I. MODELE DE MARKOWITZ

1. *Marché à n actifs risqués :* $w^* = \frac{1}{BC-A^2}(B\Sigma^{-1}\mathbf{1}_{\mathbb{R}^n} - A\Sigma^{-1}\mu) + \frac{1}{BC-A^2}(C\Sigma^{-1}\mu - A\Sigma^{-1}\mathbf{1}_{\mathbb{R}^n})\mu_{obj}$ où $A = \mathbf{1}'_{\mathbb{R}^n}\Sigma^{-1}\mu$, $B = \mu'\Sigma^{-1}\mu$ et $C = \mathbf{1}'_{\mathbb{R}^n}\Sigma^{-1}\mathbf{1}_{\mathbb{R}^n}$.

   FE : $\sigma_p^2 = \frac{1}{BC-A^2}(C\mu_p^2 - 2A\mu_p + B)$

   VM : $w_{VM} = \frac{1}{C}\Sigma^{-1}\mathbf{1}_{\mathbb{R}^n}$, $\mu_{VM} = \frac{A}{C}$ et $\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{C}}$.

2. *Introduction de l'actif sans risque :* $w^* = \frac{\mu_{obj}-r_f}{\pi'\Sigma^{-1}\pi}\Sigma^{-1}\pi$ où $\pi = \mu - r_f\mathbf{1}_{\mathbb{R}^n}$.

   FE : $\mu_p = \sqrt{\pi'\Sigma^{-1}\pi}\sigma_p + r_f$, $\mu_p \geq r_f$.

   Portefeuille du marché : $w_m = \frac{\mu_m - r_f}{\pi'\Sigma^{-1}\pi}\Sigma^{-1}\pi$, $\mu_m = \frac{\mu'\Sigma^{-1}\pi}{\mathbf{1}'_{\mathbb{R}^n}\Sigma^{-1}\pi}$, $\sigma_m = \frac{\sqrt{\pi'\Sigma^{-1}\pi}}{\mathbf{1}'_{\mathbb{R}^n}\Sigma^{-1}\pi}$.

II. MODELE DE BL

$P\tilde{\pi} = q + \epsilon$ où ϵ est une v.a. $\mathcal{N}(O_k, \Omega)$.

$\tilde{\pi}_{BL} = [(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}q]$ et $w_{BL} = (k\Sigma)^{-1}\tilde{\pi}_{BL}$.

III. MEDAF

CML : $\mu_P = r_f + \frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M}\sigma_P$ où P est un portefeuille efficient.

MEDAF général : $\mu_i = \lambda + \beta_i(\mu_M - \lambda)$ où $\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$ où i est un titre quelconque. Si l'on trace le graphe de cette relation dans le plan $[\beta_i,\ \mu_i]$ on obtient la SML.

MEDAF standard : $\mu_i = r_f + \beta_i(\mu_M - r_f)$

MEDAF + modèle de marché : $\tilde{R}_i = r_f + \beta_i(\tilde{R}_M - r_f) + \varepsilon_i$ avec $\varepsilon_i \approx \mathcal{N}(0, \sigma_{\varepsilon_i}^2)$

Ration Sharpe : $S = \frac{\mu_P - r_f}{\sigma_P}$

Ratio de Treynor : $T = \frac{\mu_P - r_f}{\beta_P}$

Indice de Jensen : $\alpha_P = \mu_P - r_f - \beta_P(\mu_M - r_f)$

APT à n facteurs $\tilde{R}_i = r_f + \sum_{k=1}^n \beta_{ki}(F_k - r_f) + \varepsilon_i = \mu_i + \sum_{k=1}^n \beta_{ki}(F_k - \mathbb{E}(F_k) + \varepsilon_i$ où β_{ki} est le beta entre le titre i et le facteur k, les facteurs F_k ne sont ni corrélés entre eux, ni corrélés avec ε_i