Obligataire

Exercice 3 :

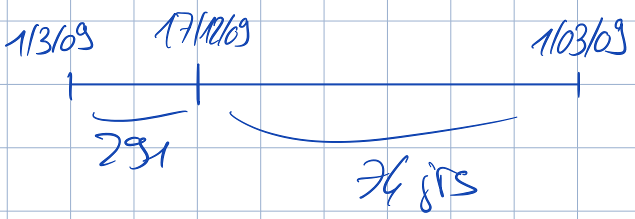
Une société émet un emprunt dont les caractéristiques sont les suivantes :

- Nominal : 1 600 €.
- Nombre de titres émis : 100.
- Émission au pair
- Date de jouissance et de règlement : 17 décembre 2009
- Intérêt annuel : 6 % payable le 1er mars de chaque année et pour la première fois le 1er mars 2010.
- Amortissement : en deux tranches égales, l'une le 1er mars 2012, l'autre le 1er mars 2013, par remboursement à 103%.

1) Quel est le montant du coupon versé le 1er mars 2010 ?
2) Quel est le taux actuariel brut à l'émission de la totalité de cet emprunt ?
3) Quel est le taux actuariel brut à l'émission d'une obligation remboursée le 1er mars 2012 ?
4) Même question pour une obligation remboursée le 1er mars 2013 ?
5) L'émetteur de l'emprunt doit verser des frais d'émission égaux à 2 % du montant de l'émission. Il amortit ces frais à parts égales en 2010 et 2011. L'amortissement de la prime de remboursement s'effectue en quatre parts égales. En considérant un taux d'imposition sur les sociétés de 35 % et en admettant que l'émetteur fasse suffisamment de bénéfices, quel est le coût de l'émission de cet emprunt ?

Exercice 3 :

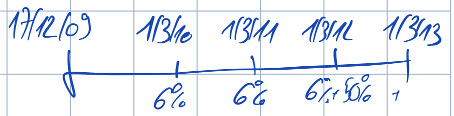
Nominal = 1600, N = 100, Emiss° au pair, jouissance 17/12/09, 6%



Coupon : $6\% \times 1600 \times 100 \times \frac{74}{365} = 1946,30€$

2) Taux actu brut :

$$a = \frac{74}{365}$$



$$160\,000 = \frac{6\% \times 1600 \times 100}{(1+y)^{a}} + \frac{6\% \times 1600 \times 100}{(1+y)^{1+a}} + \frac{6\% \times 1600 \times 100 + 50 \times 1600 \times 103\%}{(1+y)^{2+a}} + \frac{6\% \times 1600 \times 50 + 50 \times 1600 \times 103\%}{(1+y)^{3+a}}$$

$$\Rightarrow y = 7,06\%$$

Durat° :

Duration

1) Exercice sur le calcul des durations :

Aujourd'hui (date 0), on considère une obligation remboursable in fine de maturité 3 ans, remboursable au pair dont le coupon est versé aux dates 1, 2 et 3. Son taux nominal est de 5%.

1) Le taux actuariel (TRI des flux) de l'emprunt étant de 6%, quel est le prix de l'emprunt ?
2)
   a. Quelle est sa duration (version 1) ?
   b. Exprimez littéralement la duration (version 1) de cette obligation en fonction du taux actuariel r, du taux nominal k et de la maturité T puis retrouvez le résultat numérique du a.
3) On connaît les prix des zéro-coupons de prix de remboursement 1 de maturités 1 an, 2 ans et 3 ans respectivement B(0,1) = 0,939, B(0,2) = 0,89 et B(0,3) = 0,852.
   Calculez alors la duration (version 2) de l'obligation.
4) A quelle(s) condition(s) les durations versions 1 et 2 coïncideraient-elles ?

