



Du Forward Point de vue au Backward point de vue:

Nouvelles définitions
des taux de marché non collatéralisés

Nicole El Karoui, Master 2024/2025



Disparition du Libor

L' événement de l'année 2022 ?

affecte 350 trillons de dollars

dans les différents secteurs d'activité
de l'économie et des banques en particulier ?



Des taux presque sans risque, au jour le jour

Les taux au jour le jour, les RFR

- RFR= overnight rates
- US: SOFR (Secured Overnight Funding Rate)
- UK: SONIA (reformed SONIA (Sterling Overnight Index Average) sera ainsi remplacé par l' ESTER
- EUR: €STER (Euro ShortTerm Rate)

Transition très impactante

éGroupes de travail des régulateurs et ISDA pour définir les nouveaux contrats cadres Pour les établissements, Plan d'action, recensement des documents, Revues des contrats, communication en interne et auprès des clients, Probablement beaucoup de stages dans ce domaine pour vous



• Comment remplacer des taux Libor 3 mois ? partir d'un RFR

Deux méthodes envisagées

- Le point de vue Bakward
 - Basé sur la base de composition des taux courts,
- Le point de vue Forward
 - Basé sur une prediction implicite du taux, de nature prospective (usage limité)

Principales conséquences

- Le premier choix a conduit (et conduit encore) à la définition :
 - de nouveaux contrats à termes et futurs
 - de nouveaux swaps vanilla (RFR), et autres dérivés
- le second semble être privilégié pour faciliter certaines estimations et approximations



Evolution des modèles

de taux d'intérêt

é D' après Fabio Mercurio



Nouvelle définition du short rate r_t

Une definition plus précise du taux sans risque

- Même principes et notations que précédemment, mais
- Le taux court est un taux court d'un monde **collatéralisé**.
- Comme avant, un univers avec proba-risque neutre
- Zero-coupon et forwards ZC sont définis comme précédemment

Definition des taux backwards

- dans une structure discrète $0 < T_1 < \dots < T_j \dots \leq T_M$
- $\tau_j = T_j - T_{j-1}$ en fraction d'année, $r_i = r_{t_i}$,
- δ_i =nbre de jours trading t_i entre les deux dates
- Définition du taux entre $(T_{j-1}, T_j]$, où $r_i = r_{t_i}$

$$R^b(T_{j-1}, T_j) = \frac{1}{\tau_j} \prod_{i=1}^n [(1 + r_i \delta_i) - 1] \quad (1)$$



Version en temps continu

Liens avec les taux classiques

- $\tau_j R^b(T_{j-1}, T_j) = \exp\left(\int_{T_{j-1}}^{T_j} r_u du\right) - 1$
- Pour t , $\eta(t) = \inf\{j : T_j \geq t\}$, l'indice de la date la plus proche de t

Forward Looking Point de vue

- Comme les Libor, ce sont des taux prédéterminés
- Mais partant d'un Backward looking taux,
- Le forward looking taux est
 - le taux forward, en T_{j-1} du taux backward en $R(T_{j-1}, T_j)$,
 - $F(T_{j-1}, T_j) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}_{T_j}} [R^b(T_{j-1}, T_j) | \mathcal{F}_{T_{j-1}}]$
 - par extension, $R_j^f(t) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}_{T_j}} [R^b(T_{j-1}, T_j) | \mathcal{F}_t]$, pour tout t



Sous la proba risque neutre

- $1 + \tau_j R_j^f(t) = B(t, T_{j-1})/B(t, T_j)$, for any t
- Pour $t < T_{j-1}$, $1 + R_j^f(t) = B_t(T_{j-1}, T_j)^{-1}$

On retrouve la définition de principe des taux Libor forward.

Difference d'implémentation

La principale différence est que

- ce taux n'est pas coté directement dans le marché,
- à la différence du taux court RFR



Modélisation stochastique

Proche of Libor Market Model

Sous la probabilité $\mathbf{Q}^{T_j} = (\mathbf{Q}^j)$, le taux backward looking est martingale

- $dR_j^b(t) = \sigma_i(t)g_j(t)dW^j(t)$
- $g_j(t) = 1$ sur $[0, T_{j-1}]$, nulle sur $[T_j, \infty)$; $g_j(t)$ différentiable et décroissante sur (T_{j-1}, T_j)

• Remarque

- La différence avec le LLM Model est que le taux ne s'arrête pas en T_{j-1} mais continue à évoluer jusqu'en T_j
- Les browniens peuvent être corrélés