32

$\mathcal{E}'(\theta, A) - \mathcal{P}'(\theta, A)$

Séance 3h

B fonction d'utilité du principal

Uniquement quand le principal est neutre au risque

$B' > 0,\ B'' = 0 \qquad \mathbb{E}[B(X)] = B[\mathbb{E}[X]]$

du coup $\underset{\theta}{\operatorname{argmax}}\ \mathbb{E}[B(W_\theta)] = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}}\ B(\mathbb{E}[W_\theta]) = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}}\ \mathbb{E}[W_\theta]$

On refait exo 1 Sélection Contraire question 3

2 types de clients

connaisseur θ_H $(1-\pi)$

non connaisseur θ_B (π)

$U(q, p) = \theta q - p$

$\bar{U} = 0$

utilité de réserve est celle qu'on obtient s'il ne se passe rien (pas d'achat ni de vente)

$\frac{\partial U_H}{\partial q} > \frac{\partial U_B}{\partial q} \quad (\theta_H > \theta_B)$

(p_H, q_H) bouteille connaisseurs

(p_B, q_B) bouteille non connaisseurs

d'hab prix x quantité - fonct° de coût

ici juste prix - fonct° de coût

$$\underset{p_H, q_H, p_B, q_B}{\operatorname{argmax}}\ \pi(p_B - C(q_B)) + (1-\pi)(p_H - C(q_H))$$

$(CP_B)\ U_B(q_B, p_B) \geq \bar{u}$

$(CP_H)\ U_H(q_H, p_H) \geq \bar{u}$

$(CI_B)\ U_B(q_B, p_B) \geq u_B(q_H, p_H)$

$(CI_H)\ u_H(q_H, p_H) \geq u_H(q_B, p_B)$

Supposons (CP_B) et (CI_H) satisfaites, on a donc CP_H satisfaite.

Soient (p_H^*, q_H^*) et (p_B^*, q_B^*) solutions de :

$\operatorname{argmax}\ p_i - c(q_i)$

sc $U_i(p_i, q_i) \geq 0$ ⚠ devrait être $u_i(q_i, p_i)$

Alors $U_B(p_B^*, q_B^*) \geq u_B(p_H^*, q_H^*)$

$1-\alpha)$,

1ère situat° + générale on a contrainte satisfaite
donc elle sera toujours satisfaite pour notre pb d'opti
qui est un sous pb de la 1ère situation.

34

Sujet Eco Stat 2022

Questions de cours

1) stratégie dominante $s_i^* \in S_i$

$\forall s_i \in S_i, \forall s_{-i} \in S_{-i}, \quad U_i(s_i^*, s_{-i}) > U_i(s_i, s_{-i})$

2) parfaite on connaît les choix possibles des autres joueurs
complete on connaît les règles du jeu

3) et

Exercice 1 Jeu d'achat d'un appartement

1)

J1 \ J2	G	D
Pr	0 , 6	$\underline{10}$, $\underline{10}$
S	$\underline{9}$, $\underline{6}$	4 , 0

(S, G)
(Pr, D) } ENSP.

donc $\in$ ENSM.

J2 p proba choisir G $\quad p, q \in [0,1]$
J1 q proba choisir Pr

2) $\begin{cases} S_1 = \{ Pr\, q + S(1-q), q \in [0,1]\} \\ S_2 = \{ G p + D(1-p), p \in [0,1]\} \end{cases}$

Ahmed a fait
$S_1 = \{ pP + (1-p)S \,/\, p \in [0,1]\}$
$S_2 = \{ qG + (1-q)D \,/\, q \in [0,1]\}$

3) on est J_1, J_2 joue p

$U_1(Pr, p) = U_1(Pr, G)p + U_1(Pr, D)(1-p) = 0p + 10(1-p)$ $\quad 10 - 10p$

$U_1(S, p) = U_1(S, G)p + U_1(S, D)(1-p) = 9p + 4(1-p)$
$= 5p + 4$

on a Pr préféré à S $\Leftrightarrow 10 - 10p > 5p + 4$
$\Leftrightarrow 6 > 15p \Leftrightarrow \frac{6}{15} > p$