3 ans, rbt au pair, Coupon versé en 1,2,3 à 5%

$$P = \frac{5}{1{,}06} + \frac{5}{1{,}06^2} + \frac{105}{1{,}06^3}$$

$$\Rightarrow P = 97{,}33\%$$

2) $$D = \frac{1}{97{,}33}\left(\frac{5}{1{,}06} + \frac{2\times 5}{1{,}06^2} + \frac{3\times 105}{1{,}06^3}\right) = 2{,}86 \text{ ans}$$

$$D = \frac{1}{B_0}\left(\frac{k}{(1+r)} + \frac{2\times k}{(1+r)^2} + \dots + \frac{(T-1)k}{(1+r)^{T-1}} + \frac{T\times(k+PR)}{(1+r)^T}\right)$$

3) $B(0,1) = 0{,}939$
$B(0,2) = 0{,}89$
$B(0,3) = 0{,}852$

$$D_2 = \frac{\sum_{k=1}^{T} F_{r_k} B(0,r_k)\, r_k}{\sum_{k=1}^{T} F_{r_k} B(0,r_k)} = \frac{1\times 5\%\times 0{,}939 + 2\times 5\%\times 0{,}89 + 3\times 105\%\times 0{,}852}{5\%\times 0{,}939 + 5\%\times 0{,}89 + 105\%\times 0{,}852}$$

$$= 2{,}86 \text{ ans}$$

$$D_1 = \frac{\sum r_k \frac{F_{r_k}}{(1+r)^{r_k}}}{\sum \frac{F_{r_k}}{(1+r)^{r_k}}} \qquad D_2 = \frac{\sum r_k F_{r_k} B(0,r_k)}{\sum F_{r_k} B(0,r_k)}$$

$$B(0,r_k) = \frac{1}{(1+R_{0,r_k})^{r_k}} \Rightarrow R_{0,r_k} = \frac{1}{\sqrt[r_k]{B(0,r_k)}} - 1$$

STTI

Exercice 1 :

On considère 4 obligations (A, B et C sont des obligations couponnées à coupon annuel) :

- Obligation A remboursée au pair dans 2 ans, taux nominal 3 %, cotée à 91,16 %
- Obligation B remboursée au pair dans 2 ans, taux nominal 6 %, cotée à 96,59 %
- Obligation C remboursée au pair dans 3 ans, taux nominal 5 %, cotée à 88,00 %
- Zéro-coupon D de montant nominal 105 € dans 4 ans, coté à 70,50 €.

1) Extraire 4 points r(1), r(2) r(3) et r(4) de la courbe des taux comptant discrets à partir de ces obligations.
2) En déduire les points de la courbe des taux à terme implicites (taux *forward*) d'échéance 4 ans ($r_{0,4}$, $r_{1,4}$, $r_{2,4}$ et $r_{3,4}$).
3) Tracez les points obtenus dans les questions précédentes sur un même graphique.

Exercice 2 :

On est en présence de quatre obligations émises sur le marché obligataire et présentant les caractéristiques reprises dans le tableau ci-dessous :

Caractéristiques	Obligation A	Obligation B	Obligation C	Obligation D
Coupon	0	0	4.5%	6%
Détachement			Annuel	Annuel
Remboursement	100	100	100	100
Durée (en années)	1	2	3	4
Prix	95.4654	90.7029	98.6104	101.7526

1) Calculer la gamme des taux au comptant pour des obligations zéro coupon de maturité de 1 à 4 ans.
2) Calculer la gamme des taux à terme à 1 an, $r_{T-1,T}$ avec $T = 1, \dots, 4$.
3) Représenter graphiquement ces taux.

Exercice 2 :

On considère 4 obligations (A,B et C sont des obligations couponnées à coupon annuel) :

- Obligation A remboursée au pair dans 2 ans, taux nominal 3 %, cotée à 91,16 %
- Obligation B remboursée au pair dans 2 ans, taux nominal 6 %, cotée à 96,59 %
- Obligation C remboursée au pair dans 3 ans, taux nominal 5 %, cotée à 88,00 %
- Zéro-coupon D de montant nominal 105 € dans 4 ans, cotée à 70,50 €.

1) Extraire 4 points r(1), r(2) r(3) et r(4) de la courbe des taux comptant discrets à partir de ces obligations.
2) En déduire les points de la courbe des taux à terme implicites (taux *forward*) d'échéance 4 ans ($r_{0,4}$, $r_{1,4}$, $r_{2,4}$ et $r_{3,4}$).
3) Tracez les points obtenus dans les questions précédentes sur un même graphique.

