

## Exercícios Avulsos - Raízes de Equação

Prof. Diego Mello

Abril/2019

Nome: \_\_\_\_\_ Nota: \_\_\_\_\_

**LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES:** Este trabalho consiste em um **conjunto de exercícios avulsos** de matemática computacional, que devem ser resolvidos individualmente. Todos devem ser feitos mediante implementação computacional de métodos de raízes utilizando linguagem [R]. Deve-se entregar o código fonte do *script* submetido via Google Classroom, juntamente com um relatório mostrando o passo a passo usado na resolução de cada cada exercício. Espera-se que o relatório contenha ao menos (i) o intervalo de isolamento da função correspondente e (ii) os cálculos realizados de acordo com o método indicado, (iii) a resposta ao questionamento feito pelo exercício e (iv) o código fonte utilizado para resolver o problema. O conteúdo foi adaptado de material sobre o tema, de autoria de Maria Teresa Torres Monteiro, da Universidade do Minho (PT) (Disponível em: <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/14965>). Quando o aluno utilizar alguma *software* externo (tal como Symbolab e Wolfram Alpha) é preciso incluir no relatório *screenshots* das telas com as análises feitas.

**Exercício 1** (`concentracao-newton.r`, `concentracao-bisseccao.r`). Existe um modelo matemático utilizado em engenharia ambiental que permite determinar a concentração de oxigênio em um rio em função da distância em que se depositam poluentes. Seja  $f(x)$  a concentração de oxigênio calculada em um ponto que encontra-se à  $x$  unidades de distância do ponto de despejo. A concentração é dada por:

$$f(x) = 10 - 20(e^{-0.2x} - e^{-0.75x}) \quad (1)$$

De posse do modelo, calcule qual é a distância na qual a concentração de oxigênio cai para 5 unidades. Considere um erro  $\epsilon = 0.00001$ .

Implemente, resolva e documente o seguinte problema numérico usando os Métodos da Bissecção e de Newton Raphson.

**Exercício 2** (`foguete-bisseccao.r`, `foguete-newton.r`). A velocidade ascendente  $v$  de um foguete pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$v = u \ln \left( \frac{m_0}{m_0 - qt} \right) - gt \quad (2)$$

onde:

$u$  : velocidade relativa em que o combustível é expelido;

$m_0$  : massa inicial do foguete no instante  $t = 0$

$q$  : taxa de consumo de combustível

$g$  : aceleração da gravidade

Considere  $u = 2200\text{m/s}$ ,  $g = 9.8\text{m/s}^2$ ,  $m_0 = 1.6 \times 10^5\text{Kg}$  e  $q = 2680\text{Kg/s}$ , calcule o tempo em que o foguete atinge velocidade de  $v = 1000\text{m/s}$ , sabendo-se que este instante está entre 20s e 30s. Considere um erro de aproximação razoável na 3a. casa decimal.

Implemente e resolva o seguinte problema numérico usando os Métodos da Bissecção e de Newton Raphson.

**Exercício 3** (barris-secante.r, barris-newton.r, barris-bisseccao.r). Uma solução ‘ecológica’ para lidar com resíduos de material nuclear consiste em colocar tais resíduos em barris especiais que são depositados no fundo do oceano de maneira que, se permanecem intactos, a contaminação ambiental é mínima.

Um modelo matemático que descreve a relação entre a velocidade de impacto  $v$  e a profundidade da água  $D$  é obtida a partir das equações de movimento dos barris, calculadas à medida em que estes descem na água. O modelo é dado por:

$$D = \frac{1}{k^2 g} \left[ W(W - B) \ln \left( 1 + \frac{kv}{W - B} \right) - Wkv \right] \quad (3)$$

Onde  $W$  é o peso dos barris,  $B$  é sua flutuabilidade,  $g$  é a constante gravitacional e  $k$  é o coeficiente de atrito. A flutuabilidade dos barris pode ser determinada através de seu volume, sendo igual a 470. O coeficiente de atrito é determinado experimentalmente, dado por  $k = 0.08$ . A constante gravitacional é  $g = 32$  e o peso dos barris é dado por  $W = 527$ .

Isto posto, determine a velocidade do impacto  $v$  usando os métodos numéricos indicados quando os barris são lançados em uma zona cuja profundidade é igual a  $D = -300$ . Faça sua tentativa no intervalo  $[40, 45]$ , com erro de aproximação na ordem de  $\epsilon = 0.00001$ .

Implemente e resolva o seguinte problema numérico usando os Método da Secante, de Newton Raphson e da Bissecção.