35

$$S_1^*(p) \; (q^*(p)) = \begin{cases} 1 & \frac{6}{15} > p \\ [0,1] & \frac{6}{15} = p \\ 0 & \frac{6}{15} < p \end{cases} \qquad \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

on est J_2, J_1 joue q

$$U_2(G, q) = U_2(Pr, G)q + U_2(S, G)(1-q) = 6q + 6(1-q)$$

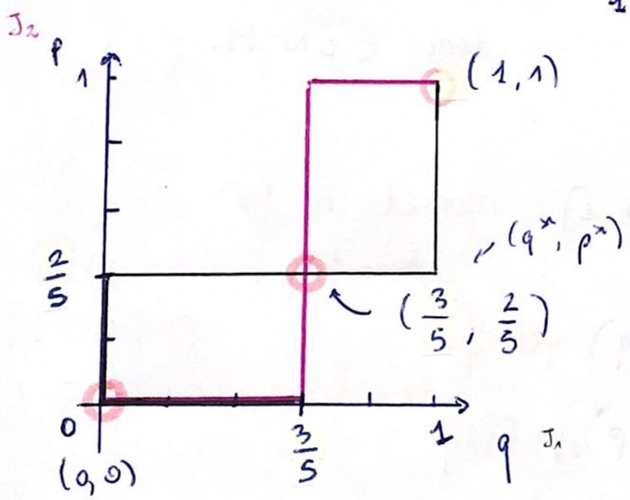
$$U_2(D, q) = U_2(Pr, D)q + U_2(S, D)(1-q) = 6$$

$$= 10q$$

G préféré à D $\Leftrightarrow$ $6 > 10q$ $\Leftrightarrow$ $\frac{6}{10} > q$

d'où

$$S_2^*(q) \; (p^*(q)) = \begin{cases} 1 & \frac{6}{10} > q \\ [0,1] & \frac{6}{10} = q \\ 0 & \frac{6}{10} < q \end{cases} \qquad \frac{3}{5}$$



3)

les ENSM sont

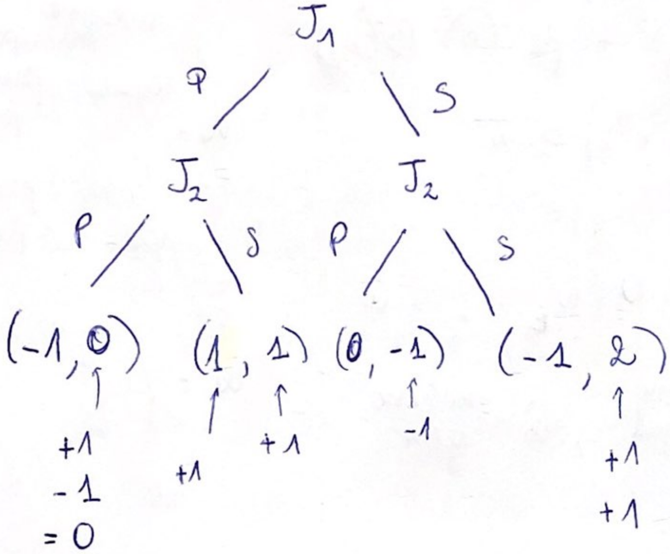
$$\{\underbrace{\overset{q=0 \;\; p=0}{(S, D)}, \overset{q=1 \;\; p=1}{(Pr, G)}}_{\text{ENSP}}, \overset{q=\frac{3}{5}\,,\, p=\frac{2}{5}}{(\; / \;)}\}$$

$$\left(\frac{3}{5} Pr + \frac{2}{5} S, \; \frac{2}{5} G + \frac{3}{5} D\right)$$

