

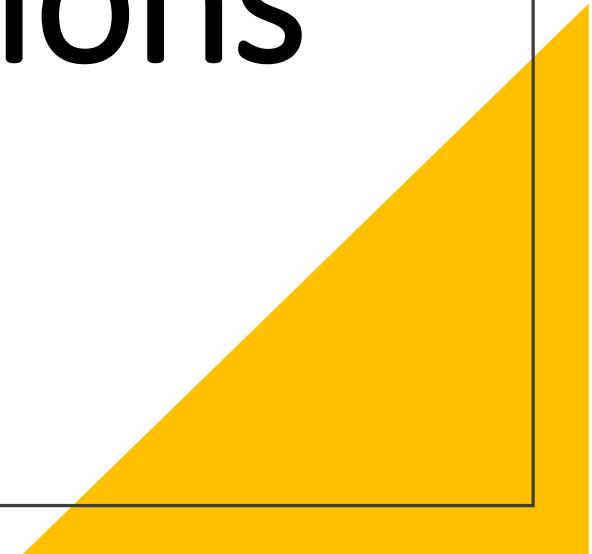


# Théorie des Options

Anne EYRAUD-LOISEL

Cours numéro 3

07/02/2023





# Généralités ISFA 2A

- TER
  - cahier des charges envoyé.
  - Deadline sujet-groupe-tuteur **01/03** via google form
- Conventions de stage
  - normalement toutes les conventions en attente ont été traitées.
  - Processus de signatures après les vacances.
  - ATTENTION : conventions de stages à déposer en M1 Actuariat et non en DU2 !

# Chapitre 2 : Généralités sur les Options

© Théo Jalabert

T. J. Albrecht

# Bilan Travail collaboratif

[https://padlet.com/anneloisel/ProduitsDerivesOptions\\_Videos](https://padlet.com/anneloisel/ProduitsDerivesOptions_Videos)

Mot de Passe : PadletAEL2023



<https://www.wooclap.com/ESHAJF>

**Objectif** : vous rafraîchir les idées et (re)voyant certaines notions essentielles préalables à ce qu'on va faire dans le cours

Bilan : 13 vidéos variées et pertinentes. Participation moyenne mais contenu pertinent.

---

## Questionnaire Wooclap

- Qu'est-ce que vous connaissez comme produit dérivé ?
- A quoi ça sert les produits dérivés ?

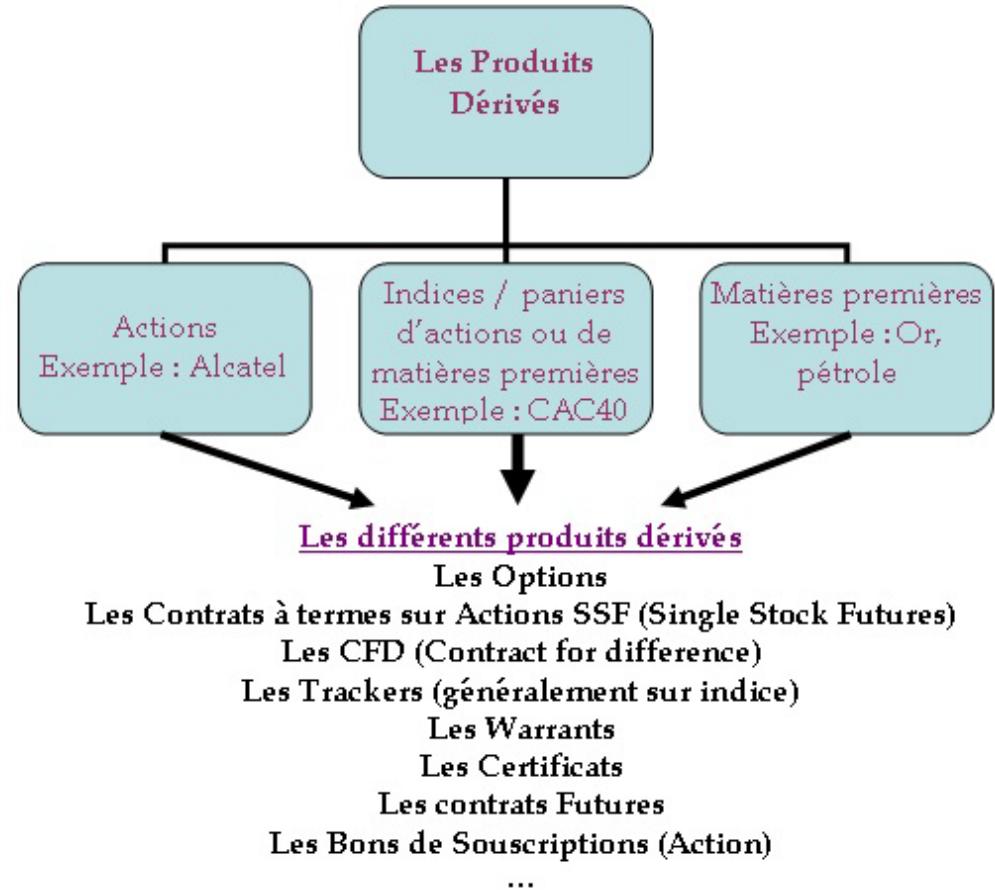
# Partie 1 :

## Qu'est-ce qu'une option

# Qu'appelle-t-on produits dérivés ?

## Définition

- On appelle produit dérivé un instrument construit à partir d'actifs et variables plus standards.
- Sa valeur dépend naturellement des actifs et variables à partir desquelles il a été construit.
- Les produits dérivés forment une famille extrêmement diversifiée. Elle comprend : les options, les contrats à termes sur actions, les CFD (Contract for Difference), les trackers, les warrants, les swaps, les certificats, les contrats à terme (Futures et Forward) et les bons de souscriptions.



