

Université Claude Bernard Lyon 1 - ISFA

Master 1^{ère} année Actuariat - Première session – Mai 2021 – Durée : 1H30

Economie du Risque et de l'Assurance

Questions d'assimilation

Pour chacune de ces 3 questions, une réponse en 10 lignes, *pas plus mais bien argumentées*

- ✓ 1. Une enquête américaine posait la question suivante: la conduite des automobilistes est-elle différente selon les marques de voitures? La conclusion était que les voitures de marques perçues comme plus sécurisées (conduite assistée, airbags, etc.) étaient celles pour lesquelles on enregistrait davantage de conduite dangereuse (par exemple conducteurs ne s'arrêtant pas aux stops, excès de vitesse) Peut-on dire que cela relève de l'aléa moral ou de la sélection contraire ?

- ✓ 2. Toutes les rames TGV aujourd'hui sont équipées de borne wifi. Pourtant les voyageurs dans les TGV Ouigo (*low cost*) n'ont pas d'accès au wifi. Pourquoi ? Si l'accès à la wifi dans les TGV Ouigo était une option payante, quel devrait être le prix de cette option ?

- ✓ 3. L'assurance automobile est obligatoire. La fraude à l'assurance peut consister à surévaluer le montant réel du sinistre (par exemple profiter des réparations dues au sinistre pour faire des travaux sans lien vérifiable avec le sinistre : pour limiter la fraude ce type de fraude, l'assurance doit privilégier de manipuler le montant de la prime ou de la franchise ? Justifiez !

Augmenter franchise moins le danger soit de faire f

Tropi sur les pauvres fait au pire

Exercice 1.

Un employeur neutre vis-à-vis du risque propose un contrat de travail à un agent, stipulant le salaire de l'agent en fonction de valeurs appropriées. L'agent peut accepter ou refuser le contrat. S'il l'accepte, il choisit son niveau d'effort faible ($a = 1$) ou élevé ($a = 2$). Le revenu de l'employeur peut prendre deux valeurs, 10 ou 30, dont les probabilités dépendent du niveau d'effort.

Action	10	30
$a = 1$	2/3	1/3
$a = 2$	1/3	2/3

La fonction d'utilité de l'agent dépend de son salaire et de son effort, et est telle que $u(w; a) = w - a + 1$. Son utilité de réserve vaut 1.

- ✓ 1. On suppose d'abord que l'employeur observe l'effort du travailleur.
Déterminer le contrat optimal, en calculant le revenu espéré de l'employeur.

- ✓ 2. On suppose maintenant que l'employeur n'observe pas l'effort de l'agent.
 - a) Commenter et décrire la relation principal-agent
 - b) Déterminer le contrat optimal qui serait proposé pour obtenir un effort élevé
 - c) Calculer le revenu espéré de l'employeur

Exercice 2.

Soient deux agents : un vendeur et un acheteur. Le vendeur propose l'unique voiture disponible de qualité q_H ou q_L , telle que $q_H > q_L > 0$

L'utilité du vendeur s'écrit s'il conserve le véhicule

$$U_v(q) = \begin{cases} \theta_v(q - q_L) + u & \text{s'il conserve le véhicule} \\ p & \text{s'il vend le véhicule} \end{cases}$$

L'utilité de l'acheteur s'écrit s'il conserve le véhicule

$$U_a(q) = \begin{cases} \theta_a(q - q_L) + u - p & \text{s'il achète le véhicule} \\ 0 & \text{s'il n'achète pas le véhicule} \end{cases}$$

On suppose que $2\theta_v > \theta_a > \theta_v > 0$ et u un nombre strictement positif. Par simplicité, on suppose que le vendeur propose un accord « à prendre ou à laisser » à l'acheteur.

1. Supposons que le vendeur et l'acheteur soient parfaitement informés sur la qualité réelle de q que cela soit q_H ou q_L . Déterminez s'il y a des gains mutuels à l'échange et si l'échange peut avoir lieu. Si oui à quel prix?

2. Supposons que l'information soit asymétrique : le vendeur connaît la valeur de la qualité réelle de q tandis que l'acheteur a seulement des croyances a priori. Les croyances de l'acheteur sont :

$$P(q_H) = P(q_L) = 0.5$$

Le prix proposé par le vendeur est $p \geq u$. Pour quel niveau de prix p l'acheteur devrait réviser (ou réactualiser) ses croyances sur la qualité q ? Expliquez comment l'acheteur réactualisera alors ses croyances quand il observe un certain niveau du prix p . Précisez également pour quel niveau de prix p l'acheteur ne modifie pas ses croyances sur la qualité q .

3. Supposons que le vendeur offre la voiture pour un prix $p \geq u$. En utilisant la question précédente, écrivez l'espérance d'utilité (ou selon le cas l'utilité) de l'acheteur s'il achète la voiture. Existe-t-il des gains mutuels à l'échange? L'échange aurait-il lieu?

Justifiez votre réponse par des calculs simples.

