LABORATOR #13

EX#1 Avem la dispoziţie un băț de chibrit de lungime ℓ și o foaie dictando cu spațiul dintre linii $t > \ell$.

(a) Aproximaţi probabilitatea ca băţul de chibrit aruncat la întâmplare pe foaia dictando să intersecteze o linie folosind simulări de tip Monte-Carlo.

(b) Aproximaţi π folosind simularea de mai sus.

(c) Ilustraţi grafic convergenţa probabilităţii empirice de la primul subpunct către probabilitatea teoretică.

(d) Ilustraţi grafic aruncarea la întâmplare a 100 de chibrituri pe un rând a foii dictando (i.e. spaţiul mărginit de două linii) şi diferenţiati chibriturile care intersectează liniile de cele care nu le intersectează.

EX#2 Simulați în `Python`, folosind funcția `np.random.random()` şi metoda transformării inverse, media empirică a N variabile aleatoare continue independente şi identic distribuite exponențial cu parametrul $\lambda > 0$:

$$\overline{S}_N \coloneqq \frac{X_1 + \ldots + X_N}{N}, \quad X_1, \ldots, X_N \sim \mathrm{Exp}(\lambda). \tag{1}$$

(a) Verificaţi că $\mathbb{E}[\overline{S}_N] \approx 1/\lambda$ şi că $\mathbb{VAR}[\overline{S}_N] \approx 1/(N\lambda^2)$.

(b) Construiți histograma datelor obținute și identificaţi cu ce funcţie de densitate poate fi aproximată.

(c) Reprezentaţi pe aceeaşi figură cu histograma funcţia de densitate identificată la subpunctul (b).

EX#3 Simulați în `Python`, folosind funcția `np.random.random()` şi metoda transformării inverse, media empirică a N variabile aleatoare continue independente şi identic distribuite Cauchy cu parametrii x_0 și $\gamma > 0$:

$$\overline{S}_N \coloneqq \frac{X_1 + \ldots + X_N}{N}, \quad X_1, \ldots, X_N \sim \mathrm{Cauchy}(\mathrm{x}_0, \gamma). \tag{2}$$

(a) Construiți histograma datelor obținute și identificaţi cu ce funcţie de densitate poate fi aproximată.

(b) Reprezentaţi pe aceeaşi figură cu histograma funcţia de densitate identificată la subpunctul (a).