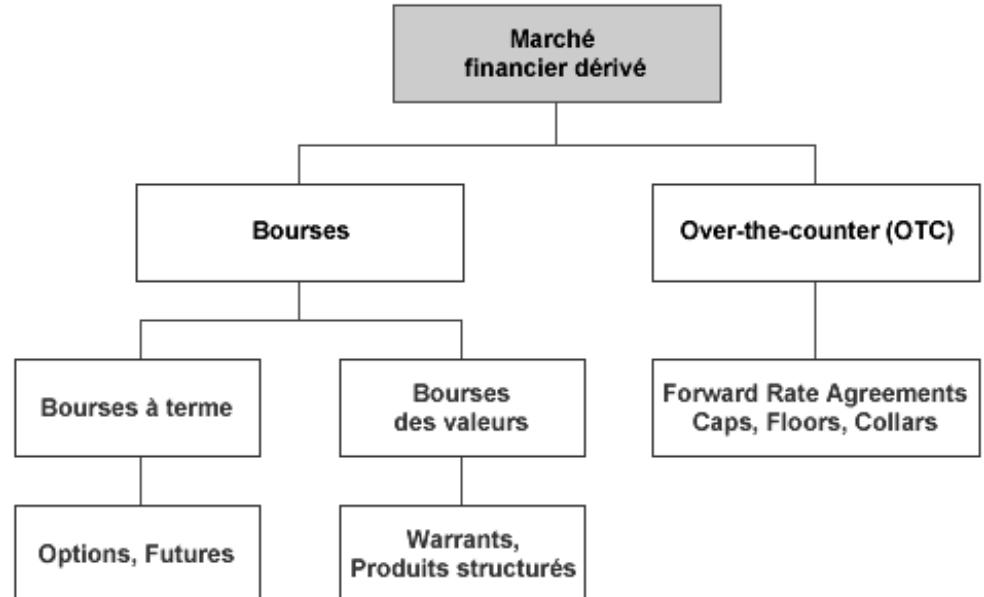
# Produits dérivés

Les produits dérivés sont échangés de deux façons :

- Sur les **marchés organisés** ou réglementés boursiers. Ce sont alors des produits standards qui sont traités sur le "trading floor" ou par "computer trading" sur lesquels il n'y a pas de risque de contrepartie
- De **gré à gré** (OTC over the counter). Ce sont alors des produits non standards ou sur-mesure qui sont traités par téléphone sur lesquels il peut y avoir un risque de contrepartie

Pourquoi utilise t-on les produits dérivés ?

- Pour **se couvrir** contre certains risques (de taux, de change...), se protéger
- Pour **spéculer** (forte volatilité et parfois possibilité d'utiliser les effets de leviers)
- Pour **dégager des profits d'arbitrage**



# Qu'est-ce qu'une option ?

## Définition

- Une option financière est un produit dérivé qui donne le **droit** (et non l'**obligation**) d'acheter ou de vendre une quantité donnée d'un actif financier (action, obligation, indice boursier, devise, matière première, autre produit dérivé, etc...), appelé **actif sous-jacent** (*underlying asset*) à un prix précisé à l'avance (**prix d'exercice** ou **strike**), à une date d'échéance donnée, appelée **date d'exercice** (option européenne) ou à une période donnée, appelée période d'exercice (option américaine).
- Le gain final du détenteur de l'option est appelé **payoff** de l'option.



# Option européenne / américaine

- Les **options européennes** peuvent donc être exercées uniquement à une date donnée, la date d'exercice, tandis que les **options américaines** peuvent être exercées à tout moment, pendant une période donnée, en général toute la période entre l'instant 0 et T la date d'échéance de l'option.
- En anglais, on parle de *european option*, *american option* ou *US-style option*.
- L'option est négociable si elle est échangée sur un marché organisé, et de gré à gré ou OTC (Over The Counter) dans le cas contraire.
- Une option d'achat est appelée un **CALL**, une option de vente est appelée un **PUT**



# Marchés organisés des options - historique

- En 1973, ouverture du CBOE (Chicago Board Options Exchange)
- La même année, publication des articles de Black et Scholes (The pricing of options and corporate liabilities, Journal of Political Economy) et de Merton (Theory of Rational Option Pricing, Bell Journal of Economics and Management Science).
- Les options négociables en France sont échangées sur le Marché des Options Négociables de Paris (MONEP). Il a démarré son activité le 10 septembre 1987. A partir d'un simple accord de coopération signé en 1997 avec la Bourse de Paris, le MONEP fusionna ensuite avec Paris Bourse SA (en 1999) avant d'être intégré au sein de l'entité Euronext qui résulta en 2000 de la fusion des bourses de Paris, d'Amsterdam et de Bruxelles (aujourd'hui NYSE-Euronext). Il est maintenant géré par Euronext Paris SA, qui en assure l'organisation et le bon fonctionnement.
- Les instruments financiers à terme admis sur le MONEP sont des contrats sur valeurs mobilières ou sur paniers et indices de valeurs mobilières.



APR 20 '18  
29 JOURSMAY 18 '18  
57 JOURSJUN 15 '18  
85 JOURS

PLUS ▾

Affichage Onglets ▾

8 STRIKES ▾

FTA

AEX ▾

100

## OPTIONS D'ACHAT

COURS Achat	x	COURS vente	VOLUME	POSITION	DELTA
♦ 20.05 x 20.30 ♦		50	340	0.73	
♦ 16.05 x 16.25 ♦		137		0.66	
♦ 12.30 x 12.50 ♦		127		0.58	
♦ 9.00 x 9.20 ♦		251		0.49	
♦ 6.15 x 6.30 ♦		991		0.39	
♦ 3.95 x 4.05 ♦		1.28K		0.29	

## PRIX D'EXERCICE

COURS Achat	x	COURS vente	VOLUME	POSITION	DELTA
♦ 3.25 x 3.35 ♦		1.70K	1.64K	-0.27	
♦ 4.20 x 4.35 ♦		701	1.20K	-0.34	
♦ 5.50 x 5.65 ♦		1.23K	3.20K	-0.42	
♦ 7.15 x 7.30 ♦		855	1.35K	-0.51	
♦ 9.30 x 9.45 ♦		1.77K		-0.61	
♦ 12.05 x 12.20 ♦		596		-0.71	

