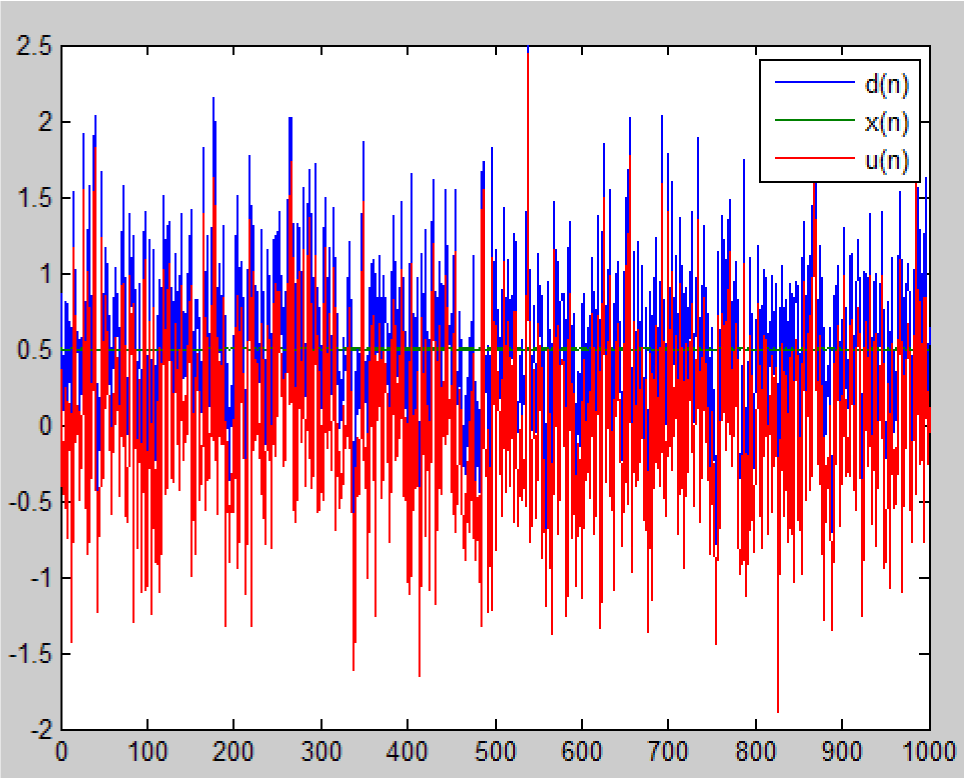
ΨΗΦΙΑΚΑ ΦΙΛΤΡΑ

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

ΕΞΟΥΔΕΤΕΡΩΣΗ ΘΟΡΥΒΟΥ



ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΙΔΗΣ ΘΕΟΧΑΡΗΣ

ΑΕΜ=7995

1)Υπολογισμός αυτοσυσχέτισης, ετεροσυσχέτισης και βέλτιστων συντελεστών wiener:

$u(n) = 0.25u(n-1)-0.12u(n-2) + v(n)$ (1)

Και γνωρίζοντας ότι η αυτοσυσχέτιση δίνεται από τον παρακάτω πίνακα:

$R[u(n)]=\begin{bmatrix} E[u(n)*u(n)] & E[u(n)*u(n-1)] \\ E[u(n)*u(n-1)] & E[u(n)*u(n)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_0 & r_1 \\ r_1 & r_0 \end{bmatrix}$

Πολλαπλασιάζοντας την (1) με u(n-1):

$u(n)u(n-1)=0.25u(n-1)u(n-1)-0.12u(n-2)u(n-1)+v(n)u(n)$

$E[u(n)u(n-1)]=0.25E[u(n-1)u(n-1)]-0.12E[u(n-2)u(n-1)]+0$

$r_1=0.25r_0-0.12r_1$

$r_1= 0.22r_0$

Πολλαπλασιάζοντας την (1) με u(n):

$u(n)u(n)=0.25u(n-1)u(n)-0.12u(n-2)u(n)+\sigma^2 v$

$E[u(n)u(n)]=0.25E[u(n-1)u(n)]-0.12E[u(n-2)u(n)]+0.32$

$r_0=0.25r_1-0.12r_2+0.32$

Πολλαπλασιάζοντας την (1) με u(n-2):

