

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} I_{[t;\infty[}(T_x)$$

[ressources-actuarielles.net](http://ressources-actuarielles.net)



# MODÈLES FINANCIERS EN ASSURANCE ET ANALYSES DYNAMIQUES

**Support de cours 2020-2021**

**Synthèse sur le calcul des valeurs économiques des engagements d'assurance**

Kamal ARMEL  
Frédéric PLANCHET

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} I_{[t;\infty[}(T_x)$$

[ressources-actuarielles.net](http://ressources-actuarielles.net)

## SOMMAIRE

1.	Contexte .....	3
2.	Probabilité risque neutre et règles de gestion .....	4
3.	Flux du passif, couverture et réplication .....	5
4.	Génération de scénarios économiques et courbe de taux .....	5
5.	D'autres pistes de réflexion ? .....	6
6.	En conclusion.....	6
7.	Références .....	7

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} I_{[t;\infty]}(T_x)$$

ressources-actuarielles.net

## 1. CONTEXTE<sup>1</sup>

La directive Solvabilité 2 impose une évaluation en « juste valeur » des passifs d'assurance. Cette valorisation « économique » est appelée *best-estimate* et définie comme la « moyenne pondérée par leur **probabilité** des **flux de trésorerie futurs**, compte tenu de la valeur temporelle de l'argent (valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs), estimée sur la base de la **courbe des taux sans risque** pertinent ».

Cette approche, qualifiée de dynamique dans WALTER et BRIAN [2008], se rapproche de la définition Keynésienne de la valeur fondamentale. En effet, dans sa Théorie Générale, Keynes<sup>2</sup> indique que « la valeur fondamentale d'une entreprise correspond à une estimation de la valeur actuelle des flux futurs de revenus attachés à la détention de son capital ».

Dans l'analyse des risques associés au différents flux de trésorerie de l'organisme, une distinction est opérée en fonction du caractère réplicable ou non du flux considéré<sup>3</sup> :

**Fig. 1 : Synthèse de l'analyse des risques**

	Mutualisable	Non mutualisable
Réplicable	Quelques cas de titrisation, mais globalement négligeable	Finance de marché
Non réplicable	L'assurance « classique »	Perte d'indépendance dans les risques d'assurance, risques de modèle, erreurs de réplications, etc.

$$PT = BE + RM = E^{P^F \otimes Q^F} \left( \sum_{j \geq 0} \frac{F_j}{(1+R_j)^j} \right) + RM$$



L'approche de valorisation économique des passifs imposée par Solvabilité 2, ne peut donc trouver sa pleine application que lorsque l'on est en capacité de définir : (1) une mesure de probabilité adaptée, (2) les flux futurs du passif et (3) les taux d'actualisation.

L'application de cette approche aux contrats d'épargne en € (et plus généralement en présence d'un dispositif de participation aux bénéfices) conduit les praticiens à la structure

<sup>1</sup> Ce résumé est largement repris de <https://actudactuaires.typepad.com/laboratoire/2013/05/engagement-best-estimate-dun-contrat-d%C3%A9pargne-en-.html>. Une version développée de ces analyses est par ailleurs fournie dans ARMEL et PLANCHET [2021].

<sup>2</sup> Walter et Brian [2008] présentent une analyse critique de la notion de valeur fondamentale

<sup>3</sup> Une rappel sur la notion d'absence d'opportunité d'arbitrage et ses conséquence en termes de gestion des risques est proposé dans [cette présentation](#).

