

Computerorientierte Mathematik I

Übung 2

Gideon Schröder¹

Samanta Scharmacher²

Nicolas Lehmann³ (Dipl. Kfm., BSC)

¹ Freie Universität Berlin, FB Physik,
Institut für Physik, gideon.2610@hotmail.de

² Freie Universität Berlin, FB Mathematik und Informatik,
Institut für Informatik, scharbrecht@zedat.fu-berlin.de

³ Freie Universität Berlin, FB Mathematik und Informatik,
Institut für Informatik, AG Datenbanksysteme, Raum 170,
mail@nicolaslehmann.de, <http://www.nicolaslehmann.de>



Lösungen zu den gestellten Aufgaben

Aufgabe 1

Teilaufgabe a)

$$\begin{aligned}0,2421_5 &= 0 \cdot 5^0 + 2 \cdot 5^{-1} + 4 \cdot 5^{-2} + 2 \cdot 5^{-3} + 1 \cdot 5^{-4} \\&= 0 + \frac{2}{5} + \frac{4}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \frac{1}{5^4} \\&= 0 + \frac{2}{5} + \frac{4}{25} + \frac{2}{125} + \frac{1}{625} \\&= \frac{361}{625} = 0,5776\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}p_0 &= \frac{361}{625} \longrightarrow \frac{5415}{625} = \frac{415}{625} + 8 \\p_1 &= \frac{415}{625} \longrightarrow \frac{6225}{625} = \frac{600}{625} + 9 \\p_2 &= \frac{600}{625} \longrightarrow \frac{9000}{625} = \frac{250}{625} + 14 \\p_3 &= \frac{250}{625} \longrightarrow \frac{3750}{625} = 0 + 6\end{aligned}$$

$$p = 0,89E6$$

$$\begin{aligned}p &= 0 \cdot 15^0 + 8 \cdot 15^{-1} + 9 \cdot 15^{-2} + 14 \cdot 15^{-3} + 6 \cdot 15^{-4} \\&= 0 + \frac{8}{15} + \frac{9}{15^2} + \frac{14}{15^3} + \frac{6}{15^4} \\&= 0 + \frac{8}{15} + \frac{9}{225} + \frac{14}{3375} + \frac{6}{50625} \\&= \frac{361}{625} = 0,5776\end{aligned}$$

Teilaufgabe b)

i)

$$\begin{aligned}
 0, \bar{1}_2 &= 0, 1_2 \cdot \sum_{i=0}^{\infty} 10_2^{-i} \\
 &= 0, 1_2 \cdot \frac{1_2}{1_2 - 10_2^{-1}} \\
 &= 0, 1_2 \cdot \frac{1_2}{1_2 - \frac{1_2}{10_2}} \\
 &= 0, 1_2 \cdot \frac{1_2}{\frac{1_2}{10_2}} \\
 &= 0, 1_2 \cdot 10_2 \\
 &= 1_2
 \end{aligned}$$

ii)

$$\begin{aligned}
 0, \bar{10}_2 &= 0, 10_2 \cdot \sum_{i=0}^{\infty} 10_2^{-10_2 \cdot i} \\
 &= 0, 1_2 \cdot \frac{1_2}{1_2 - 10_2^{-10_2}} \\
 &= 0, 1_2 \cdot \frac{1_2}{1_2 - \frac{1_2}{10_2^{10_2}}} \\
 &= 0, 1_2 \cdot \frac{1_2}{\frac{11_2}{100_2}} \\
 &= 0, 1_2 \cdot \frac{100_2}{11_2} \\
 &= \frac{100_2}{11110_2} \\
 &= \frac{10_2}{1111_2}
 \end{aligned}$$

Teilaufgabe c)**Aufgabe 2****Teilaufgabe a)**

$$\begin{array}{r}
 0,1100101_2 \cdot 10101,111_2 \\
 \hline
 1100101 \\
 0000000 \\
 1100101 \\
 0000000 \\
 1100101 \\
 110010,1 \\
 11001,01 \\
 1100,101 \\
 \hline
 100010100001,011_2
 \end{array}$$

Teilaufgabe b)

$$\frac{10_2}{110_2} + \frac{101_2}{10100_2} = \frac{10_2 \cdot 10100_2 + 101_2 \cdot 110_2}{110_2 \cdot 10100_2} = \frac{101000_2 + 11110_2}{11110000_2} = \frac{1000110_2}{11110000_2}$$

Aufgabe 3

Teilaufgabe a)

Zu zeigen:

Jeder endliche Dualbruch ist auch ein endlicher Dezimalbruch.

Ein beliebiger Dualbruch ist darstellbar als:

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=-m}^n z_i \cdot 2^i &= \sum_{i=-m}^n z_i \cdot \left(\frac{10}{5}\right)^i \\
 \Leftrightarrow \sum_{i=-m}^n z_i \cdot 2^i &= \sum_{i=-m}^{-1} z_i \cdot 2^i + \sum_{i=0}^n z_i \cdot 2^i \\
 &= \sum_{i=1}^m z_{-i} \cdot 2^{-i} + \sum_{i=0}^n z_i \cdot 2^i \\
 &= \sum_{i=0}^{m-1} z_{1-i} \cdot 2^{1-i} + \sum_{i=0}^n z_i \cdot 2^i \\
 \Leftrightarrow \sum_{i=-m}^n z_i \cdot \left(\frac{10}{5}\right)^i &= \sum_{i=-m}^n z_i \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^i 10^i \\
 &= \left(\frac{1}{5}\right)^{n-m} \sum_{i=-m}^n z_i \cdot 10^i \\
 &= \left(\frac{1}{5}\right)^{n-m} \left(\sum_{i=-m}^{-1} z_i \cdot 10^i + \sum_{i=0}^n z_i \cdot 10^i \right) \\
 &= \left(\frac{1}{5}\right)^{n-m} \left(\sum_{i=1}^m z_{-i} \cdot 10^{-i} + \sum_{i=0}^n z_i \cdot 10^i \right) \\
 &= \left(\frac{1}{5}\right)^{n-m} \left(\sum_{i=0}^{m-1} z_{1-i} \cdot 10^{1-i} + \sum_{i=0}^n z_i \cdot 10^i \right)
 \end{aligned}$$

□

Teilaufgabe b)

Angenommen es gilt:

Jeder endliche Dezimalbruch ist auch ein endlicher Dualbruch.

Dann wäre die Dezimalzahl $0,4$ als endlicher Dualbruch darstellbar.

$$0,4_{10} = 0,\overline{0110}_2, \text{ Widerspruch } \nexists$$