

Курсовая работа

на тему

«Исследование точности процесса программного разворота малого космического аппарата при воздействии возмущений»

Научный руководитель: Лемак Степан Степанович

Автор: Тарлинский Игорь Викторович

Группа: 421

Факультет: Механико-математический

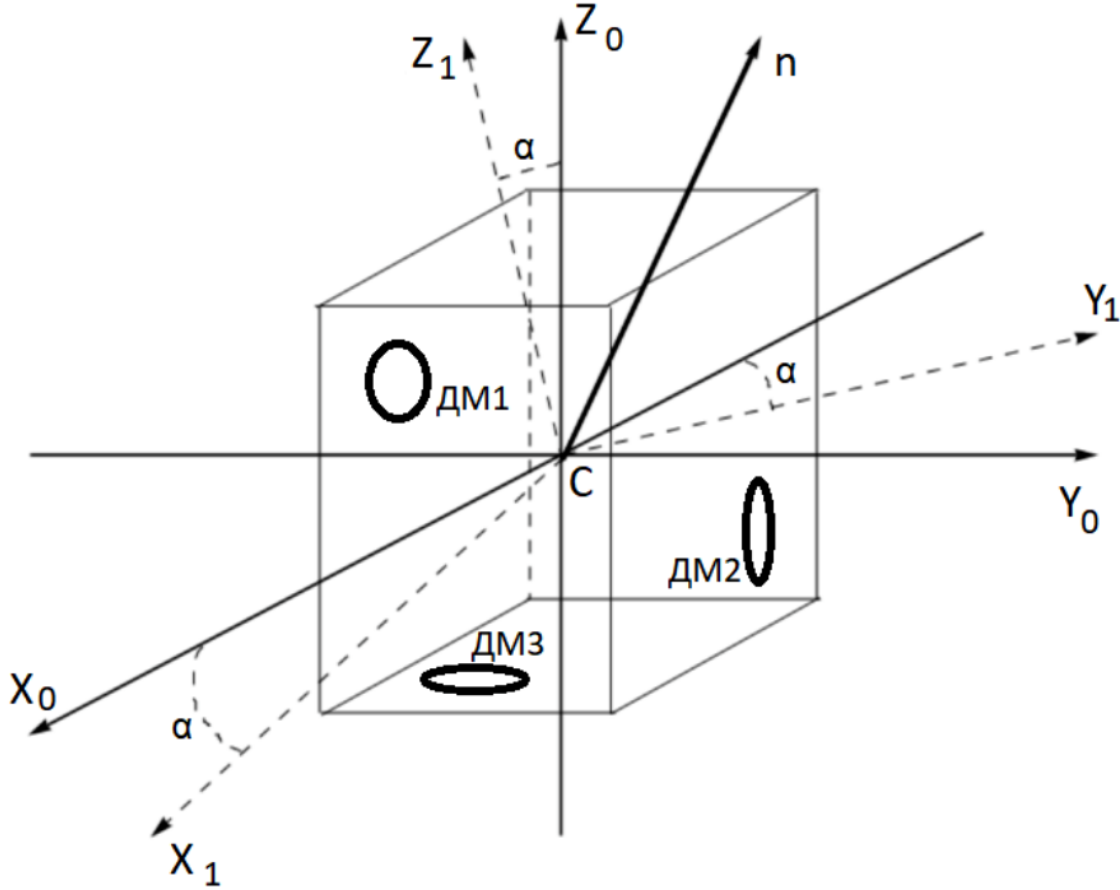
Кафедра: Прикладной механики и управления

Лаборатория: Математического обеспечения имитационных динамических систем

Содержание

1 Введение

Рассматривается малый космический аппарат, движущийся по близкой к круговой низкой орбите, на высоте 250 - 300 км. Для выполнения целевых задач спутнику необходимо совершать переориентацию в орбитальной системе координат за кратчайшее время. Для выполнения этого маневра на борту аппарата установлена система двигателей-маховиков, однако данные органы управления имеют ограниченные ресурсы, выраженные моментной характеристикой. Кроме того, на корпус спутника действует ощутимый возмущающий момент силы сопротивления среды. Также, тензор инерции спутника не известен точно. Эти факторы затрудняют выполнение программного маневра и удлиняют процесс последующий стабилизации.



- XYZ - система координат, с началом в центре масс спутника C ,
- $X_0Y_0Z_0$ - положение спутника в момент начала разворота t_0 ,
- $X_kY_kZ_k$ - положение спутника в момент окончания разворота t_k ,
- $\vec{\omega}$ - вектор абсолютной угловой скорости спутника,
- \vec{n} - вектор, вокруг которого совершается кратчайший разворот спутника,
- α_* - угол поворота спутника вокруг \vec{n}

2 Постановка задачи

Объектом исследования является искусственный спутник Земли (далее по тексту: КА - космический аппарат) во время выполнения маневра переориентации в инерциальной системе координат. Такие маневры свойственны как орбитальным телескопам, которым необходимо перенацеливаться на небесной сфере с одного объекта на другой, так и КА дистанционного зондирования Земли во время калибровочных работ по идентификации взаимного расположения чувствительных элементов (датчиков) и целевой аппаратуры.

С корпусом КА жестко связана система координат XYZ с началом в центре масс C , в которой задано расположение датчиков и органов управления, также в ней известен тензор инерции корпуса I , который мы будем считать неизменным (т.е. спутник считается гироскопом). В качестве датчиков на борту КА выступают:

- Измерители угловой скорости (ДУС),
- Звездные датчики (ЗД), измеряющие ориентацию КА относительно инерциальной системы координат (ИСК).

В данной задаче будем пренебрегать погрешностями измерений, таким образом считая, что в каждый момент времени системе управления точно известны:

- вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ вращения корпуса КА в проекции на оси ССК,
- кватернион q преобразования из ИСК в ССК (см. [?], § 2.6, §2.8)

Рассматривается КА с активной электро-маховичной системой ориентации, основным элементом которой является ДМ (двигатель-маховик), представляющий собой электродвигатель с тяжелым ротором.

