Gestion de portefeuille
Actuariat, mai 2018, durée 2h

Feuille de formules et calculatrice autorisées, documents interdits

On reprend ici les notations utilisées en cours.

1. On considère un marché à deux actifs $A_1(\mu_1, \sigma_1)$ et $A_2(\mu_2, \sigma_2)$ avec $\mu_1 < \mu_2$ et $\sigma_1 < \sigma_2$ (avec μ_i le rendement espéré de l'actif A_i et σ_i son écart-type). Supposons que le coefficient de corrélation entre les rendements aléatoires de ces actifs est d'abord $\rho = -1$ et ensuite $\rho = 1$. Sur ce marché les ventes à découvert sont interdites. Dans chaque cas ($\rho = -1$ et $\rho = 1$) :
   (a) Donner l'équation de frontière efficiente.
   (b) Tracer la frontière efficiente.
   (c) Que change (graphiquement) si les ventes à découvert sont permises ?
2. Considérons un marché à n actifs risqués corrélés. Notons $\bar{\sigma}^2$ la moyenne des variances des actifs et $\overline{cov}$ la moyenne des covariances entre les actifs. Montrer que la variance du portefeuille équipondéré converge vers $\overline{cov}$ quand $n \to \infty$.
3. On se place sous les hypothèses du MEDAF. Supposons que le portefeuille du marché est composé des 3 titres risqués du marché, notés A, B et C. Les valeurs (en milliards d'euros) de ces actifs dans le portefeuille du marché et les rendements espérés μ_i sont donnés dans le tableau suivant. On sait par ailleurs qu'il existe un actif non risqué dont le taux de rendement est de $r_f = 3\%$.

Actif	A	B	C
capitalisation	250	150	100
μ_i	3%	2.5%	5%

   (a) Donner le vecteur poids du portefeuille de marché M et en déduire sa rentabilité espérée.
   (b) Calculer pour chaque actif son β.
   (c) Un portefeuille est composé ainsi :

Actif	r_f	A	B	C
montant investi	10	45	27	18

   Donnez le β du portefeuille et son rendement attendu.
   (d) Le portefeuille est-il efficient ? Justifier votre réponse.
4. Soit un marché avec 5 actifs A, B, C, D et E. Considérons les vues suivantes :
   -L'actif A sur-performera la somme des actifs C et E de 1%. La confiance dans cette vue est de 60%.
   -L'actif B aura un rendement de 3%. L'agent est certain de cette vue.
   Ecrire P, q et Ω.
5. On considère un portefeuille équipondéré de n actifs. Soit $\tilde{R} = (\tilde{R}_1 ... \tilde{R}_n)$ le vecteur des rendements annuels. On suppose que $\tilde{R}$ est un vecteur aléatoire de vecteur moyenne $\mu = (\mu_1 ... \mu_n)$ et de matrice de variance-covariance $\Sigma = (\sigma_{ij})_{1 \leq i,j \leq n}$, $\sigma_{ij} = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$. On se place dans le cas où les rendements des actifs ne sont pas corrélés ($\rho_{ij} = 0$ si $i \neq j$) et les actifs présentent la même volatilité ($\sigma_i = \sigma > 0$).

(a) Donnez l'expression du ratio de Sharpe du portefeuille.

(b) Montrez alors que le ratio de Sharpe du portefeuille est une combinaison linéaire des ratios de Sharpe des actifs :

$$Sh = \sum_{i=1}^{n} p_i sh_i.$$

(c) Vérifiez alors que $0 < p_i < 1$.

6. On considère un marché avec n actifs risqués et un actif sans risque. On s'intéresse aux portefeuilles optimaux au sens du critère espérance-variance $(\mathbb{E}(R_p) - \frac{k}{2}Var(R_p))$.

(a) En utilisant les notations du cours, préciser quel est le problème d'optimisation selon le critère espérance-variance.

(b) Quel est le portefeuille optimal ?

7. Un investisseur envisage d'ajouter un autre actif dans son portefeuille. Déterminer quelle devrait être la corrélation entre le nouvel actif et l'ancien portefeuille de l'investisseur afin de lui permettre de constituer un portefeuille optimal.