VI: 13.9%

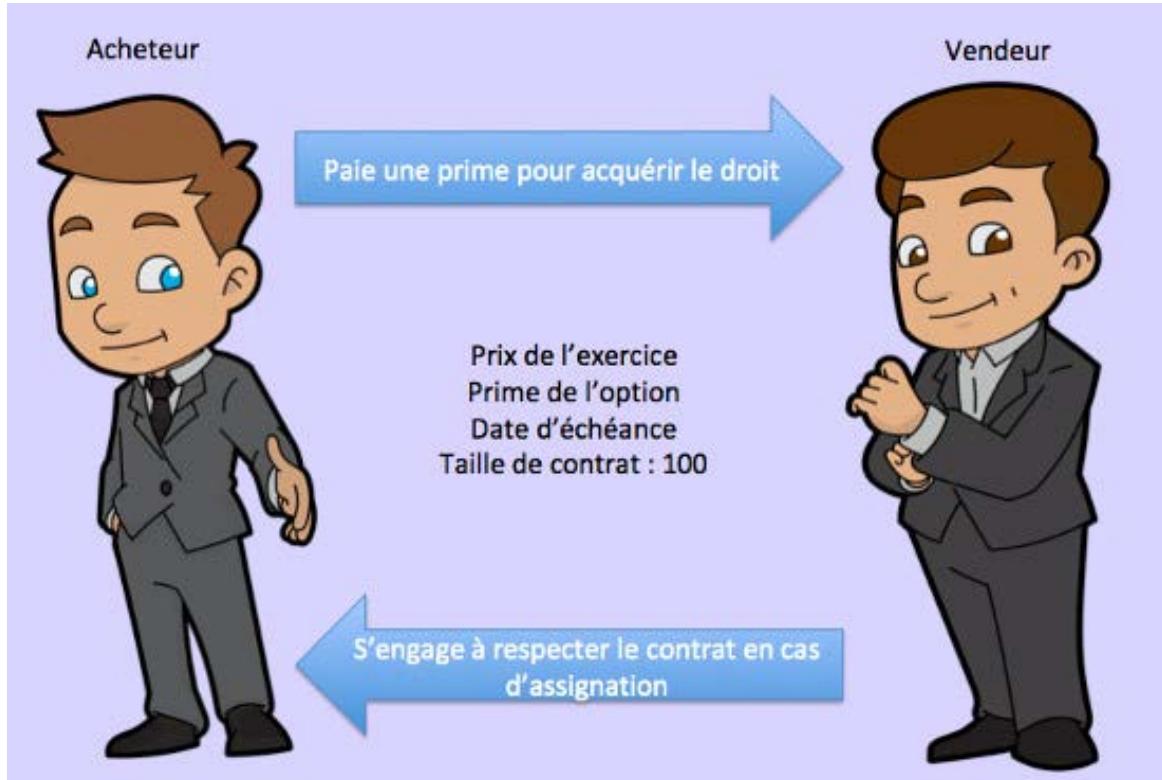
## Contrats standardisés

Dans les marchés organisés, les contrats d'options sont standardisés. Un contrat de base est défini par les 4 paramètres suivants : le titre sous-jacent, la date d'échéance, le prix d'exercice, et la nature (call ou put) de l'option. C'est ce que l'on appelle une **série**.

- Exemple : la série ELF/Décembre03/80/Put sur le MONEP.

Des notions de volume, cours à l'achat, cours à la vente, et d'autres paramètres comme le delta de l'option sont spécifiées

# Prime de l'option



- Le fondement de l'option est la **rémunération du risque**.
- Pour obtenir le droit d'acheter ou de vendre le sous-jacent à un prix fixé à l'avance, l'acheteur paie immédiatement au vendeur la valeur de l'option, souvent appelée **prime** ou **premium**. C'est le montant qui dédommage le vendeur de son obligation éventuelle, en cas d'exercice par l'acheteur, de livrer (dans le cas du call) ou de recevoir (dans le cas du put) le titre support au prix d'exercice fixé.
- Bien entendu, l'acheteur n'exerce (ne lève) son option que s'il est profitable de le faire.
- Une option non exercée à l'échéance a une valeur nulle et meurt.

# A quoi ça peut servir les options ?



Les options peuvent être utilisées

- soit en **couverture** de risque de baisse ou de hausse,
  - soit pour **spéculer** à la baisse ou à la hausse.

Nous en verrons des exemples.

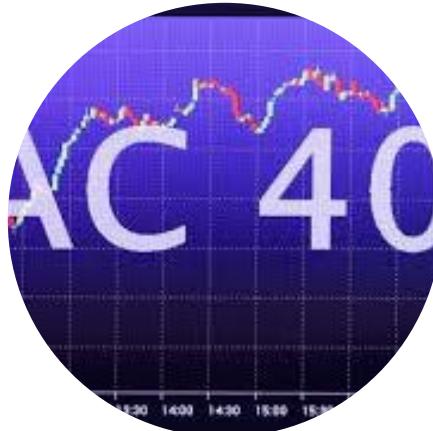
Il y a 4 positions de base : l'achat du call, celui du put, la vente du call et celle du put.

Ces positions seront étudiées plus tard, ainsi que leurs combinaisons les plus courantes, et surtout le profil / l'objectif d'investissement des investisseurs qui choisissent ces positions.

# Types d'options



- Les options classiques (call ou put européen basiques, américain ou européen) sont dites **options vanilles** (ou *plain vanilla options*) (premières apparues sur les marchés, les plus répandues et les plus simples).
- Les autres options sont dites **options exotiques**... il en existe plein de sortes...
- Les options dont le payoff dépend de la trajectoire du ou des actifs considérés sont souvent appelées **options path-dependent**.



# Options sur différents marchés

Parmi les sous-jacents possibles, on peut trouver

- options sur actions,
- options sur indices (CAC40,...),
- options sur taux de change,
- L'option de change (*currency option*) permet de s'assurer d'un cours de change dans une devise particulière, tout en conservant la possibilité de réaliser la transaction au cours comptant si ce dernier est plus favorable.
- options sur taux d'intérêts,
- options sur matières premières (cacao, café...).



# Options sur taux d'intérêt

Les options sur taux d'intérêt (*interest rate option*) sont des outils courants pour la gestion du risque de taux, car elles permettent de s'assurer d'un taux futur sans se priver des effets d'une évolution positive pour l'entreprise de ces derniers.

- **Cap** : Une option cap permet de plafonner un taux démprunt.
- **Floor** : un floor offre un paiement au détenteur quand le taux d'intérêt tombe en dessous d'un certain niveau.
- **Collar** : il garantit que le taux d'intérêt reste toujours dans les limites inférieures et supérieures. C'est une combinaison d'une position long sur le cap et short sur le floor.
- **Swaption** : le swaption du payeur (resp. receveur) : donne le droit au participant de payer (resp. recevoir) à taux fixe et de recevoir (resp. payer) un taux flottant pour un swap préétabli à une date pré-spécifiée.