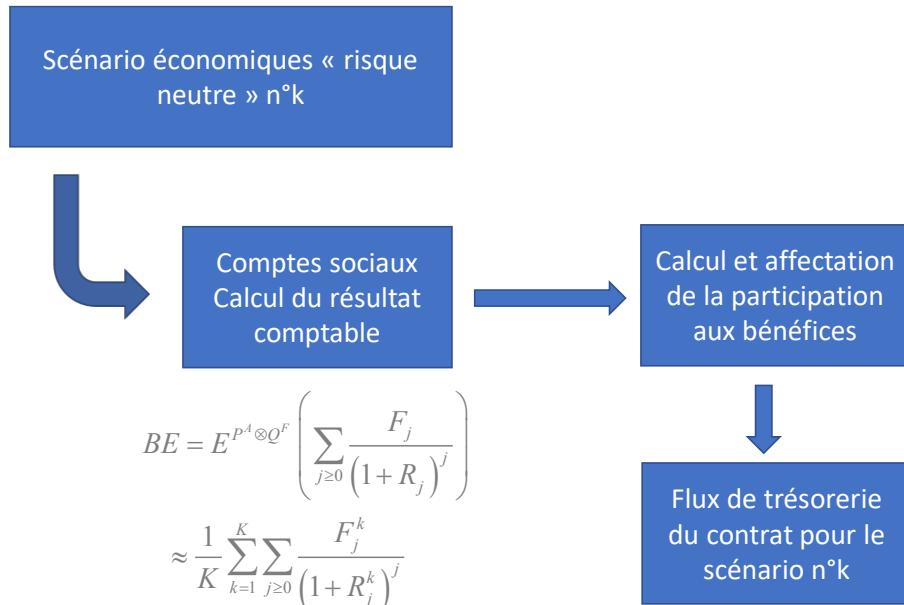
$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} I_{[t;\infty]}(T_x)$$

ressources-actuarielles.net

Modèles financiers et analyses de risque dynamiques

de modélisation désormais classique dans laquelle un [générateur de scénarios économiques](#) (voir par exemple LEROY et PLANCHET [2011] ou LAURENT et al. [2016]) « risque neutre » alimente un modèle de projection de flux pour permettre une approximation par simulation de la valeur du best estimate (cf. PLANCHET [2009]) par simulation<sup>4</sup> :

**Fig. 2 : Calcul de la valeur économique d'un contrat avec interactions actif / passif**



## 2. PROBABILITÉ RISQUE NEUTRE ET RÈGLES DE GESTION

L'utilisation pratique d'une évaluation risque neutre est adaptée et devrait être limitée au marché des dérivés (cf. EL KAROUI et al [2017]). Cela nécessite à la fois de couvrir les flux et de mettre à jour quotidiennement toutes les mesures de probabilité, les modèles, les prix et les positions. L'utilisation d'une mesure risque-neutre pour l'évaluation de la valeur économique des contrats d'épargne en € est donc discutable.

On peut observer en effet que cette approche d'évaluation suppose que les flux du contrat soient entièrement répliquables (puisque l'on calcule ainsi la valeur du portefeuille de couverture à l'origine), ce qui s'avère inexact (cf. BONNIN et al. [2014]) et conduit d'ailleurs logiquement à d'importantes difficultés de mise en œuvre des techniques de « portefeuilles répliquants » pour ce type d'engagements (cf. REVELEN [2011]).

Cette incohérence se traduit par une difficulté de mise en œuvre à laquelle sont confrontés les praticiens. Le passage de la « probabilité historique » à la « probabilité risque neutre » consiste à augmenter la probabilité de survenance des événements défavorables pour l'investisseur de manière à refléter son aversion pour le risque, ce qui peut conduire à des valeurs inhabituelles pour le niveau de certains prix. Or les règles de gestion implémentées dans les modèles de valorisation ne sont pas adaptées aux situations dans lesquelles les taux courts atteignent des niveaux considérés comme irréalistes. L'utilisation d'un

<sup>4</sup> Voir par exemple le package simBEL (<http://www.ressources-actuarielles.net/simBEL>) pour une implémentation libre du modèle ALM nécessaire à la projection des flux.

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} I_{[t;\infty]}(T_x)$$

déflateur stochastique, permettant d'utiliser des scénarios historiques, constitue une piste de résolution de cette difficulté (cf. CHENG et PLANCHET [2019]).

