Computerorientierte Mathematik I
Übung 2

Gideon Schröder[1]
Samanta Scharmacher[2]
Nicolas Lehmann[3] (Dipl. Kfm., BSC)

[1] Freie Universität Berlin, FB Physik,
Institut für Physik, gideon.2610@hotmail.de
[2] Freie Universität Berlin, FB Mathematik und Informatik,
Institut für Informatik, scharbrecht@zedat.fu-berlin.de
[3] Freie Universität Berlin, FB Mathematik und Informatik,
Institut für Informatik, AG Datenbanksysteme, Raum 170,
mail@nicolaslehmann.de, http://www.nicolaslehmann.de

Lösungen zu den gestellten Aufgaben

Aufgabe 1

Teilaufgabe a)

$$\begin{aligned}
0,2421_5 &= 0 \cdot 5^0 + 2 \cdot 5^{-1} + 4 \cdot 5^{-2} + 2 \cdot 5^{-3} + 1 \cdot 5^{-4} \\
&= 0 + \frac{2}{5} + \frac{4}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \frac{1}{5^4} \\
&= 0 + \frac{2}{5} + \frac{4}{25} + \frac{2}{125} + \frac{1}{625} \\
&= \frac{361}{625} = 0,5776
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_0 &= \frac{361}{625} \longrightarrow \frac{5415}{625} = \frac{415}{625} + 8 \\
p_1 &= \frac{415}{625} \longrightarrow \frac{6225}{625} = \frac{600}{625} + 9 \\
p_2 &= \frac{600}{625} \longrightarrow \frac{9000}{625} = \frac{250}{625} + 14 \\
p_3 &= \frac{250}{625} \longrightarrow \frac{3750}{625} = 0 + 6
\end{aligned}$$

$$p = 0,89E6$$

$$\begin{aligned}
p &= 0 \cdot 15^0 + 8 \cdot 15^{-1} + 9 \cdot 15^{-2} + 14 \cdot 15^{-3} + 6 \cdot 15^{-4} \\
&= 0 + \frac{8}{15} + \frac{9}{15^2} + \frac{14}{15^3} + \frac{6}{15^4} \\
&= 0 + \frac{8}{15} + \frac{9}{225} + \frac{14}{3375} + \frac{6}{50625} \\
&= \frac{361}{625} = 0,5776
\end{aligned}$$

Teilaufgabe b)

Teilaufgabe c)

Aufgabe 2

Teilaufgabe a)

$$
\begin{array}{r}
0{,}1100101_2 \cdot 10101{,}111_2 \\
\hline
1100101 \\
0000000 \\
1100101 \\
0000000 \\
1100101 \\
110010{,}1 \\
11001{,}01 \\
1100{,}101 \\
\hline
100010100001{,}011_2
\end{array}
$$

Teilaufgabe b)

$$\frac{10_2}{110_2} + \frac{101_2}{10100_2} = \frac{10_2 \cdot 10100_2 + 101_2 \cdot 110_2}{110_2 \cdot 10100_2} = \frac{101000_2 + 11110_2}{11110000_2} = \frac{1000110_2}{11110000_2}$$

Aufgabe 3

Teilaufgabe a)

Zu zeigen:

Jeder endliche Dualbruch ist auch ein endlicher Dezimalbruch.

Ein beliebiger Dualbruch ist darstellbar als:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=-m}^{n} z_i \cdot 2^i &= \sum_{i=-m}^{-1} z_i \cdot 2^i + \sum_{i=0}^{n} z_i \cdot 2^i \\
&= \sum_{i=1}^{m} z_{-i} \cdot 2^{-i} + \sum_{i=0}^{n} z_i \cdot 2^i \\
&= \sum_{i=0}^{m-1} z_{1-i} \cdot 2^{1-i} + \sum_{i=0}^{n} z_i \cdot 2^i \\
\Leftrightarrow \sum_{i=-m}^{n} z_i \cdot \left(\frac{10}{5}\right)^i &= \sum_{i=-m}^{n} z_i \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-i} 10^i \\
&= \left(\frac{1}{5}\right)^{m-n} \sum_{i=-m}^{n} z_i \cdot 10^i \\
&= \left(\frac{1}{5}\right)^{m-n} \sum_{i=-m}^{-1} z_i \cdot 10^i + \sum_{i=0}^{n} z_i \cdot 10^i \\
&= \left(\frac{1}{5}\right)^{m-n} \sum_{i=1}^{m} z_{-i} \cdot 10^{-i} + \sum_{i=0}^{n} z_i \cdot 10^i \\
&= \left(\frac{1}{5}\right)^{m-n} \sum_{i=0}^{m-1} z_{1-i} \cdot 10^{1-i} + \sum_{i=0}^{n} z_i \cdot 10^i
\end{aligned}$$

$\square$

Teilaufgabe b)

Angenommen es gilt:

Jeder endliche Dezimalbruch ist auch ein endlicher Dualbruch.

Dann wäre die Dezimalzahl $0,4$ als endlicher Dualbruch darstellbar.

$$0,4_{10} = 0,\overline{0110}_2, \text{ Widerspruch } \lightning$$