Computerorientierte Mathematik I

Übung 2

Gideon Schröder[1]
Samanta Scharmacher[2]
Nicolas Lehmann[3] (Dipl. Kfm., BSC)

[1] Freie Universität Berlin, FB Physik,
Institut für Physik, `gideon.2610@hotmail.de`
[2] Freie Universität Berlin, FB Mathematik und Informatik,
Institut für Informatik, `scharbrecht@zedat.fu-berlin.de`
[3] Freie Universität Berlin, FB Mathematik und Informatik,
Institut für Informatik, AG Datenbanksysteme, Raum 170,
`mail@nicolaslehmann.de`, `http://www.nicolaslehmann.de`

Lösungen zu den gestellten Aufgaben

Aufgabe 1

Teilaufgabe a)

$$
\begin{aligned}
0,2421_5 &= 0 \cdot 5^0 + 2 \cdot 5^{-1} + 4 \cdot 5^{-2} + 2 \cdot 5^{-3} + 1 \cdot 5^{-4} \\
&= 0 + \frac{2}{5} + \frac{4}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \frac{1}{5^4} \\
&= 0 + \frac{2}{5} + \frac{4}{25} + \frac{2}{125} + \frac{1}{625} \\
&= \frac{361}{625} = 0,5776
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
p_0 &= \frac{361}{625} \longrightarrow \frac{5415}{625} = \frac{415}{625} + 8 \\
p_1 &= \frac{415}{625} \longrightarrow \frac{6225}{625} = \frac{600}{625} + 9 \\
p_2 &= \frac{600}{625} \longrightarrow \frac{9000}{625} = \frac{250}{625} + 14 \\
p_3 &= \frac{250}{625} \longrightarrow \frac{3750}{625} = 0 + 6
\end{aligned}
$$

$$
p = 0,89E6
$$

$$
\begin{aligned}
p &= 0 \cdot 15^0 + 8 \cdot 15^{-1} + 9 \cdot 15^{-2} + 14 \cdot 15^{-3} + 6 \cdot 15^{-4} \\
&= 0 + \frac{8}{15} + \frac{9}{15^2} + \frac{14}{15^3} + \frac{6}{15^4} \\
&= 0 + \frac{8}{15} + \frac{9}{225} + \frac{14}{3375} + \frac{6}{50625} \\
&= \frac{361}{625} = 0,5776
\end{aligned}
$$

Teilaufgabe b)

i)

$$
\begin{aligned}
0,\overline{1}_2 &= 0,1_2 \cdot \sum_{i=0}^{\infty} 10_2^{-i} \\
&= 0,1_2 \cdot \frac{1_2}{1_2 - 10_2^{-i}} \\
&= 0,1_2 \cdot \frac{1_2}{1_2 - \frac{1_2}{10_2}} \\
&= 0,1_2 \cdot \frac{1_2}{\frac{1_2}{10_2}} \\
&= 0,1_2 \cdot 10_2 \\
&= 1_2
\end{aligned}
$$

ii)

$$
\begin{aligned}
0,\overline{10}_2 &= 0,10_2 \cdot \sum_{i=0}^{\infty} 10_2^{-10_2 \cdot i} \\
&= 0,1_2 \cdot \frac{1_2}{1_2 - 10_2^{-10_2}} \\
&= 0,1_2 \cdot \frac{1_2}{1_2 - \frac{1_2}{10_2^{10_2}}} \\
&= 0,1_2 \cdot \frac{1_2}{\frac{11_2}{100_2}} \\
&= 0,1_2 \cdot \frac{100_2}{11_2} \\
&= \frac{100_2}{110_2} \\
&= \frac{10_2}{11_2}
\end{aligned}
$$

Teilaufgabe c)

$$\begin{aligned} 0,\overline{3}_{10} &\longrightarrow \frac{1}{3}\cdot 3 = 1 + 0 \\ &\longrightarrow 0 \cdot 3 = 0 + 0 \\ &\longrightarrow 0,1\overline{0}_3 \\ &\longrightarrow 0,1_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,\overline{3}_{10} &\longrightarrow \frac{1}{3}\cdot 7 = 2 + \frac{1}{3} \\ &\longrightarrow \frac{1}{3}\cdot 7 = 2 + \frac{1}{3} \\ &\longrightarrow 0,\overline{2}_7 \end{aligned}$$

Aufgabe 2

Teilaufgabe a)

$$\begin{array}{r} 0,1100101_2 \cdot 10101,111_2 \\ \hline 1100101 \\ 0000000 \\ 1100101 \\ 0000000 \\ 1100101 \\ 110010,1 \\ 11001,01 \\ 1100,101 \\ \hline 100010100001,011_2 \end{array}$$

Teilaufgabe b)

$$\frac{10_2}{110_2} + \frac{101_2}{10100_2} = \frac{10_2 \cdot 10100_2 + 101_2 \cdot 110_2}{110_2 \cdot 10100_2} = \frac{101000_2 + 11110_2}{11110000_2} = \frac{1000110_2}{11110000_2}$$

Aufgabe 3

Teilaufgabe a)

Zu zeigen:

Jeder endliche Dualbruch ist auch ein endlicher Dezimalbruch.

Ein beliebiger Dualbruch ist darstellbar als:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=-m}^{n} z_i \cdot 2^i &= \sum_{i=-m}^{n} z_i \cdot \left(\frac{10}{5}\right)^i \\
\Leftrightarrow \sum_{i=-m}^{n} z_i \cdot 2^i &= \sum_{i=-m}^{-1} z_i \cdot 2^i + \sum_{i=0}^{n} z_i \cdot 2^i \\
&= \sum_{i=1}^{m} z_{-i} \cdot 2^{-i} + \sum_{i=0}^{n} z_i \cdot 2^i \\
&= \sum_{i=0}^{m-1} z_{1-i} \cdot 2^{1-i} + \sum_{i=0}^{n} z_i \cdot 2^i \\
\Leftrightarrow \sum_{i=-m}^{n} z_i \cdot \left(\frac{10}{5}\right)^i &= \sum_{i=-m}^{n} z_i \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^i 10^i \\
&= \left(\frac{1}{5}\right)^{n+m} \sum_{i=-m}^{n} z_i \cdot 10^i \\
&= \left(\frac{1}{5}\right)^{n+m} \left(\sum_{i=-m}^{-1} z_i \cdot 10^i + \sum_{i=0}^{n} z_i \cdot 10^i\right) \\
&= \left(\frac{1}{5}\right)^{n+m} \left(\sum_{i=1}^{m} z_{-i} \cdot 10^{-i} + \sum_{i=0}^{n} z_i \cdot 10^i\right) \\
&= \left(\frac{1}{5}\right)^{n+m} \left(\sum_{i=0}^{m-1} z_{1-i} \cdot 10^{1-i} + \sum_{i=0}^{n} z_i \cdot 10^i\right)
\end{aligned}$$

$\square$

Teilaufgabe b)

Angenommen es gilt:

Jeder endliche Dezimalbruch ist auch ein endlicher Dualbruch.

Dann wäre die Dezimalzahl $0,4$ als endlicher Dualbruch darstellbar.

$$0,4_{10} = 0,\overline{0110}_2, \text{ Widerspruch } \lightning$$