Modélisation du Stockage du Dioxyde de Carbone dans les Forêts

Clovis Tauvel, Maël Sanchez, Théo Cimino

Projet MAM3 Analyse Numérique 2 2024-2025

1 Formulation Mathématique

Dans ce projet, trois variables sont étudiées:

- $C_A(t)$: La quantité de carbone stockée dans l'atmosphère.
- $C_T(t)$: La quantité de carbone stockée dans les arbres.
- $C_S(t)$: La quantité de carbone stockée dans les sols.

Le système d'équations gouvernant les échanges de carbone peut être modélisé par:

$$\frac{dC_A}{dt} = -S(C_T) + \beta C_T + \delta C_S, \tag{1}$$

$$\frac{dC_T}{dt} = S(C_T) - \beta C_T - \delta C_T - \gamma C_T, \tag{2}$$

$$\frac{dC_S}{dt} = \gamma C_T - \delta C_S + \delta C_T. \tag{3}$$

avec:

- $S(C_T) = \alpha C_T \left(1 - \frac{C_T}{K}\right)$ représente le taux de séquestration du carbone dans les arbres.
- βC_T décrit l'effet de respiration des arbres vers l'atmosphère.
- δC_T décrit l'effet de respiration des arbres vers les sols.
- δC_S est l'effet de respiration des sols vers l'atmosphère.
- $L(C_T) = \gamma C_T$ dépeint la litière des arbres (feuilles mortes et débris végétaux en décomposition) vers les sols.

2 Résolution du système

On s'intéresse d'abord à l'équation (2), c'est une Equation Différentielle Ordinaire (EDO), en remplaçant, $S(C_T)$ par son expression puis en factorisant, on obtient l'expression:

$$\frac{dC_T}{dt} = -\frac{\alpha}{K} C_T^2 + (\alpha - \beta - \delta - \gamma) C_T := f(C_T) \tag{4}$$

$$\tag{5}$$

Cette EDO possède une unique solution car f est Cauchy-Lipschitz blablabla bliblibli bloubloublou... On sait résoudre numériquement ce type d'équation avec l'implémentation de la méthode d'Euler par exemple.

Ensuite, on plug la solution l'expression de C_T dans (3) qui est encore une fois une EDO que l'on résout de la même manière.

Enfin, on résout (1) en utilisant une méthode d'intégration numérique.