# Quelques produits optionnels classiques spécifiques

- les **warrants** : des options généralement émises par des institutions financières, ce sont des valeurs mobilières cotées en bourse (put warrant ou call warrant)  
(**option** = contrat coté sur le MONEP ou échangé de gré à gré,  
**warrant** = valeur mobilière cotée en bourse)
- les **stock options** : émis par les sociétés pour fidéliser leurs effectifs
- les **obligations convertibles** : des obligations classiques qui peuvent être converties en actions à certaines dates dans le futur à des ratios de conversion prédéterminés



# Exemples d'options exotiques

## Options binaires

- Les **options binaires**, ou **options digitales**, donnent droit, en cas d'exercice, à un montant fixe (et préétabli) si le sous-jacent dépasse à maturité le prix d'exercice  $K$ .
- Il s'agit essentiellement d'un produit spéculatif, car il est du type tout ou rien (on parle également d'options *all-or-nothing* ou *cash-or-nothing*).

$$X = C \mathbf{1}_{S_T \geq K}$$

# Exemples d'options exotiques Options bermudéennes



- On appelle **option bermudéenne** une option dont l'exercice peut se faire à plusieurs dates jusqu'à la maturité, fixées initialement. C'est un intermédiaire entre l'option européenne et l'option américaine.

# Exemples d'options exotiques

## Options asiatiques

$$X = \left( \frac{1}{T} \int_0^T S_t dt - K \right)_+$$

- Les **options asiatiques**, ou **options sur moyenne**, donnent droit, en cas d'exercice, à la différence entre le prix moyen du sous-jacent sur la période  $[0;T]$  et le prix d'exercice  $K$  (si cette différence est positive).
- L'avantage de ce type d'option est d'être moins sensible à la manipulation de cours qui peuvent s'observer au voisinage de l'échéance sur les options européennes classiques.

# Exemples d'options exotiques

## Options Lookback

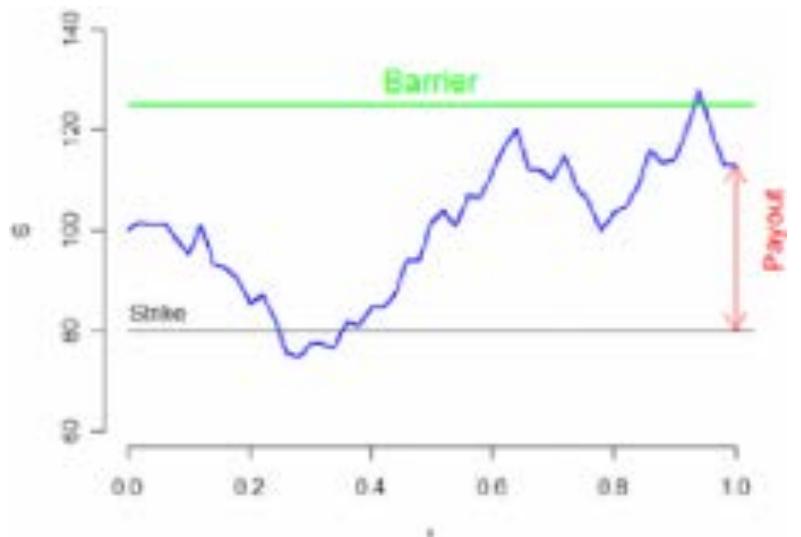
Le payoff d'une option Lookback est du type

$$X = \left( S_T - \min_{t \in [0, T]} S_t \right) \quad \text{ou} \quad \left( \max_{t \in [0, T]} S_t - S_T \right)$$

- Les options **Lookback** donnent droit à échéance à la différence entre la valeur du cours en  $T$  et la valeur du minimum, ou du maximum sur la période  $[0;T]$ , ou sur une période pré définie précédent  $T$   $([T_1, T])$ . Le payoff de cette option est du type
- Options relativement chères, car payoff toujours positif (souvent strictement, sauf si max ou min précisément atteint à l'échéance).
- D'autres **options sur minimum ou maximum** offrent comme payoff la différence entre le prix d'exercice  $K$  et la valeur du minimum, ou du maximum sur la période  $[0;T]$ . L'acheteur de l'option est sûr d'avoir le meilleur prix pour lui pendant toute la durée de vie de l'option.

