

חלק א':

- יתכן כי בפתרון האופטימלי, בשנים מסוימות לא תנקוט החברה באף אחד מהצעדים. **נכון**
- מצ"ב דוגמא הממחישה כי יתכן ובפתרון האופטימלי, בין שנה 0 לשנה 1, החברה לא תנקוט באף לא אחד מהצעדים. קל לראות כי במקרה זה, הפתרון המינימלי הפיזיבלי (=הפתרון האופטימלי) של מס' המפוטרים, הינו 0.

	S0	S1	P_JUNIOR	P_SENIOR
A	1000	1000	0%	0%
B	1400	1400	0%	0%
C	1000	1000	0%	0%

- בפתרון האופטימלי, יתכן כי החברה תגייס ותפטר עובדים באותה הקטגוריה. **לא נכון**
- נפצל למקרים:
1. בשנה הנוכחית ישנם X עובדים, ובשנה לאחר מכן דרושים $Y+X$, אזי בהכרח בכדי לעמוד בפתרון האופטימלי (מינימום פיטורים), החברה תבחר רק לגייס. בנוסף, פיטורים 'מיותרים' (אשר עולים כסף לחברה), בעקבותיהם החברה תצטרך לגייס יותר מ' Y עובדים ותישא בעלויות גיוס גבוהות בהכרח, ממה שהייתה אמורה – אינם עולים בקנה אחד עם הפתרון האופטימלי מינימום עלויות.
 2. בשנה הנוכחית ישנם X עובדים, ובשנה לאחר מכן דרושים X , אזי בהכרח בכדי לעמוד בפתרון האופטימלי (מינימום פיטורים), החברה תבחר להשאיר את מצבת העובדים ללא שינוי. כל צעד שהחברה תנקוט, מלבד שמירה על המאזן הקיים, בהכרח יגרור עלות מיותרת לחברה.
 3. בשנה הנוכחית ישנם X עובדים, בשנה לאחר מכן דרושים $X-Y$, אזי בהכרח בכדי לעמוד בשני הפתרונות האופטימליים (מינימום פיטורים/מינימום עלויות), החברה תבחר שלא לגייס עובדים נוספים (עלות מיותרת) – שכן הדבר יביא להגדלת מס' המפוטרים (עלות נוספת).

- בפתרון האופטימלי, יתכן כי בשנה מסוימת, בקטגוריה כלשהי, יבוצעו גם גיוס וגם העסקה זמנית. **נכון**

	S0	S1	S2
A	100	120	110
B	100	100	100
C	100	100	100

נניח כי אין עזיבה טבעית של עובדים ($P_{i_JUNIOR}=0$),
 $P_{i_SENIOR}=0$, $TEMPOUT=100\%$, $TEMPLIMIT>10$)
 נסתכל על קטגוריית A. בכדי להגיע לפתרון אופטימלי (מינימום פיטורים). החברה תעדיף להעסיק זמנית 10 עובדים ב-S1, וכן, לגייס 10 עובדים. זאת על מנת שלא נצטרך לפטר עובדים כלל במעבר בין S1 ל-S2.

פרמטרים

צפי למספר העובדים שיידרשו בקטגוריה ה- i בעוד t שנים. $\forall i, t$	S_{it}
אחוזי עזיבת עובדים בשנת העבודה הראשונה שלהם בכל קטגוריה i . $\forall i$	P_i^{junior}

<p>אחוזי עזיבת עובדים עם ותק של למעלה משנה בכל קטגוריה i.</p> <p>$\forall i$</p>	P_i^{senior}
<p>מגבלת גיוס עובדים בקטגוריה i.</p> <p>$\forall i$</p>	CAP_i
<p>מגבלת הכשרת עובדים מ- C ל- B.</p>	$TRAINLIMIT$
<p>אחוז העובדים המקסימלי מ- B שניתן להכשיר ל- A.</p>	$\%TRAINRATIO$
<p>אחוז העוזבים מתוך המשונמכים.</p>	$\%ABAN$
<p>הכמות המקסימלית של העובדים שניתן להעסיק מעבר לנדרש בכלל החברה.</p>	$OVERLIMIT$
<p>מספר העובדים המקסימלי בכל קטגוריה.</p>	$TEMPLIMIT$