$u(n)u(n-2)=0.25u(n-1)u(n-2)-0.12u(n-2)u(n-2)+v(n)u(n-2)$

$E[u(n)u(n-2)]=0.25E[u(n-1)u(n-2)]-0.12E[u(n-2)u(n-2)]+0$

$r_2=0.25r_1-0.12r_0$

Αντικαθιστώ r2 στη r0

$r_0=0.25r_1-0.12(0.25r_1-0.12r_{0)})+0.32$

$0.99r_0=0.22r_1+0.32$

Γνωριζόντας οτι

$P[u(n),v(n)]=\begin{bmatrix} E[u(n)*v(n)] \\ E[u(n-1)*v(n)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_v^2 \\ 0 \end{bmatrix}$

Συνεπώς η εύρεση του πίνακα αυτοσυσχέτισης R επάγεται στην επίλυση του συστήματος:

- $r_1= 0.22r_0$
- $0.99r_0=0.22r_1+0.3$

το οποίο έχει ως λύσεις:
r_0=0.34
r_1=0.07

Για την εύρεση του πίνακα ετεροσυσχέτισης

$$P[u(n),d(n)] = \begin{matrix} E[u(n)*d(n)] \\ E[u(n-1)*d(n)] \end{matrix}$$

έχοντας την $d(n) = v(n) + x(n)$ (2)

Πολλαπλασιάζοντας στην (2) με u(n):
$E[d(n)*u(n)=E[v(n)*u(n)]+E[x(n)*u(n)] =0.32+0 \Rightarrow P(1)=0.32$

Πολλαπλασιάζοντας στην (2) με u(n-1):
$E[d(n)*u(n-1)=E[v(n)*u(n-1)]+E[x(n)*u(n-1)] =0+0 \Rightarrow P(2)=0$

Τελειώνοντας το παρόν ερώτημα οι βέλτιστοι συντελεστές του φίλτρους wiener υπολογίζονται από την παρακάτω εξίσωση:
$R*w_0=P \Rightarrow w_0=R^{-1}*P$ και τελικά μετά από πράξεις $w0= \begin{matrix} 0.98 \\ -0.20 \end{matrix}$

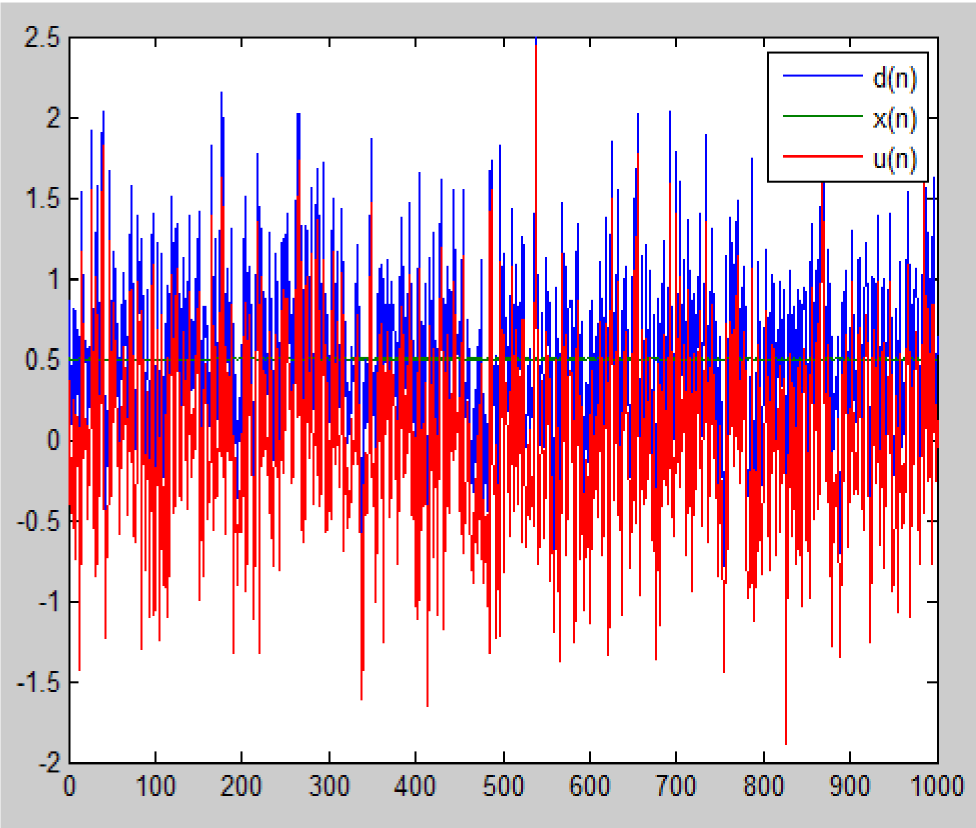
2) Το ελάχιστο μέσο τετραγωνικό σφάλμα Jmin,
$Jmin=\sigma^2 d-wo^{\tau}\rho= \sigma^2 d - 0.3136=- 0.3136$
$\sigma^2 d=E[d[n]d^*[n]]=E[A^2[N]\sin^2(\pi/8 *n+\pi/6)]=E[A^2[N]/2(1-\sin(\pi/4*n+\pi/3)]=0$

