se calculan los decesos del año.

Se implementaron dos clases, la clase Persona y la clase Pareja, con el fin de controlar los atributos de cada una de estas entidades. Entran aquí los atributos de hijos deseados y tiempo solitario de cada Persona, el primero se calcula apenas es creada la persona y el otro cuando sufre una ruptura o enviuda.

Se utilizó el método de la inversa para simular la variable aleatoria exponencial requerida en una de las distribuciones.

Consideraciones:

En el método de elegir la cantidad de niños por embarazo, se seguía la distribución siguiente:

Número de Bebes	Probabilidad
1	0.7
2	0.18

3	0.08
4	0.04
5	0.02

Sin embargo, como es apreciable estas probabilidades no suman 1, por lo que se decidió “bajar” los valores de 1 y 2 bebés a 0.69 y 0.17 respectivamente, de esa forma toda embarazada queda con una cantidad fijada de hijos por nacer.

Fue algo similar lo realizado en el método que calcula la cantidad de hijos deseados por cada persona. Aquí se eligió una distribución algo más acorde con tal de facilitar el cálculo:

Número	Probabilidad
1	0.25
2	0.35
3	0.15
4	0.15
5	0.05
más de 5	0.05

De todas formas, se pudo comprobar que las distribuciones que le fueron asignadas al parámetro de muertes, son las que más frenan el desarrollo de la población, en menor medida la posibilidad de embarazarse de las parejas.

Se orientó que la muerte siguiera una probabilidad del 0.25 para los menores de 12 años en ambos sexos, valor que es bastante alto. En general, los valores probabilísticos de la mujer en edades fértiles son mayores que los hombres lo que hace menor la cantidad de niños por nacer a largo plazo, y hace que en orden de alargar un poco la duración tenga que comenzar con más mujeres que hombres

Con los parámetros originales una población de 10000 personas tiene un promedio de vida de 65 años, y con distribuciones alternativas en la muerte como la que se muestra en la tabla, se puede cambiar el panorama:

Edad	Hombre	Mujer
0-12	0.05	0.02
12-45	0.01	0.01
45-76	0.2	0.25
76-125	0.7	0.75

Se logra así que la población envejezca más y que las mujeres que son capaces de tener hijos tengan mayor posibilidad de vivir. Otras concesiones se podrían hacer en el nivel de embarazo, o en la probabilidad de que dos solteros se formen como pareja.