Exercice 1 :

Cas où $\rho = -1$:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & -\sigma_1\sigma_2 \\ -\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \qquad Cov = \rho\sigma_1\sigma_2 = -\sigma_1\sigma_2 \Rightarrow \det \Sigma = 0$$

Donc Σ non inversible

$\longrightarrow$ on ne peut pas appliquer les formules.

a) $P : (\alpha \;\; 1-\alpha)' \qquad \alpha \in [0,1]$

On cherche une relation entre μ_P et σ_P

$$\mu_P = \alpha\mu_1 + (1-\alpha)\mu_2 \quad \Rightarrow \alpha = \frac{\mu_P - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2}$$

$$\sigma_P^2 = Var(\alpha A_1 + (1-\alpha)A_2) = \alpha^2 Var(A_1) + (1-\alpha)^2 Var(A_2) + 2\alpha(1-\alpha)\overbrace{Cov(A_1,A_2)}^{\rho\sigma_1\sigma_2 = -\sigma_1\sigma_2}$$

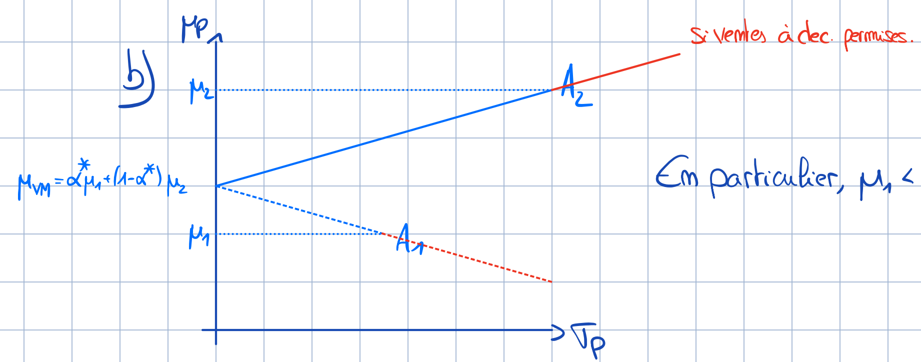
$$= \alpha^2\sigma_1^2 + (1-\alpha)^2\sigma_2^2 - 2\alpha(1-\alpha)\sigma_1\sigma_2$$

$$\Rightarrow \sigma_P^2 = (\alpha\sigma_1 - (1-\alpha)\sigma_2)^2$$

$$\Rightarrow \sigma_P = |\alpha\sigma_1 - (1-\alpha)\sigma_2|$$

$$\Rightarrow \sigma_P = \left| \frac{\mu_P - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2}\sigma_1 - \frac{\mu_1 - \mu_P}{\mu_1 - \mu_2}\sigma_2 \right|$$

b)



En particulier, $\mu_1 < \mu_{VM} < \mu_2$

c) Si les ventes à découverts sont permises $\Rightarrow$ (Voir éléments en rouge sur le graphique ci-dessus)

Cas où $\rho = 1$:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1\sigma_2 \\ \sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \qquad Cov = \rho\sigma_1\sigma_2 = \sigma_1\sigma_2 \Rightarrow \det\Sigma = 0$$

Donc Σ non inversible

$\longrightarrow$ on ne peut pas utiliser les formules.

a) $P : (\alpha \;\; 1-\alpha)' \qquad \alpha \in [0,1]$

On cherche une relat° entre μ_P et σ_P

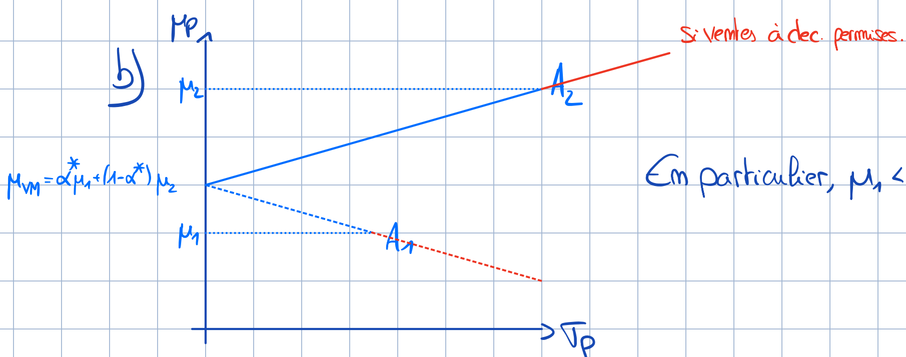
$$\mu_P = \alpha\mu_1 + (1-\alpha)\mu_2 \quad \Rightarrow \alpha = \frac{\mu_P - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2}$$

