Résumé sur les stats de tests

Rappel : $S_m^2 = \frac{1}{m-1} \sum (X_i - \overline{X}_m)^2$ assimilable à σ^2

I - Tests Gaussiens

* Test : Conformité d'une moyenne

Hypothèses : $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $\begin{cases} H_1 : \mu \neq \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{cases}$

Stat du test et condit° d'appel : $T_m = \sqrt{m}\, \frac{\overline{X}_m - \mu_0}{S_m}$ $\quad X_i \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

Loi de T_m sous H_0 : $T_m \sim t_{(m-1)}$

Remarques : Si σ est connu, on peut utiliser directement $\overline{X}_m \sim \mathcal{N}(\mu_0, \sigma^2)$ sous H_0

* Test : Comparaison de deux moyennes pour des échelles indep.

Hypothèses : $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ Contre $\begin{cases} H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 < \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 > \mu_2 \end{cases}$

Stat du test et condit° d'appel : $T_m = \frac{\overline{X}_m^1 - \overline{X}_m^2}{\sqrt{\frac{(m_1-1)S_1^2 - (m_2-1)S_2^2}{m_1+m_2-2}}} \times \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}}}$ $\leftarrow \overline{X}_m$ sous μ_2

$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ Il faut que $\sigma_1 = \sigma_2$

Loi de T_m sous H_0 : $T_m \sim t_{(m_1+m_2-2)}$

Remarques : Avant de faire ce test, on doit tester l'égalité des variances avec un test de Fisher-Snedecor

* Test : Comparaison de deux moyennes pour des échelles appariés, on pose $Y = X_1 - X_2$

Hypothèses : $H_0 : \mu_Y = 0$ contre $\begin{cases} H_1 : \mu_Y \neq 0 \\ H_1 : \mu_Y < 0 \\ H_1 : \mu_Y > 0 \end{cases}$

Stat du test et condit° d'appel : $T_m = \sqrt{m}\, \frac{\overline{X}_Y}{S_Y}$ $\quad X_Y \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

Loi de T_n sous H_0 : $T_n \sim t_{(n-1)}$

* Test : Conformité d'une Variance

Hypothèses : $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $\begin{cases} H_1 : \sigma \neq \sigma_0 \\ H_1 : \sigma > \sigma_0 \\ H_1 : \sigma < \sigma_0 \end{cases}$

Stat du test et condit° d'appel : $T_n = \dfrac{(n-1) S_n^2}{\sigma_0^2}$ $\quad X_i \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

Loi de T_n sous H_0 : $T_n \sim \chi^2_{n-1}$

Remarques :
Il faut tester la normalité
Si μ est connue, on peut remplacer S^2 par D^2 et on a une loi χ^2_n

* Test : Comparaison de deux Variances

Hypothèses : $H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$ contre $\begin{cases} H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2 \\ H_1 : \sigma_1 > \sigma_2 \\ H_1 : \sigma_1 < \sigma_2 \end{cases}$

Stat du test et condit° d'appel : $T_n = \dfrac{S_1^2}{S_2}$ $\quad X_i \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

Loi de T_n sous H_0 : $T_n \sim \mathcal{F}(n_1 - 1, n_2 - 1)$

loi de Fisher $\dfrac{\chi^2_{n_1-1}/(n_1-1)}{\chi^2_{n_2-1}/(n_2-1)}$

Remarques :
Lorsqu'on accepte H_0, on estime l'écart-type commun par :
$$\sigma = \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

II - Tests asymptotiques

* **Test** : Comparaison de deux proportions pour des échelles indep

Hypothèses : $H_0 : p_1 = p_2 = p_0$ contre $\begin{cases} H_1 : p_1 \neq p_2 \\ H_1 : p_1 < p_2 \\ H_1 : p_1 > p_2 \end{cases}$

Stat du test et condit° d'appel

$$T_n = \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{\hat{p}(\hat{p}-1) \times \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$n_1 \geq 30$ et $n_2 \geq 30$

avec $\hat{p} = \frac{n_1 p_1 + n_2 p_2}{n_1 + n_2}$

Loi de T_n sous H_0 : $T_n \sim \mathcal{N}(0,1)$

Remarques : Il s'agit d'un test asymptotique

* **Test** : Comparaison de deux moyennes pour des échelles indep

Hypothèses : $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ contre $\begin{cases} H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 < \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 > \mu_2 \end{cases}$

Stat du test et condit° d'appel

$$T_n = \frac{\overline{X_n^1} - \overline{X_n^2}}{\sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}} \times \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$n_1 \geq 30$ et $n_2 \geq 30$

Loi de T_n sous H_0 : $T_n \sim \mathcal{N}(0,1)$

Remarques : Pour les grands échantillons, il n'est pas nécessaire d'avoir l'égalité des variances.
Il s'agit d'un test asymptotique.

* **Test** : Comparaison de deux moyennes pour des échelles appariés, on pose $Y = X_1 - X_2$

Hypothèses : $H_0 : \mu_Y = 0$ contre $\begin{cases} H_1 : \mu_Y \neq 0 \\ H_1 : \mu_Y < 0 \\ H_1 : \mu_Y > 0 \end{cases}$

Stat du test et condit° d'appel

$$T_n = \sqrt{n} \, \frac{m_Y}{S_Y}$$

$n \geq 30$

Loi de T_n sous H_0 : $T_n \sim \mathcal{N}(0,1)$

Remarques : Il s'agit d'un test asymptotique

* **Test** : Conformité d'une proportion

Hypothèses : $H_0 : p = p_0$ contre $\begin{cases} H_1 : p \neq p_0 \\ H_1 : p > p_0 \\ H_1 : p < p_0 \end{cases}$

Stat du test et condit° d'appel: $T_n = \sqrt{n}\,\dfrac{P - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}$ $\quad n \geq 30$

Remarques : Il s'agit d'un test asymptotique.

Loi de T_n sous H_0: $T_n \sim \mathcal{N}(0,1)$

* Test : Conformité d'une moyenne

Hypothèses : $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $\begin{cases} H_1 : \mu \neq \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{cases}$

Stat du test et condit° d'appel: $T_n = \sqrt{n}\,\dfrac{\bar{X}_n - \mu_0}{S_n}$ $\quad n \geq 30$

Remarques : Il s'agit d'un test asymptotique.

Loi de T_n sous H_0: $T_n \sim \mathcal{N}(0,1)$

Résumé :

* $H_0 : \theta = \theta_0$ contre $H_1 : \theta = \theta_1$ $\Rightarrow$ Neyman-Pearson = test plus puissant
* $H_0 : \theta = \theta_0$ contre $H_1 : \theta \gtrless \theta_0$ $\Rightarrow$ V_{θ,θ_0} + T_n exhaustive = test upp
* $H_0 : \theta \in \Theta_0$ contre $H_1 : \theta \in \Theta_1$ $\Rightarrow$ Test rapport max vraisemblance = pas de prop.