# Exemples d'options exotiques

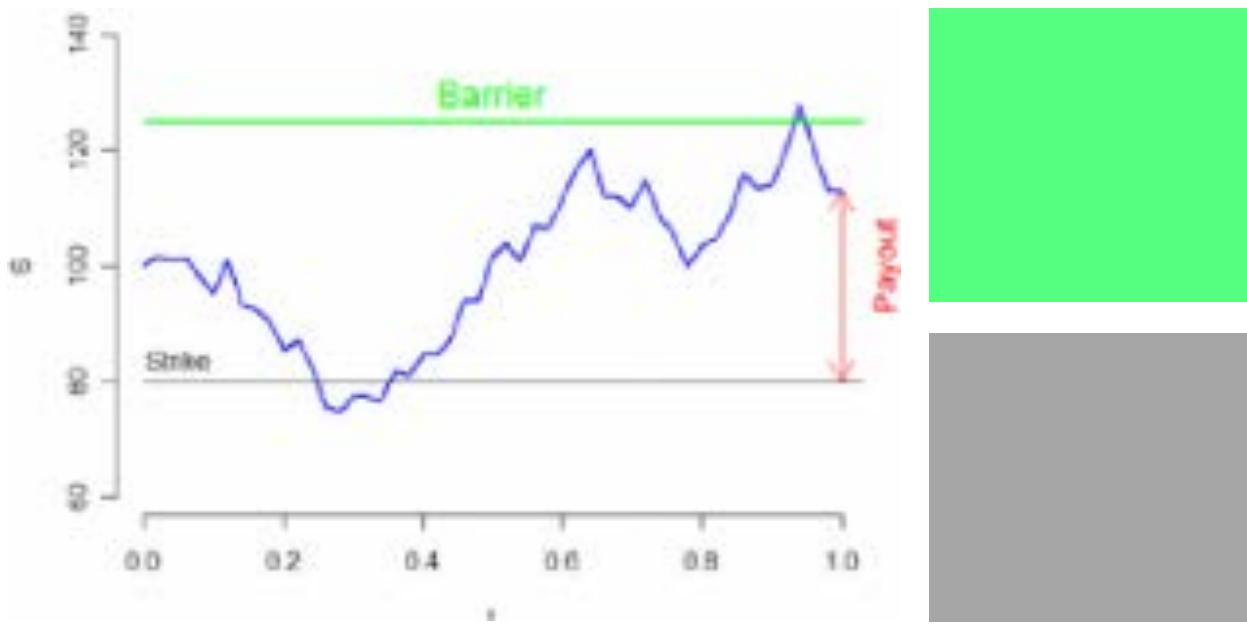
## Options à barrières



- Les options à barrière (barrier option) sont des call ou des put standards, mais dont l'exercice n'est autorisé que si le cours du sous-jacent franchit (*knock in*, ou option à barrière activante) (ou au contraire ne franchit pas, *knock out*, ou option à barrière désactivante) un seuil (appelé barrière).
- Ces options peuvent être activées ou désactivées (c'est-à-dire créées ou annulées) par le passage du sous-jacent au dessus ou en dessous de la valeur limite (la barrière).
- Ceci permet de réduire le risque du vendeur et donc le prix pour l'acheteur puisqu'elle ne produit ses effets que dans un nombre plus limité de situation.
- Il existe 8 types d'options à barrière selon qu'elle soit d'achat ou de vente, avec activation ou désactivation, par franchissement à la hausse ou à la baisse de la barrière.

# Exemples d'options exotiques

## Options parisiennes



- Les **options parisiennes** sont des options à barrière avec une clause particulière sur la durée de franchissement de la barrière. Une option parisienne est un option qui n'est activée (devient effective) ou désactivée (cessé d'exister) que si l'actif sous-jacent passe en dessous ou au dessus d'une barrière sans la refranchir dans le sens inverse pendant une certaine durée déterminée par le contrat.
- L'exigence d'une durée minimum de franchissement de la barrière est une protection contre le risque de manipulation des marchés qui est toujours possible pour les options à barrière qui n'a pas cette contrainte.

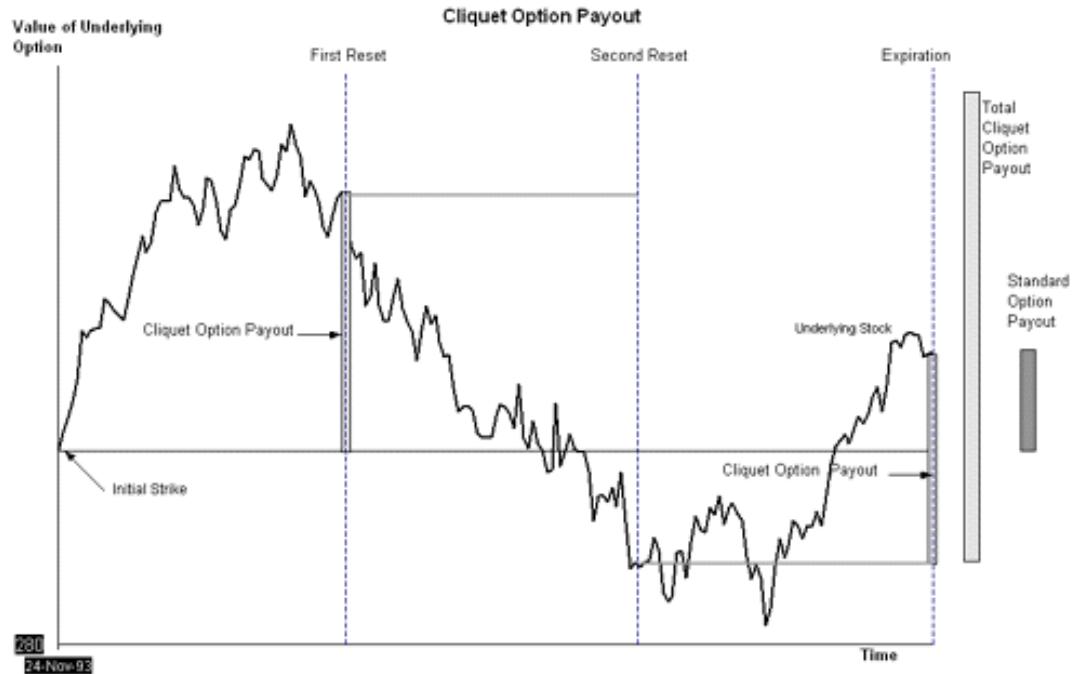
# Exemples d'options exotiques

## Options Quanto

	EUR	Euro	0.24	9.57
	Australian Dollar	Australia	36.88	39.05
	Pound sterling	England	24.34	26.55
		Korea	52.21	55.10
			23.60	36.50
			24.02	

- Les options **quanto** sont des call ou des put standards, sur des titres étrangers, mais payés dans la devise locale.
- Ces options doivent alors prendre en compte le **taux de change**.

# Exemples d'options exotiques - Options Cliquet



- Les options cliquet permettent à l'acheteur de bloquer ses gains réalisés sur le sous-jacent au cours d'intervalles déterminés pendant la durée de l'option, de sorte que ces gains lui restent acquis même en cas de mouvement inverse ultérieur. On parle aussi d'options lock-in, ou reset.

# Exemples d'options très exotiques

- Les options **doubles** permettent à l'acheteur de choisir, à une certaine date avant l'échéance, si l'option sera une option d'achat ou une option de vente. On parle aussi de d'options as-you-like-it ou de choose option.
- Les options **verrou** permettent à l'acheteur de bloquer un rendement minimum en choisissant, au moment qu'il juge favorable, de fixer, au niveau du cours du sous-jacent alors atteint, le cours minimum ou maximum qui servira au dénouement de l'option (*options shout*).