По командам системы управления КА, на обмотку ДМ подается ток заданной величины, и, в результате воздействия электромагнитных сил, на ротор ДМ начинает действовать механический момент, пропорциональный подаваемому току. Этот момент ограничен по величине электро-механическими особенностями конструкции ДМ. Под воздействием момента ротор ДМ начинает раскручиваться, накапливая кинетический момент, также ограниченный по модулю известной величиной.

Согласно закону сохранения кинетической энергии, на корпус КА передается момент, равный по величине моменту, передаваемому на ротор ДМ, но обратному ему по направлению.

Для полной управляемости КА необходимо иметь на борту не менее трех ДМ. В данной задаче мы рассматриваем именно такой вариант, когда вдоль каждой из 3-х осей связанной системы координат ССК расположен один ДМ. Все ДМ на борту одинаковы.

Суммарный кинетический момент КА записывается в следующей форме: $\vec{K}(t) = I\vec{\omega}(t) + \vec{H}(t)$, где

- I - тензор инерции корпуса КА,
- $\vec{\omega}(t)$ - вектор абс. угловой скорости КА в проекции на оси ССК,
- $\vec{H}(t)$ - вектор суммарного кинетического момента двигателей-маховиков, причем: $\vec{H}(t) = \vec{e}_1(t) \cdot J \cdot \Omega_1(t) + \vec{e}_2(t) \cdot J \cdot \Omega_2(t) + \vec{e}_3(t) \cdot J \cdot \Omega_3(t)$, где:

– J - момент инерции ротора ДМ,

- $\Omega_i(t), i = 1, 2, 3$ - скорости вращения роторов ДМ,
- $\vec{e}_i(t)$ - орты ССК.

Согласно теореме об изменении кинетического момента (см. [?], §6.2) в проекции на оси ССК получим следующее дифференциальное уравнение:
 $I\dot{\vec{\omega}}(t) + \vec{H}(t) + \vec{\omega}(t) \times I\vec{\omega}(t) + \vec{\omega}(t) \times \vec{H}(t) = \vec{M}$, где \vec{M} - момент внешних сил, которым в данной задаче будем пренебрегать.

Таким образом, динамические уравнения движения КА предстанут в следующем виде:

$$(1) \quad \begin{cases} I\dot{\vec{\omega}}(t) = -\vec{H}(t) - \vec{\omega}(t) \times I\vec{\omega}(t) - \vec{\omega}(t) \times \vec{H}(t), \\ \dot{\vec{H}}(t) = -\vec{M}_u(t) \end{cases}$$

Где $\vec{M}_u(t)$ - вектор, управляющего момента, подаваемый на двигатели-маховики.

Кинематические уравнения, выражающие зависимость кватерниона ориентации $q(t)$ от вектора угловой скорости $\vec{\omega}(t)$ записываются в следующей форме (см. [?], стр.138, следствие 2.15.1):

$$(2) \quad \dot{q} = q \circ \frac{q_\omega}{2}$$

Где q_ω - кватернион, задаваемый следующими элементами $q_\omega = (0, \omega_x(t), \omega_y(t), \omega_z(t))$, где $\omega_x(t), \omega_y(t), \omega_z(t)$ - проекции вектора угловой скорости $\vec{\omega}(t)$ на оси ССК.

Соотношения (??) можно подробнее расписать в следующей форме:

$$(2') \quad \begin{cases} \dot{q}_0(t) = -\frac{1}{2}(\omega_x(t)q_1 + \omega_y(t)q_2 + \omega_z(t)q_3), \\ \dot{q}_1(t) = \frac{1}{2}(\omega_x(t)q_0 - \omega_y(t)q_3 + \omega_z(t)q_2), \\ \dot{q}_2(t) = \frac{1}{2}(\omega_y(t)q_0 - \omega_z(t)q_1 + \omega_x(t)q_3), \\ \dot{q}_3(t) = \frac{1}{2}(\omega_z(t)q_0 - \omega_x(t)q_2 + \omega_y(t)q_1) \end{cases}$$

В начальный момент времени ориентация КА произвольная; а угловая скорость КА и скорости вращения ДМ - нулевые;

$$(3) \quad \begin{cases} q(0) = q_0, \\ \vec{H}(0) = (0, 0, 0)^\top, \\ \vec{\omega}(0) = (0, 0, 0)^\top \end{cases}$$

Без ограничения общности будем считать, что системе управления требуется с помощью задания вектора управляющего момента $\vec{M}_u(t)$ перевести корпус КА из положения q_0 в положение, заданное единичным кватернионом $q_e = (1, 0, 0, 0)$. Также отметим, что в силу конструктивных особенностей КА, кинетический момент ДМ $\vec{H}(t)$ и управляющий момент $\vec{M}_u(t)$ - ограничены:

$$(4) \quad \begin{cases} \|\vec{H}(t)\| \leq H_{max}, \\ \|\vec{M}_u(t)\| \leq M_{max} \end{cases}$$

Если известна вектор-функция $M_u(t)$, то уравнения (??), (??), (??) образуют замкнутую систему.

Напомним, что на корпус спутника действует ощутимый возмущающий момент силы сопротивления среды. Также, тензор инерции спутника не известен точно. Эти факторы затрудняют выполнение программного маневра и приводят к накоплению отклонений.

3 Описание возмущений в алгоритме управления

Напомним, что алгоритм [?], стр. 7-19, формирующий вектор управляющего момента $\vec{M}_u(t)$ состоит из двух этапов. Первый этап - предрасчетный, совершается до начала выполнения маневра. На этом этапе рассчитываются параметры разворота, к которым относятся:

- \vec{n} - вектор, задающий ось кратчайшего разворота, в проекции на оси ССК.
- $\hat{\omega}(t)$ - скалярная функция угловой скорости плоского разворота КА в проекции на плоскость кратчайшего разворота.
- $\dot{\hat{\omega}}(t)$ - угловое ускорение плоского разворота.
- t_k - время окончания разворота.

