<u>Exercice 1 :</u> Compétition à la Cournot

<u>Correction :</u>

1) Composante du jeu :

- Ce jeu est en information imparfaite et complète ;
- Jeu non coopératif ;
- Jeu simultané ;
- N = 2 ;
- Stratégies possibles : $S_1 = S_2 = \{q_1; q_2\}$
- Gains : fonction de profit

2) Posons la fonction de profit de l'assureur $i = \{1,2\}$:

$$\Pi(q_i, q_{-i}) = (a - q_i - q_{-i} - c_i)q_i$$

CPO :

$$\frac{\partial \Pi(q_i, q_{-i})}{\partial q_i} = (a - 2\, q_i - q_{-i} - c_i) = 0$$

$$q^*{}_i = \frac{a - q_{-i} - c}{2}$$

Ainsi, nous déterminons la fonction de réaction de i.(On peut faire de même pour -i).

Ainsi l'équilibre est donc le croisement des fonctions de réactions :

$$q_i = \frac{a - q_{-i} - c}{2} \; et \; q_{-i} = \frac{a - q_i - c}{2}$$

$$q_i = \frac{a}{2} - \frac{a}{4} + \frac{q_i}{4} + \frac{c}{4} - \frac{c}{2}$$

$$q_1^* = q_2^* = \frac{a - c}{3}$$

$$p_1^* = p_2^* = \frac{a + 2c}{3}$$

$$\Pi_1 = \Pi_2 = \frac{(a - c)^2}{9}$$

1) Ce jeu devient en information imparfaite et **incomplète**.

2) La firme 2 →

Si elle a c_H ,

$$\Pi_2(q_1, q_2) = (a - q_1 - q_2 - c_H)q_2$$

CPO →

$$q_2(c_H) = \frac{a - q_1 - c_H}{2} (1)$$

Si elle a c_L,

$$q_2(c_L) = \frac{a - q_1 - c_L}{2} (2)$$

La firme 1

$$q_1 = \frac{a - E(q_2) - c}{2} = \frac{a - \theta q_2(c_L) + (1-\theta)q_2(c_H) - c}{2} \; (3)$$

$(1) + (2) + (3)$

$$q_1^* = \frac{a - 2c + (1-\theta)c_H + \theta c_L}{3}$$
$$q_2^*(c_L) = \frac{a - 2c_L + c}{3} - \frac{1-\theta}{6}(c_H - c_L) \leq \frac{a - 2c_L + c}{3}$$
$$q_2^*(c_H) = \frac{a - 2c_H + c}{3} + \frac{\theta}{6}(c_H - c_L) \geq \frac{a - 2c_H + c}{3}$$

Lorsque la firme 2 à des couts faible elle a intérêt à intérêt à les révéler et jouer le jeu en information complète tant dis que lorsque qu'elle a des couts élevé elle garde l'information privé.

Comparaison des Profit :

Notons : INC=information incomplète / IC=information complète

$q_2^*(c_L)^{INC} = q_2^*(c_L)^{IC} - \alpha$ avec $\alpha = \frac{1-\theta}{6}(c_H - c_L) > 0$
Et
$q_2^*(c_H)^{INC} = q_2^*(c_B)^{IC} + \beta$ avec $\beta = \frac{\theta}{6}(c_H - c_L) > 0$

Et
$q_1^*(c_L)^{INC} = q_1^*(c_L)^{IC} + \gamma$ avec $\gamma = \frac{1-\theta}{3}(c_H - c_L) = 2\alpha > 0$
$q_1^*(c_L)^{INC} = q_1^*(c_L)^{IC} - \lambda$ avec $\lambda = \frac{\theta}{3}(c_H - c_L) = 2\beta > 0$

Donc profit de 2 quand il a un cout élevé :

Il révèle l'info : information complète

$$\Pi_2^{IC}(q_1, q_2) = (a - q_1 - q_2 - c_H)q_2$$

$$\Pi_2^{IC}(q_1, q_2) = (a - q_1^*(c_L)^{IC} - q_2^*(c_L)^{IC} - c_H)q_2^*(c_L)^{IC}$$

