maren-Wanda Wolf

mawolf@mathe.fu-berlin.de

Abgabe 16°°

Fachbereich Mathematik und Informatik
Freie Universität Berlin
Prof. Dr. Ralf Kornhuber, Maren-Wanda Wolf

Prog.testscript → run.x_y.m
° Quellcode
° Protokoll diary
] Printed

1. Übung zur Vorlesung

Computerorientierte Mathematik I

WS 2015/2016

Abgabe: 5.11.2015

1. Aufgabe (4 TP)
Bestimmen Sie nachvollziehbar (d.h. mit Zwischenschritten) die Darstellung x der natürlichen Zahlen zur jeweils gegebenen Basis:

a) $55_{10} = x_7$, b) $42_7 = x_3$, c) $12321_4 = x_2$, d) $17HAI_{26} = x_{36}$.

2. Aufgabe (4 TP)
Gegeben sei die Darstellung

$$a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0{}_r \quad = \text{falls } r = q^1 \text{ falls } k=1$$

$r \geq q$

einer natürlichen Zahl zur Basis $r = q^k$ mit Ziffern $a_i \in \mathbb{Z}_r = \{0, 1, \dots, r-1\}$ und $a_{n-1} \neq 0$, wobei $q, k, r \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ gilt. Wie sieht die Darstellung

$$b_{m-1}b_{m-2}\dots b_1b_0{}_q$$

dieser Zahl zur Basis q mit Ziffern $b_i \in \mathbb{Z}_q = \{0, 1, \dots, q-1\}$ und $b_{m-1} \neq 0$ aus? Begründen Sie Ihre Aussage!
Hinweis: Überlegen Sie sich, warum $m \leq nk$ gilt.

$n \leq m$, da bei a/r weniger Ziffern notwendig zur Darstellung

3. Aufgabe (8 PP)
Schreiben Sie zwei Programme `dual1(z,b)` und `dual2(z,b)`, welche die Dualdarstellung einer ganzen Zahl `z` mit `b` Bits berechnen und ausgeben. `dual1(z,b)` soll dazu die Darstellung mit Vorzeichenbit und `dual2(z,b)` die mit dem Zweierkomplement verwenden. Verwenden Sie dazu **nicht** die `Matlab`-Funktionen zur Umwandlung zwischen Zahlensystemen. Testen Sie beide Programme mit `(z,b)= (15,8), (42,8), (-77,8), (714,16), (-512,16), (-77,16)`, und dokumentieren Sie diese Testläufe.

Zweier komplement mit Vorzeichen bit...

4. Aufgabe (4 TP)
Verwenden Sie im folgenden fünf Bits zur Darstellung der Zahlen im Dualsystem; vier für den Wert und eines für das Vorzeichen.

a) Führen Sie im Zweierkomplement die Addition $15 + (-5)$ durch. Vergleichen Sie diese Rechnung mit der Subtraktion $15 - 5$ und überlegen Sie sich, warum man die negativen Zahlen komplementär darstellt, um die Subtraktion auf die Addition zurückzuführen.

b) Rechnen Sie als nächstes ebenfalls im Zweierkomplement $3 + (-2)$, $3 + (-3)$ und $3 + (-4)$. Warum wird im Zweierkomplement zum Komplement der negativen Zahlen eine 1 addiert?
Hinweis: Welche Ergebnisse würden obige Rechnungen liefern, wenn keine 1 addiert würde?

c) Was geht schief, wenn Sie $15 + 5$, bzw. $(-15) + (-5)$ rechnen?

A1

a) $55 : 7 = 7$ R6
$7 : 7 = 1$ R0
$1 : 7 = 0$ R1
} 106

b) 42_7 umwandeln in Dezimalsystem
$4 \cdot 7^1 + 2 \cdot 7^0 = 28 + 2 = 30_{10}$
wandle 30_{10} in 3-system um
$30 : 3 = 10$ R0
$10 : 3 = 3$ R1
$3 : 3 = 1$ R0
$1 : 3 = 0$ R1
} 1010

c)
$12321_4 \Rightarrow$ Da $4 = 2^2$ Potenz von 2
Nutze Tabelle und wandle bitweise um
$00_2 = 0_4$ $01_2 = 1_4$ $10_2 = 2_4$ $11 = 3_4$
$01\,10\,11\,10\,01_2$

d) wandle in dezimal um

A2 r lässt sich als eine Potenz von q darstellen
$q \leq r$ (gleich wenn $k = 1$)
Eine Zahl a kann mit den Ziffern a_i geschrieben werden als
$a_{n-1} \cdot r^{n-1} + \dots + a_1 \cdot r^1 + a_0 \cdot r^0$
Da wir nun wissen, dass $r = q^k$ ist somit $q \leq r$. Dem entsprechend kann eine Ziffer aus dem System a mit k Ziffern aus dem System b dargestellt werden.
Somit benötigt man für n Ziffern aus Basis r $k \cdot m$ Ziffern ~~für~~ in Basis q
um die Zahl b darzustellen kann man nun ziffernweise die a_i in k Ziffern von $\mathbb{Z}_q$ dargestellt werden
Denn
$a_{n-1} \cdot r^{n-1} + \dots + a_1 r^1 + a_0 r^0$
$= a_{n-1}(q^k)^{n-1} + \dots + a_1(q^k)^1 + a_0(q^k)^0$
$= a_{n-1}(q^{(n-1)})^k + \dots + a_1(q^1)^k + a_0(q^0)^k$
$= b_{n-1}^k(q^{(n-1)})^k + \dots + b_1^k(q^1)^k + b_0^k(q^0)^k$?
nun kann a_i als $(b_i)^k$ dargestellt werden
...
$= b_{m-1} \cdot q^{m-1}$
Warum $m \leq n \cdot k$
m = Max Ziffern Anzahl
n = min Ziffern
Pro Ziffer aus r benötigen wir k Ziffern $\Rightarrow n \cdot k = m$ wenn keine
$m \leq nk$, wenn ~~Block~~ Umwandlungsblock führende Nullen hat.