

**Université Claude Bernard Lyon 1
ISFA**

Examen M1 Actuariat : Economie de l'assurance.

**Durée 2 heures
(sans document, sans calculatrice, sans téléphone)**

Partie I -Questions d'assimilation.

- 1- Un magasin de vêtements prêts à porter propose 50% de réduction pour l'achat d'un deuxième pull-over. Quel est le concept mathématique et quel raisonnement économique est sous-jacent à cette promotion ?
- 2- En 2004 par le psychologue américain Barry Schwartz, a réalisé une expérience originale en deux étapes. Tout d'abord, 6 sortes de confitures sont mises à disposition des clients d'une grande surface durant une journée. Dans un second temps, elles sont remplacées, au même endroit, par 24 sortes de confitures (dont les 6 d'origine). Seulement 3% des personnes qui se sont arrêtées devant la table proposant 24 choix sont passées à l'achat, contre 30% pour la table la moins fournie. Quel est l'axiome de la théorie de la décision qui est réfuté par ce type de comportement.
- 3- Dans la relation d'agence (avec même symétrie d'information), est ce que l'agent peut être rémunérer ponctuellement en dessous de sa contrainte de participation ? justifiez.
- 4- Dans le crédit à la consommation, faut-il augmenter le taux d'intérêt afin de se couvrir contre le risque de défaut de remboursement de prêt ? justifiez.
- 5- Dans les Ouigo (nom de l'offre de TGV à bas coûts), les services offerts aux voyageurs sont-ils dégradés uniquement pour des raisons de coût ? justifiez.
- 6- Entre ces deux conditions, quelle est la condition la plus forte : la dominance stochastique du premier ordre et la décroissance du rapport de vraisemblance ? justifiez.

$\text{C}(x)$ est CARA car $\pi_A(x) = -\frac{u''(x)}{u'(x)} = -\frac{-\alpha^2 e^{-\alpha x}}{\alpha e^{-\alpha x}} = \alpha$

Partie II Exercices

Exercice 1

On considère la fonction d'utilité suivante :

$$u(x) = -e^{-\alpha x}, \alpha > 0 \quad u': x \mapsto \alpha e^{-\alpha x} \quad u'': x \mapsto -\alpha^2 e^{-\alpha x}$$

Montrer qu'elle est CARA. Pour quelles valeurs de α les préférences présentent elles de l'aversion face au risque, de la neutralité face au risque?

On considère le placement suivant, en Euros, identique à celui de l'exercice précédent :

$$X = \begin{cases} R \\ -R \end{cases} \quad \begin{matrix} p \\ 1-p \end{matrix}$$

Rappel : on a $E(X) = (2p - 1)R$ et $V(X) = 4R^2p(1-p)$.

(a) Calculer la prime de risque absolue, exacte, du placement X pour un agent de richesse $\omega > R$. $\text{Prime risque absolue : } -u''(\omega)(2p-1)R^2 = -4R^2p(1-p)e^{-2\alpha R}$

(b) Calculer l'approximation de la prime de risque d'Arrow-Pratt dans le cas général. On la notera $\tilde{\pi}_a$.

(c) Quand cette prime est-elle nulle? $p \in \{0, 1\}$ et/ou $R = 0$

(d) Quand cette prime est-elle maximale, pour une valeur donnée de R ?

\rightarrow Pour $p = \frac{1}{2}$, $\Rightarrow \tilde{\pi}_a$ est max en $\frac{\alpha R^2}{2}$

Exercice 2

Soient deux voyageurs en avion : V_1 et V_2 qui réclament simultanément à leur compagnie aérienne, suite à la perte dans le transport de leur bagage, un montant entier en Euros, respectivement x_1 et x_2 , compris entre 2€ à une borne supérieure M . Les deux bagages perdus des deux voyageurs ont la même valeur (ceci est de connaissance publique entre eux et la compagnie aérienne). Les deux demandeurs obtiennent la demande la moins élevée, plus P pour le demandeur le moins exigeant, et moins P pour l'autre demandeur, le plus exigeant. P est supérieur ou égal à 2. En cas d'égalité, les deux voyageurs reçoivent le montant demandé. Les règles du jeu, à savoir la valeur de P , sont de connaissance publique.

Déterminer l'équilibre de Nash de ce jeu.

Comment la compagnie aérienne pourrait justifier cet étrange jeu de remboursement, ne connaissant pas la valeur des bagages?

Quel rôle joue les deux variables P et M ? Comment peut-on qualifier ces deux variables ?

1) L'équilibre de Nash de ce jeu serait atteint lorsque chaque joueur fait le meilleur choix possible, compte tenu des choix de l'autre joueur. Dans ce scénario, cela signifierait que les deux voyageurs demanderaient le montant minimum, soit 2€. En effet, si un voyageur demandait plus, l'autre voyageur pourrait demander un montant légèrement inférieur, recevoir ce montant plus P et finir par gagner plus. Donc, dans l'équilibre de Nash, chaque voyageur demanderait 2€, car toute déviation de ce choix entraînerait une perte pour le voyageur qui dévie.

2) La compagnie aérienne pourrait justifier ce jeu en disant qu'elle cherche à minimiser ses coûts de remboursement. En incitant les voyageurs à demander le montant le plus bas possible pour leur bagage perdu, la compagnie aérienne réduit ses coûts. De plus, la compagnie pourrait ne pas être en mesure de déterminer la valeur exacte des bagages perdus et donc, ce système pourrait servir à éviter de surcompenser ou de sous-compenser les voyageurs.

3) La variable P peut être vue comme un "incitatif à l'honnêteté" - elle incite les voyageurs à demander le montant le plus bas possible, car demander un montant plus élevé entraîne une pénalité. La variable M est la borne supérieure du montant que les voyageurs peuvent demander et elle sert à limiter les demandes excessives. Ces deux variables sont des paramètres du jeu et elles peuvent être ajustées pour changer le comportement des joueurs. Elles peuvent être qualifiées de variables stratégiques car elles influencent la décision des joueurs dans le jeu.