На втором этапе по заданной временной программе на отрезке времени $[0, t_k]$ реализуется управляющий момент на основе параметров, рассчитанных на первом этапе:

$$(5) \quad \vec{M}_u(t) = I\vec{n} \cdot \dot{\hat{\omega}}(t) + \vec{\omega}(t) \times \vec{H}(t) + \vec{\omega}(t) \times I\vec{\omega}(t)$$

Алгоритм формирует параметры $\vec{n}, \hat{\omega}(t), \dot{\hat{\omega}}(t), t_k$ исходя из предположения, что КА совершает разворот вокруг фиксированной оси, таким образом, что угловая скорость $\vec{\omega}(t)$ вдоль этой оси.

Однако, на практике это конечно же не так! Фактически, это заведомо ложное предположение, которое подразумевает наличие голономной связи. Ввиду того, что в реальности такой связи нет, к моменту времени t_k КА может иметь ненулевое отклонение от желаемой ориентации.

Целью данной работы как раз и является оценить полученные в результате работы алгоритма отклонения.

Методы подробного нахождения $\vec{n}, \hat{\omega}(t), \dot{\hat{\omega}}(t), t_k$ подробно описаны в [?], §4 стр. 8

4 Определение оптимального управления в задаче быстрогодействия при одноосном развороте КА вокруг оси с осью \vec{n} , проходящей через Ц.М. КА

Принимая сказанное ранее допущение о развороте КА вокруг оси с направлением \vec{n} , проходящей через Ц.М. КА, и учитывая результат, описанный в [?], §6.3, получаем следующие уравнения, описывающие одноосное вращение КА:

$$(6) \quad \begin{cases} \dot{\omega} I_n = -\dot{H}_n(t), |M_u(t)| \leq M_{max} \\ \frac{d}{dt} \alpha = \hat{\omega}(t) \\ \dot{H}_n(t) = -M_n(t), |H_n(t)| \leq H_{max} \end{cases} \quad \text{Спроецированная система уравнений}$$

Где

- $I_n = \vec{n}^\top I \vec{n}$ - кинетический момент спутника относительно оси кратчайшего разворота \vec{n} ,
- $H_n(t)$ - кинетический момент системы ДМ, формируемый вдоль оси \vec{n} при одноосном развороте,
- $M_n(t)$ - управление, подаваемое в систему ДМ вдоль направления \vec{n}

Требуется определить такое управление $M_n(t)$, чтобы решение системы приходило в точку $\alpha(t_k) = \alpha_*$, $\hat{\omega}(t_k) = 0$ в момент времени t_k , который является минимальным из всех возможных:

$$(7) \quad \begin{cases} \alpha(t_k) = \alpha_*, \hat{\omega}(t_k) = 0, \\ t_k \rightarrow \min_{M_n(t): |M_n(t)| \leq M_{max}} \end{cases}$$

Синтез такого управления рассмотрен в статье [?]. Решение определяется описанным в [?] стр. 9-10 способом.

Напомним кратко основные выводы [?].

Ввиду того, что кинетический момент системы двигателей маховиков ограничен, возможны 2 варианта наикратчайшего разворота на заданный угол α_* . Если за время переориентации спутника - угловая скорость спутника не превышает максимально допустимого значения ω_{max} , то происходит сначала разгон спутника до определенного момента, а затем сразу же начинается торможение.

Если же спутник успеет выйти на предельный кинетический момент H_{max} , то происходит выход системы двигателей на предельное значение кинетического момента и между двумя перечисленными фазами появляется фаза движения с постоянной скоростью, т.е с нулевым моментом (дрейф).

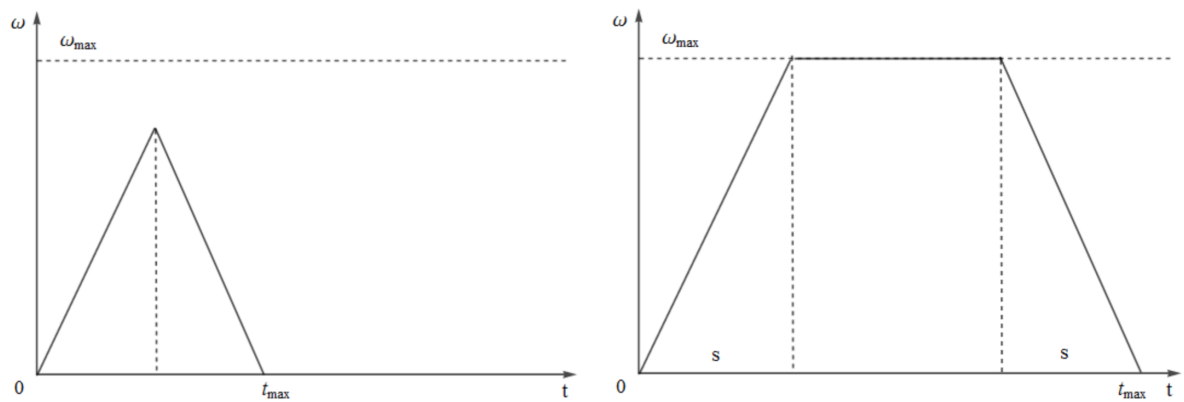


Рис. 4.1: Зависимость угловой скорости от времени при развороте на заданный угол (слева - без выхода на ограничение по кинетическому моменту, справа - с выходом на ограничение)

