Modélisation Charges Sinistres

Chapitre 1 : Introduction

On étudie une variable aléatoire X qui représente le montant total des indemnisations versées par une compagnie d'assurance sur une période d'exercice.

Deux modèles :

- Le modèle individuel

$$X_{ind} = \sum_{i=1}^{n} I_i W_i$$

où

* n le nombre d'assuré en portefeuille
* $I_i \sim Ber(p_i)$ indique si l'assuré a subit ou non un sinistre (les I_i sont $\perp\!\!\!\perp$)
* W_i est une v.a positive égale au montant cumulé des indemnisation pour l'assuré i

- Le modèle collectif

$$X_{col} = \sum_{i=1}^{N} U_i$$

où

* N est une va de comptage égale au nombre de sinistre sur la période d'exercice

* $(U_i)_{i\geq 0}$ est une suite de va iid Indépendante de N, égale au montant des sinistres successifs

Pourquoi la distribution de X nous intéresse ?

* Tarification :

$$\Pi = \mathbb{E}[X](1+\rho)$$
$$\text{ou} = \mathbb{E}[X] + \alpha V(X)$$

* Détermination de la marge de solvabilité basée sur des mesures de risque

  - La Value at Risk

$$VaR_X(\alpha) = \inf\{x \geq 0,\ F_X(x) > \alpha\} \quad (S2 : \alpha = 99{,}5\%)$$

  - Tail Value at Risk

$$TVaR_X(\alpha) = \mathbb{E}[X \mid X > VaR_X(\alpha)] \quad (\text{suisse} : \alpha = 99\%)$$

- La prime stoploss en réassurance

$$SLP_X(c) = \mathbb{E}[(X-c)_+] \quad \text{ou} \quad \mathbb{E}[\min((X-c)_+, d)]$$

où c est le seuil de rétention et d la limite

La distribution de X n'est pas toujours accessible explicitement et requiert l'emploi de méthodes numériques

Dans ce cas, nous discuterons

- des hypothèses sous-jacentes aux modèles collectif et individuel
- des modèles paramétrique pour la fréquence des sinistres
  - ↳ famille de Katz (Poisson, binomial, négative binomial)
  - ↳ Zero inflated distribution
  - ↳ Modèle de poisson mélangé (Ajouter de l'hétérogénéité)

- Lois de probabilité pour les montants de sinistres
  - ↳ Lois classiques : gamma, Weibull, lognormal, Pareto
    Distinction queue légère / lourde
  - ↳ Distribution flexible : Mélange de Erlang
  - ↳ Modèles composite (de splicing) qui modélise séparément les montants faibles et les montants élevés.

- Méthodes numériques pour les distributions composées.
  - ↳ Monte Carlo approximation
  - ↳ Normal approximation
  - ↳ gamma approximation
  - ↳ Algo Panjer
  - ↳ Fast Fourier Transform

- Extension du modèle collectif $\quad X = \sum_{i=1}^{N} \begin{bmatrix} U_i \\ V_i \end{bmatrix}$
  - ↳ Multivarié $\longrightarrow \quad X = \begin{pmatrix} \sum^{N} U_i \\ \sum^{N} V_i \end{pmatrix}$
  - ↳ Dynamique $\quad X_t = \sum_{i=1}^{N_t} V_i$