

Crédibilité - Systèmes bonus-malus

Année universitaire 2011-2012 - Première session

20 janvier 2012 - Durée : 2 heures

Aucun document n'est autorisé.

Exercice n° 1

Considérons un assuré dont le nombre annuel de sinistres est distribué selon une loi de Poisson de paramètre Θ . Les montants de sinistres sont constants égaux à 1. La distribution *a priori* de Θ est une loi uniforme sur l'intervalle $[0, 1]$.

1. Quelle prime réclameriez-vous à cet assuré la première année ?
2. Lors de la première année d'observation, l'assuré a causé un sinistre.
 - a. Donnez la prime de Bayes pour cet assuré pour la deuxième période.
 - b. Donnez la prime de Bühlmann pour cet assuré pour la deuxième période.
3. Comparez ces primes et commentez le modèle (Poisson-uniforme) considéré.

Exercice n° 2

Dans le modèle de Bühlmann, avec les notations habituelles, donnez une interprétation de τ^2 , σ^2 et μ_0 . Déduisez-en le sens de variation de la prime de crédibilité en fonction de τ^2 , σ^2 et le nombre de périodes d'observation n .

N.B. : Présenter ces éléments sous forme d'un tableau synthétique.

Exercice n°3

Soit N_j le nombre annuel de sinistres causés par un conducteur du portefeuille. Supposons que, conditionnellement à $\Lambda\Theta$, les N_j soient des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées de loi de Poisson de paramètre $\Lambda\Theta$, où :

$$\Lambda = \begin{cases} 0,1, & \text{si l'assuré vit en zone rurale;} \\ 0,2, & \text{si l'assuré vit en zone urbaine.} \end{cases}$$

et

$$\Theta = \begin{cases} 0,5, & \text{avec la probabilité } 1/2; \\ 1,5, & \text{avec la probabilité } 1/2. \end{cases}$$

Les variables aléatoires Λ et Θ sont supposées indépendantes et le portefeuille est constitué de $3/5$ d'assurés vivant en zone rurale et de $2/5$ d'assurés vivant en zone urbaine.

De plus, pour simplifier, on supposera les montants de sinistres égaux à 1.

1. Un assuré vivant en zone rurale arrive dans ce portefeuille, quelle prime lui sera réclamée ?
2. Trois années plus tard, cet assuré n'a pas déclaré de sinistre au cours de cette période. Quelle est la réévaluation de sa fréquence annuelle de sinistre au terme de ces 3 ans ?
3. Afin de corriger l'hétérogénéité du portefeuille induite par Θ , la société d'assurance met en place un système bonus-malus à trois degrés (1; 2; 3) destiné à s'appliquer à l'ensemble de la population couverte. L'entrée se fait au niveau 3 puis :
 - chaque année sans sinistre est gratifiée d'une descente d'un degré dans l'échelle ;
 - au moindre sinistre, l'assuré est renvoyé au niveau 3.
 - a. Expliquez la problématique associée à la mise en place d'une échelle bonus-malus pour un portefeuille à la tarification segmentée (*moins de 5 lignes*).
 - b. Déterminez les coefficients de réduction-majoration des primes r_1, r_2, r_3 selon la méthode de Norberg (à l'aide de la distribution stationnaire).