3)Υπολογισμός πεδίου τιμών για την παράμετρο μ:
Ο υπολογισμός αυτός θα γίνει από την συνθήκη σύγκλισης
$0<\mu<2/ \lambda max$
, όπου λmax η μέγιστη ιδιοτιμή του πίνακα R. $\Rightarrow$
$0<\mu<2/ 0.41 = 4.87$

4)Εφαρμογή του steepest descent για διάφορες τιμές της παραμέτρου μ. Αρχικά, με βάση το αρχείο gradWeinerFilt.m έγιναν ορισμένες αλλαγές έτσι ώστε να υπολογιστούν οι επιθυμητοί συντελεστές του φίλτρου. Βασικά, οι αλλαγές συνοψίζονται ως εξής:

```
v1 = sqrt(0.32)*  v1 = v1 - mean(v1);  %λευκός θόρυβος

 u(1)=v1(1);

u(2)=v2(1);

 for i=3:n

 u(i) = 0.25*u(i−1)−0.12*u(i−2) + v1(i) %ανεξάρτηση μέτρηση του θορύβου

 end

for j=1:n

x(j)= A(n)*sin(8*pi*j  +pi/6); %ημιτονοειδές σήμα πληροφορίας.

 End
```

θεωρώ την A(n)=1 για εύκολη χρήση.

