

Tema #5

INSTRUCȚIUNI

1. **Deadline: 9 ianuarie 2024, ora 23:59.**
2. Rezolvările problemelor ce presupun scrierea unui cod (**EX#1**) vor fi salvate ca fișier *.txt, cu denumirea **GRUPA_NUME_PRENUME.txt**
3. Rezolvările problemelor ce presupun rezolvarea pe hârtie (**EX#2–5**) vor fi salvate ca fișier *.pdf, cu denumirea **GRUPA_NUME_PRENUME.pdf**
4. Cele două fișiere vor fi trimise la adresa de email mihai.bucataru@drd.unibuc.ro.

EX#1 Simulați în Python, folosind funcția `np.random.random()`, o variabilă aleatoare continuă normală standard, $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$, utilizând metoda transformării Box-Muller cu o singură variabilă. Exprimați transformarea Box-Muller astfel:

$$Z = \sqrt{-2 \ln(U_1)} \cos(2\pi U_2)$$

sau

$$Z = \sqrt{-2 \ln(U_1)} \sin(2\pi U_2)$$

unde U_1 și U_2 sunt două variabile uniforme pe intervalul $(0, 1)$. Construiți histograma datelor obținute și verificați că aproximarea funcției de densitate ale variabilei aleatoare simulate corespunde distribuției normale standard.

EX#2 Fie Z o variabilă aleatoare continuă normală standard, $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$. Ce distribuție are $X := \sigma Z$? Argumentați.

EX#3 Dacă $X \sim \text{Exp}(\lambda)$ și $\alpha > 0$, ce distribuție are $Y := \alpha \cdot X$? Dar $Z := X^2$? Argumentați.

EX#4 Arătați că dacă $X \sim \text{Exp}(\lambda)$, atunci $[X] + 1 \sim \text{Geom}(1 - e^{-\lambda})$, unde $[x]$ denotă partea întreagă a lui x .

EX#5 Durata de viață a calculatoarelor din laboratorul 305 este o variabilă aleatoare continuă cu densitatea

$$f(x) = \begin{cases} K - \frac{x}{50}, & \text{pentru } 0 \leq x \leq 10 \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$$

- (a) $K = ?$
- (b) Care este probabilitatea ca un calculator să se strice în 5 ani?
- (c) Care este durata medie de viață a unui calculator? Cu ce varianță?