### 3. FLUX DU PASSIF, COUVERTURE ET RÉPLICATION

Par ailleurs, la cohérence des approches financières pour calculer des prix se trouve dans l'équivalence, dans un monde respectant l'absence d'opportunité d'arbitrage, entre prix et valeur initiale d'un portefeuille de couverture. Le portefeuille de couverture, convenablement géré, possède la propriété qu'il annule le risque associé à l'incertitude sur le flux : la valeur à maturité de ce portefeuille est égale au montant du flux à honorer quel que soit l'état du monde. Bien entendu, cette situation est idéalisée et nécessite des hypothèses non satisfaites en pratique, mais elle fournit un cadre de gestion des risques (il s'agit donc de constituer et de gérer des portefeuilles répliquants) en contrôlant à la marge le coût des imperfections. L'utilisation de la formule des « [puts moyens pondérés](#) » pour des garanties « plancher » sur des contrats en unités de compte illustre cette situation (cf. PLANCHET et al. [2011]).

Mais, si dans le cas des garanties sur des contrats en unités de compte l'assureur met effectivement en place des couvertures financières, il n'en est plus de même pour des contrats en €. Dans ce dernier cas, s'il existe une politique de couvertures ponctuelles pour des situations extrêmes, notamment en termes d'environnement de taux, aucun portefeuille de réPLICATION n'est mis en place face aux provisions *best estimate*. Cela serait d'ailleurs peu efficace et coûteux et conduit de fait à une déconnexion entre la logique d'évaluation (qui fournit la valeur d'une couverture) et la gestion du risque (absence de mise en œuvre effective de la couverture). La formule de calcul d'un *best estimate* présente donc dans ce contexte un caractère normatif.

### 4. GÉNÉRATION DE SCÉNARIOS ÉCONOMIQUES ET COURBE DE TAUX

Aussi, appliquer une approche *Marked-to-Market* pour évaluer la valeur économique, pour les contrats d'épargne en €, implique de disposer des prix des options et des garanties des polices d'assurance. Cette information n'étant pas observable sur un marché organisé, profond et liquide, le calcul est réalisé dans un cadre *Marked-to-Model*.

Il en résulte que le calibrage et la validation du générateur de scénarios économiques (GSE) par une confrontation des simulations aux données observées, dans le cadre d'une démarche statistique, ne peuvent être envisagés.

Solvabilité 2 impose néanmoins, que le GSE soit cohérent avec le marché (*Market Consistent*), c'est-à-dire cohérent avec les prix observés<sup>5</sup> (voir par exemple EL KARoui et al. [2017] pour une analyse critique de cette notion et LEROY et PLANCHET [2013]). Les praticiens se contentent alors de calibrer et d'apprécier le GSE en référence aux instruments financiers (*caps, floors, swaps...* ) dérivés des facteurs de risque modélisés sans justifier l'adéquation de ces instruments aux options du passif (cf. ARMEL et PLANCHET [2018]). Cela pose une difficulté pratique pour le choix des instruments et le choix des modèles, dans un contexte où des modèles spécifiques à chaque dérivé de taux existent, sans que n'existe

<sup>5</sup> LAÏDI et PLANCHET [2015] discutent du choix de la date / période pour les prix dans le cadre de la calibration.

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} I_{[t;\infty]}(T_x)$$

un modèle général permettant de calculer les prix de l'ensemble des dérivés de taux (cf. FÉLIX et PLANCHET [2015]).