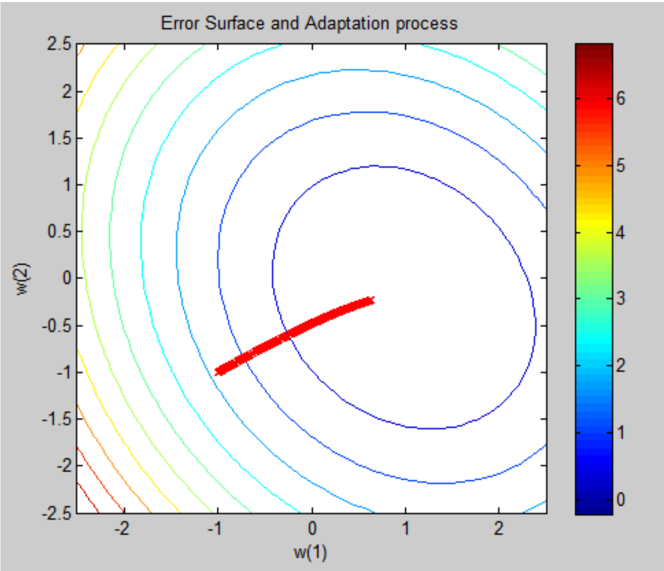


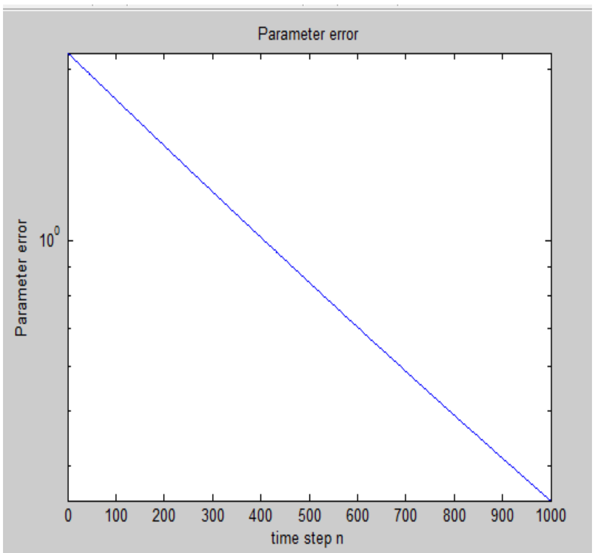
Ακόμη, εισήχθησαν οι πίνακες της αυτοσυσχέτισης και ετεροσυσχέτισης όπως βρέθηκαν στα προηγούμενα ερωτήματα, οι βέλτιστοι συντελεστές του φίλτρου Wiener καθώς και ο συντελεστής μ:

```
R = [0.34 0.07; 0.07 0.34]; % η αυτοσυσχέτιση του u
p = [0.32; 0];  % ετεροσυσχέτιση u,d

wo = R \ p; %βελτιώση συντελεστών φίλτρου wiener


idiot=eig(R);
max_id=max(idiot);
mu = 2/max_id;  %εύρεση συντελεστή m

mu=0.95*mu; %μεταβολή συντελεστή m
```

- Συντελεστής μ εντός του διαστήματος σύγκλισης

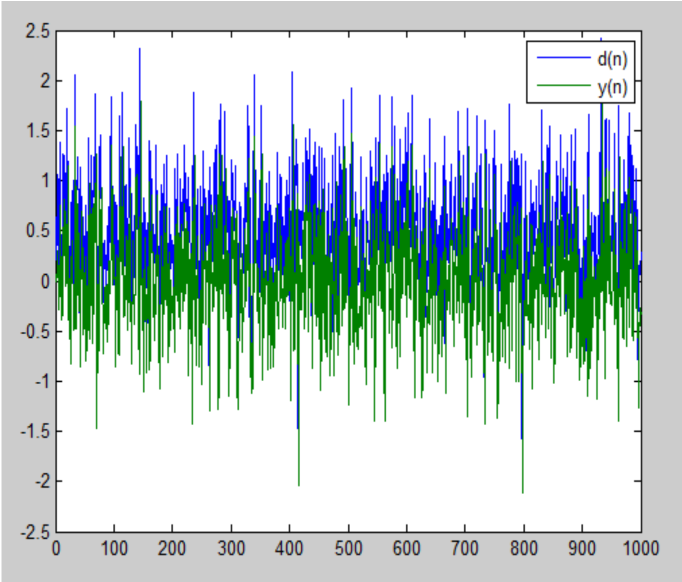
Αρχικά έγινε προσομοίωση για mu=0.001*mu. Τα παρακάτω σχήματα δείχνουν το contour καθώς και την ευθεία σφάλματος. Γίνεται κατανοητό πως για πολύ μικρό μ, η ταχύτητα σύγκλισης είναι πάρα πολύ μικρή. Από το contour φαίνεται πια ότι λόγω του περιορισμού στα βήματα που μπορούν να γίνουν (έως 1000) δεν έχει επιτευθχεί ικανοποιητική προσέγγιση των βέλτιστων συντελεστών. Μία τέτοια τόσο αργή σύγκλιση δεν είναι επιθυμητή. Συνεπώς πρέπει η τιμή του συντελεστή μ να αυξηθεί