$\rho\sigma_1\sigma_2 = \sigma_1\sigma_2$

$$\sigma_p^2 = Var(\alpha A_1 + (1-\alpha)A_2)$$
$$= \alpha^2 Var(A_1) + (1-\alpha)^2 Var(A_2) + 2\alpha(1-\alpha)Cov(A_1,A_2)$$
$$= \alpha^2\sigma_1^2 + (1-\alpha)^2\sigma_2^2 + 2\alpha(1-\alpha)\sigma_1\sigma_2$$
$$= (\alpha\sigma_1 + (1-\alpha)\sigma_2)^2$$

$$\Longrightarrow \sigma_p = \alpha\sigma_1 + (1-\alpha)\sigma_2$$

b)



Em particulier, $\mu_1 < \mu_{VM} < \mu_2$

c) Si les ventes à découverts sont permises $\Longrightarrow$ (Voir éléments en rouge sur le graphique ci-dessus)

Exercice 2 :

$P : (\frac{1}{n} \text{ — } \frac{1}{n})'$ $\qquad \overline{\sigma^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2$ et $\overline{Cov} = \frac{2}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{j=1\\j>i}}^{n} Cov_{ij}$

$$\sigma_p^2 = Var\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} A_i\right)$$
$$= \frac{1}{n^2} Var\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right)$$

Or $Var\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{j=1\\j>i}}^{n} Cov_{ij}$

$$\Longrightarrow \sigma_p^2 = \underbrace{\frac{1}{n}}_{\xrightarrow[n\to\infty]{} 0}\overline{\sigma^2} + \underbrace{\frac{2}{n^2}\times\frac{n(n-1)}{2}}_{\xrightarrow[n\to\infty]{} 1}\overline{Cov} \xrightarrow[n\to\infty]{} \overline{Cov}$$

Exercice 3 :

$r_f = 3\%$ et

Actif	A	B	C
Capitalisation	250	150	100
μ_i	3%	2,5%	5%

a) Capitalisation totale $= 250 + 150 + 100$
$= 500$ milliards d'€

Vecteur poids de M : $\omega_M = (\omega_A, \omega_B, \omega_C)$

avec $\omega_A = 250/500 = 0{,}5$
$\omega_B = 150/500 = 0{,}3$
$\omega_C = 100/500 = 0{,}2$

3. On se place sous les hypothèses du MEDAF. Supposons que le portefeuille du marché est composé des 3 titres risqués du marché, notés A, B et C. Les valeurs (en milliards d'euros) de ces actifs dans le portefeuille du marché et les rendements espérés μ_i sont donnés dans le tableau suivant. On sait par ailleurs qu'il existe un actif non risqué dont le taux de rendement est de $r_f = 3\%$.

Actif	A	B	C
capitalisation	250	150	100
μ_i	3%	2.5%	5%

(a) Donner le vecteur poids du portefeuille de marché M et en déduire sa rentabilité espérée.

(b) Calculer pour chaque actif son β.

(c) Un portefeuille est composé ainsi :

Actif	r_f	A	B	C
montant investi	10	45	27	18

Donnez le β du portefeuille et son rendement attendu.

(d) Le portefeuille est-il efficient ? Justifier votre réponse.

Le rendement espéré du port. du marché μ_M est la somme pondérée des rendements espérés des actifs :

$$\mu_M = \omega_A\mu_A + \omega_B\mu_B + \omega_C\mu_C = 0{,}5\times0{,}03 + 0{,}3\times0{,}025 + 0{,}2\times0{,}05 = 0{,}0325 = 3{,}25\%$$

b) MEDAF : $\mu_i = r_f + \beta_i(\mu_M - r_f)$

$\Rightarrow \beta_i = \frac{\mu_i - r_f}{\mu_M - r_f} \quad \Rightarrow \beta_A = 0$

$\beta_B = -2$

$\beta_C = 8$

c)

Actif	r_f	A	B	C
montant investi	10	45	27	18

On considère un nouveau port. P constitué de la façon présenté dans le tableau.