משתני החלטה

<p>כמות העובדים המגויסים לקטגוריה i בשנה t.</p> <p>$\forall i, t$</p>	R_{it}
<p>כמות העובדים שהוכשרו מ- C ל- B בשנה t.</p> <p>$\forall t$</p>	PC_t
<p>כמות העובדים שהוכשרו מ- B ל- A בשנה t.</p> <p>$\forall t$</p>	PB_t
<p>כמות העובדים ששונומכו מקטגוריה A לקטגוריה i בשנה t.</p> <p>$\forall i, t$</p>	DA_{it}
<p>כמות העובדים ששונומכו מקטגוריה B בשנה t. (יכולים להיות משונומכים רק ל- C)</p> <p>$\forall t$</p>	DB_t
<p>כמות העובדים שפוטרו מקטגוריה i בשנה t.</p> <p>$\forall i, t$</p>	F_{it}
<p>כמות העובדים שהועסקו בהעסקת יתר בקטגוריה i בשנה t.</p> <p>$\forall i, t$</p>	O_{it}
<p>כמות העובדים הזמניים שהעסקנו בקטגוריה i בשנה t.</p>	TW_{it}
<p>פונקציית עזר המחשבת את מספר העובדים בקטגוריה i בשנה t.</p>	CUR_{it}

<p>ערך פונקציית המטרה הראשונה- מספר המפוטרים המינימלי.</p>	<p><i>MinF</i></p>
--	--------------------

פונקציית המטרה הראשונית- מזעור סך המפוטרים בחברה לאורך התקופות המדוברות :

$$MIN \sum_{t=1}^T \sum_{i=a}^c F_{it}$$

$CUR_{c,t} =$ $(CUR_{c,t-1})(1 - P_C^{senior}) + (DB_t + DA_{ct})(1 - \%ABAN) + R_{c,t}(1 - P_C^{junior}) -$ $PC_t - F_{ct}$	<p>הגדרת פונקציית העזר</p> <p>לקטגוריה C</p> <p>$\forall t$</p>
$CUR_{b,t} =$ $(CUR_{b,t-1})(1 - P_b^{senior}) + DA_{bt}(1 - \%ABAN) + R_{bt}(1 - P_b^{junior})$ $+ PC_t(1 - P_b^{senior}) - PB_t - DB_t - F_{bt}$	<p>הגדרת פונקציית עזר</p> <p>לקטגוריה B</p> <p>$\forall t$</p>
$CUR_{a,t} =$ $(CUR_{a,t-1})(1 - P_a^{senior}) + PB_t(1 - P_a^{senior}) + R_{a,t}(1 - P_a^{junior}) - DA_{bt}$ $- DA_{ct} - F_{at}$	<p>הגדרת פונקציית עזר</p> <p>לקטגוריה A</p> <p>$\forall t$</p>
$R_{i,0} = 0$ $CUR_{i,0} = s_input_{i,0}$	<p>הגדרת נתונים בתקופה 0</p> <p>$\forall i$</p>
$O_{it} = CUR_{it} - S_{it}$	<p>הגדרת המשתנה שמייצג</p> <p>את העסקת היתר</p> <p>$\forall i, t$</p>
$CUR_{it} + TW_{it} * TEMPOUT \geq s_input_{it}$	<p>עמידה בתחזית כמות</p> <p>העובדים</p> <p>$\forall i, t$</p>
$R_{it} \leq CAP_i$	<p>מגבלת גיוס עובדים</p> <p>$\forall i, t$</p>
$PC_t \leq TRAINLIMIT$	<p>מגבלת הכשרה חלקית</p> <p>$\forall t$</p>
$PB_t \leq (CUR_{bt} + PB_t) * TRAINRATIO$	<p>מגבלת הכשרה מלאה</p> <p>$\forall t$</p>
$CUR_{bt} - R_{bt} + PB_t - PC_t * (1 - P_b^{senior}) \geq PB_t$ $CUR_{ct} - R_{ct} + PC_t \geq PC_t$	<p>עובדים המגויסים</p> <p>בתקופה מסוימת, לא</p> <p>יכולים לצאת להכשרה</p> <p>באותה תקופה, עובד לא</p> <p>יכול לצאת לשתי הכשרות</p> <p>באותה תקופה</p> <p>$\forall t$</p>
$\sum_{i=a}^c O_{it} \leq OVERLIMIT$	<p>מגבלת העסקת היתר</p> <p>בכלל החברה</p> <p>$\forall t$</p>

