

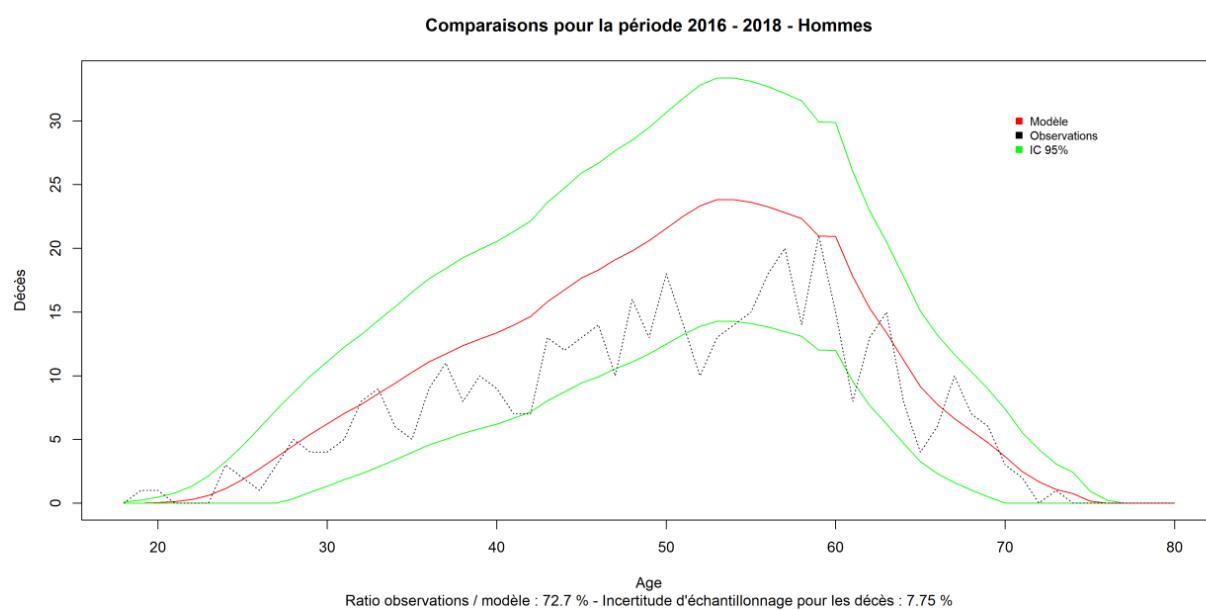
Modèles de durée / Examen / Janvier 2020

Durée 2h – aucun document n'est autorisé

La qualité de la rédaction, des justifications apportées et de la présentation de la copie seront prises en compte dans la notation. Chaque réponse doit être correctement justifiée : une réponse juste sans justification sera considérée comme fausse.

Comparaison de valeurs modélisées et observées dans le cadre de la construction d'une table de mortalité

Après avoir construit une table de mortalité à partir d'observations sur un portefeuille d'assurance, on vous remet le graphique suivant :



Question n°1 (2 points) : À quoi correspondent les 4 courbes représentées sur ce graphique ?

Question n°2 (2 points) : Que représentent les deux indicateurs chiffrés en dessous du graphique ? Quelle serait approximativement la valeur de l'incertitude d'échantillonnage si la période considérée était d'une année au lieu de 3 ?

Question n°3 (1 points) : Dans le contexte d'un contrat en cas de décès, la table ajustée est-elle prudente ?

On note E_x et D_x l'exposition au risque et le nombre de décès observé à l'âge $x = 20, \dots, 80$ et on suppose que la fonction de hasard du modèle est constante sur chaque intervalle $[x, x+1[$ et qu'elle est de plus « petite ».

On rappelle l'expression de la log-vraisemblance d'un modèle censuré à droite et tronqué à gauche :

$$\ln L_\theta(y_1, \dots, y_n, e_1, \dots, e_n) = \sum_{i=1}^n [d_i \times \ln h_\theta(t_i) + \ln S_\theta(t_i) - \ln S_\theta(e_i)]$$

Question n°4 (5 points) : Démontrez cette formule et rappelez les deux hypothèses sur les propriétés de la censure qu'il convient de faire pour qu'elle soit valide.

Question n°5 (3 points) : Décrire les données dont il faut disposer pour calculer (t_i, d_i, e_i) et les informations qui doivent accompagner cette base.

Question n°6 (3 points) : Comment sont calculés E_x et D_x ? Pour le calcul de l'exposition au risque, vous pourrez utiliser la vraisemblance d'un modèle exponentiel.

Question n°7 (4 points) : Donner, en fonction de E_x , D_x et du taux de mortalité ajusté que l'on notera q_x l'expression des différents éléments du graphique (les 4 courbes et les deux indicateurs).