Les poids associés aux actifs sont $\omega_{r_f} = 0,1$; $\omega_A = 0,45$; $\omega_B = 0,27$; $\omega_C = 0,18$

$\Rightarrow \omega_P = (0,1 \;\; 0,45 \;\; 0,27 \;\; 0,18)$

Donc $\beta_P = \omega_A \beta_A + \omega_B \beta_B + \omega_C \beta_C$

$= 0,45 \times 0 + 0,27 \times (-2) + 0,18 \times 8$

$= 0,9$

Le rendement attendu du nouveau port. μ_P est :

$\mu_P = \omega_{r_f} r_f + \omega_A \mu_A + \omega_B \mu_B + \omega_C \mu_C$

$= 0,1 \times 0,03 + 0,45 \times 0,03 + 0,27 \times 0,025 + 0,18 \times 0,05$

$= 0,03225 = 3,225\,\%$

d) Pour déterminer si le nouveau port. est efficient, on doit vérifier si cela coïncide avec le MEDAF,

Ainsi, sous MEDAF, $\mu_P = r_f + \beta_P(\mu_M - r_f)$

$\Rightarrow \mu_P = 0,03 + 0,9(0,0325 - 0,03)$

$= 0,03225$

$= 3,225\,\%$

Donc le rendem^t attendu du nouveau port μ_P est en accord avec la relat° MEDAF

$\Rightarrow$ Le port. est efficient.

Exercice 4 :

$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1/2 & 0 & -1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad q = \begin{pmatrix} 1\% \\ 3\% \end{pmatrix}$

$\Omega = \begin{pmatrix} 40\% & \\ & 0\% \end{pmatrix}$

Exercice 5 :

On considère un port. equipondéré de m actifs P.

a) $Sh_P = \frac{\mu_P - r_f}{\sigma_P}$ $\quad P : (\frac{1}{m} \text{ — } \frac{1}{m})'$

$$\Rightarrow \mu_P = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{m} \mu_i$$

et $\sigma_P^2 = Var(\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{m} A_i) = \frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^{m} \sigma_i^2$ car les actifs ne sont pas corrélés

Donc, $Sh_P = \frac{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \mu_i - r_f}{\frac{1}{m}\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\sigma_i^2}} = \frac{\sum_{i=1}^{m}(\mu_i - r_f)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\sigma_i^2}}$

b) $Sh_P = \sum_{i=1}^{m} \frac{\mu_i - r_f}{\sigma_i} \times \frac{\sigma_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\sigma_i^2}} = \sum_{i=1}^{m} Sh_i \times \underbrace{\frac{\sigma_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\sigma_i^2}}}_{\rho_i} = \sum_{i=1}^{m} \rho_i Sh_i$

c) Les σ_i sont $>0 \Rightarrow \rho_i > 0$

Les $\sigma_i^2 < \sum_{j=1}^{m} \sigma_j^2 \Rightarrow \rho_i < 1$

Exercice 6 :

a) Le problème d'optimisation selon le critère espérance-variance est :

$$\max_{(w, w_{m+1}) \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}} \overbrace{\mathbb{E}[R_P]}^{\text{rendement espéré}} - \frac{k}{2} \overbrace{Var(R_P)}^{w'\Sigma w} \qquad \text{où } \mathbb{E}[R_P] = w'\mu + w_{m+1} r_f$$

$$sc \quad w' 1_{\mathbb{R}^m} = 1 - w_{m+1}$$

b) On se débarasse de la contrainte :

$$\max_{w \in \mathbb{R}^m} w'\mu + r_f(1 - w' 1_{\mathbb{R}^m}) - \frac{k}{2} w'\Sigma w = \max_{w \in \mathbb{R}^m} w'(\mu - r_f 1_{\mathbb{R}^m}) + r_f - \frac{k}{2} w'\Sigma w$$

$$= \max_{w \in \mathbb{R}^m} w'\Pi + r_f - \frac{k}{2} w'\Sigma w$$

Le lagrangien du pb est : $\mathcal{L}(w) = w'\Pi + r_f - \frac{k}{2} w'\Sigma w$

$\nabla_w \mathcal{L}(w) = \Pi - k\Sigma w \Rightarrow w^* = \frac{1}{k}\Sigma^{-1}\Pi$

Or $w_{m+1}^* = 1 - w^{*\prime} 1_{\mathbb{R}^m} \Rightarrow w_{m+1}^* = 1 - \frac{1}{k}\Pi'\Sigma^{-1} 1_{\mathbb{R}^m}$

De plus, $\nabla_w(\nabla_w \mathcal{L}(w)) = -k\Sigma \Rightarrow w \mapsto \mathcal{L}(w)$ est concave $\longrightarrow$ le max existe.