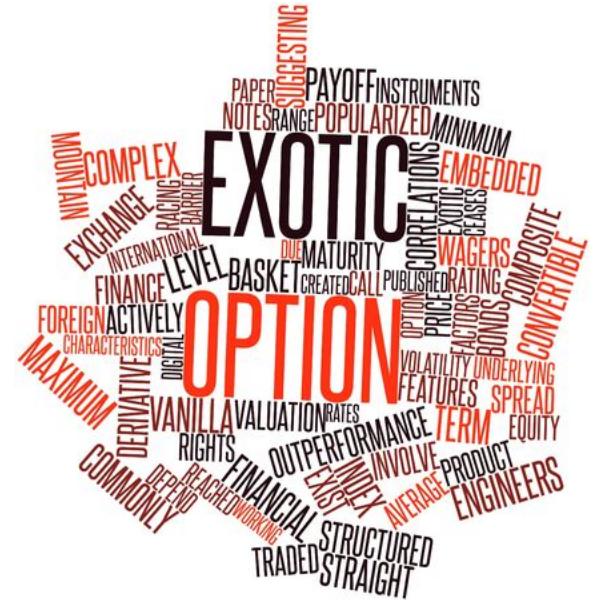
# Exemples d'options très exotiques

---

- Les **Options sur panier** sont des options, vanilles en général, dont l'actif sous-jacent est une combinaison linéaire d'actifs (panier de devises ou panier d'actions).
- Les **options d'échange** (*switch options*) sont un cas particulier d'options sur panier, où le sous-jacent est la différence (le spread) entre les cours de deux actifs.
- Les **options arc-en-ciel**, ou *rainbow* sont également basées sur plusieurs actifs, mais il peut s'agir (pour un arc-en-ciel à deux couleurs par exemple), du minimum ou du maximum de deux actifs.  
Par exemple, pour un put européen rainbow à deux couleurs, le payoff est de la forme :



$$P(T) = (\text{Max}(S_T^1, S_T^2) - K)_+$$



# Options en assurance

On parle d'options même en dehors des marchés financiers :

- Certains contrats d'assurance (vie) comportent des options : de nombreuses clauses contractuelles peuvent être interprétées comme des options (par exemple les clauses de rachat anticipé).
- Dans les contrats d'épargne par exemple, il existe des clauses qui permettent au détenteur du contrat de racheter son contrat avant l'échéance (souvent échéance correspondant à un avantage de défiscalisation). Ces clauses peuvent être évaluées comme des options cachées ou *hidden options*.



# Options réelles

- Par analogie aux options financières, on appelle **option réelle sur une activité nouvelle**, le fait qu'une entreprise fasse un premier **investissement** d'essai dans cette activité dont on elle ne sait pas si elle vaudra la peine d'investir plus avant.
- On parle donc d'option réelle pour caractériser la position d'un industriel qui bénéficie d'une certaine flexibilité dans la gestion d'un projet d'investissement. Il est en effet possible de limiter ou d'accroître le montant de l'investissement compte tenu de l'évolution des perspectives de rentabilité, tout comme un financier peut exercer ou non son option sur un sous-jacent.
- Cette flexibilité détient une **valeur** qui est tout simplement la valeur de l'option réelle.



# Options réelles

- Une **méthode de valorisation d'actifs de production** est de les considérer comme des options réelles ayant pour **sous-jacent** le bien qu'ils produisent.
- Les projets d'investissement contiennent souvent des options,
  - Une option d'abandon du projet, peut être vue comme un put américain sur la valeur du projet
  - Une option d'extension du projet, peut être vue comme un call américain sur la valeur du projet



Option financière	Options réelle
Valeur actuelle du titre	Valeur actuelle des flux financiers espérés
Prix d'exercice (strike)	Coût d'investissement
Delai jusqu'à maturité	Délai jusqu'à expiration de l'opportunité d'investissement
Taux d'intérêt sans risque	Taux d'intérêt sans risque
Incertitude sur la valeur du sous-jacent	Incertitude sur la valeur du projet

# Options réelles / Options cachées

- Options réelles utilisées pour valoriser de gros investissements long terme comme les forages pétroliers par exemple.
- Les méthodes d'évaluation de telles options (options cachées en assurance, options réelles), sont directement inspirées des méthodes standards utilisées pour évaluer les options financières.



# Partie 2 : Valeur des options

# Variables influençant la valeur des options

Le cours du sous-jacent  $S_0$

Le prix d'exercice K

La volatilité

La maturité T  
(=temps à parcourir avant l'échéance)

Le taux d'intérêt r

La distribution d'un dividende D

# Influence du cours du sous-jacent

Le cours du sous-jacent (de l'action) à la date d'évaluation ( $S_0$ ) influe sur les prix d'options :

quand  $S$  augmente, la valeur  $C$  du call augmente, et la valeur  $P$  du put diminue, à prix d'exercice  $K$  fixé.

Donc

La valeur de l'option d'achat **CALL** est une **fonction croissante** du sous-jacent.

La valeur de l'option de vente **PUT** est une **fonction décroissante** du sous-jacent.

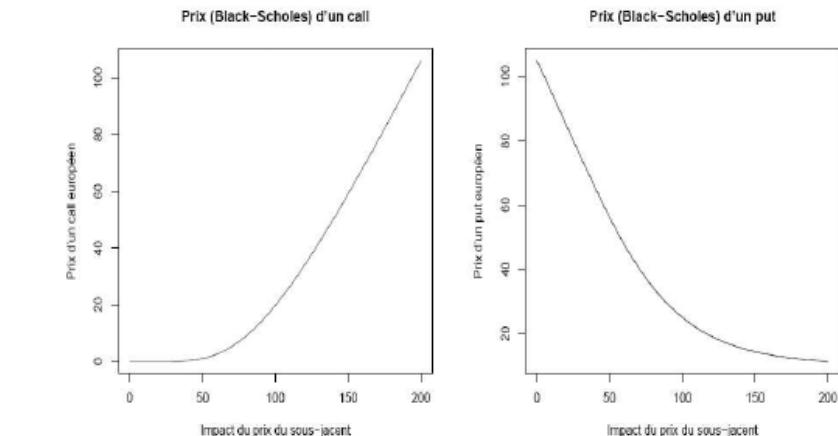


Figure 2: Influence du prix du sous-jacent sur le prix d'un call et d'un put.

## Quel est l'impact de la valeur du strike sur le prix des CALL et des PUT ?

# Influence du strike

Le prix d'exercice, ou *strike*,  $K$  influence le prix des options : plus ce dernier est élevé, plus le call est bon marché, et plus le put est cher, puisque, en cas d'exercice,  $K$  sera payé par le détenteur du call, et encaissé par le détenteur du put.

Donc

- La valeur de l'option d'achat **CALL** est une **fonction décroissante** du strike.
- La valeur de l'option de vente **PUT** est une **fonction croissante** du strike.