Il ne révèle pas l'info :

$$\Pi_2^{INC}(q_1, q_2) = (a - q_1^*(c_L)^{IC} + \alpha - q_2^*(c_L)^{IC} - 2\alpha - c_H)(q_2^*(c_L)^{IC} - \alpha)$$

$$\Pi_2^{INC}(q_1, q_2) = (a - q_1^*(c_L)^{IC} - q_2^*(c_L)^{IC} - c_H - \alpha)(q_2^*(c_L)^{IC} - \alpha)$$

$$\Pi_2^{INC}(q_1, q_2) = \Pi_2^{IC}(q_1, q_2) - \alpha(a - q_1^*(c_L)^{IC} - c_H) + \alpha^2$$
$$-\alpha(a - q_1^*(c_L)^{IC} - c_H) + \alpha^2 < 0 \rightarrow intérêt \text{ à } révéler$$

Même raisonnement pour $c_h \rightarrow intérêt$ à $cacher$

Exercice 1 : Introduction au jeu Bayésien

Correction :

1) $(\boldsymbol{A_S}, \boldsymbol{B_S})$

Si A joue a_1, meilleure réponse de B est b_1.
Si A joue a_2, meilleure réponse de B est b_1.

Donc pour B, b_1 est une stratégie strictement dominante.

Si B joue b_1, meilleure réponse de A est a_1.

Equilibre de Nash pure → (a_1, b_1)

$(\boldsymbol{A_S}, \boldsymbol{B_W})$

Si B joue b_1, meilleure réponse de A est a_2.
Si B joue b_2, meilleure réponse de A est a_2.

Donc pour A, a_2 est une stratégie strictement dominante.

Si A joue a_2, meilleure réponse de B est b_1.

Equilibre de Nash pure → (a_2, b_1)

$(\boldsymbol{A_W}, \boldsymbol{B_S})$

Si A joue a_1, meilleure réponse de B est b_2.
Si A joue a_2, meilleure réponse de B est b_2.

Donc pour B b_2 est une stratégie strictement dominante.

Si B joue b_2, meilleure réponse de A est a_1.

Equilibre de Nash pure → (a_1, b_2)

$(\boldsymbol{A_W}, \boldsymbol{B_W})$

Si A joue a_1, meilleure réponse de B est b_1.
Si A joue a_2, meilleure réponse de B est b_1.

Donc pour B b_1 est une stratégie strictement dominante.

Si B joue b_1, meilleure réponse de A est a_1.

Equilibre de Nash pure → (a_1, b_1)

2) Non, en utilisant ces équilibres et en pondérant les stratégies associées à chaque situation possible nous ne tenons pas compte de l'information privée dont bénéficie l'individu. En effet, l'individu ne connait pas le type de l'autre joueur mais connait son type il a donc une information partielle et peut donc l'utiliser pour déterminer ses stratégies en fonction de ses croyances (c'est-à-dire de son ses croyances concernant les probabilités de type de l'autre individu en fonction de son propre type).

3)

On construit une nouvelle matrice de paiement :

	$B_s \to b_1$ $B_w \to b_1$	$B_s \to b_2$ $B_w \to b_2$	$B_s \to b_1$ $B_w \to b_2$	$B_s \to b_2$ $B_w \to b_1$
$A_s \to a_1$ $A_w \to a_1$	(1)	(2)	(3)	(4)
$A_s \to a_2$ $A_w \to a_2$	(5)	(6)	(7)	(8)
$A_s \to a_1$ $A_w \to a_2$	(9)	(10)	(11)	(12)
$A_s \to a_2$ $A_w \to a_1$	(13)	(14)	(15)	(16)

(1) 0.4*2+0.1*-24+0.2*28+0.3*12=7.6

	$B_s \to b_1$, $B_w \to b_1$	$B_s \to b_1$, $B_w \to b_2$	$B_s \to b_2$, $B_w \to b_1$	$B_s \to b_2$, $B_w \to b_2$
$A_s \to a_1$, $A_w \to a_1$	7.6	8.8	6.2	7.4
$A_s \to a_1$, $A_w \to a_2$	7.0	9.1	1.0	3.1
$A_s \to a_2$, $A_w \to a_1$	8.8	13.6	14.6	19.4
$A_s \to a_2$, $A_w \to a_2$	8.2	13.9	9.4	15.1