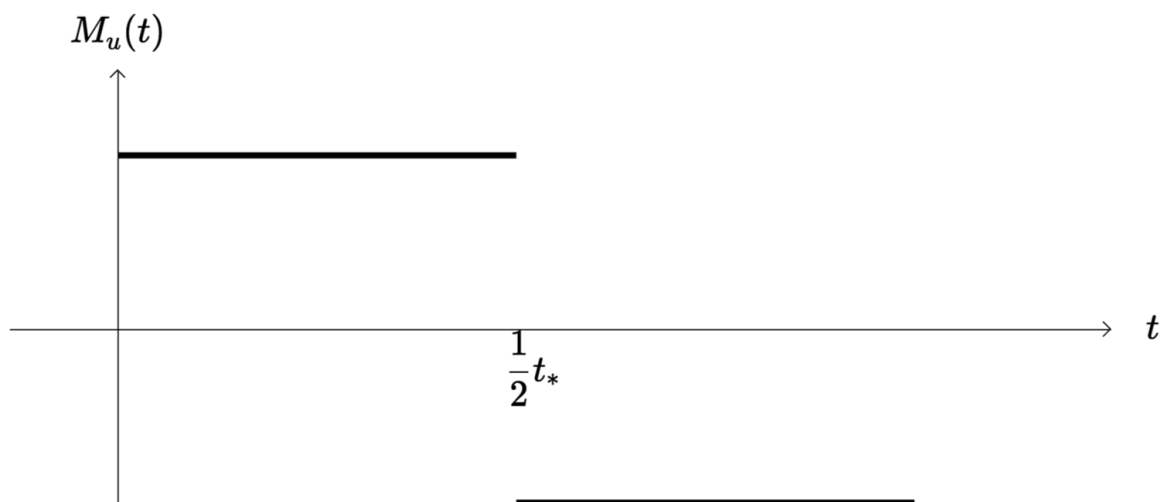


Рис. 4.2: Управляющий момент в первом случае.

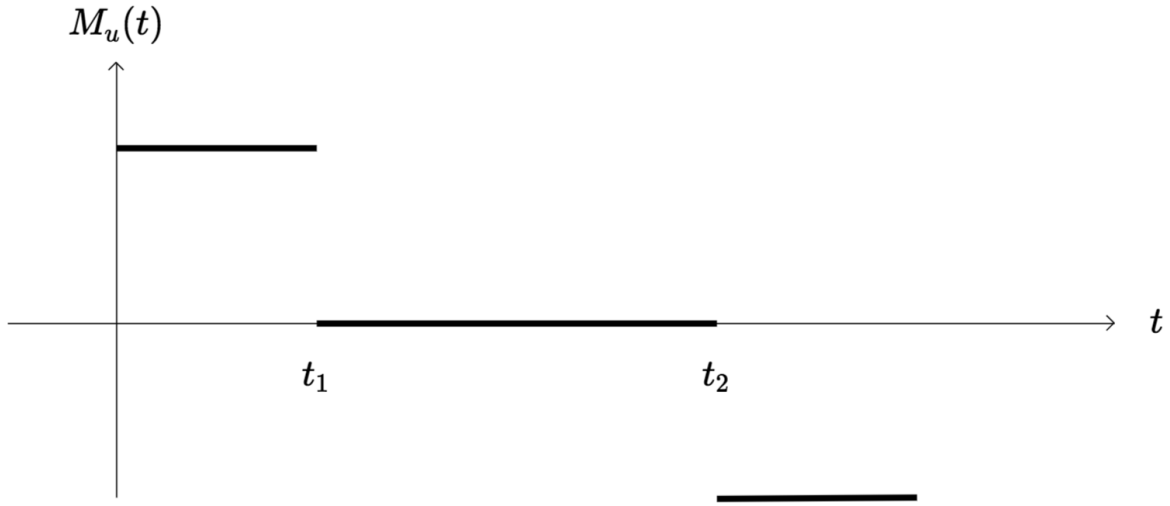


Рис. 4.3: Управляющий момент с выходом на ограничения по развиваемому кинетическому моменту.

Напомним, что выбор случая определяется величиной $[?]$ стр.10

$$(8) \quad k = \frac{H_{max}^2}{M_{max} I_n}$$

Более формально

$$(9) \quad \begin{cases} \alpha(t_*) \leq k \Rightarrow \text{случай}(i), \\ \alpha(t_*) > k \Rightarrow \text{случай}(ii) \end{cases}$$

Таким образом определяются необходимые для совершения последующего маневра параметры t_1, t_2, t_k, \vec{n} и скалярные функции $\hat{\omega}(t), \dot{\hat{\omega}}$, чтобы далее сформировать управляющие сигналы в форме $(?)$.

В следующем разделе работы представлены результаты численного моделирования движения системы $(?)$, $(?)$ под воздействием рассчитанного управления $(?)$ и будут определены отклонения в момент времени t_k при некоторых начальных условиях.

5 Построение множества достижимости и определение наихудших отклонений в момент окончания разворота

Запишем систему (??) в матричном виде.

$$(10) \quad \begin{cases} \frac{d}{dt} \vec{y} = A\vec{y} + Bu(t), |u(t)| = \left| \frac{M(t)}{I_n} \right| \leq \frac{M_{max}}{I_n} \\ \omega(t) \leq \omega_{max} = \frac{H_{max}}{I_n} \\ \vec{y}(0) = \vec{y}_0 \end{cases}$$

Расписав систему (??) в отклонениях получаем (??)

$$(11) \quad \begin{cases} \frac{d}{dt} \vec{x} = A\vec{x} + \vec{B}v(t), |v(t)| = \left| \frac{M(t) - M_{pr}(t)}{I_n} \right| \leq \gamma \\ \vec{x}(0) = 0 \end{cases}$$

Где матрицы A и B определены следующим образом

$$(12) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Напомним, что:

$M(t)$ — идеальный кинетический момент, подаваемый на ДМ,
 $M_{pr}(t)$ — программный кинетический момент, подаваемый на ДМ,
 γ — константа, влияющая на рассинхронизацию моментов. Не зависит от свойств системы и определяется исключительно характеристиками спутника.

