

TD 2

EVALUATION DES OBLIGATIONS INDEXÉES SUR LE COURS DES ACTIONS DE L'EMETTEUR (OIA)

Une entreprise financée jusqu'à ce jour (t_0) uniquement par N actions ($V = NS_0$) émet n OIA au prix B_0 par obligation. On note F la valeur nominale de ces obligations.

On considère qu'il n'y a pas de dividende, ni de coupon versés.

On pose $\hat{V} = V + nB_0$.

Le produit de l'émission des obligations est investi dans des actifs risqués assimilables à ceux de la firme existants avant l'émission.

V et \hat{V} suivent le même mouvement brownien géométrique caractérisé par une volatilité σ_V et on suppose l'existence d'un taux d'intérêt continu sans risque r .

Les OIA arrivent à échéance en t^* , date à laquelle elles sont remboursées à la plus forte des deux valeurs suivantes, pour une obligation :

- F
- $\frac{S^*}{S_0} \times F$

Avec un plafond de remboursement fixé à $\alpha \times F$ avec $\alpha \gg 1$ (typiquement, $\alpha = 3$).

On pose $\tau = t^* - t_0$ et on note S^* , B^* et \hat{V}^* les valeurs respectives de l'action, de l'OIA et de la firme à l'échéance t^* .

- 1) Si on note K le prix de remboursement global des obligations, et en cas de remboursement total, écrivez K en fonction du rapport $\frac{NS^*}{NS_0}$ (3 cas à distinguer).

Vous remarquerez qu'un 4^{ème} cas se présente dans l'hypothèse d'un remboursement partiel des OIA.

Remarque : en cas de remboursement total, on peut écrire $\hat{V}^* = NS^* + K$ (et même en cas de remboursement partiel en prenant dans ce cas $NS^* = 0$).

2)

- Montrez que la condition de remboursement total au prix minimum F peut s'écrire en fonction de la valeur de la firme \hat{V}^* en t^* : $nF \leq \hat{V}^* \leq nF + NS_0$.
- Montrez que la condition de remboursement total au prix maximum $\alpha \times F$ peut s'écrire en fonction de la valeur de la firme \hat{V}^* en t^* : $\hat{V}^* \geq \alpha(nF + NS_0)$.

3) Complétez le tableau suivant

	conditions de remboursement en t^* en fonction de \hat{V}^*			
	remboursement partiel	remboursement total 1	remboursement total 2	remboursement total 3
Valeur des OIA				
Valeur des actions				

Dans le cas du remboursement total 2, on montrera que $nB^* = \lambda \hat{V}^*$ avec $\lambda = \frac{nF}{nF + NS_0}$.

- 4) A l'aide de 3 options d'achat (que l'on notera C_1 , C_2 et C_3 dans l'ordre croissant des prix d'exercice) de sous-jacent \hat{V} , de durée de vie τ et de prix d'exercice tous les 3 différents (que vous préciserez en vous aidant des différents cas du tableau précédent), **exprimez la valeur des actions NS_0 et des OIA nB_0 en t_0 sous la forme d'un portefeuille d'options.**

Remarque : Vous pourrez compléter le tableau précédent et vous justifierez les pondérations des différentes options d'achat dans le portefeuille d'options ainsi constitué. En écrivant la valeurs des actions en t_0 sous la forme $NS_0 = x_1 C_1 + x_2 C_2 + x_3 C_3$, on peut en effet trouver les pondérations x_1 , x_2 et x_3

- 5) Sur le même schéma, **tracez à main levée (mais proprement) les courbes représentatives de la valeur intrinsèque et de la valeur en t_0 des OIA en fonction de \hat{V} .**