$TW_{it} \leq TEMPLIMIT$	מגבלת העסקה של עובדים זמניים $\forall i, t$
--------------------------	--

הסבר: פונקציית העזר CUR_{it} כוללת בתוכה את המעברים שנעשו. על מנת שהאילוצים יהיו נכונים, נשתמש בפונקציית העזר של מספר העובדים הנוכחי, שכבר מחשיבה בה את מספר העוזבים בצעד כלשהו. לכן הוספת **האיבר** מוודאת שאנחנו מדברים על מספר העובדים הנוכחי, לפני ביצוע הצעד.
(הסבר שקול לכל המשוואות המסומנות)

הסבר: על מנת למנוע מצב שבו עובד יצא לשתי הכשרות באותה תקופה, עלינו להסתכל רק על עובדים שהתחילו בקטגוריה C, זאת כיוון שהם היחידים שקיימות להן עוד שתי הכשרות לבצע (הכשרה ל-B, הכשרה מ-B ל-A). לכן, כאשר נוודא שמספר העובדים שהוכשרו מ-B ל-A, קטן ממספר העובדים שקיימים ב-B פחות אלו שגויסו (כלומר נמנע מצב שבו יצאו להכשרה עובדים שגויסו בתקופה זו), גם נחסיר את מספר העובדים שבתקופה הנוכחית הוכשרו מ-C ל-B, ובכך נמנע מצב שבו עובד שהוכשר ל-B בתקופה זו (ולכן הוא חלק ממצבת העובדים ב-B, אך לא חלק מהמגויסים של B באותה תקופה), ימנה כחלק מהעובדים שיכולים להיות מוכשרים ל-A.

פרמטרים שרלוונטיים לחלק השני של סעיף ב	
עלות הכשרת העובדים מקטגוריה C לקטגוריה B.	$TRAINCOST_c$
עלות הכשרת העובדים מקטגוריה B לקטגוריה A.	$TRAINCOST_b$
עלות פיטור עובד מקטגוריה i. $\forall i$	$LAYOFF_i$
עלות העסקת יתר לעובד בקטגוריה i. $\forall i$	$OVERCOST_i$
עלות העסקה זמנית לעובד בקטגוריה i. $\forall i$	$TEMPCOST_i$

פונקציית המטרה השנייה- מזעור ההוצאות :

$$\begin{aligned}
 \text{MIN } & TRAINCOST_c \sum_{t=1}^T PB_t + TRAINCOST_b \sum_{t=1}^T PA_t + \sum_{i=a}^c LAYOFF_i \sum_{t=1}^T F_{it} + \sum_{i=a}^c OVERCOST_i \sum_{t=1}^T O_{it} \\
 & + \sum_{i=a}^c TEMPCOST_i \sum_{t=1}^T TW_{it}
 \end{aligned}$$

s.t

$\sum_{t=1}^T \sum_{i=a}^c F_{it} = MinF$	מזעור מספר המפוטרים
---	---------------------

חלק ג- התאמת המודל כך שמדיניות ההעסקה תבצע לכל היותר K צעדים שונים בכל שנה

הפרמטרים ומשתני ההחלטה נשארים כולם, ונוסיף משתנה החלטה בוליאני חדש וכן פרמטר חדש :

$$X_{j,t} \in \{0,1\} \quad \forall j = 1 \dots 6$$

הסבר - X_{jt} מקבל 1 אם הצעד ה-j התבצע בשנה ה-t, ו-0 אחרת.