Нетрудно заметить, что решение вида:

$$(13) \quad \vec{x}(t) = e^{At} \cdot \vec{x}(0) + \int_0^t e^{A(t-s)} \cdot \vec{B}v(s)ds$$

удовлетворяет системе в отклонениях (??).

Таким образом, можем представить нашу исходную задачу в виде задачи Булгакова о наихудшем возмущении: Требуется для фиксированного момента времени t_* найти максимальное по всем возмущениям $v(t) \in \{v(t) : |v(t)| \leq \gamma\}$ значения модуля решения $|x(t)|, x(t) \in (??)$, а также наихудшее возмущение v_0 , на котором достигается максимум отклонения $\sup_{v \in V} |\vec{x}(t_*)|$.

Решим задачу Булгакова, определив заодно наихудшее отклонение возмущения

$$v_0 = ?$$

Для этого зафиксируем единичное направление на множестве достижимости направление

$$(14) \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix},$$

и для каждого такого направления рассмотрим выражение

$$(15) \quad \tilde{x}(t_*) = \vec{c}^T \cdot \vec{x}(t_*)$$

Выражение (??) - есть ничто иное, как проекция отклонения (решения $\vec{x} \in (??)$) на единичное направление \vec{c} в момент времени t_* , где $\vec{c} = (\cos \varphi, \sin \varphi)$ - направление в плоскости $(\Delta\alpha(t_*), \Delta\omega(t_*))$, плоскости множества достижимости.

Для построения множества достижимости рассмотрим выражение:

$$(16) \quad \tilde{x}(t_*) = \vec{c}^T \cdot \vec{x}(t_*), \vec{c}^T = (\cos \phi, \sin \phi),$$

где \vec{c} - задает направление в плоскости $(\Delta\alpha(t_*), \Delta\omega(t_*))$.

Напомним, что
 $\Delta\alpha(t_*)$ - отклонение (рассинхронизация) спутника от угла разворота в момент завершения маневра t_* ,
 $\Delta\omega(t_*)$ - накопленная угловая скорость (рассинхронизация) спутника в момент окончания маневра t_* .

Подставляя (??) в (??) получаем:

$$(17) \quad J(v) = \tilde{x}(t_*) = \vec{c}^T \cdot \vec{x}(t_*) = \vec{c}^T \cdot e^{At_*} \cdot \vec{x}(0) + \int_0^{t_*} \vec{c}^T \cdot e^{A(t_*-s)} \cdot \vec{B}v(s)ds$$

6 Вывод наихудшего возмущения

Введем обозначение:

$$(18) \quad h(t) = \vec{c}^T \cdot e^{A(t_*-t)} \cdot B \cdot v(t)$$

Заметим, что если скалярная функция (??) равна тождественно нулю, то задача вырождается - система (??) невозмущаема по направлению \vec{c} в момент времени t_* . Если же $h(t) \neq 0 \forall t \in [0..t_*]$, то очевидно, что для достижения максимального возмущения по направлению \vec{c} в момент времени t_* необходимо и достаточно, чтобы возмущение $v(t)$ принимало значение $+\gamma$ или $-\gamma$ в зависимости от знака (??). В точках t_i , где эта функция равна нулю, возмущение $v(t)$ может принимать любое значение между $+\gamma$ и $-\gamma$. Но таких точек может быть только конечное число в силу аналитичности функции (??). Поэтому значение интеграла (??) не изменится, если мы положим $v(t_i) = 0 \forall i = [1, 2, \dots, k]$. Таким образом, получаем формулу, определяющую наихудшее возмущение:

$$(19) \quad v_0(t) = \gamma \cdot \text{sign}[h(t)]$$

Исследуем подробнее выражение (??). Для этого необходимо знать, как часто меняет свой знак функция $h(t)$ в зависимости от направления \vec{c} .

$$(20) \quad h(t) = (\cos \varphi, \sin \varphi) \cdot \begin{pmatrix} 1 & t_* - t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \cos \varphi \cdot (t_* - t) + \sin \varphi = h(\varphi, t)$$

Найдем момент переключения t_0 в зависимости от направления (угла φ): $h(\varphi, t_0) = 0 \Rightarrow t_0 = t_* + \tan \varphi$. Учитывая тот факт, что множество достижимости S обладает двумя замечательными свойствами:

- $\vec{x} \in S \Rightarrow -\vec{x} \in S$
- S - выпуклое множество

– достаточно построить множество S для $\varphi \in [0..\pi]$

Рассмотрим сначала случай $\varphi \in [0..\frac{\pi}{2}]$,

затем аналогично построим случай $\varphi \in [\frac{\pi}{2}..\pi]$

Ниже представлен график функции $h(t)$ в каждом из случаев.

