Dynamique quantique non-markovienne pour une photonique durable : conception de matériaux bio-inspirés performants et biocompatibles pour l'agrivoltaïsme

Théodore Fredy Goumai (Doctorant)

Sous la direction de J.-P. Tchapet Njafa, PhD S. G. Nana Engo, Professeur

Octobre 2025

Table des matières

1 Contexte et justification scientifique							
2	Problématique de recherche	1					
4	Objectifs de la thèse 3.1 Renforcer le cadre théorique et méthodologique	2 2 2 2 3 3 3 4					
5	Stratégie d'optimisation pour des ressources computationnelles limitées						
6	Cadre logiciel - 100% Open-Source						
7	Chronogramme de travail prévisionnel						
8	Impact attendu et perspectives	5					

1 Contexte et justification scientifique

Le développement de matériaux performants et durables pour la conversion photovoltaïque constitue un défi majeur pour la transition énergétique. Au cœur de ces technologies, les processus fondamentaux de transport et de séparation de charge reposent sur une dynamique quantique complexe, intimement couplée à un environnement thermo-vibrationnel [1, 2]. Cet environnement, loin d'être un simple bain dissipatif, impose souvent des effets de mémoire, dits non-markoviens, que les approches théoriques traditionnelles peinent à capturer fidèlement. Les approximations markoviennes (e.g. équations de Redfield), bien que utiles, s'avèrent souvent insuffisantes pour décrire l'influence des couplages forts et des corrélations temporelles, occultant ainsi le rôle critique des cohérences quantiques dans l'efficacité des dispositifs [3, 4, ?].

Parallèlement, l'émergence de l'agrivoltaïsme - combinaison synergique de production agricole et énergétique - pose de nouveaux défis scientifiques : comment optimiser simultanément le rendement photovoltaïque et la productivité végétale sous les panneaux? Cette question implique une compréhension fine des mécanismes de transfert d'énergie quantique dans les deux systèmes, ainsi que des considérations sur la durabilité et la toxicité des matériaux utilisés, en évitant notamment les composés à base de métaux lourds comme le CdTe [13, 15].

Pour surmonter ces limitations, la méthode de la hiérarchie adaptative d'états purs (adHOPS) a émergé comme une solution numériquement exacte et particulièrement puissante [5]. Son avantage déterminant réside dans sa capacité à exploiter la localisation dynamique des excitations quantiques et à opérer une réduction adaptative de la base de calcul. Cette approche lui confère une scalabilité quasi-indépendante de la taille du système $(\mathcal{O}(1))$ pour de grands agrégats [6, 9], un atout majeur qui rend possible l'étude de la dynamique quantique ouverte à l'échelle mésoscopique (centaines de chromophores) avec un coût computationnel maîtrisé [?]. Les développements récents, notamment la méthode **DadHOPS** (**Dyadic adHOPS**) pour le calcul d'observables spectroscopiques [7, 8] et l'implémentation de ces approches dans des frameworks open-source comme MesoHOPS [9], démocratisent leur accès et permettent d'envisager des recherches de pointe même dans des environnements aux ressources de calcul modestes [10].

2 Problématique de recherche

Comment modéliser avec précision et exploiter les interactions fortes et les effets de mémoire non-markoviens dans la dynamique quantique du transport et de la séparation de charges pour concevoir des matériaux photovoltaïques à la fois performants, durables et adaptés aux applications agrivoltaïques? Plus spécifiquement :

- Comment l'inclusion explicite de la multiplicité d'états électroniques, notamment les états de transfert de charge (CT) de haute énergie, peut-elle nous guider vers la conception rationnelle de matériaux photovoltaïques et bio-inspirés plus performants?
- Comment les concepts transfert d'énergie d'excitation (EET) et de cohérence quantique peuvent-ils éclairer l'impact spectral de la filtration de la lumière par les panneaux sur la photosynthèse des cultures en dessous?
- Comment les principes de l'ingénierie quantique des matériaux (design moléculaire, géométrie des agrégats) peuvent-ils inspirer le développement de matériaux OPV non toxiques, biodégradables ou biocompatibles?

3 Objectifs de la thèse

Ce projet s'articule autour de trois axes principaux, visant à la fois une compréhension fondamentale et des retombées applicatives concrètes.

3.1 Renforcer le cadre théorique et méthodologique

L'objectif est d'atteindre un niveau de réalisme sans précédent dans la modélisation des systèmes quantiques ouverts complexes.