4. Donnez deux façons d'éviter le problème lié à la sélection adverse qui peut apparaître ici.

Questions d'assimilation:

© Théo Jalabert



Exercice 1:

© Théo Jalabert



q TD2

Exercice 2:

$$U_V(q) = \begin{cases} \partial_V(q - q_L) + u & \text{si le vendeur conserve le véhicule} \\ p & \text{sinon} \end{cases}$$

$$U_A(q) = \begin{cases} \partial_A(q - q_H) + u - p & \text{si l'acheteur l'achète} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

© Theo Jalabert

1) Pour que l'échange soit mutuellement bénéfique, l'utilité de l'acheteur et du vendeur doivent être supérieure à leurs utilités de réserve respective.

Pour la qualité $q_H \Rightarrow \begin{cases} p \geq \partial_V(q_H - q_L) + u \\ \partial_A(q_H - q_L) + u - p \geq 0 \end{cases}$

" $q_L \Rightarrow \begin{cases} p \geq \partial_V(q_L - q_L) + u \\ \partial_A(q_L - q_L) + u - p \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p \geq u \\ u - p \geq 0 \end{cases}$

Donc pour la qualité q_H on a $\partial_A(q_H - q_L) + u \geq p \geq \partial_V(q_H - q_L) + u$

Comme $\partial_A > \partial_V$, il existe un intervalle de prix p pour lesquels l'échange est mutuellement bénéfique lorsque la qualité est q_H .

Dans le cas de la qualité q_L on a $p \geq u$ et $u \geq p \Rightarrow u = p$ ($u > 0 \Rightarrow$ échange peut toujours avoir lieu pour toute qualité q_L)
Donc $p = u$ est le seul prix pour lequel l'échange est mutuellement bénéfique.

Conclusion: Dans les deux cas (qualité q_H ou q_L) l'échange peut avoir lieu et il existe des prix pour lesquels l'échange est mutuellement bénéfique.

Pour q_H , $p \in [\partial_V(q_H - q_L) + u ; \partial_A(q_H - q_L) + u]$

Pour q_L , $p = u$.

2) L'acheteur observe un prix p et révise ses croyances comme suit:

* Si $p < \partial_V(q_H - q_L) + u$, l'acheteur conclut que la qualité est q_L , car le vendeur n'a pas intérêt à proposer un prix inférieur à $\partial_V(q_H - q_L) + u$ pour un véhicule de qualité q_H .

→ Dans ce cas, l'acheteur révise ses croyances en faveur de q_L .

* Si $p > \partial_A(q_H - q_L) + u$, l'acheteur conclut que la qualité est q_H , car le vendeur n'aurait pas proposé un prix supérieur à $\partial_A(q_H - q_L) + u$ pour un véhicule de qualité q_L (l'acheteur n'aurait pas d'utilité positive en achetant à un tel prix).

→ Dans ce cas, l'acheteur révise ses croyances en faveur de q_H .

* Si $p \in [\delta_v(q_H - q_L) + u; \delta_a(q_H - q_L) + u]$, l'acheteur ne peut pas tirer de conclusion sur la qualité du véhicule en se basant uniquement sur le prix, car il se situe dans l'intervalle des prix possibles pour les 2 qualités q_H et q_L .
 © Théo Jalabert

→ Dans ce cas, l'acheteur ne modifie pas ses croyances sur la qualité q et continue de considérer $P(q_H) = P(q_L) = 0.5$

3) * Si $p < \delta_v(q_H - q_L) + u$, l'acheteur croit que la qualité est q_L .

$$\text{Dans ce cas, l'utilité de l'acheteur est: } U_a(q_L) = \delta_a(q_L - q_L) + u - p \\ = u - p$$

* Si $p > \delta_a(q_H - q_L) + u$, l'acheteur croit que la qualité est q_H .

$$\text{Dans ce cas, l'utilité de l'acheteur est: } U_a(q_H) = \delta_a(q_H - q_L) + u - p$$

* Si $p \in [\delta_v(q_H - q_L) + u; \delta_a(q_H - q_L) + u]$, l'acheteur ne modifie pas ses croyances.

$$\Rightarrow E[U_a(q)] = \frac{1}{2} U_a(q_H) + \frac{1}{2} U_a(q_L) \\ = \frac{1}{2} (\delta_a(q_H - q_L) + u - p) + \frac{1}{2} (u - p)$$

Pour qu'il y ait des gains mutuels à l'échange et que l'échange puisse avoir lieu, l'espérance d'utilité (ou l'utilité) de l'acheteur doit être supérieure à son utilité de réserve (ici, elle vaut 0).

* Si $p < \delta_v(q_H - q_L) + u$, l'échange ne peut avoir lieu car $U_a(q_L) = u - p < 0$

* Si $p > \delta_a(q_H - q_L) + u$, l'échange peut avoir lieu si $U_a(q_H) = \delta_a(q_H - q_L) + u - p > 0$.

* Si $p \in [\delta_v(q_H - q_L) + u; \delta_a(q_H - q_L) + u]$, l'échange peut avoir lieu si $E[U_a(q)] > 0$ i.e si $\frac{1}{2} \delta_a(q_H - q_L) + u - p > 0$

4) Voici 2 façons d'éviter ou réduire le pb de sélect° adverse ici:

* Signaux et garanties => Donner + d'info pour réduire l'incertitude de l'acheteur concernant la qualité. Par exemple, le vendeur peut offrir une garantie sur le véhicule ...

* Certificat° par un tiers