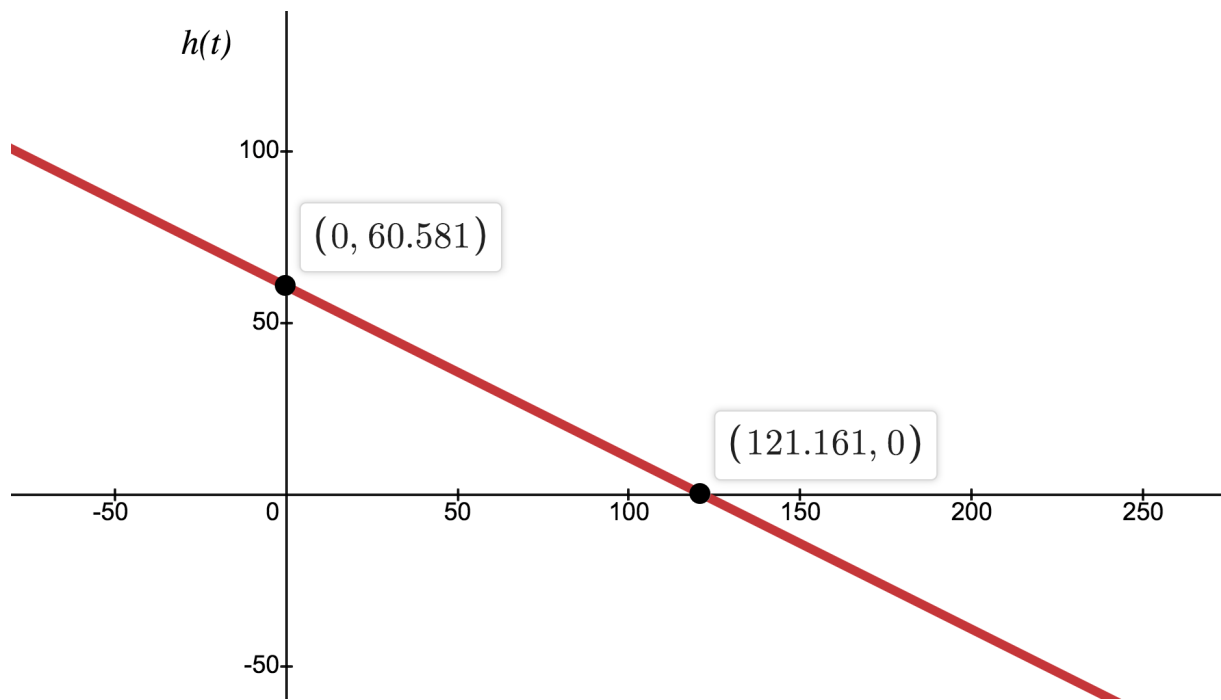


Рис. 6.4: Функция $h(t)$ для $\varphi = \frac{\pi}{3}, t_* = 119.429 \Rightarrow t_0 > t_*$
 Примечание: случай, когда смены знака не происходит.

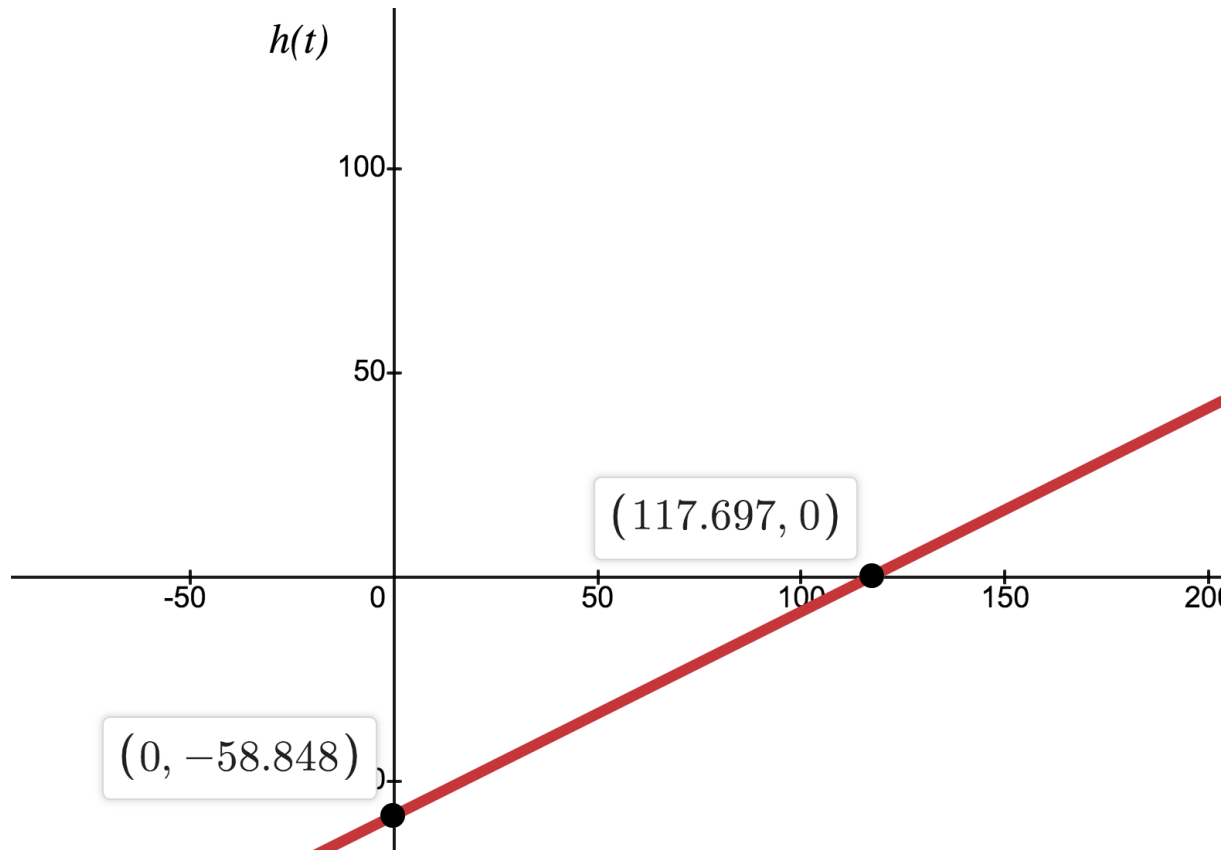


Рис. 6.5: Функция $h(t)$ для $\varphi = \frac{2\pi}{3}, t_* = 119.429 \Rightarrow t_0 < t_*$
 Примечание: случай, когда $h(t)$ меняет свой знак.

Покажем, как выглядят возмущения (??) в зависимости от направления вектора \vec{c}^T (??)

