

TD2 - Entrainement.

© Théo Jalabert

Exercice 1:

$$1) {}_5E_{35} = {}_5P_{35} \sqrt[5]{ } = \frac{p_{40}}{p_{35}} \times \left(\frac{1}{1+6\%} \right)^5 = 0,73594$$

$$2) \bar{A}_{35:51}^1 = A_{35} - {}_5E_{35} A_{40} = 0,01656$$

$$3) {}_{51}A_{35} = {}_5E_{35} A_{40} = 0,138719$$

$${}_m A_x = {}_m E_x A_{x+m}$$

$$4) \bar{A}_{35:51} = \bar{A}_{35:51}^1 + {}_5E_{35}$$

$$= \frac{i}{\delta} \bar{A}_{35:51}^1 + {}_5E_{35}$$

$$\delta = h(t_i)$$

$$= 0,748974$$

Exercice 2: $A_x = 0,25$ $A_{x+20} = 0,40$ $A_{x+20} = 0,55$ $i = 3\%$

$${}_20E_x = A_{x+20} - A_{x+20}^1 = A_{x+20} - A_x + {}_{20}E_x A_{x+20}$$

$$\Rightarrow {}_{20}E_x = \frac{A_{x+20} - A_x}{1 - A_{x+20}} = \frac{0,55 - 0,25}{1 - 0,40} = 0,5$$

$$1) 10000 \bar{A}_{x+20} = 10000 (\sqrt{1+i} \bar{A}_{x+20}^1 + {}_{20}E_x)$$

$$= 10000 (\sqrt{1+3\%} (A_x - {}_{20}E_x A_{x+20}) + {}_{20}E_x)$$

$$= 5507,44458$$

$$2) 10000 \bar{A}_{x+20} = 10000 (\bar{A}_{x+20}^1 + {}_{20}E_x)$$

$$\bar{A}_{x+20}^1 = \frac{i}{\delta} A_{x+20}^1 = \frac{i}{\delta} (A_x - {}_{20}E_x A_{x+20})$$

$$\Rightarrow 10000 \bar{A}_{x+20} = 10000 \left(\frac{i}{\delta} (A_x - \frac{1}{2} A_{x+20}) + \frac{1}{2} \right)$$

$$= 5507,46305$$

Exercice 3.

$$1) (IA)_{x:\bar{m}}' = \sum_{k=0}^{m-1} (k+1) v^{k+1} r p_{x+k} q_{x+k}$$

$$\text{D'autre part, } (IA)_{x+1:\bar{m-1}}' = \sum_{k=0}^{m-2} (k+1) v^{k+1} r p_{x+k} q_{x+k+1}$$

$$\text{et } A_{x+1:\bar{m-1}}' = \sum_{k=0}^{m-2} r p_{x+k} q_{x+k+1} v^{k+1}$$

$$\Rightarrow (IA)_{x+1:\bar{m-1}}' + A_{x+1:\bar{m-1}}' = \sum_{k=0}^{m-2} [(k+1) v^{k+1} r p_{x+k} q_{x+k+1} + r p_{x+k} q_{x+k+1} v^{k+1}]$$

$$= \sum_{k=0}^{m-2} (k+2) r p_{x+k} q_{x+k+1} v^{k+1}$$

$$\Rightarrow v q_x + v p_x ((IA)_{x+1:\bar{m-1}}' + A_{x+1:\bar{m-1}}') = v q_x + \sum_{k=0}^{m-2} (k+2) r p_{x+k} q_{x+k+1} v^{k+2}$$

$$= v q_x + \sum_{k=1}^{m-1} (k+1) r p_x q_{x+k} v^{k+1}$$

$$= \sum_{k=0}^{m-1} (k+1) r p_x q_{x+k} v^{k+1} = (IA)_{x:\bar{m}}$$

$$2) p_{50} = 0,99409 ; (IA)_{50} = 6,99675 ; A_{50:\bar{11}}^1 = 9,00538 ; A_{51} = 0,24305 ; i = 6\%$$

On considère $m \rightarrow \infty$.

$$\Rightarrow (IA)_{50} = v q_{50} + v p_{50} ((IA)_{51} + A_{51})$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (IA)_{51} &= \frac{(IA)_{50} - v q_{50} - A_{51}}{v p_{50}} \\ &= 5,07305 \end{aligned}$$

Exercice 5: $\ddot{\alpha}_x = 10 ; {}_{10}\ddot{\alpha}_x = 4 ; {}_{10}E_x = 0,375$ et $v = 0,94$

$$\text{On a } {}_m \ddot{\alpha}_x = \ddot{\alpha}_x - \ddot{\alpha}_{x|m}$$

$$1) \text{ On sait que } \ddot{\alpha}_{x|m} = \frac{1 - A_{x|m}}{1-v} \text{ et } A_{x|m} = A_{x|m}^1 + {}_m E_x$$

$$\Rightarrow \ddot{\alpha}_{x|m} = \frac{1}{1-v} (1 - A_{x|m}^1 - {}_m E_x)$$

$$\begin{aligned} \text{On a aussi (énoncé): } \ddot{\alpha}_{x|m} &= \ddot{\alpha}_x - {}_{10}\ddot{\alpha}_x \\ &\Rightarrow \ddot{\alpha}_{x|m} = \ddot{\alpha}_x - {}_{10}\ddot{\alpha}_x \\ &= 10 - 4 = 6 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 6 = \frac{1}{1-0,94} (1 - A_{x|m}^1 - 0,375)$$

$$\Rightarrow A_{x|m}^1 = 0,265$$

Exercice 5.

© Théo Jalabert

Soit B le montant de pension mensuel après révision.

Pour déterminer B , on égalise la prime pure avant et après révision.

$$\Rightarrow 12 \times 1000 \times \ddot{a}_{65}^{(12)} = 12 \times B \times (\ddot{a}_{101}^{(12)} + {}_{10}E_{65} \ddot{a}_{75}^{(12)})$$

amende plan annuité garantie
de 10 ans remise viagère à 75 ans
qui m'a lieu que si l'assuré est
toujours en vie à 75 ans.

Oma :

$$* \ddot{a}_{65}^{(12)} = \ddot{a}_{65} - \frac{12-1}{24}$$
$$= 13,0917$$

$$* \ddot{a}_{101}^{(12)} = \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i+5\%}\right)^{10}}{i^{(12)}} \quad \text{avec } i^{(12)} = 12 \left(\left(1+i\right)^{\frac{1}{12}} - 1 \right) = 0,048889$$
$$= 7,8971$$

$$* \ddot{a}_{75}^{(12)} = \ddot{a}_{75} - \frac{12-1}{24}$$
$$= 9,8597$$

$$\Rightarrow B = 1000 \ddot{a}_{65}^{(12)} = 980,6476 \text{ €} \Rightarrow \text{L'assuré peut avoir une annuité garantie pendant 10 ans moyenmannr une réduct° de 20 € par mois dans sa pension.}$$