1)
$$91{,}16\% = \frac{3\%}{(1+r_{0,1})} + \frac{103\%}{(1+r_{0,2})^2}$$

$$96{,}59\% = \frac{6\%}{(1+r_{0,1})} + \frac{106\%}{(1+r_{0,2})^2}$$

$$\Longrightarrow 85{,}73\% = \frac{206-106}{(1+r_{0,2})^2} = \frac{100\%}{(1+r_{0,2})^2}$$

$$r_{0,2} = \sqrt{\frac{100}{85{,}73}} - 1 = 8\%$$

$$r_{0,1} = \frac{3\%}{91{,}16\% - \frac{103\%}{(1+r_{0,2})^2}} - 1 \qquad r_{0,1} = 4{,}96\%$$

$$88 = \frac{5}{1+r_1} + \frac{5}{(1+r_2)^2} + \frac{105}{(1+r_3)^3}$$

$$r_3 = \sqrt[3]{\frac{105}{88 - \frac{5}{} - \frac{5}{}}} - 1 = 9{,}57\%$$

$$70{,}50 = \frac{105}{(1+r_4)^4} \Longrightarrow r_4 = 10{,}47\%$$

$$(1+r_{a,b})^{b-a} = \frac{(1+r(b))^b}{(1+r(a))^a} = \prod_{k=a}^{b} (1+r_{k,k+1})$$

Swaps

Exercice 2 :

On considère deux opérateurs A et B qui concluent un swap taux fixe contre taux variable sur une durée de 4 ans et pour un montant M.

A prête à B au taux fixe de 4% (jambe fixe) et lui emprunte à Euribor 12 mois (jambe variable).

1) En supposant que B ait contracté un emprunt sur 4 ans à Euribor 12 mois + 0,75%
    - Quel est l'intérêt de l'opération de swap pour B ?
    - Quel est le coût final de son emprunt sur chacune des 4 années ?
2) Déterminez les différents flux d'intérêt sur les 4 années selon l'évolution suivante de l'Euribor 12 mois :
    - Année 1 : Euribor = 4 %
    - Année 2 : Euribor = 5%
    - Année 3 : Euribor = 3%
    - Année 4 : Euribor = 2%

Exercice 3 :

Deux entreprises A et B ont les mêmes besoins d'endettement en termes de montant et de durée.

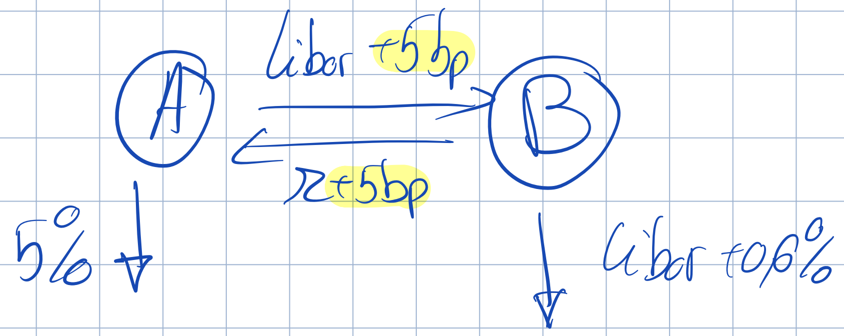
Leurs conditions d'endettement sur le marché sont les suivantes :

- Pour A : 5% à taux fixe et Libor + 0,1% à taux variable
- Pour B : 6,4% à taux fixe et Libor + 0,6% à taux variable

L'entreprise A souhaite obtenir au final un taux variable et l'entreprise B un taux fixe par l'intermédiaire d'un swap dont le montage est assuré par une banque d'affaires prenant une commission de 10 points de base.

En supposant que la jambe variable du swap est le taux Libor, quelle doit être sa jambe fixe pour que le montage garantisse une attractivité égale pour les 2 entreprises, en supposant qu'initialement l'entreprise A a opté pour un emprunt à taux fixe et l'entreprise B pour un emprunt à taux variable ?

Ex3 :



Coût pour A (après Swap) : $5\% + \text{libor} + 5bp - r = 5{,}05 + \text{libor} - r$

B : $\text{libor} + 0{,}6\% + r + 5bp - \text{libor} = 0{,}65 + r$

Attractivité pour A : $5{,}05 + \text{libor} - r - (\text{libor} + 0{,}1\%) = 4{,}95\% - r$

B $\quad r - 5{,}75\%$

$\Rightarrow r = 5{,}35\%$