7 Численное моделирование

- *допустимый алгоритм* (при заданном ограничении γ)

Будем говорить, что алгоритм разворота – *допустимый* (при заданном ограничении γ), если $\forall t_*$ – в момент окончания разворота он имеет рассинхронизацию угла

$$(21) \quad \Delta\alpha(t_*) \leq \epsilon \cdot \alpha_*.$$

В качестве ϵ можно выбирать разную точность, но на практике, очевидно, что алгоритм не применим при рассинхронизации более 5 – 10 процентов. Поэтому разумно положить $\epsilon = 0.05$.

Исходные данные

- Тензор инерции КА:

$$I = \begin{pmatrix} 230 & 2 & 16 \\ 2 & 210 & 2 \\ 16 & 2 & 97 \end{pmatrix} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

- Максимальный кинетический момент ДМ: $H_{max} = 4\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$
- Максимальный управляющий момент: $M_{max} = 0.1\text{Н} \cdot \text{м}$
- Начальная угловая скорость: $\vec{\omega}(0) = (0, 0, 0)^\top$ р/с
- Минимальный угол разворота, при котором спутник успевает выйти на предельный кин. момент (см. (??)) равен $k = \alpha_0 = 54.37$ градусов
- Время, необходимое для разворота спутника на угол α_0 равняется $t_0 = 40.0$ секунд.

Ниже представлены результаты численного моделирования допустимых рассинхронизаций моментов, подаваемых на ДМ, для различных углов разворота.

Более строго, мы хотим определить, какое максимально возможное отклонение (рассинхронизация) программного момента от реального мы можем себе позволить для достижения необходимой точности (чтобы алгоритм был допустимым). См. (??)

$$(22) \quad \gamma_i = \max_{\gamma} \{x_1(t_*) = \Delta\alpha_i(t_*) \leq \epsilon \cdot \alpha_i\}, i \in \{1, 2, \dots, 180\}, \alpha_i = \frac{i}{180} \cdot \pi$$

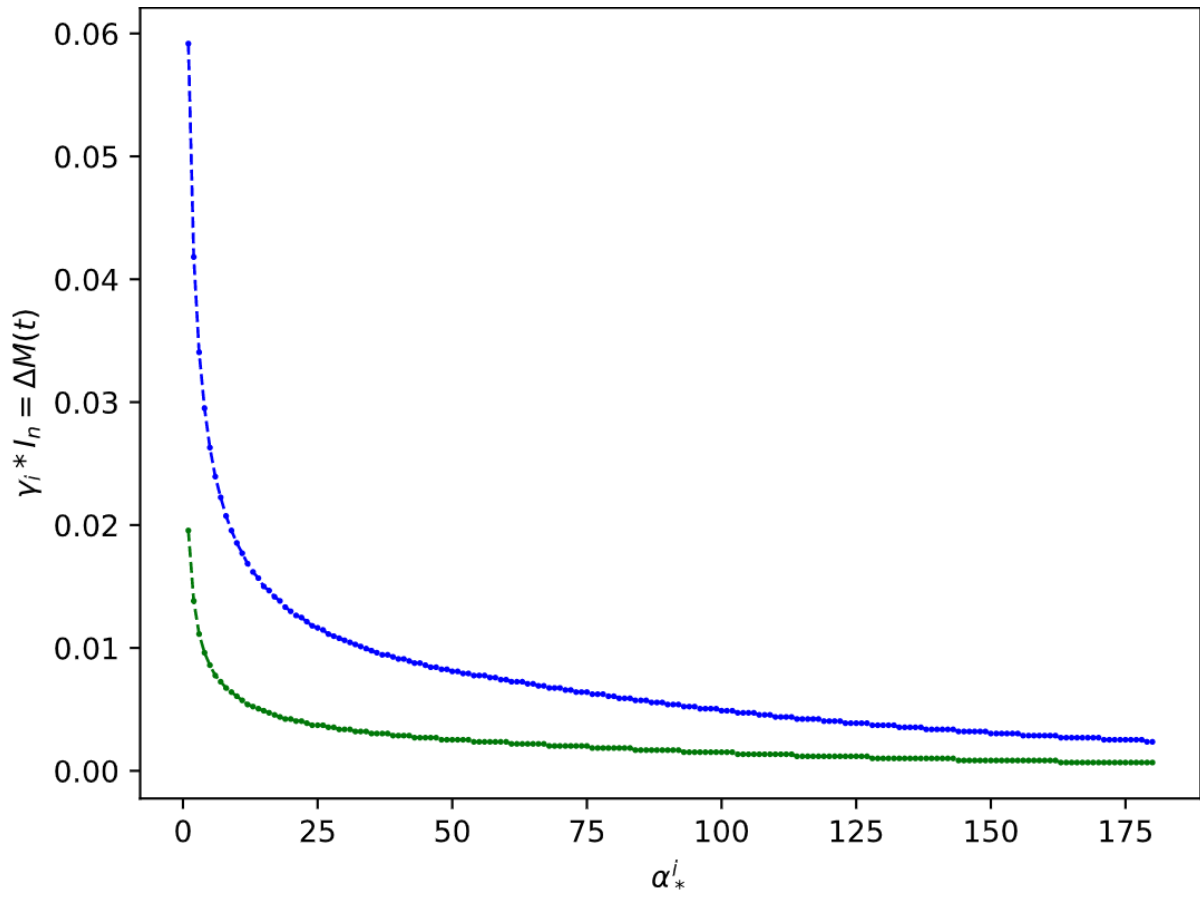


Рис. 7.6: Зависимость $\gamma = \gamma(\alpha_*)$

График соответствует ожиданиям и физическому смыслу. Чем больше конечный угол разворота - тем более накапливаются ошибки в отклонениях. Соответственно, тем выше должна быть точность подаваемого момента.