Par ailleurs, le choix du modèle de diffusion de la [structure par termes des taux d'intérêt](#) est un élément central de la construction d'un GSE « risque neutre ». Une comparaison entre les modèles de Hull et White, G2++ et LMM a été effectuée dans ARMEL et PLANCHET [2018] et complétée avec l'analyse du modèle CIR2+ dans ARMEL et PLANCHET [2020]. On peut retenir en synthèse de ces travaux que les modèles G2++ et CIR2+ constituent des solutions performantes pour les calculs de valeurs économiques, avec un degré de complexité bien supérieur pour le CIR2+ sans gain majeur en termes de capacité à représenter les prix de marché. Le LMM+ décalé, utilisé par certains assureurs, est inadapté du fait des problèmes de convergence et du caractère arbitraire du décalage qu'il est nécessaire d'introduire pour prendre en compte les taux négatifs.

## 5. D'AUTRES PISTES DE RÉFLEXION ?

S'il semble délicat de remettre en cause à court terme la logique de calcul qui s'est imposée ces dernières années dans le cadre du nouveau dispositif prudentiel, il peut être cependant utile de réfléchir à des approches alternatives, potentiellement utilisables dans le cadre de l'[ORSA](#)<sup>6</sup>. En effet, l'approche usuelle de calcul d'un *best estimate* est peu adaptée à l'ORSA compte tenu de sa lourdeur de mise en œuvre et des besoins en capacité de calcul qu'elle requiert. Au surplus, cela peut apparaître paradoxal que l'application du dispositif Solvabilité 2 conduise à des montants de provision sans ancrage dans une politique de gestion des risques et, en ce sens, largement arbitraires (en tous les cas au moins aussi arbitraire que les provisions mathématiques des comptes sociaux).

On peut dès lors chercher à analyser de manière plus fine l'articulation des composantes répliable et non répliable du rendement servi par le contrat. Une approche de ce type est par exemple proposée dans BONNIN et al. [2014].

On peut également envisager l'utilisation des déflateurs comme solution technique, imparfaite, mais permettant de donner du sens à la notion de « valeur économique » (voir par exemple CHENG et PLANCHET [2019] et CISSÉ [2019]).

## 6. EN CONCLUSION

Les travaux de mise en place des modèles de calcul de provisions *best estimate* pour des contrats d'épargne et, plus largement, des contrats avec une clause de participation aux bénéfices (financiers) ont abouti à une forme de consensus de place articulant un générateur de scénarios économiques risque neutre avec un modèle de projection de flux.

Cette structure de modèle présente l'avantage de permettre une prise en compte aisée de règles de gestion potentiellement complexes décrivant le pilotage du taux servi en fonction d'une part des conditions de marché et d'autre part de la situation propre de l'assureur (notamment en termes de volume de plus ou moins-values latentes).

Elle repose toutefois sur l'approximation discutable que les flux associés à ces contrats sont répliables, ce qui implique des difficultés de mise en œuvre des modèles et induit une

<sup>6</sup> cf. BONNIN et al. [2015] et COMBES et al. [2016] pour une illustration dans le cadre de contrats de retraite.

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} I_{[t;\infty]}(T_x)$$

inadéquation forte entre le principe d'évaluation et la gestion des risques associée au contrat.

Il est donc utile de proposer des modèles mieux adaptés qui permettent d'expliciter la composante non répllicable de ces contrats et de fournir ainsi un cadre plus réaliste pour l'évaluation pertinente des engagements associés.

