1.

	en 0	en τ	
		remboursement partiel si $V_\tau < K$	remboursement total si $V_\tau > K$
Actions	NS_0	0	$V_\tau - K$
Dette	B_0	V_τ	K

2. Considérons $B_0 = Ke^{-r\tau} - P(V_0, \tau, K)$.
   Si $V_\tau < K$, alors $B_\tau = K - (K - V_\tau) = V_\tau$
   Si $V_\tau > K$, alors $B_\tau = K - 0 = K$
   On retrouve donc les résultats du a).

3. En utilisant la relation de parité call-put, on peut écrire également $B_0 = V_0 - C(V_0, \tau, K)$.

4. Le modèle de Black & Scholes nous permet d'écrire $P(V_0, \tau, K) = Ke^{-r\tau}N(-d_2) - V_0N(-d_1)$. En reprenant l'expression de la question 1, on a donc

$$\begin{aligned} B_0 &= Ke^{-r\tau} - Ke^{-r\tau}N(-d_2) + V_0N(-d_1) = Ke^{-r\tau}\left[1 - N(-d_2)\right] + V_0N(-d_1) \\ &= Ke^{-r\tau}N(d_2) + V_0N(-d_1) \end{aligned}$$

puisque N(.) est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

On peut également écrire

$$\begin{aligned} B_0 &= e^{-r\tau}\left[K \times N(d_2) + \frac{V_0}{e^{-r\tau}}\left(1 - N(d_1)\right)\right] \\ &= e^{-r\tau}\left[K \times N(d_2) + \frac{V_0}{e^{-r\tau}}\left(1 - N(d_1)\right)\right] \\ &= e^{-r\tau}\left[K \times N(d_2) - K + K + \frac{1 - N(d_2)}{1 - N(d_2)} \times V_0e^{r\tau} \times \left(1 - N(d_1)\right)\right] \\ &= e^{-r\tau}\left[K - K \times \left(1 - N(d_2)\right) + \left(1 - N(d_2)\right) \times V_0e^{r\tau} \times \frac{1 - N(d_1)}{1 - N(d_2)}\right] \end{aligned}$$

soit finalement

$$B_0 = e^{-r\tau}\left[K - \left(1 - N(d_2)\right) \times \left(K - V_0e^{r\tau}\frac{1 - N(d_1)}{1 - N(d_2)}\right)\right].$$

On remarque que $(1 - N(d_2))$ représente la probabilité de faire défaut et $K - V_0e^{r\tau}\frac{1-N(d_1)}{1-N(d_2)}$ la perte espérée en cas de défaut c'est-à-dire la perte (K) si rien n'est récupéré en cas de défaut moins la valeur espérée récupérée en cas de défaut $(V_0e^{r\tau}\frac{1-N(d_1)}{1-N(d_2)})$.

5. Ecrivons $B_0 = Ke^{-R(\tau)\times\tau}$. D'après le début de la question 4), on a alors

$$e^{-R(\tau)\times\tau} = \frac{B_0}{K} = e^{-r\tau}\left[N(d_2) + \frac{V_0}{Ke^{-r\tau}}N(-d_1)\right]$$

ou encore

$$e^{-[R(\tau)-r]\times\tau} = \left[N(d_2) + \frac{V_0}{Ke^{-r\tau}}N(-d_1)\right].$$

On obtient donc

$$[R(\tau) - r] \times \tau = \ln\left[N(d_2) + \frac{V_0}{Ke^{-r\tau}}N(-d_1)\right].$$

Finalement, le *spread* de taux de la dette risquée s'écrit

$$R(\tau) - r = \frac{1}{\tau}\ln\left[N(d_2) + \frac{V_0}{Ke^{-r\tau}}N(-d_1)\right].$$