
Réassurance Non Vie

Par

ALEXANDRE DELACROIX
ALEXANDRE.DELACROIX@NATIXIS.COM



Département de sciences actuarielles
ISFA

La base de ce cours est celui de Pierre Jal - Arch Reinsurance,
d'un cours de réassurance de Munich RE / New RE et d'un cours
de tarification en réassurance de l'Université Marne la Vallée

NOVEMBRE 2021

Chapitre 1

Généralités

1.1 Définition

1.1.1 Réassurance : «l'assurance de l'assurance »

D'une manière simpliste, on pourrait définir la réassurance comme «l'assurance de l'assurance», nous retiendrons néanmoins la définition plus complète suivante : «Une opération de réassurance est un contrat sur lequel un réassureur (dit cessionnaire) vis-à-vis d'un assureur professionnel (dit cédant) qui répond seul et intégralement vis-à-vis des assurés des risques par lui assurés, prend en charge moyennant rémunération tout ou partie des sommes dues ou versées aux assurés à titre de sinistres.» (Picard et Besson)

1.1.2 Parties concernées dans la réassurance

Relation assuré - assureur

Un assuré peut avoir différents contrats avec différents assureurs, mais il peut aussi avoir tous ses contrats chez le même assureur. Dans le cas des grands risques, il est fréquent d'avoir recours à la coassurance, plusieurs assureurs prennent alors chacun une part du contrat d'assurance.

Relation assureur – réassureur

Comme pour le contrat d'assurance, l'assureur est libre d'avoir tous ses contrats chez le même réassureur ou d'avoir différents contrats chez différents réassureurs. Comme on parle là d'engagements souvent très importants, le cas le plus répandu est celui d'un contrat de réassurance cédé à un pool de réassureurs. Il est assez rare qu'une cédante ait recours à un seul réassureur sur un de ses contrats de réassurance, elle préfère en général élargir son panel de réassureurs afin de limiter son risque crédit ; de même, les réassureurs ont en général ce que l'on appelle une « capacité de souscription » qui correspond à l'engagement maximal qu'ils sont autorisés à avoir sur un contrat donné. Du fait de cette limitation, ils n'ont souvent pas la possibilité de prendre le risque à 100% et doivent alors le partager avec d'autres réassureurs. Un des réassureurs est désigné pour représenter les autres et est responsable entre autres de l'élaboration du contrat ainsi que des négociations éventuelles (ajout postérieur

d'une clause, intégration d'un risque spécial...), on l'appelle l'apériteur (leader). Il s'agit en général du réassureur qui a la plus grosse part mais ce n'est pas systématique. Il convient de préciser qu'au sein du pool de réassureurs, tout le monde n'a pas nécessairement exactement le même contrat et il arrive par exemple que l'apériteur ait des conditions plus ou moins favorables que les autres. En effet, le leader souhaite parfois être rémunéré en plus au titre du travail de gestion et de mise en place du traité. Parfois, certains réassureurs (non nécessairement leader) disposent de conditions plus favorables, on parle alors de « short fall »

Relation réassureur – rétrocessionnaire

Les réassureurs sont eux-mêmes réassurés auprès de rétrocessionnaires (rétrocessionnaires) qui sont également des compagnies de réassurance et qui couvrent d'autres réassureurs. Un réassureur peut très bien faire de la réassurance « classique » et avoir en même temps des traités de rétrocéssion avec d'autres réassureurs.

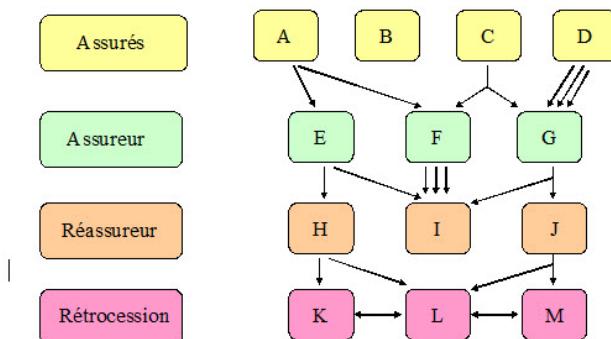


FIGURE 1.1 – Schéma de l'opération d'assurance

1.2 Réassureurs

1.2.1 Historique

Le premier contrat de réassurance :

En 1370, deux assureurs vénitiens assuraient la marchandise d'un bateau effectuant la liaison entre le port de Gênes et les Pays-Bas. Cependant, le trajet était dangereux et particulièrement entre Gibraltar et la fin du golf de Gascogne. Ils décidèrent donc de céder le risque à un troisième assureur sur la partie la

plus risquée du voyage. Ceci représente un contrat de réassurance entre l'assureur et le réassureur sans relation contractuelle avec l'assuré.