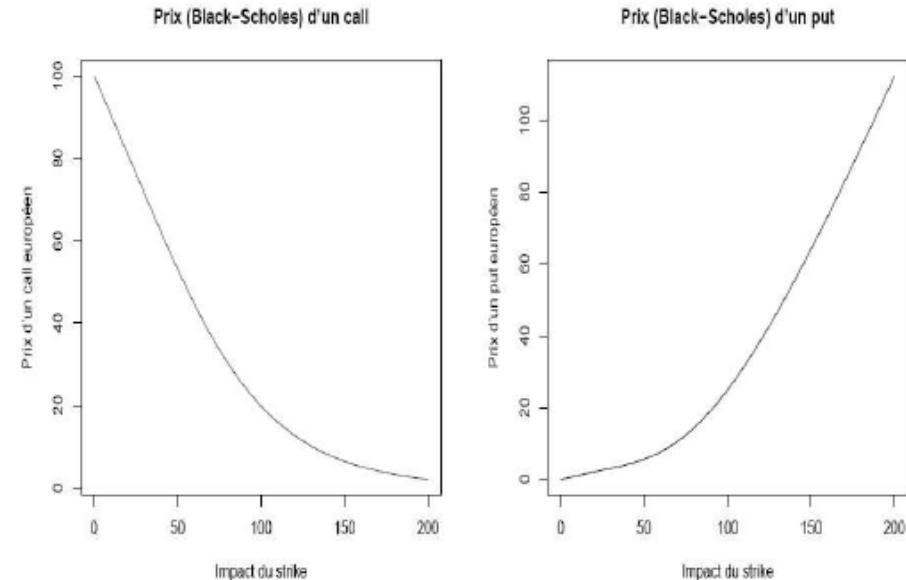


Figure 3: Influence du prix du strike sur le prix d'un call et d'un put.

# Influence du strike

## Proposition

Dans le cas de 2 Call  $C_1$  et  $C_2$  portant sur le même sous-jacent, et de même échéance  $T$ , on a :

- $C_1^1 \geq C_2^1$  si  $K_1 \leq K_2$
- $C_1^1 - C_2^1 \leq K_2 - K_1$  si  $K_1 \leq K_2$ .

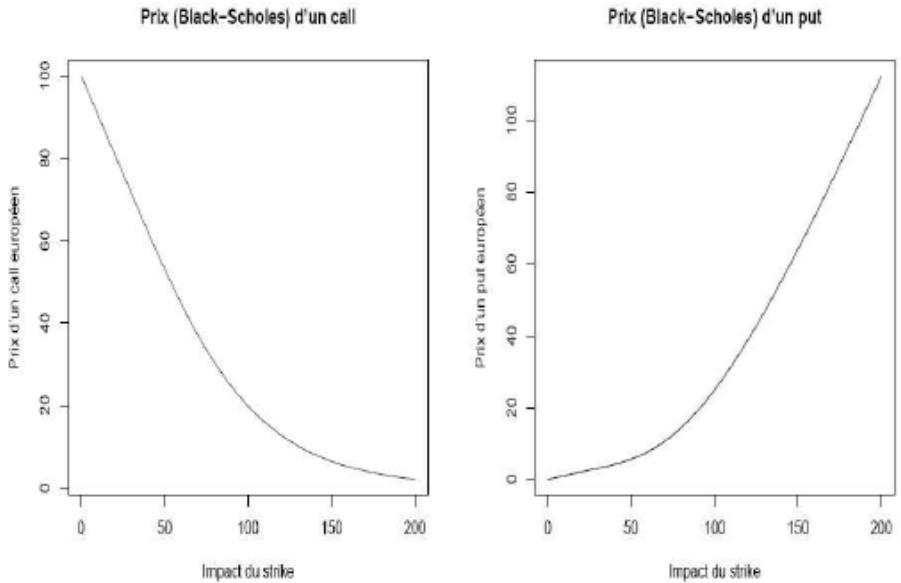


Figure 3: Influence du prix du strike sur le prix d'un call et d'un put.

## Influence de la volatilité

La volatilité du prix du sous-jacent : elle est mesurée par l'écart-type de la distribution du taux de rentabilité du support.

Plus le cours du titre est volatile, plus il a de chances, au terme d'une période donnée, de s'élever au dessus du prix d'exercice, et plus il a de chances de descendre en dessous de celui-ci.

### Proposition

Le call et le put sont donc d'autant plus chers que la volatilité du sous-jacent est forte.

Autrement dit

La valeur de l'option d'achat et de l'option de vente sont toutes deux des fonctions croissantes de la volatilité du sous-jacent.

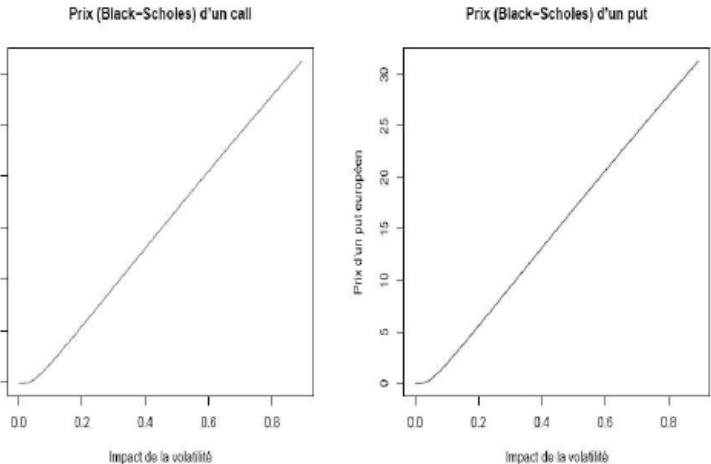


Figure 6: Influence du prix de la volatilité du sous-jacent sur le prix d'options

# Influence du taux sans risque

- Le taux d'intérêt sans risque  $r$  : en tant que coût d'opportunité d'un placement alternatif, le loyer de l'argent influence la valeur des options.
- La possession d'un CALL signifie un **décissement d'argent à une date future**. Entre temps, l'agent peut placer son argent aux taux sans risque. Cela rapporte plus quand les taux augmentent, donc le vendeur du call peut réclamer une prime plus élevée.
- En revanche, le facteur taux d'intérêt joue un rôle négatif dans le cas du put puisqu'une hausse des taux d'intérêt entraîne un désavantage dans le fait de **décaler dans le temps une rentrée d'argent potentielle**, donc une baisse de la valeur, toutes choses égales par ailleurs.