## 7. RÉFÉRENCES

- ARMEL K., PLANCHET F. [2021] « [L'évaluation économique des engagements en assurance vie : écueils, bonnes pratiques et préconisations pour une mise en œuvre pertinente](#) », *Opinions & Débats*, n°20, Janvier 2021.
- ARMEL K., PLANCHET F. [2020] « [Utilisation de modèles de taux de type CIR pour évaluer la valeur économique des contrats d'épargne en €](#) », LSAF, Document de travail.
- ARMEL K., PLANCHET F. [2019] « [Valeur économique d'un contrat d'assurance-vie : quels scénarios économiques ?](#) », Risques, n°117.
- ARMEL K., PLANCHET F. [2019] « [How to Define the Quality of an Economic Scenario Generator to Assess the Best Estimate of a French Savings Contract in € ?](#) », *Bankers Markets Investors*, n°157, June 2019.
- ARMEL K., PLANCHET F. [2018] « [Comment construire un générateur de scénarios économiques risque neutre destiné à l'évaluation économique des contrats d'épargne ?](#) », Assurances et gestion des risques, Vol. 85 (1-2).
- BONNIN F., COMBES F., PLANCHET F., TAMMAR M. [2015] « [Un modèle de projection pour des contrats de retraite dans le cadre de l'ORSA](#) », Bulletin Français d'Actuariat, vol. 14, n°28.
- BONNIN F., JUILLARD M., PLANCHET F. [2014] « [Best Estimate Calculations of Savings Contracts by Closed Formulas - Application to the ORSA](#) », European Actuarial Journal, Vol. 4, Issue 1, Page 181-196. <http://dx.doi.org/10.1007/s13385-014-0086-z>.
- CISSÉ A. [2019] « [Le secteur européen de l'assurance, confronté aux taux d'intérêts négatifs et à Solvency 2, doit interpeller le marché africain](#) », Finacial Afrik.
- CHENG P.K., PLANCHET F. [2019] « [Stochastic Deflator for an Economic Scenario Generator with Five Factors](#) », *Bankers Markets Investors*, n°157, June 2019.
- COMBES F., PLANCHET F. TAMMAR M. [2016] « [Pilotage de la participation aux bénéfices et calcul de l'option de revalorisation](#) », Bulletin Français d'Actuariat, vol. 16, n°31.
- EL KAROUI N., LOISEL S., PRIGENT JL., VEDANI J. [2017] « [Market inconsistencies of the market-consistent European life insurance economic valuations: pitfalls and practical solutions](#) ». European Actuarial Journal, Springer, 2017, 7 (1).
- FÉLIX J.P., PLANCHET F. [2015] « [Calcul des engagements en assurance-vie : quel calibrage cohérent avec des valeurs de marché ?](#) », L'Actuel, n°16 du 01/03/2015.
- JUILLARD M., PLANCHET F., THÉRONDE P.E. [2011] [Modèles financiers en assurance. Analyses de risques dynamiques - seconde édition revue et augmentée](#), Paris : Economica (première édition : 2005).
- LAÏDI Y., PLANCHET F. [2015] « [Calibrating LMN Model to Compute Best Estimates in Life Insurance](#) », Bulletin Français d'Actuariat, vol. 15, n°29.

$$\Lambda_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} I_{[t; \infty[}(T_x)$$

ressources-actuarielles.net

Modèles financiers et analyses de risque dynamiques

In LAURENT J.P., NORBERG R., PLANCHET F. (editors) [2016] [Modelling in life insurance – a management perspective](#), Chapter 4: Economic Scenario Generators (with T. MOUDIKI) and Chapter 5: From Internal to ORSA Models (with C. ROBERT) EAA Series, Springer.

LEROY G., PLANCHET F. [2013] « [Risque de taux, spread et garanties de long terme](#) », la Tribune de l'Assurance (rubrique « le mot de l'actuaire »), n°178 du 01/03/2013.

LEROY G., PLANCHET F. [2011] « [Solvabilité 2 : quels standards pour le risque de marché ?](#) », la Tribune de l'Assurance (rubrique « le mot de l'actuaire »), n°156 du 01/03/2011.

PLANCHET F., BONNIN F. [2013] « [Engagement best estimate d'un contrat d'épargne en Euro](#) », la Tribune de l'Assurance (rubrique « le mot de l'actuaire »), n°185 du 01/11/2013.

PLANCHET F. [2015] « [Valorisation des assurances-vie : comment mesurer la volatilité ?](#) », Risques, n°104.

REVELEN J. [2011] ["Replicating Portfolio" et capital économique en assurance vie](#), Mémoire d'actuaire, ISFA.

WALTER C., BRIAN E. [2008] « [Critique de la valeur fondamentale](#) », Springer-Verlag France.