- Modélisation de l'environnement au-delà de Drude-Lorentz. Plutôt que de postuler des densités spectrales analytiques, nous calculerons les fonctions de corrélation du bain directement à partir de la dynamique moléculaire *ab initio* (AIMD) des chromophores dans leur environnement réel [22, 11]. De plus, nous inclurons explicitement les résidus d'acides aminés clés dans la partie quantique des calculs (QM/MM), car il a été démontré qu'ils modifient significativement les énergies d'excitation et le caractère des états, notamment par un décalage vers le rouge (redshift) [18, ?].
- Pertinence des méthodes numériques (adHOPS/MesoHOPS). Le choix de la méthode adHOPS est justifié par sa scalabilité quasi-indépendante de la taille du système (\$\mathcal{O}(1)\$) pour de grands agrégats, rendue possible par l'exploitation de la localisation dynamique des excitons [6, 9]. L'utilisation de la bibliothèque open-source MesoHOPS [9] permettra d'étudier des systèmes mésoscopiques (centaines de chromophores) inaccessibles aux méthodes HEOM standards. De plus, l'extension DadHOPS sera utilisée pour calculer directement des observables spectroscopiques complexes (e.g., 2DES) afin de confronter nos simulations aux données expérimentales [7, 8].

3.2 Conception quantique de systèmes agrivoltaïques optimaux

Cet axe vise à modéliser pour la première fois la culture sous panneau comme un système quantique ouvert.

- Modélisation du système quantique ouvert "culture-panneau". Nous formaliserons le panneau OPV comme un "bain de photons filtré". La densité spectrale solaire $J_{soleil}(\omega)$ est modifiée par la fonction de transmission du panneau $T(\omega)$, créant une source de pompage pour les plantes $J_{plante}(\omega) = T(\omega) \cdot J_{soleil}(\omega)$ [26, 27].
- Lien avec la productivité végétale via l'ETR. Nous utiliserons le modèle mécaniste du Taux de Transfert d'Électrons (ETR) ou Taux de Transfert d'Électrons photosynthétique de [1], qui dépend explicitement de la "section efficace d'absorption" $\sigma_{ik}(\omega)$ des pigments [1]. En intégrant $J_{plante}(\omega)$ dans ce modèle, nous pourrons prédire l'impact direct du filtrage spectral sur l'ETR, un excellent indicateur de la productivité photosynthétique [1].
- Définition du système quantique ouvert "culture". Le système sera une unité photosynthétique simplifiée (type FMO/LH2) soumise à deux bains : 1) un bain de photons non-thermique et structuré $(J_{plante}(\omega))$ induisant l'EET, et 2) un bain thermique dissipatif (vibrations) causant la décohérence.

3.3 Aborder le problème de toxicité par l'ingénierie quantique

L'objectif est d'utiliser les principes quantiques pour guider la conception de matériaux OPV durables.

- Criblage multi-objectifs par Apprentissage Automatique (ML). Nous étendrons les approches de criblage à haut débit (HTS) existantes [29, ?] en intégrant de nouveaux descripteurs moléculaires quantifiant la toxicité potentielle et la biodégradabilité. Le criblage deviendra une optimisation multi-objectifs : maximiser le rendement (PCE) tout en minimisant les scores de toxicité, en s'inspirant de molécules naturelles comme les curcuminoïdes [13].
- Lien entre fonction d'état électronique et toxicité/stabilité. La stabilité photochimique est directement liée à la structure électronique. Une faible bande interdite (gap HOMO-LUMO) et une faible planarité du squelette π-conjugué, quantifiée par des descripteurs comme D_D/Dtr12 [29], sont des indicateurs d'instabilité potentielle. Notre approche, centrée sur les matériaux organiques bio-inspirés, permet d'éviter nativement les matériaux inorganiques contenant des métaux lourds toxiques (e.g., CdTe) [13, 15].

4 Méthodologie et cadre de travail

La force de ce projet réside dans une approche multi-échelle, où les calculs de chimie quantique alimentent des simulations de dynamique quantique de pointe, elles-mêmes guidant une exploration intelligente de l'espace chimique.

