

Valeurs Extrêmes

- Lois limites pour le maximum

$$\mathbb{P}(M_n < \infty) = [\bar{F}(\infty)]^n$$

- Théorie des sommes de variables aléatoires

$$\mathbb{P}(M_n < \infty) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} e^{-\gamma} \Leftrightarrow n \bar{F}(M_n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \gamma$$

- Distribution des extrêmes généralisée (GEV)

$\xi > 0$  Fréchet

$\xi > 0$  Weibull

$\xi = 0$  Gumbel

$$X_1, X_2, \dots, X_n \stackrel{iid}{\sim} \text{GEV}(0, 1, \xi) \Rightarrow \frac{M_n - b_n}{a_n} \stackrel{\mathcal{D}}{\rightarrow} X \quad \text{avec } a_n = n^{\frac{1}{\xi}} \\ b_n = (n^{\frac{1}{\xi}} - 1)/\xi$$

- Domaines d'attraction

$$h(x) = \frac{\bar{F}(x)}{f(x)}, \quad x_F < x < x_F$$

Condition d'appartenance au domaine d'attraction GEV(0, 1,  $\xi$ )

$$h'(y) \xrightarrow{y \rightarrow x_F} \xi \quad \text{et} \quad 1 - F(b_n) = 1/n \\ a_n = h(b_n)$$

$\Rightarrow$  Fréchet :  $F \in D(\phi_d) \Leftrightarrow \bar{F}(x) = x^{-d} L(x)$

$$\hookrightarrow \frac{L(tx)}{L(t)} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 1 \quad \forall x$$

- Estimation des paramètres des lois des extrêmes

- Analyse exploratoire des données

QQ plot :  $\{X_{(i)}, F^{-1}(1 - i/n)\}$

- Estimation du niveau de retour pour la GEV

$$G(z_p) = 1 - p$$

$\hookrightarrow$  niveau de retour de période  $1/p$

- Développements limités

$$\ln(1+u) \underset{u \rightarrow 0}{\sim} u$$

$$e^u \underset{u \rightarrow 0}{\sim} 1 + u$$

- Distribution exponentielle

$$X \sim \text{Exp}(\lambda) \quad f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad E(X) = 1/\lambda$$