Donc le portefeuille optimal est $(w^* \quad w_{n+1}^*)$

Exercice 7 :

Exo 1 :

Cas $\rho = -1$:

a) $P : (\alpha \quad 1-\alpha)'$ $\quad \alpha \in [0,1]$ car ventes à découvertes interdites.

$$\mu_P = \alpha \mu_1 + (1-\alpha)\mu_2 \implies \alpha = \frac{\mu_P - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \text{ et } 1-\alpha = \frac{\mu_1 - \mu_P}{\mu_1 - \mu_2}$$

$$\begin{aligned}\sigma_P^2 &= Var(\alpha A_1 + (1-\alpha)A_2) \\ &= \alpha^2 \sigma_1^2 + (1-\alpha)^2 \sigma_2^2 - 2\alpha(1-\alpha)\sigma_1\sigma_2 \\ &= (\alpha\sigma_1 - (1-\alpha)\sigma_2)^2\end{aligned}$$

$$\implies \sigma_P = |\alpha\sigma_1 - (1-\alpha)\sigma_2|$$

$$= \left| \frac{\mu_P - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2}\sigma_1 - \frac{\mu_1 - \mu_P}{\mu_1 - \mu_2}\sigma_2 \right|$$

b) ok

c) ok

Cas $\rho = 1$: ok

Exo 2 :

$$\overline{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 \quad \text{et} \quad \overline{\text{cov}} = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{\substack{i,j \in [\![1,n]\!]^2 \\ i \neq j}} Cov(A_i, A_j)$$

Soit $P : (\frac{1}{n} \text{ —— } \frac{1}{n})'$ ← Port. equipondéré

$$\sigma_P^2 = Var\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n} A_i\right)$$

$$= \frac{1}{n^2} Var\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right)$$

$$= \frac{1}{n^2}\left(\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 + 2 \sum_{\substack{i,j \in [\![1,n]\!] \\ i \neq j}} Cov(A_i, A_j)\right)$$

$$= \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2 + \frac{2}{n^2}\sum_{\substack{i,j \in [\![1,n]\!]^2 \\ i \neq j}} Cov_{ij}$$

$$= \frac{1}{n}\overline{\sigma}^2 + \frac{n(n-1)}{n^2}\overline{\text{cov}} \qquad \text{car } \overline{\text{cov}} = \frac{2}{n(n-1)}\sum_{i \neq j} Cov_{ij}$$

$$\implies \lim_{n\to\infty} \sigma_P^2 = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\overline{\sigma}^2 + \frac{n(n-1)}{n^2}\overline{\text{cov}} = \overline{\text{cov}}$$

Exo3 :

a) Capitalisat° totale = 250+150+100

$\Rightarrow \omega_A = \frac{250}{500} = 0,5 = 50\%$

$\omega_B = \frac{150}{500} = 0,3 = 30\%$

$\omega_C = \frac{100}{500} = 0,2 = 20\%$

$\Rightarrow \mu_M = \omega_A \mu_A + \omega_B \mu_B + \omega_C \mu_C$

$= 0,0325$

$= 3,25\%$

b) On est sous MEDAF

$\Rightarrow \mu_i = r_f + \beta_i(\mu_M - r_f)$

$\Rightarrow \beta_i = \frac{\mu_i - r_f}{\mu_M - r_f}$

$\Rightarrow \beta_A = 0 \quad \beta_B = -2 \quad \beta_C = 8$

c) Ici $\omega_A = 45\%$ $\omega_B = 27\%$ $\omega_C = 18\%$ $\omega_{r_f} = 10\%$

$\beta_P = 0,45 \times \beta_A + 0,27 \times \beta_B + 0,18 \times \beta_C$

$= 0,27 \times (-2) + 0,18 \times 8$

$= 0,9$

et $\mu_P = \omega_{r_f} r_f + \omega_A \mu_A + \omega_B \mu_B + \omega_C \mu_C$

$= 0,3225$

d) Oui car le μ_P sous MEDAF $\mu_P = r_f + \beta_P(\mu_M - r_f) = 0,9$ coïncide avec le rendem^t attendu.