- Угол разворота $\alpha_* = 67$ градусов
- Время разгона $t_0 = 40.0$ секунд, соответствует повороту на угол $\approx \alpha_0 = 27.18$ градусов
- Время дрейфа $t_1 = 9.0$ секунд, соответствует повороту на угол $\approx \alpha_1 = 12.62$ градусов,
- Время торможения $t_2 = 40.0$ секунд, соответствует повороту на угол $\approx \alpha_2 = 27.18$ градусов

В качестве оптимального γ для построения множества достижимости положим γ равным среднему значению среди всех $\{\gamma_i\}_i^{180}$

$$(23) \quad \gamma = \sum_{i=1}^{180} \frac{\gamma_i}{180} = 0.000000385$$

Для значения $\gamma = (??)$ и угла разворота $\alpha_* = \frac{2\pi}{3}$ - ниже представлено множество достижимости.

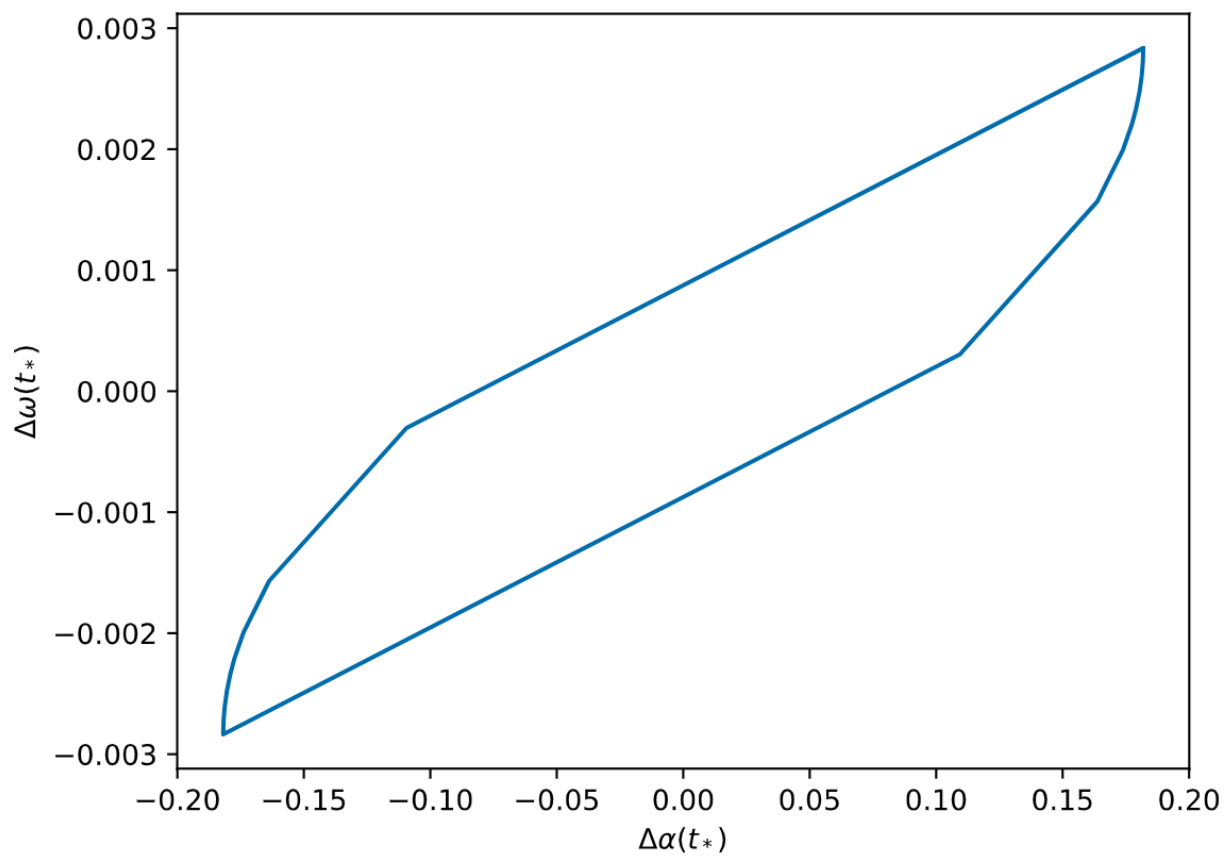


Рис. 7.7: Множество достижимости для значения $\gamma = 0.000000385$

8 Заключение

В данной работе исследовано влияние возмущающих моментов и неточностей определения тензора инерции на ошибку, получаемую в результате разворота для различных углов α_* .

Рассмотрены допустимые рассинхронизации управляющего момента (при которых будет допустимое отклонение).

Построено множество достижимости путем решения задачи Булгакова о максимальном отклонении.

В дальнейшем планируется развивать полученные результаты в следующих направлениях:

1. Рассмотреть модификацию представленного в данной работе алгоритма с добавкой, стабилизирующей ось вращения КА.
2. Рассмотреть модификацию алгоритма, описанного в данной работе, учитывающую гравитационный момент при построении оптимального разворота.
3. Решить задачу Булгакова уже для нового алгоритма, учитывающего п. 1-2.

Список литературы

- [1] Лебедев А. В., Тарлинский И. В., "Исследование процесса программного разворота малого космического аппарата при воздействии возмущений"
- [2] Голубев Ю. Ф., "Основы теоретической механики". М.: Моск. Гос. Университет, 200 - 719стр.
- [3] Александров В. В., Черемисин В. В., "Оптимальный синтез в задачи одноосной стабилизации спутника при наличии фазовых ограничений".
Вестник МГУ, сер. Математика. Механика. 2010 №6, с.61-65
- [4] Александров В. В., Беленький А. Д., Лебедев А. В., Матлалкатци Ругерио Э., "Оптимальный синтез в задаче быстрогодействия при наличии фазовых ограничений".
Вест. Моск. Университета, сер.1, Математика. Механика, 2012. №1, с.67-71.