TD : OIA

① 3 cas de remboursement total :

Pour n OIA $\quad K^* = \begin{cases} nF & \text{si } \frac{NS^*}{NS_0} \leq 1 \\ \frac{NS^*}{NS_0} F & \text{si } 1 < \frac{NS^*}{NS_0} < \alpha \\ \alpha n F & \text{si } \frac{NS^*}{NS_0} \geq \alpha \text{ (plafond)} \end{cases}$

+ le cas du remboursement partiel $K = \hat{V}^*$ si $\hat{V}^* < nF$

② $\hat{V}^* = NS^* + K$ en cas de remboursement total, i.e $\hat{V}^* \geq nF$

a. $K = nF$ (rbt au plancher) si $\frac{NS^*}{NS_0} \leq 1 \iff NS^* \leq NS_0$

$$nF \leq \hat{V}^* = NS^* + K = NS^* = NS^* + nF \leq NS_0 + nF$$

b. rbt au plafond $K = \alpha n F$ si $\frac{NS^*}{NS_0} \geq \alpha \iff NS^* \geq \alpha NS_0$

$$\hat{V}^* = NS^* + \alpha n F \geq \alpha NS_0 + \alpha n F \geq \alpha (NS_0 + nF)$$

③ Conditions de rbt en t^* en fonction de $\hat{V}^*$

	(0) $\hat{V}^* < nf$	(1) $nf \leq \hat{V}^* < nf + NS_0$	(2) $nf + NS_0 \leq \hat{V}^* < \alpha(nf + NS)$	(3) $\hat{V}^* \geq \alpha(nf + NS_0)$
Valeur des oiA	$\hat{V}^*$	nf	$\lambda \hat{V}^*$	αnf
Valeur des actions	0	$\hat{V}^* - nf$	$(1-\lambda)\hat{V}^*$	$\hat{V}^* - \alpha nf$

$$\hat{V}^* = NS^* + nB^* \qquad (nB^* = k)$$

Dans le cas ②, $nB^* = \frac{NS^*}{NS_0} \times nf$

soit $NS^* = \frac{nB^* \times NS_0}{nf}$

et $\hat{V}^* = \frac{nB^* \times NS_0}{nf} + nB^* = nB^* \left(\frac{NS_0 + nf}{nf} \right)$

d'où $nB^* = \hat{V}^* \times \frac{nf}{nf + NS_0} = \lambda$

4 $NS_0 = x_1 C_1 + x_2 C_2 + x_3 C_3$

Au vu des inégalités sur $\hat{V}^*$ dans chacun des cas du tableau, on va considérer :

$$C_1 = Call(\hat{V}, \tau, nf)$$
$$C_2 = Call(\hat{V}, \tau, nf + NS_0)$$
$$C_3 = Call(\hat{V}, \tau, \alpha(nf + NS_0))$$

	(0)	(1)	(2)	(3)
Valeurs des Actions	0	$V^* - nf$	$(1-\lambda)\hat{V}^*$	$\hat{V}^* - \alpha nf$
C_1	0	$x_1(\hat{V}^* - nf)$	$1 \times (\hat{V}^* - nf$	$1 \times (\hat{V}^* - nf)$
C_2	0	$x_2 \times 0$	$x_2 \times (\hat{V}^* - nf - nS_0)$	$\hat{V}^* - nf - NS_0$
C_3	0	$x_3 \times 0$	$x_3 \times 0$	$x_3(\hat{V}^* - \alpha nf - \alpha NS_0)$
		$x_1 = 1$	$x_2 = -\lambda$	$x_3 = \lambda$

$$\hat{V}^* - nf - \lambda[\hat{V}^* - (nf + NS_0)] = \hat{V}^*(1-\lambda) - nf + \frac{nf}{nf + NS_0}(nf + NS_0)$$

$$\begin{cases} \hat{V}^* - nf - \lambda(\hat{V}^* - (nf + NS_0)) + \lambda(\hat{V}^* - \alpha(nf + NS_0)) \\ \hat{V}^* - nf + nf - \dfrac{nf}{nf + NS_0} \times \alpha(nf + NS_0) \\ \hat{V}^* - \alpha nf \end{cases}$$

On obtient donc $NS_0 = C_1 - \lambda C_2 + \lambda C_3$

On en déduit $nB_0 = \hat{V} - NS_0$ (car $\hat{V} = NS_0 + nB_0$)

$$= \underbrace{\hat{V} - C_1}_{} + \lambda(C_2 - C_3)$$

Correspond au risque de défaut

Relation de parité Call-put $\hat{V} - C_1 = nfe^{-r\tau} - P(\hat{V}, \tau, nf)$