

Exercice 1 Soit X la matrice de données associée à 4 individus $\{w_1, w_2, w_3, w_4\}$ définie par

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 7 & 4 \\ 3.5 & 3 \\ 0.5 & 5 \end{pmatrix}$$

1. Tracer le nuage de points formé par $\{w_1, w_2, w_3, w_4\}$ et donner son inertie totale.
2. Déterminer le tableau des écarts et effectuer une classification ascendante hiérarchique, en utilisant l'indice du lien min.
3. Choisir deux centres initiaux et appliquer l'algorithme Kmeans.

Exercice 2 On a mesuré la pression systolique et le taux de cholestérol de six individus, les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

	Syst	Chol
A	140	6
B	85	5.9
C	135	6.1
D	145	5.8
E	130	5.4
F	145	5

1. Faire une classification hiérarchique ;
2. Proposer une partition ;
3. On suppose que nous avons une partition à trois classes $C_1 = \{A, C, D\}$, $C_2 = \{B\}$, $C_3 = \{E, F\}$
 - Calculer l'inertie totale, intra-classe et inter-classe (les individus ont le même poids)
 - Le pourcentage d'inertie expliquée par une partition est définie par $\left(1 - \frac{W}{T}\right) \times 100$, déterminer sa valeur pour cette partition

Exercice 3 En utilisant l'indice de la moyenne, effectuer une classification hiérarchique des éléments de l'ensemble $I = \{a, b, c, d, e\}$ dont les distances deux à deux sont fournies dans le tableau suivant

	a	b	c	d	e
a	0				
b	25	0			
c	18	30	0		
d	25	40	10	0	
e	10	34	15	18	0

1. Dédire le tableau des distances ultramétriques ;
2. A partir de l'arbre hiérarchique, déterminer une partition à deux classes.

Exercice 4 Soit $E = \{a, b, c, d\}$ l'ensemble dont les distances entre éléments pris deux à deux sont rangées dans le tableau suivant :

	a	b	c	d
a	0			
b	1	0		
c	3	4	0	
d	2	3	5	0

1. Construire l'arbre hiérarchique indicé en utilisant l'algorithme d'agrégation suivant l'indice δ défini par $\delta(h_1, h_2) = \sup \{d(i, j) ; i \in h_1, j \in h_2\}$ h_1 et h_2 sont deux parties de E .
2. Comment peut on obtenir, à partir de l'arbre hiérarchique, une partition de E ? Donner une partition à deux classes.
3. Dédire de l'arbre hiérarchique le tableau des distances ultramétriques.

Exercice 5 Soit E un ensemble à trois éléments. Montrer que l'ensemble des parties de E n'est pas une hiérarchie. Construire une hiérarchie à partir de E

Exercice 6 Effectuer une classification ascendante hiérarchique, en utilisant le critère de Ward, de la matrice X suivante :

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 7,5 & 4 \\ 3 & 3 \\ 0,5 & 5 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$$

Exercice 7 Le tableau suivant donne les mesures de deux variables sur quatre éléments A, B, C et D

A	5	3
B	-1	1
C	1	-2
D	-3	-2

Retrouver une partition à deux classes en utilisant la méthode des Kmeans (McQueen1967)