Evaluation des OiA.

1) on peut écrire

pour n OiA $\quad \overset{nB^*}{K} = \begin{cases} nF & \text{si } \frac{NS^*}{NS_0} \leq 1 \\ \frac{NS^*}{NS_0} nF & \text{si } 1 < \frac{NS^*}{NS_0} < \alpha \\ \alpha n F & \text{si } \frac{NS^*}{NS_0} \geq \alpha \end{cases}$ Rbt total

On peut ajouter un 4e cas qui correspond au rbt partiel $K = \hat{V}^*$ si $\hat{V}^* < nF$.

2) $\hat{V}^* = NS^* + K$ (en cas de rbt total i.e. si $\hat{V}^* \geq nF$)

a) Rbt au prix mini donc $K = nF$ si $\frac{NS^*}{NS_0} \leq 1$

on a donc $\hat{V}^* = NS^* + nF$ si $NS^* \leq NS_0$

soit $nF \leq \hat{V}^* \leq NS_0 + nF$

b) Rbt au prix maxi donc $K = \alpha n F$ si $\frac{NS^*}{NS_0} \geq \alpha$

on a donc $\hat{V}^* = NS^* + \alpha n F$ si $NS^* \geq \alpha NS_0$

soit $\hat{V}^* \geq \alpha NS_0 + \alpha n F$

$\hat{V}^* \geq \alpha (NS_0 + nF)$

3)

	⓪ $\hat{V}^* < nF$	① $nF \leq \hat{V}^* \leq NS_0 + nF$	② $NS_0 + nF < \hat{V}^* < \alpha(NS_0 + nF)$	③ $\hat{V}^* \geq \alpha(NS_0 + nF)$
Valeur des OiA	$\hat{V}^*$	nF	$\lambda \hat{V}^*$	$\alpha n F$
Valeur des actions	0	$\hat{V}^* - nF$	$(1-\lambda)\hat{V}^*$	$\hat{V}^* - \alpha n F$

Rem : on note $nB^* = K$ à l'échéance

Dans le cas ②, $nB^* = \frac{NS^*}{NS_0} nF$ soit $NS^* = \frac{nB^* \times NS_0}{nF}$

$\hat{V}^* = NS^* + nB^* = \frac{nB^* \times NS_0}{nF} + nB^*$

ou encore $\hat{V}^* = nB^* \times \left(\frac{NS_0 + nF}{nF} \right)$

ce qui permet d'écrire $nB^* = \hat{V}^* \times \underbrace{\frac{nF}{nF + NS_0}}_{= \lambda}$

4) Etant donné les inégalités proposées, on va utiliser les 3 options d'achat $C_1 = Call(\hat{V}, \tau, nF)$ $\quad C_2 = Call(\hat{V}, \tau, nF + NS_0)$

$C_3 = Call(\hat{V}, \tau, \alpha(nF + NS_0))$

on cherche x_1, x_2 et x_3 tq $NS_0 = x_1 C_1 + x_2 C_2 + x_3 C_3$

	⓪ $\hat{V}^* \leq nF$	① $nF \leq \hat{V}^* \leq nF + NS_0$	② $nF + NS_0 < \hat{V}^* < \alpha(nF + NS_0)$	③ $\hat{V}^* \geq \alpha(nF + NS_0)$
Valeur des actions	0	$\hat{V}^* - nF$	$(1-\lambda)\hat{V}^*$	$\hat{V}^* - \alpha n F$
C_1	0	$x_1 \times (\hat{V}^* - nF)$	$1 \times (\hat{V}^* - nF)$	$1 \times (\hat{V}^* - nF)$
C_2	0	$x_2 \times 0$	$x_2 \times (\hat{V}^* - nF - NS_0)$	$-\lambda(\hat{V}^* - nF - NS_0)$
C_3	0	$x_3 \times 0$	$x_3 \times 0$	$x_3 \times (\hat{V}^* - \alpha n F - \alpha NS_0)$
		nécessairement $x_1 = 1$	candidat $x_2 = -\lambda$	candidat $x_3 = \lambda$

$1 \times \hat{V}^* - \lambda \times \hat{V}^* + \ldots$

Dans le cas ②, x_2 doit vérifier $\cancel{(1-\lambda)\hat{V}^*} = \cancel{\hat{V}^*} - nF + x_2(\hat{V}^* - nF - NS_0)$

$-\lambda \hat{V}^* = -nF + x_2 \hat{V}^* - x_2(mF + NS_0)$

en prenant $x_2 = -\lambda$ $\quad \cancel{-\lambda\hat{V}^*} = -nF \cancel{-\lambda\hat{V}^*} + \lambda(nF + NS_0)$

$0 = \cancel{-nF} + \frac{nF}{\cancel{nF + NS_0}} \times \cancel{(nF + NS_0)}$

Dans le cas ③, x_3 doit vérifier $\cancel{\hat{V}^*} - \alpha n F = \cancel{\hat{V}^*} - nF - \lambda(\hat{V}^* - nF - NS_0) + x_3(\hat{V}^* - \alpha n F - \alpha NS_0)$

$\lambda \hat{V}^* = x_3 \hat{V}^* - nF + \underbrace{\lambda(nF + NS_0)}_{} - x_3 \alpha (nF + NS_0) + \alpha n F$

$\lambda \hat{V}^* = x_3 \hat{V}^* \cancel{- nF} + \cancel{nF} - \alpha x_3 (nF + NS_0) + \alpha n F$

en prenant $x_3 = \lambda$ $\quad \cancel{\lambda\hat{V}^*} = \cancel{\lambda \hat{V}^*} \underbrace{\cancel{- \alpha \lambda (nF + NS_0)}}_{nF} \cancel{+ \alpha n F}$

On obtient $NS_0 = C_1 - \lambda(C_2 - C_3)$ $\quad (\hat{V} = NS_0 + nB_0)$

On en déduit $\boxed{nB_0 = \underbrace{\hat{V} - C_1}_{\text{correspond au risque de défaut (cf. OC)}} + \lambda(C_2 - C_3)}$

5)