

Modèles de durée / Examen du 15 janvier 2012

Durée 2h – aucun document n'est autorisé

Problème : construction d'un modèle continu à partir d'un modèle discret

La qualité de la rédaction, des justifications apportées et de la présentation de la copie seront prises en compte dans la notation.

On suppose données pour x entier des probabilités conditionnelles de décès q_x .

Question n°1 (1 point) : Rappelez le lien entre les probabilités q_x et la fonction de survie du modèle $S(x)$. La donnée de q_x , $x = 1, 2, \dots$ suffit-elle à définir complètement S ?

Question n°2 (2 points) : Rappelez la définition de la fonction de survie conditionnelle $S_x(u)$ et son expression en fonction de S .

Question n°3 (2 points) : On suppose que pour x entier et $u \in [0, 1[$, $S_x(u) = (1 - q_x)^u$. Quelle est la fonction de hasard du modèle sur $[x, x+1[$? Quelle propriété remarquable présente-t-elle ?

Question n°4 (2 points) : Rappelez l'expression de la vraisemblance d'un modèle de durée en présence de censure aléatoire droite. Quelles sont les hypothèses sur la censure pour que cette expression soit valable ?

Question n°5 (2 points) : Donnez un exemple simple de censure aléatoire droite informative.

Question n°6 (2 points) : Comment adapter l'expression obtenue à la question 4 en présence de troncature gauche ? La formule sera justifiée avec soin.

Question n°7 (3 points) : A l'aide des questions 3 et 4, écrire la vraisemblance du modèle en présence de censure aléatoire droite sur l'intervalle $[x, x+1[$. Quelle est la loi du nombre de sorties sur cet intervalle ?

Question n°8 (3 points) : Donnez l'expression de la fonction de survie du modèle S en un point $x+u$ avec x entier et $u \in [0, 1[$. S est-elle continue ?

Question n°9 (3 points) : Proposez une autre méthode d'extrapolation de la fonction de survie qui vous semblerait justifiable en expliquant pourquoi.