4.1 Paramétrisation du modèle (Input)

- 1. Calculs de structure électronique. Les énergies des états excités, les moments dipolaires et les couplages seront obtenus par calculs DFT et TD-DFT (ou Δ SCF) avec ORCA. L'inclusion explicite de résidus d'acides aminés sera étudiée, s'inspirant des approches validées sur des centres réactionnels comme celui de *Rhodobacter sphaeroides* [19].
- 2. Caractérisation de l'environnement. La dynamique moléculaire *ab initio* (AIMD) via CP2K permettra de calculer les fonctions de corrélation du bain thermique, capturant les modes vibrationnels spécifiques du milieu protéique [11, 22].
- 3. **Décomposition de la fonction de corrélation.** Pour être intégrées au formalisme HOPS, ces fonctions seront décomposées en séries d'exponentielles (Matsubara, Padé) [23, 3].
- 4. Modélisation des filtres spectraux. Pour l'agrivoltaïsme, nous modéliserons la transmission spectrale des panneaux comme un filtre modifiant la densité spectrale incidente : $J_{plante}(\omega) = T(\omega) \cdot J_{soleil}(\omega)$ [27].

4.2 Simulations de la dynamique quantique ouverte

- Implémentation via MesoHOPS. Le cœur des simulations sera réalisé avec le package Python MesoHOPS [9]. Son principal avantage est la gestion adaptative de la hiérarchie qui assure une scalabilité en O(1) [6].
- Modélisation du couplage système-bain. Nous utiliserons des opérateurs de couplage locaux $(|n\rangle\langle n|)$, physiquement bien adaptés pour les matériaux étudiés.
- Analyse des observables. Grâce à DadHOPS, nous pourrons calculer les populations, les cohérences et simuler des observables spectroscopiques pour une comparaison directe avec l'expérience [7, 8].

• Simulations multi-échelles. Nous combinerons simulations quantiques précises sur petits systèmes et modèles phénoménologiques (basés sur l'ETR [1]) pour les systèmes agrivoltaïques à grande échelle.

4.3 Intégration de méthodes d'intelligence artificielle

- Apprentissage Supervisé. Des modèles (XGBoost, Random Forest) seront entraînés pour prédire les propriétés photovoltaïques et écotoxicologiques à partir de descripteurs moléculaires, en s'appuyant sur des stratégies éprouvées [29, 12].
- Apprentissage Actif (*Active Learning*). Cette stratégie sera couplée aux simulations AIMD pour optimiser l'échantillonnage des configurations les plus informatives à calculer, réduisant ainsi le coût des calculs *ab initio* [30].
- Réseaux de neurones informés par la physique (Physics-Informed Neural Networks, PINNs). Nous explorerons les PINNs pour garantir des prédictions physiquement cohérentes, assurant que les modèles ML respectent les lois fondamentales de la dynamique quantique [31].

5 Stratégie d'optimisation pour des ressources computationnelles limitées

Ce projet est conçu pour être mené à bien à l'Université de Yaoundé I.

- Simulations quantiques maîtrisées.
 - Utilisation de hiérarchies tronquées (max_hierarchy_depth entre 3 et 5) et de seuils de convergence raisonnables (accuracy=1e-4).
 - Focalisation sur des systèmes modèles de petite taille (dimères, trimères) pour valider les protocoles.
 - Exploitation de la parallélisation MPI native de MesoHOPS sur machines multi-cœurs.
- Calculs *ab initio* frugaux.
 - Utilisation de bases de fonctions de taille modérée (ex : ${\tt def2-SVP})$ pour les calculs DFT/TD-DFT.
 - Pour l'AIMD, pas de temps plus grands (1-2 fs) et durées de simulation courtes (10-20 ps).

6 Cadre logiciel - 100% Open-Source

https://github.com/MesoscienceLab/mesohops.git

Table 1 – Cadre logiciel open-source envisagé pour le projet.

Tâche	Outil principal	Commentaire			
Simulations quantiques	${\tt MesoHOPS}^1$	Framework Python pour adHOPS/DadHOPS.			
Calculs $DFT/TD-DFT$	ORCA	Performant et gratuit pour les académiques.			
Dynamique Moléculaire	CP2K/QD	Respectivement pour AIMD.			
Apprentissage machine	Scikit-learn / XGBoost	Bibliothèques Python légères et robustes.			
Visualisation & Analyse	Matplotlib / Seaborn	Standards pour la génération de graphiques.			

7 Chronogramme de travail prévisionnel

Table 2 – Chronogramme de travail prévisionnel.

