

ISFA, Université Claude Bernard - Lyon 1
Modélisation de risque de crédit, TD1

Exercice 1 On considère une obligation standard de maturité $T = 2$ ans. Le taux de coupon est égal à $c = 6\%$ et les coupons sont payés semestriellement 2 fois par an. La courbe de taux à la date $t = 0$ est comme la suite :

	6 mois	1 an	18 mois	2 ans
r	5,0%	5,8%	6,4%	6,8%

1. Écrire les flux de cette obligation et calculer sa valeur à $t = 0$.

On suppose maintenant que l'émetteur de l'obligation est soumis au risque de défaut. Dans ce cas là, l'acheteur de l'obligation ne reçoit plus de coupon, ni de montant nominal. Le temps de défaut est modélisé comme le premier instant de saut d'un processus de Poisson de l'intensité $\lambda = 3\%$.

2. Quelle est la valeur de l'obligation défautable ?

Après le premier paiement de coupon à $t = 6$ mois, On suppose que la valeur de l'intensité reste unchangée et que la courbe de taux du marché devient

	6 mois	1 an	18 mois	2 ans
r	5,3%	5,7%	6,0%	6,5%

3. Quelle est la valeur de l'obligation sans/avec le risque de défaut à $t = 6$ mois ?

Exercice 2 (Modèle de Merton) On considère un modèle de défaut qui est provoqué quand une entreprise n'arrive pas à rembourser ses dettes. On suppose que la valeur de l'entreprise est modélisée comme dans le modèle de Black-Scholes

$$dV_t = V_t(\mu dt + \sigma dW_t), \quad t \geq 0 \quad (1)$$

où μ et σ sont constantes et W est un mouvement brownien. Le défaut de l'entreprise se produit à la maturité de dette T si sa valeur à T ne permet pas de rembourser le montant nominal de remboursement L .

1. Les créanciers reçoivent un remboursement partiel V_T (au lieu de L) si le défaut a lieu. Expliciter le temps de défaut τ et le payoff de dette D de l'entreprise dans ce modèle.
2. Montrer que nous pouvons utiliser la formule de Black-Scholes d'une option Européenne pour calculer la valeur de dette. Calculer sa valeur D_t à la date $t = 0$ et $t \in]0, T[$ respectivement.
3. Quelle est la valeur d'équity de l'entreprise qui est définie comme $E_t = V_t - D_t$?
4. Calculer la probabilité de défaut $\mathbb{P}(\tau \leq T)$ et la probabilité de défaut conditionnelle $\mathbb{P}(\tau \leq T | \mathcal{F}_t)$ où $\mathcal{F}_t = \sigma(W_s, s \leq t)$.