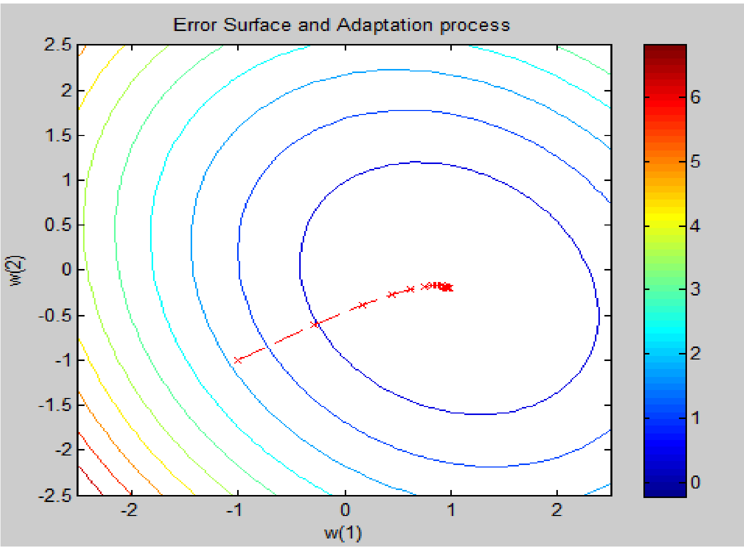
Στη συνέχεια έγινε προσομοίωση για mu=0.2*mu.

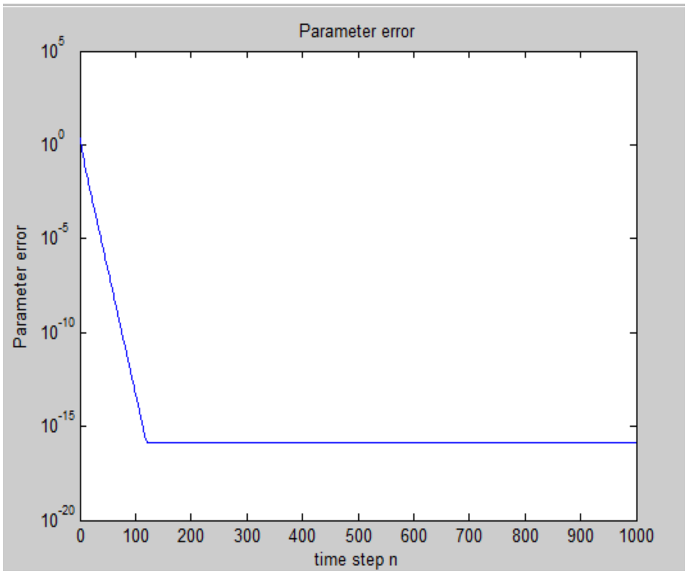
Αρχικά παρατηρείται σε κοινό διάγραμμα το σήμα d, καθώς και η έξοδος y του φίλτρου wiener:



Το απαλλαγμένο από θόρυβο σήμα δίνεται από τη σχέση e(n)=d(n)-y(n). Συνεπώς γίνεται κατανοητή η χρησιμότητα του παρόντος διαγράμματος.

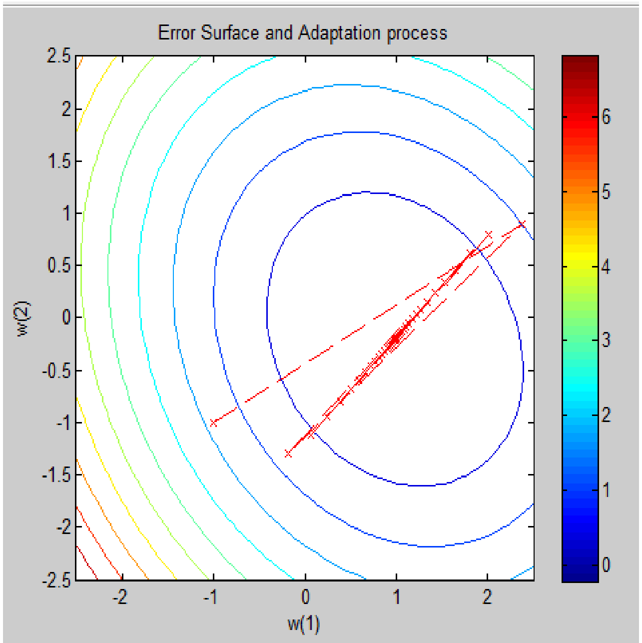
Συνεχίζοντας δίνεται το αποτέλεσμα του controur:

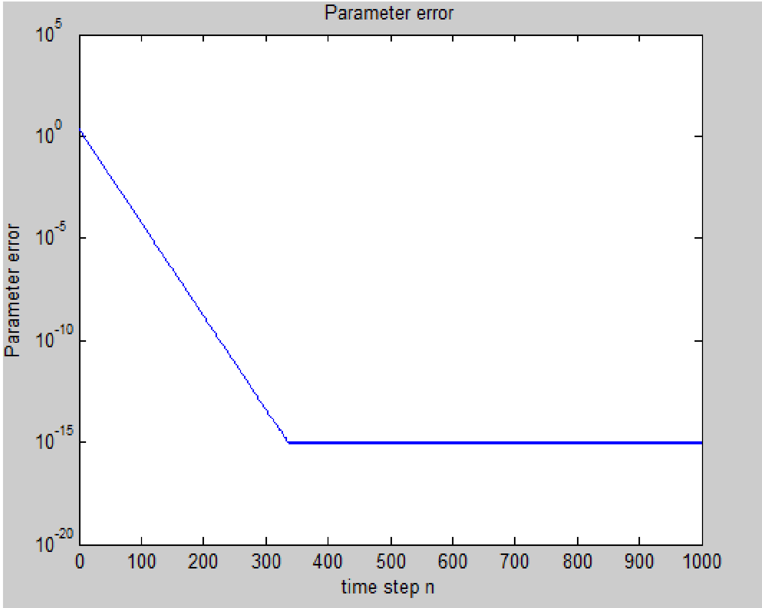




Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται πως η μέθοδος steepest descent φτάνει τους επιθυμητούς συντελεστές για το φίλτρο wiener. Κάτι τέτοιο ήταν φυσικά αναμενόμενο για οποιαδήποτε τιμή μέσα στα επιτρεπτά όρια. Το διάγραμμα contour επιτυγχάνει μέσα σε λίγα βήματα πολύ γρήγορη προσέγγιση της βέλτιστης τιμής.

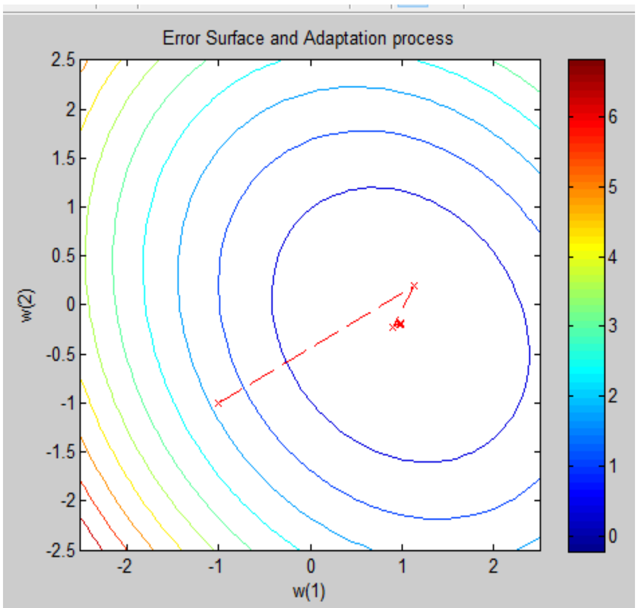
Αυξάνοντας περαιτέρω την τιμή του μ έγινε προσομοίωση για mu=0.95*mu