Exo4 :

$\pi = \mu - r_f$

$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$q = \begin{pmatrix} 1\% \\ \boxed{3\% - r_f} \end{pmatrix}$ → prime de risque

rendement de B

$\Omega = \begin{pmatrix} 40\% & \\ & 0 \end{pmatrix}$

Exo 5 :

a) $Sh_p = \dfrac{\mu_p - r_f}{\sigma_p}$

$\mu_p = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \mu_i \implies \mu_p - r_f = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}[\mu_i - r_f]$

et $\sigma_p^2 = \frac{1}{m^2}\sum_{i=1}^{m} \sigma_i^2 = \frac{1}{m^2} m\sigma^2$ car les $\sigma_i = \sigma$

$\implies Sh_p = \dfrac{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(\mu_i - r_f)}{\frac{1}{m}\sqrt{m\sigma^2}} = \dfrac{\sum_{i=1}^{m}(\mu_i - r_f)}{\sqrt{m\sigma^2}}$

b) $Sh_p = \sum_{i=1}^{m} \underbrace{\frac{(\mu_i - r_f)}{\sigma_i}}_{Sh_i} \times \underbrace{\frac{\sigma_i}{\sqrt{m\sigma^2}}}_{\rho_i}$

c) $\rho_i > 0$ car $\sigma_i > 0$

et comme $\sigma_i = \sigma \implies \rho_i = \frac{\sigma}{\sqrt{m\sigma^2}} = \frac{1}{\sqrt{m}} < 1$ car $m > 1$.

Exo 6

$$\max_{(\omega, \omega_{ma}) \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}} \omega'\mu + \omega_{ma} r_f - \frac{k}{2}\omega'\Sigma\omega$$

sc $\omega' \mathbb{1}_{\mathbb{R}^m} = 1 - \omega_{ma}$

$= \max_{\omega \in \mathbb{R}^m} \omega'\underbrace{(\mu - r_f \mathbb{1}_{\mathbb{R}^m})}_{\pi} + r_f - \frac{k}{2}\omega'\Sigma\omega$

$= \max_{\omega \in \mathbb{R}^m} r_f + \omega'\pi - \frac{k}{2}\omega'\Sigma\omega.$

b) $\mathcal{L}(\omega) = r_f + \omega'\pi - \frac{k}{2}\omega'\Sigma\omega$

$\nabla_\omega \mathcal{L}(\omega) = \pi - k\Sigma\omega = 0$

$\implies \omega = \frac{1}{k}\Sigma^{-1}\pi$

De + $\nabla_\omega(\nabla_\omega \mathcal{L}(\omega)) = -k\Sigma < 0 \implies \omega \mapsto \mathcal{L}(\omega)$ est concave $\implies$ max existe.

$\implies \omega^* = \frac{1}{k}\Sigma^{-1}\pi \implies \omega_{ma} = 1 - \frac{1}{k}\pi'\Sigma^{-1}\mathbb{1}_{\mathbb{R}^m}$

$\implies$ Portefeuille opt. $\left(\frac{1}{k}\Sigma^{-1}\pi \quad 1 - \frac{1}{k}\pi'\Sigma^{-1}\mathbb{1}_{\mathbb{R}^m}\right)$

Exo 7 :

Soit $P : (\omega_1 \dots \omega_m)'$

$M : (\omega_1 — \omega_m \ \alpha)$ $\to B$

$$\sigma_M^2 = Var\left(\sum \omega_i A_i + \alpha B\right)$$

$$= \underbrace{Var\left(\sum \omega_i A_i\right)}_{\sigma_P^2} + \underbrace{Var(\alpha B)}_{\sigma_B^2} + 2\,\underbrace{Cov\left(\sum \omega_i A_i ; \alpha B\right)}_{Cov(P;\alpha B)}$$

On veut que $\sigma_M^2 \leq \sigma_P^2$

$$\Rightarrow \sigma_B^2 + 2Cov(P,\alpha B) \leq 0$$

$$\Rightarrow \sigma_B^2 + 2\alpha Cov(P,B) \leq 0$$

$$\Rightarrow Cov(P,B) \leq -\frac{\sigma_B^2}{2\alpha}$$

Donc la corrélat° entre l'ancien port. et le nouveau doit être inférieur à $-\frac{\sigma_B^2}{2\alpha}$ où B est le nouvel actif, σ_B^2 sa variance et α son poids.