Période	Tâches principales	Livrables attendus			
Année 1	Formation, outils & simulations	Protocole validé			
Mois 1-3	Apprentissage MesoHOPS, ORCA, CP2K.				
Mois 4-6	Calculs DFT/TD-DFT sur petites molécules.	Paramètres des Hamiltoniens.			
Mois 7-12	Premières simulations adHOPS.	${\bf Communication}\ /\ {\bf Poster}.$			
Année 2	Simulations avancées, DadHOPS & IA	Modèles validés			
Mois 13-18	Application de DadHOPS pour observables.	Comparaison avec l'expérience.			
Mois 19-24	Développement modèles agrivoltaïques.	Modèles prédictifs entraînés.			
Année 3	Analyse fine, simulations et rédaction	Manuscrits & publications			
Mois 25-30	Simulations multi-échelles systèmes agrivoltaïques.				
Mois 31-36	Rédaction du manuscrit et soumission.	Thèse, 2-3 articles.			

8 Impact attendu et perspectives

Ce projet de thèse ambitionne de générer un impact significatif à plusieurs niveaux :

- Scientifique. Décoder finement les phénomènes quantiques non-markoviens qui gouvernent l'efficacité énergétique dans des matériaux complexes [32, 33], et fournir des règles de conception moléculaire pour optimiser les systèmes photovoltaïques [34].
- Technologique. En approfondissant la compréhension de la photosynthèse, orienter la conception de dispositifs agrivoltaïques optimaux et de photosynthèse artificielle plus efficaces [35, 36].
- Environnemental. Contribuer au développement de matériaux photovoltaïques non toxiques et biodégradables, réduisant l'impact environnemental de l'énergie solaire [16].
- **Méthodologique.** Promouvoir des méthodes de simulation quantique de pointe, en y intégrant des approches hybrides d'intelligence artificielle [37, 38].

En alliant rigueur théorique, simulations numériques avancées et une connexion constante avec les défis expérimentaux et sociétaux, cette thèse ouvrira la voie à des découvertes scientifiques et à des innovations technologiques dans le domaine crucial de l'énergie durable [39].

Références

- [1] Zi-Piao Ye, Piotr Robakowski, and David J. Suggett. A mechanistic model for the light response of photosynthetic electron transport rate based on light harvesting properties of photosynthetic pigment molecules. *Planta*, 237(3):837–847, November 2012.
- [2] Masoud Mohseni, Patrick Rebentrost, Seth Lloyd, and Alán Aspuru-Guzik. Environment-assisted quantum walks in photosynthetic energy transfer. *The Journal of Chemical Physics*, 129(17):174106, November 2008.
- [3] Ming-Jie Tao, Na-Na Zhang, Peng-Yu Wen, Fu-Guo Deng, Qing Ai, and Gui-Lu Long. Coherent and incoherent theories for photosynthetic energy transfer. *Science Bulletin*, 65(4):318–328, February 2020.
- [4] Arend G. Dijkstra and Yoshitaka Tanimura. Non-markovian entanglement dynamics in the presence of system-bath coherence. *Physical Review Letters*, 104(25):250401, June 2010.
- [5] D. Suess, A. Eisfeld, and W.T. Strunz. Hierarchy of stochastic pure states for open quantum system dynamics. *Physical Review Letters*, 113(15):150403, October 2014.
- [6] Leah Varvelo, John K. Lynd, and David I. G. Bennett. Formally exact simulations of mesoscale exciton dynamics in molecular materials. *Chemical Science*, 12(28):9704–9719, 2021.
- [7] Tarun Gera, Lipeng Chen, Alexander Eisfeld, Jeffrey R. Reimers, Elliot J. Taffet, and Doran I. G. B. Raccah. Simulating optical linear absorption for mesoscale molecular aggregates: An adaptive hierarchy of pure states approach. *The Journal of Chemical Physics*, 158(17):014109, May 2023.
- [8] Lipeng Chen, Doran I. G. Bennett, and Alexander Eisfeld. Calculating nonlinear response functions for multidimensional electronic spectroscopy using dyadic non-markovian quantum state diffusion. *The Journal of Chemical Physics*, 157(11), September 2022.
- [9] Brian Citty, Jacob K. Lynd, Tarun Gera, Leonel Varvelo, and Doran I. G. B. Raccah. Mesohops: Size-invariant scaling calculations of multi-excitation open quantum systems. *The Journal of Chemical Physics*, 160(14), April 2024.
- [10] J. R. Johansson, P. D. Nation, and Franco Nori. Qutip: An open-source python framework for the dynamics of open quantum systems. Computer Physics Communications, 183(8):1760–1772, August 2012.
- [11] Daniel Lee. Theoretical approaches for predicting the electronic and optical properties of chromophore aggregates and artificial light-harvesting systems. PhD thesis, University of California, Berkeley, 2015.
- [12] Changhui Zhang, Yueyue Shao, Zhenzhen Wang, Jun Fu, Yuan Song, Runxin Han, Guang Zhang, Xiujuan Liu, Tian Lu, Dongping Chang, Minjie Li, and Wencong Lu. High-efficiency non-fullerene acceptors developed by machine learning and quantum chemistry. *Advanced Science*, 9(4):2104742, 2022.
- [13] Florence Archet. Cellules solaires organiques à base de molécules bio-inspirées. PhD thesis, Université de Bordeaux, 2018. HAL Id : tel-02324845.