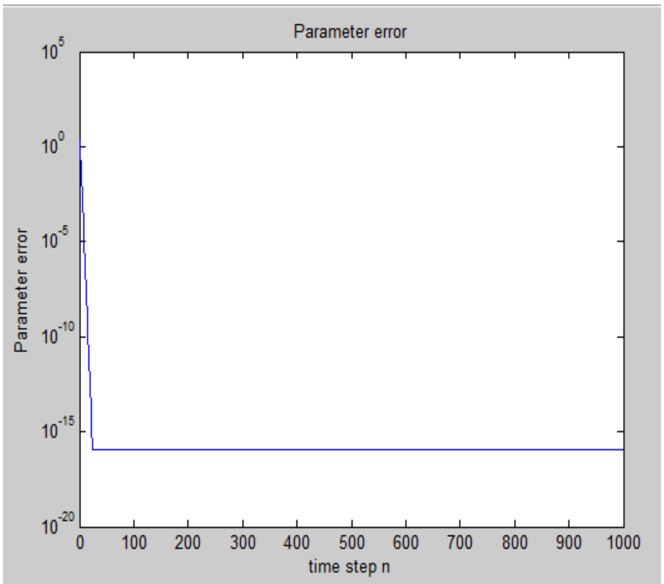




Συγκρίνοντας με την περίπτωση όπου το mu=0.95*mu παρατηρούνται διαφορές και στα δύο διαγράμματα. Από το διάγραμμα contour, καταναλώνονται πολλά βήματα για να επιτευθχεί η επιθυμητή ακρίβεια. Ως προς την ταχύτητα σύγκλισης, αυτή δεν είναι αρκετά αυξημένη καθώς επιτυγχάνεται η επιθυμητή ακρίβεια σε 300 βήματα, σε αντίθεση με πριν όπου αυτή επιτεύχθει σε 100 βήματα.

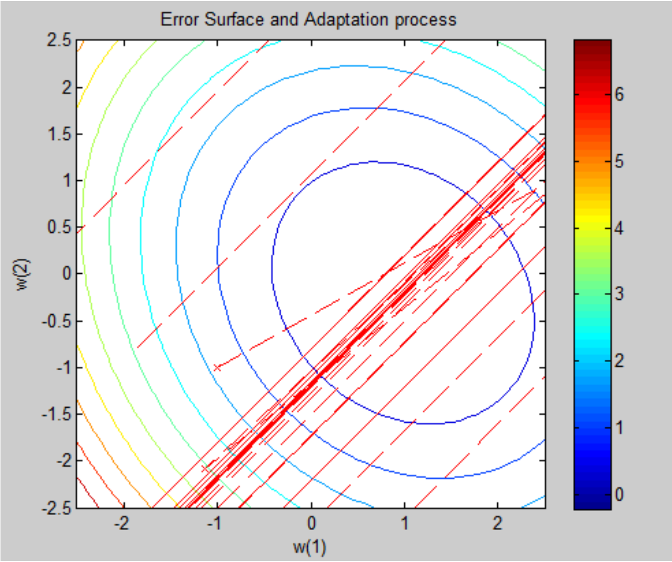
Τέλος παρατίθεται μία «ενδιάμεση τιμή» για mu=0.6*mu με τα δύο διαγράμματα όπως παρακάτω

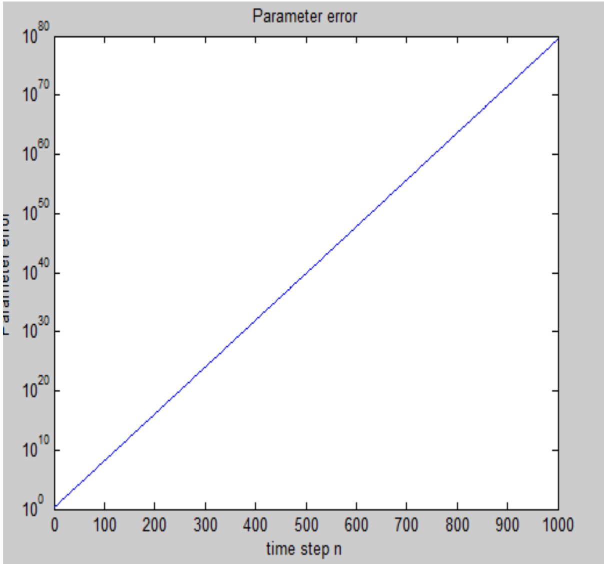




Σε αυτά φαίνεται μία πιο «ομαλή» μετάβαση προς τους βέλτιστους συντελεστές (σε σχέση με το 0.95 που σε λίγα βήματα έφτασε πολύ πιο κοντά.Όμως τελικά αυτή η τιμή φαίνεται να είναι πιο επιθυμητή, καθώς το σφάλμα ελαχιστοποιείται σε λιγότερα βήματα . Συνεπώς δεν αρκεί μία αρχικά σημαντική προσέγγιση, αλλά πρέπει ο συντελεστής να επιλεχθεί προσεκτικά, για βέλτιστα αποτελέσματα.

