

## Modèles financiers en assurance / Mai 2018

**Durée 2h – aucun document n'est autorisé**

### **Thème : Calcul du SCR pour un contrat en UC avec garantie plancher**

Les différentes questions nécessitent des développements argumentés et structurés pour répondre de manière détaillée et précise.

Le soin apporté à la rédaction et à la présentation sera pris en compte dans la notation. Une copie mal écrite ne sera pas corrigée.

On considère le bilan simplifié de l'assureur présenté sous la forme suivante :

#### **BILAN en $t$**

	$FP_t$
$A_t$	$L_t$

où :

- ✓  $A_t$  : la valeur de marché de l'actif en  $t$  ;
- ✓  $L_t$  : la valeur de marché du passif en  $t$ .

**Question n°1 (2 points)** : Rappelez comment sont calculés les différents postes de ce bilan et la contrainte que doit satisfaire  $FP_t$ . Vous préciserez comment le principe de valorisation « économique » se traduit en pratique pour le calcul de l'engagement d'un assureur vie (typiquement en présence d'interactions entre l'actif et le passif).

On s'intéresse au calcul du SCR dans une logique de « modèle interne ».

**Question n°2 (3 points)** : Montrez comment obtenir la relation  $SCR = FP_0 - VaR(FP_1; 0,5\%) \times P(0,1)$ .

**Question n°3 (3 points)** : Montrez comment obtenir la relation  $SCR = VaR_{99,5\%} \left( \frac{F_1 + L_1}{1 + R_1} \right) - L_0$  avec  $F_1$  le flux de prestations de la première année et  $R_1$  le rendement de l'actif sur cette période.

**Question n°4 (2 points) :** Discutez les deux égalités ci-dessus, notamment le rôle de la marge pour risque. Rappelez brièvement la logique de calcul du SCR proposé par la formule standard, que vous comparerez aux approches ci-dessus.

On considère maintenant le cas particulier d'un contrat d'épargne en unité de compte avec une garantie de remboursement des primes investies en cas de décès. On utilise les notations du cours :  $S$  pour l'unité de compte,  $K = S_0$  la prime investie et on rappelle que le flux dû par l'assureur est de la forme

$$\Lambda = \left[ K - S_{T_x} \right]^+ 1_{\{T_x < T\}} + S_T 1_{\{T_x \geq T\}}.$$

On suppose dans la suite que le risque de mortalité est parfaitement mutualisé et on ne considère donc que le risque financier dans les flux.

**Question n°5 (3 points) :** pour le risque ci-dessus :

- Écrire les flux avec la mutualisation du risque d'assurance ;
- Calculer le *best estimate* de ces flux en  $t = 0$  et à n'importe quelle date ultérieure.

**Question n°6 (4 points) :** Écrire la variable  $Z_1 = \frac{F_1 + L_1}{1 + R_1}$  en fonction de  $S_1$  dans le cas du

contrat ci-dessus, en supposant la marge pour risque proportionnelle au *best estimate* et que l'actif a le même rendement que  $S$ .

**Question n°7 (2 points) :** Comment calculer  $SCR = VaR_{99,5\%}(Z_1) - L_0$  en pratique ? L'une des hypothèses de la question précédente est particulièrement discutable : laquelle et pourquoi ?

**Question n°8 (1 point) :** Quel risque important n'est pas pris en compte dans le calcul précédent ?