הפרמטר החדש שנוסף הוא M, המייצג מספר גדול מאוד. במקרה שלנו הצבנו 20,000,000.

נגדיר כל משתנה החלטה לאיזה צעד הוא מיוחס -

X_1 : גיוס - R_{it} X_2 : הכשרה - PC_t/PB_t X_3 : שנמוך - DA_{it}/DB_t
 X_4 : פיטורין - F_{it} X_5 : העסקת יתר - O_{it} X_6 : העסקה זמנית - TW_{it}

אילוצים שנוספו :

<p>נרצה להגביל את כל אחד מהצעדים ככה שהוא יהיה קטן מ- $M*1$, כלומר, אם מתבצע הצעד באחת או יותר מהקטגוריות, נעמוד באילוץ, או שווה ל- $M*0$, כלומר, אם המודל החליט שצעד זה לא מתבצע, הוא לא יכול להתבצע באף אחת מהקטגוריות בכל אחת מהשנים.</p> <p>בסה"כ נרצה לסכום את מספר הצעדים שנעשו (כלומר, ערך המשתנה הבוליאני המתאים להם הוא 1) ונדרוש שיהיו קטנים ממספר הצעדים הדרוש- K.</p>	<table> <tr> <td> $\sum_{i=A}^c R_{it} \leq M * X_{1t} \quad \forall t$ </td><td></td></tr> <tr> <td> $PB_t + PC_t \leq M * X_{2t} \quad \forall t$ </td><td></td></tr> <tr> <td> $DB_t + \sum_{i=B}^c DA_{it} \leq M * X_{3t} \quad \forall t$ </td><td></td></tr> <tr> <td> $\sum_{i=A}^c F_{it} \leq M * X_{4t} \quad \forall t$ </td><td></td></tr> </table>	$\sum_{i=A}^c R_{it} \leq M * X_{1t} \quad \forall t$		$PB_t + PC_t \leq M * X_{2t} \quad \forall t$		$DB_t + \sum_{i=B}^c DA_{it} \leq M * X_{3t} \quad \forall t$		$\sum_{i=A}^c F_{it} \leq M * X_{4t} \quad \forall t$	
$\sum_{i=A}^c R_{it} \leq M * X_{1t} \quad \forall t$									
$PB_t + PC_t \leq M * X_{2t} \quad \forall t$									
$DB_t + \sum_{i=B}^c DA_{it} \leq M * X_{3t} \quad \forall t$									
$\sum_{i=A}^c F_{it} \leq M * X_{4t} \quad \forall t$									

$\sum_{i=A}^C O_{it} \leq M * X_{5t} \quad \forall t$	אילוצים ע"מ לספור את מספר הצעדים הנעשה בכל שנה
$\sum_{i=A}^C TW_{it} \leq M * X_{6t} \quad \forall t$	
$\sum_{j=1}^6 X_{jt} \leq K \quad \forall t$	הגבלת מספר הצעדים הנעשה בכל שנה

לסיכום:

מספר המפוטרים	עלות תכנית ההעסקה הכוללת	
299	8,948,000	ללא מגבלות
אין פתרון		K=2
468	4,801,000	K=3

עבור K=2 אין פתרון עבור האילוצים הנתונים. כלומר, על מנת לעמוד בהגבלת סך הצעדים לשנה ל-2, על התוכנה להתיר את אחד האילוצים הנותרים ולא לעמוד בכולם. ספציפית, עבור K=2, נצטרך לפטר מקטגוריות A,B ולשנמך מ-A ל-C מספר שלילי של עובדים, דבר העובר על אילוץ אי השליליות שמוחל על כל משתני ההחלטה (ועל ההיגיון).