- [14] Yuliar Firdaus, Vincent M. Le Corre, Jafar I. Khan, Zhipeng Kan, Frédéric Laquai, Pierre M. Beaujuge, and Thomas D. Anthopoulos. Key parameters requirements for non-fullerene-based organic solar cells with power conversion efficiency >20%. Advanced Science, 6(5):1802028, 2019.
- [15] Damien Le Borgne. Photovoltaïque organique : étude des interactions électroniques aux interfaces des hétérojonctions organiques. PhD thesis, Université Paul Sabatier Toulouse III, 2016. HAL Id : tel-01559280.
- [16] Rui Zeng, Fei Han, Wenkai Zhong, Ming Zhang, Senke Tan, Yi Lin, Jiawei Deng, Guanqing Zhou, Lixuan Kan, Lei Zhu, Xingyu Gao, Jinge Zhu, Wutong Zhao, Shengjie Xu, Xiaonan Xue, Bonan Hao, Zichun Zhou, Xuefei Wu, Cheng Wang, Zachary Fink, Zheng Tang, Hao Jing, Thomas P. Russell, Yongming Zhang, and Feng Liu. Lowering toxicity of solvent in organic solar cells manufacturing for 20 Advanced Materials, 37(28), April 2025.
- [17] Keli Shi, Haicui Liu, Shucheng Qin, Qianqian Zhao, Xiaoyu Mou, Jvfang Liang, Jianlin Yao, Can Zhu, Lian Zhong, Jing Guo, Jinyuan Zhang, Yilei Wu, Zhiguo Zhang, Beibei Qiu, and Yongfang Li. Selectively modulating the donor and acceptor aggregation behaviors through solid additive isomerization engineering for organic solar cells exceeding 20 Angewandte Chemie International Edition, September 2025.
- [18] Bi-Xue Wang, Ming-Jie Tao, Qing Ai, Tao Xin, Neill Lambert, Dong Ruan, Yuan-Chung Cheng, Franco Nori, Fu-Guo Deng, and Gui-Lu Long. Efficient quantum simulation of photosynthetic light harvesting. *npj Quantum Information*, 4(1):52, October 2018.
- [19] Elinor Zerah Harush and Y. Dubi. Signature of quantum coherence in the exciton energy pathways of the lh2 photosynthetic complex. *ACS Omega*, 8(42):38871–38878, October 2023.
- [20] Arpita Pal, R. Holzinger, M. Moreno-Cardoner, and Helmut Ritsch. Efficient excitation transfer in an lh2-inspired nanoscale stacked ring geometry, September 2024.
- [21] Na-Na Zhang, Ming-Jie Tao, Wan-Ting He, Xin-Yu Chen, Xiang-Yu Kong, Fu-Guo Deng, Neill Lambert, and Qing Ai. Efficient quantum simulation of open quantum dynamics at various hamiltonians and spectral densities. *Frontiers of Physics*, 16(5):53402, March 2021.
- [22] Thomas Renger and R. A. Marcus. On the relation of protein dynamics and exciton relaxation in pigment–protein complexes: An estimation of the spectral density and a theory for the calculation of optical spectra. *The Journal of Chemical Physics*, 116(22):9997–10019, 2002.
- [23] Neill Lambert, Tarun Raheja, Simon Cross, Paul Menczel, Shahnawaz Ahmed, Alexander Pitchford, Daniel Burgarth, and Franco Nori. Bofin-heom: A bosonic and fermionic numerical hierarchical-equations-of-motion library with applications in light harvesting, quantum control, and single molecule electronics. *Physical Review Research*, 5(1):013181, March 2020.
- [24] Erik Gauger. Bio-inspired quantum energy harvesting with collective light-matter effects. In Clarice Aiello, Sergey V. Polyakov, and Paige Derr, editors, Quantum Effects and Measurement Techniques in Biology and Biophotonics, page 21. SPIE, March 2024.
- [25] Jonah S. Peter, R. Holzinger, S. Ostermann, and Susanne F. Yelin. Examining the quantum signatures of optimal excitation energy transfer. *Physical Review Research*, 6(3):033252, September 2024.

