Econométrie 1
M1 Actuariat

Préambule

Description

Les TDs d'économétrie 1 sont un support du cours d'introduction aux techniques économétriques de base. Nous verrons les concepts de base liés à la mise en oeuvre des modèles économétriques standards. La première partie des séances de TD concerne les modèles linéaires et l'ensemble des aspects liés à la mise en oeuvre de la méthode par moindres carrés ordinaires (MCO). Nous verrons les principes de base liés à la mise en oeuvre de cette technique d'estimation standard ainsi que les limites et moyens d'y faire face inhérents à ce type de modèles. La deuxième partie des TDs s'intéresse aux modèles à choix discrets (Logit et Probit), mis en oeuvre lorsque la variable à expliquer n'est plus continue. L'objectif des TDs va être de présenter l'ensemble des aspects vus en cours d'économétrie par l'apprentissage d'exercices appliqués. Chacun des exercices fait appel à des notions vues en cours qu'il est nécessaire de connaitre et de maîtriser en vue de l'examen. Les exercices d'application pourront être complétés par des applications sur le logiciel STATA et/ou R que nous verrons ensembles et qui pourront être à reproduire chez vous.

Bibliographie

— Wooldridge, J. Introductory Econometrics : A Modern Approach, Michigan State University, 2012
— James H. Stock & Mark W. Watson, Introduction to Econometrics, 4th Edition, 2019, Pearson

Liens utiles

— https ://sites.google.com/site/econometricsacademy/home
— https ://www.econometrics-with-r.org/index.html

Contact

Email : morgane.plantier@univ-lyon1.fr

Séance 1 - Le modèle de régression linéaire

Objectifs à atteindre

— Calculer les paramètres et la série des résidus d'une modèle de régression simple.
— Estimer la variance résiduelle et les variances des coefficients.
— Présenter les différentes écritures du modèle de régression.

Rappels de cours

Cas du modèle de régression simple

Dans le cadre spécifique du modèle de régression simple, les paramètres du modèles à estimer sont donnés par :

$$\hat{a_1} = \frac{\sum_{t=1}^{t=n}(y_t - \bar{y})(x_t - \bar{x})}{\sum_{t=1}^{t=n}(x_t - \bar{x})^2}$$

$$\hat{a_0} = \bar{y} - \hat{a_1}\bar{x}$$

Dans le cadre des MCO, la formule de la variance résiduelle est données par :

$$\hat{\sigma_\epsilon}^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n} e^2}{n-k}$$

On peut en déduire l'estimateur de la variance de chaque paramètre :

$$\hat{\sigma}^2_{\hat{a}_0} = \hat{\sigma_\epsilon}^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{t=1}^{n}(x_t - \bar{x})^2}\right)$$

$$\hat{\sigma}^2_{\hat{a}_1} = \frac{\hat{\sigma_\epsilon}^2}{\sum_{t=1}^{n}(x_t - \bar{x})^2}$$

Cas du modèle de régression multiple

Le modèle sous la forme matricielle s'écrit : $Y = Xa + \epsilon$.

L'estimateur des MCO est donné par : $\hat{a} = (X'X)^{-1}X'Y$.

La matrice de variance-covariance des coefficients est données par :

$$\hat{\Omega}_{\hat{a}} = \hat{\sigma_\epsilon}^2 (X'X)^{-1}$$

Exercices

Exercice 1 : Le modèle de régression simple

Soit la variable à expliquer (ou variable endogène) y_t et la variable explicative (ou variable exogène) x_t connues sur 12 périodes. Les valeurs sont reportées dans le tableau 1.

t	y_t	x_t
1	20	54
2	19	53
3	21	59
4	21	66
5	23	63
6	20	62
7	25	65
8	24	60
9	28	59
10	27	65
11	31	70
12	33	65

Table 1 – Données

On souhaite estimer la relation suivante : $y_t = a_0 + a_1 x_t + \epsilon_t \qquad t = 1, ..., n$.
Avec :
y_t = variable à expliquer,
x_t = variable explicative,
a_0 et a_1 = paramètres du modèles à estimer (ou coefficient de régression),
n = nombre d'observations,
ϵ_t = terme d'erreur.

1. Tracer le graphique y_t en fonction de x_t et commenter le graphique.
2. Qu'est-ce que représente le terme d'erreur dans le modèle ? Quelles sont les hypothèses faites sur le terme ϵ_t dans le cadre des Moindres Carrés Ordinaires ?
3. Calculer les estimations des paramètres a_0 et a_1 et interpréter les résultats. En déduire la série des résidus.
4. Estimer la variance résiduelle et les écarts types des estimateurs a_0 et a_1.

Exercice 2 : Le modèle de régression linéaire multiple

Soit la variable à expliquer y_t et deux variables explicatives $x_{1,t}$ et $x_{2,t}$ observées sur 10 périodes. Les valeurs des variables sont reportées dans le tableau ci-dessous.

On cherche à estimer la relation suivante :

$$y_t = a_0 + a_1 x_{1,t} + a_2 x_{2,t} + \epsilon_t$$

1. Ecrire le modèle sous forme matricielle et estimer les paramètres du modèle.

t	y_t	$x_{1,t}$	$x_{2,t}$
1	12	7	48
2	21	9	40
3	24	11	18
4	24	12	28
5	13	7	40
6	17	9	32
7	21	12	31
8	26	14	24
9	31	19	22
10	30	21	25

Table 2 – Données

2. Calculer les résidus puis en déduire l'estimation de la variance résiduelle $\hat{\sigma}^2_\epsilon$.
3. Estimer la matrice des variances-covariances des coefficients.

Exercice 3 : Le modèle de régression linéaire multiple

A l'occasion de la phase de poules de la coupe du monde de rugby, le gérant d'un bar parisien a diffusé 10 rencontres du soir sur écran géant. Il a compté le nombre de consommations servies à ses clients pendant et après chacun des matchs. Dans le tableau suivant apparaissent les données recueillies, le nombre d'essais inscrits pendant le match, ainsi que la température extérieure (en degrés).

i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Conso	260	300	350	310	190	380	240	210	370	400
Essai	4	5	11	4	2	9	0	2	10	7
Temp	17	20	17	18	14	16	13	13	15	16

1. Ecrire un modèle permettant de déterminer l'impact du nombre d'essais inscrits et de la température sur l'activité du bar.
2. Réécrire le même modèle sous forme matricielle $Y = X\beta + u$ en précisant les éléments Y, X, β et u.
3. Ecrire et résoudre le programme permettant de trouver $\widehat{\beta}$, l'estimateur des MCO de β.
4. Interpréter les résultats obtenus.