- Συντελεστής μ εκτός του διαστήματος σύγκλισης Τέλος παρουσιάζεται η περίπτωση όπου mu=1.1*mu δηλαδή εκτός της επιτρεπόμενης τιμής του συντελεστή σύγκλισης:





Γίνεται και στην πράξη πλέον φανερό το γεγονός ότι η μέθοδος steepest descent εγγυάται σύγκλιση μόνο εντός του επιτρεπτού διαστήματος. Από τα παραπάνω διαγράμματα φαίνεται πως ο αλγόριθμος πλέον αποκλίνει κατά πολύ από τους βέλτιστους συντελεστές φίλτρου wiener.

5)Εύρεση του κομματιού που κρύβεται πίσω από το λευκό θόρυβο.

Τελειώνοντας αυτή την αναφορά ζητήθηκε να υλοποιηθεί φίλτρο με προσαρμοζόμενο φίλτρο 60 συντελεστών. Για την υλοποίηση του χρησιμοποιήθηκε ξανά ο κώδικας gradWeinerFilt.m μεταβάλλοντας και πάλι:

- Τις εισόδους d και u
- Τους πίνακες αυτοσυσχέτισης και ετεροσυσχέτισης
- Το διάστημα επιτρεπτών τιμών για τον συντελεστή μ
- Την υλοποίηση του φίλτρου έτσι ώστε να μην υπάρχει πρόβλημα στον υπολογισμό των 3 πρώτων τιμών της εξόδου y του φίλτρου.

Όσο να αφορά την τελευταία παρατήρηση, η γραμμή

```
y(i)=s(i:-1:i-n_aut+1)'*w;
```

υπήρξε δυνατό να υλοποιηθεί μόνο για τιμές του μετρητή i>3.Συνεπώς για τιμές από 1 έως 3 υλοποιήθηκε μία διαφορετική προσέγγιση η οποία αξιοποιεί μόνο συγκεκριμένες τιμές του s και w όπως φαίνεται παρακάτω:

```
y(i)=s(i:-1:1)'*w(1:i);
```

ΣΗΜΕΙΩΣΗ:Φυσικά το πρόβλημα αυτό δεν παρουσιάστηκε κατά την προηγούμενη υλοποίηση του φίλτρου, καθώς το φίλτρο διέθετε μόνο 2 συντελεστές. Η επίλυση του προβλήματος σε αυτή την περίπτωση ήταν πολύ απλούστερη, ξεκινώντας την επανάληψη της for loop από την τιμή 2.

Τέλος, εφαρμόζοντας το φίλτρο στο κομμάτι που δόθηκε, βρέθηκε το ζητούμενο τραγούδι, το οποίο ήταν το

Mack the Knife - Bobby Darin

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Για την παραγωγή του επιθυμητού σήματος ήχου δεν χρησιμοποιήθηκαν οι βέλτιστοι συντελεστές φίλτρου wiener, καθώς η εύρεση τους χρησιμοποιώντας τον αντίστροφο πίνακα R είναι δυνατό να επιβραδύνει την διαδικασία. Αντίθετα χρησιμοποιήθηκε μόνο η μέθοδος steepest descent.

Για την παραγωγή του αρχείου, πρέπει να τρέξει ο κώδικας clearsong (με τα αρχεία sound.mat και noise.mat στο ίδιο φάκελο,ή τα φορτώνουμε manual). Θα παραχθεί ο πίνακας song, ο οποίος θα ακουστεί με την εντολή sound(song,Fs);.