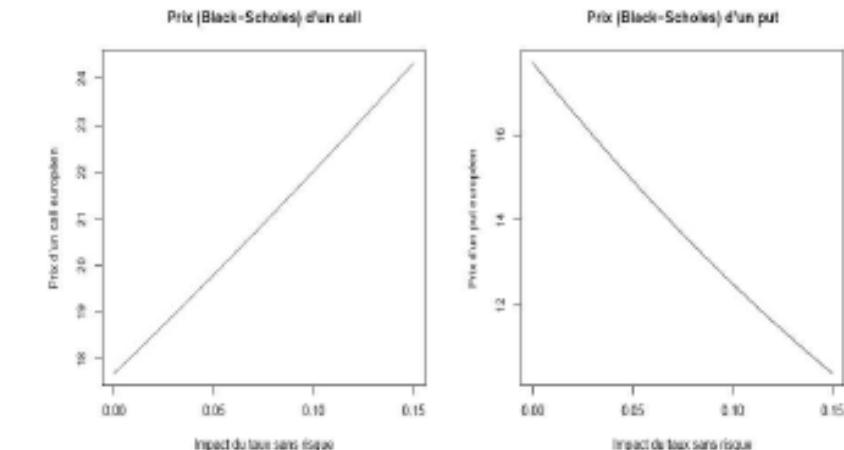


Figure 5: Influence du prix du taux sans risque sur le prix d'un call et d'un put

# Influence de la maturité

- La maturité : la durée  $T$  qui sépare une option de son échéance exerce un double effet sur la valeur de la prime, à travers la volatilité d'une part, et le loyer de l'argent d'autre part.
- Plus l'échéance est lointaine, plus la probabilité de voir le cours du support s'écarte fortement du prix d'exercice (et donc pour l'acheteur de réaliser un profit) est élevée.
- Cette influence positive de la durée de vie  $T$  sur la valeur des options due à la volatilité est commune au call et au put.

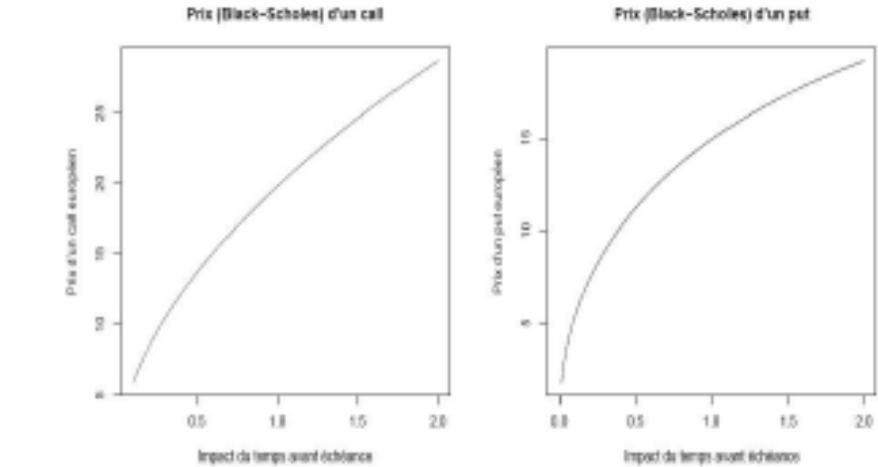


Figure 4: Influence du prix du temps avant échéance sur le prix d'options.

# Influence de la maturité

- La seconde influence, celle du **loyer de l'argent**, est différente pour le call et le put (cf ci-avant).
- En ce qui concerne le **call**, plus l'échéance est éloignée, plus tardivement s'effectuera le décaissement du prix d'exercice si l'option est exercée et, par conséquent, plus l'option est chère. Les deux effets, volatilité et loyer de l'argent, s'additionnent, et un call plus long vaut toujours plus cher qu'un call identique plus court.
- Les deux effets étant contradictoires pour le **put**, un put européen plus long peut valoir plus ou moins cher qu'un put identique plus court. Un put américain plus long, cependant, ne peut valoir moins qu'un put identique plus court, puisqu'il est exerceable immédiatement (l'effet loyer de l'argent est alors nul).

## Proposition

- La valeur d'une option autre qu'un put européen est d'autant plus élevée que sa date d'échéance est éloignée.
- Un corollaire immédiat est que le **simple passage du temps diminue la valeur des options**, sauf éventuellement dans le cas du put européen.

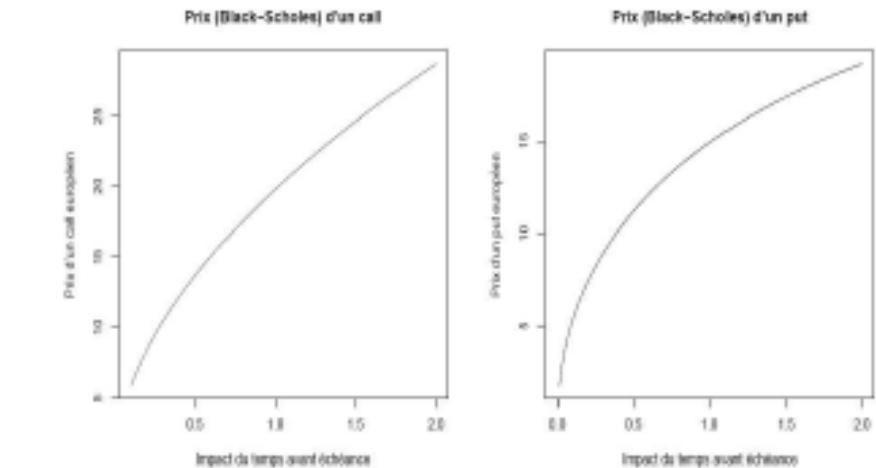


Figure 4: Influence du prix du temps avant échéance sur le prix d'options.

# Influence du versement d'un dividende

- La distribution d'un dividende entraîne la baisse du sous-jacent. Donc effet d'une hausse du dividende similaire à une baisse du sous-jacent.

## Proposition

- La valeur de l'option d'achat est une fonction **décroissante** du montant du dividende versé.
- La valeur de l'option de vente est une fonction **croissante** du montant du dividende versé.

Graphique 5 jours



# En bref

---

Influences des différentes variables sur les prix d'options

Pour résumer :

Facteur	Valeur du Call	Valeur du Put
$S_0$	↗	↘
$K$	↘	↗
$\sigma$	↗	↗
$T$	↗	? (↗ pour put américain)
$r$	↗	↘
$D$	↘	↗

$S_0$  : Cours du Sous-Jacent

$K$  : Prix d'exercice (strike)

$\sigma$  : Volatilité

$T$  : Maturité

$r$  : Taux d'intérêt sans risque

$D$  : Dividende

© Théo Jalabert