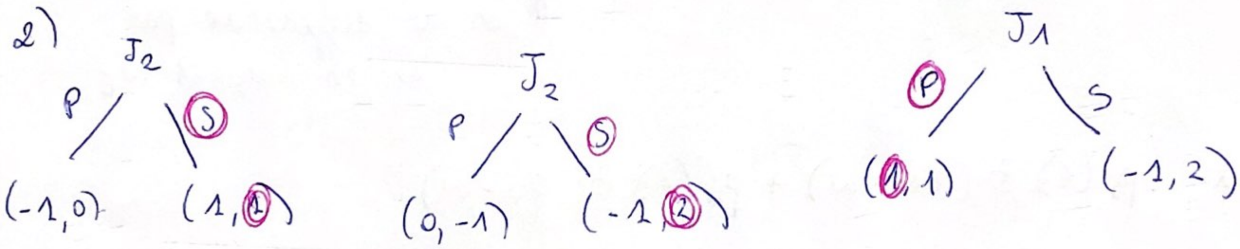
36

Exercice 2 Le choix des vacances

1) forme extensive arbre



2)



(P, S) = ENSJ

3)

correction

définir les richesses

richesse
W principal

$$\begin{cases} \max \ \mathbb{E}[B(W)] \\ sc \quad U(w, e)] \geq \bar{u} \end{cases}$$

car symétrie d'informations
on ne différencie pas
w en w_S et w_E

$$\max \quad p_S(e)\, B(100 - w) + p_E(e)\, B(50 - w)$$

$$sc \quad \sqrt{w} - \underbrace{v(e)}_{e^2} \geq \bar{u} \quad (CP)$$

1) b)

$$\frac{\partial[u(w, e) - \bar{u}]}{\partial w} = 1 > 0$$

et

$$\frac{\partial \mathbb{E}[B(W)]}{\partial w} = -\frac{1}{100 - w} p_S(e) - \frac{1}{50 - w} p_E(e) < 0.$$

$\Rightarrow$ CP saturée d'où $\sqrt{w} - e^2 = \bar{u} \Rightarrow \sqrt{w} = \bar{u} + e^2$

$\Rightarrow w^* = (\bar{u} + e^2)^2 = (5 + e^2)^2$

38

salaire va dépendre de l'effort

$w^*(1) = 36$ $\quad \pi^*(1) = \frac{92}{3}$

$w^*(2) = 81$ $\quad \pi^*(2) = \frac{7}{3}$

on engagera que des personnes qui fourniront un effort de 1 car symétrie d'information, l'employeur sait qui il a en face de lui / quel type d'agent il va embaucher

salaire va dépendre du résultat d'agent

2) asymétrie d'information

principal neutre au risque

a) $B'' = 0 \Rightarrow \mathbb{E}[B(W)] = B(\mathbb{E}[W])$

$\operatorname{argmax}_\theta \mathbb{E}[B(W_\theta)] = \operatorname{argmax}_\theta B(\mathbb{E}[W_\theta])$

et $B' > 0 \Rightarrow \operatorname{argmax}_\theta B(\mathbb{E}[W_\theta]) = \operatorname{argmax}_\theta \mathbb{E}[W_\theta]$

b) max ~~$p_S(e) B(100 - w_S) + p_E(e) B(50 - w_E)$~~

sc ~~CP $\mathbb{E}[U(\tilde{W}, e)] \geq \bar{u}$~~

principal

Correction

$$W = \begin{cases} 100 - w_S \\ 50 - w_E \end{cases} \qquad \text{agent} \quad \tilde{W} = \begin{cases} w_S \\ w_E \end{cases}$$

et par a) $\max_{w_S, w_E} \mathbb{E}[W]$

on veut l'effort e

sc $\mathbb{E}[U(\tilde{W}, e)] \geq \bar{u}$ (CP)

$\mathbb{E}[U(\tilde{W}, e)] \geq \mathbb{E}[U(\tilde{W}, e_-)]$

l'autre effort qui n'est pas e

2) c) faire Lagrangien, puis Conditions KKT

39

d) ↳ principal

↳ pour chaque effort on regarde le contrat d'équilibre et le profit espéré

on prend le max de ces profits espérés

↳ l'agent qui va accepter remplit CI et CP

donc on sait qu'il fera l'effort associé au profit espéré max

le profit esp est $\mathbb{E}[X]$.