- [26] Huiying Gong, Ziyang Zhou, Chenhao Bu, Deqiang Zhang, Qingshu Fang, Xiaoyu Zhang, and Yuepeng Song. Computational dissection of genetic variation modulating the response of multiple photosynthetic phenotypes to the light environment. *BMC Genomics*, 25(1), January 2024.
- [27] Donglu Shi. Three-dimensional solar harvesting with transparent spectral selective photovoltaics in agrivoltaics. *Energies*, 18(7):1788, April 2025.
- [28] Chinmoy Biswas, Dipin Kumar Tomar, Jyotishman Dasgupta, Hanping Wu, Xiaobin Peng, and Sai Santosh Kumar Raavi. Charge-transfer state formation and recombination dynamics in deep absorbing porphyrin–pcbm blends. *ACS Applied Energy Materials*, 7(11):4677–4689, May 2024.
- [29] Xiujuan Liu, Yueyue Shao, Tian Lu, Dongping Chang, Minjie Li, and Wencong Lu. Accelerating the discovery of high-performance donor/acceptor pairs in photovoltaic materials via machine learning and density functional theory. *Materials & Design*, 216:110561, April 2022.
- [30] Yati, Yash Kokane, and Anirban Mondal. Active-learning assisted general framework for efficient parameterization of force-fields. *Journal of Chemical Theory and Computation*, 21(1):2638–2654, 2025.
- [31] Arif Ullah, Yu Huang, Ming Yang, and Pavlo O. Dral. Physics-informed neural networks and beyond: enforcing physical constraints in quantum dissipative dynamics. *Digital Discovery*, 3(10):2052–2060, 2024.
- [32] Arapat Ablimit, Zhao-Ming Wang, Feng-Hua Ren, P. Brumer, and Lian-Ao Wu. Non-markovian-environment-induced anomaly in steady-state quantum coherence. *Physical Review A*, 110(5):052220, November 2024.
- [33] Rajesh Dutta and B. Bagchi. Memory effects in the efficiency control of energy transfer under incoherent light excitation in noisy environments. *The Journal of Chemical Physics*, 160(24), June 2024.
- [34] Baharak Mohamad Jafari Navadel, Esfandyar Faizi, Baharam Ahansaz, and J. J. Sardroodi. Sensitivity of photovoltaic cells efficiency to initial conditions in various aggregation designs. *Results in Physics*, 68:108052, January 2025.
- [35] Hao Tang, Xiao-Wen Shang, Zi-Yu Shi, Tian-Shen He, Zhen Feng, Tian-Yu Wang, Ruoxi Shi, Hui-Ming Wang, Xi Tan, Xiao-Yun Xu, Yao Wang, Jun Gao, M. S. Kim, and Xianjin Jin. Simulating photosynthetic energy transport on a photonic network. *npj Quantum Information*, 10(1), March 2023.
- [36] Linyu Yan, Chu Li, Meng Li, Shuqi Mu, Kebin Shi, Qihuang Gong, and Yan Li. Ultrafast coherent energy transport of fenna–matthews–olson complex in a 3d photonic lattice. *The Journal of Physical Chemistry C*, 127(43):21321–21327, October 2023.
- [37] Xiaohan Dan, Eitan Geva, and Victor S. Batista. Simulating non-markovian quantum dynamics on nisq computers using the hierarchical equations of motion. *Journal of Chemical Theory and Computation*, 21(4):1530–1546, February 2024.
- [38] Avin Seneviratne, Peter L. Walters, and Fei Wang. Exact non-markovian quantum dynamics on the nisq device using kraus operators. *ACS Omega*, 9(8):9666–9675, February 2024.

[39]	P] Florian Metzler, Jorge I Sandoval, and N. Galvanetto. The emergence of quantum energy science. <i>Journal of Physics : Energy</i> , 5(4) :041001, October 2023.							m energy	