

Gestion Actif-Passif

ISFA M2 Actuariat - Examen 1^{ère} Session 2017 – 1h

Calculatrices autorisées – Supports de cours interdits

1. Questions de cours (10pts)

Chaque question est notée sur 2 points et doit être répondue de manière concise (2-3 phrases maximum). Le cas échéant, un schéma peut venir compléter l'argumentation.

- a) Qu'est-ce que les gaps actif-passif ? Comment les détermine-t-on ?
- b) Donner la définition de la *Value of In-Force*, en termes et en formules.
- c) Comment écrit-on la revalorisation d'un contrat d'épargne ayant un TMG de 2% et 90% de taux de participation aux bénéfices ?
- d) Comment vérifier le caractère *Market Consistent* d'un univers de valorisation?
- e) Présenter un élément contribuant à l'écart de convergence dans les projections stochastiques

2. Exercice de TD : Manipulation sur les obligations (5pts)

Une obligation arrive à maturité dans 2 ans, verse un coupon annuel c et remboursera le nominal N à l'échéance. Soient $P^{\text{marché}}$ son prix de marché et D sa duration. Les facteurs d'actualisation risque neutres pour les prochaines années sont : $DF_1^{RN} = 95\%$ et $DF_2^{RN} = 90\%$.

- a) Donner la formule donnant le prix de l'obligation P^{RN} dans l'univers risque neutre.
- b) Ecrire la condition assurant la *Market Consistency* de l'univers de valorisation. En déduire le ratio de risque neutralisation δ à appliquer aux coupons et au nominal.
- c) Ecrire la formule de la duration D de l'obligation.
- d) Application numérique : Déterminer P^{RN} , δ et D en considérant $c = 2$, $N = 100$ et $P^{\text{marché}} = 90$

3. Exercice d'application : Best Estimate d'une rente viagère (5pts)

Soit un contrat de rente viagère, d'arrérage annuel de 1€, à terme échu. On note i le taux d'intérêt technique et ${}_k p_x$ la probabilité de survie d'un individu entre les âges x et $x + k$.

Dans ces circonstances, on peut déduire la provision mathématique du rentier :

$$a_x = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{{}_k p_x}{(1+i)^k}$$

L'assureur reçoit une prime équivalente à la provision mathématique et l'investit dans un actif non risqué. Le rendement annuel de l'actif est donc égal au taux d'actualisation r .

- a) Comme ${}_k p_x = {}_{k-1} p_{x+1} \times {}_1 p_x$, donner la relation entre a_x et a_{x+1} .

A la fin de la première année, l'actif est revalorisé au taux sans risque, et est diminué de l'arrérage payé aux survivants. Le passif est réévalué, en fonction des survivants, et du nouvel âge $x + 1$.

- b) A l'aide du bilan à $t=1$, déduire l'expression du résultat pour l'assureur.
- c) Ecrire la formule du BEL pour ce portefeuille. Commenter en fonction du signe de $(r - i)$.