- 1370 : premier contrat de réassurance
- XIVème siècle : réassurance facultative
- 1821 : premier traité de réassurance
- 1842 : grand incendie de Hambourg
- 1843 : Première société de réassurance : la Weseler Rückversicherungs-Verein
- 1846 : Crédit de la Kölnische Rück
- 1861 : Grand incendie en Suisse (Glarus)
- 1863 : Crédit de Swiss Re
- 1884 : Crédit de la Société Anonyme de Réassurance, premier réassureur français

1.3 Cycles de la Réassurance

Le marché de réassurance suit en général ce que l'on appelle des "cycles".

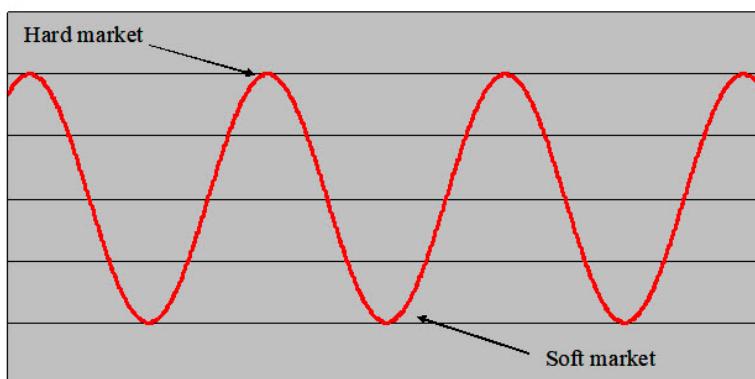


FIGURE 1.2 – Les cycles de réassurance

Lorsque les prix sont élevés, on dit que l'on est en «Hard market», au contraire, lorsque les prix sont bas, on dit que l'on est en «soft market». Les cycles des différentes branches de la réassurance ne sont pas nécessairement corrélés. Ainsi, le marché français des risques industriels est entré dans une phase de baisse des prix aux environs des années 2005-2006, alors que le marché de la RC Automobile était encore en phase de durcissement tarifaire avec des hausses de prix supérieures à 20 %.

Prenons l'exemple du marché français : en 1990, le marché property était soft, puis sont survenues les tempêtes Daria, Vivian, Herta et Wiebke. Les réassureurs ont alors subi de grosses pertes, certains se sont même retirés du marché entraînant une diminution de la capacité de réassurance (diminution de l'offre de réassurance) et une hausse des coûts de la rétrocession ; de plus de nombreux réassureurs ont également revu la calibration de leurs modèles. De ce fait, les prix de la réassurance se sont mis à augmenter, d'autant que la plupart des acteurs demeurants actifs sur le marché souhaitaient récupérer les pertes effectuées sur leurs différents contrats tempêtes. Les prix ont continué à augmenter jusqu'en 1995, apogée du « hard market », les prix se sont alors mis à baisser. Cette chute, en l'absence de catastrophes naturelles majeures et avec l'apparition de nouvelles capacités s'est poursuivie jusqu'en 1999 date à laquelle sont alors survenues les tempêtes Lothar, Martin et Anatol en Europe ainsi que de nombreuses catastrophes au niveau mondial marquant un nouveau retournement du cycle jusqu'en 2005. Depuis, les conditions « property » ont tendance à se dégrader. Les événements de 2017 ont été majeurs avec une perte supérieure à 140 milliards de dollars, cependant le double effet des taux d'intérêt bas et de la capacité en abondance n'a pas permis un retournement de marché avec une hausse des prix sur toutes les lignes d'affaires.

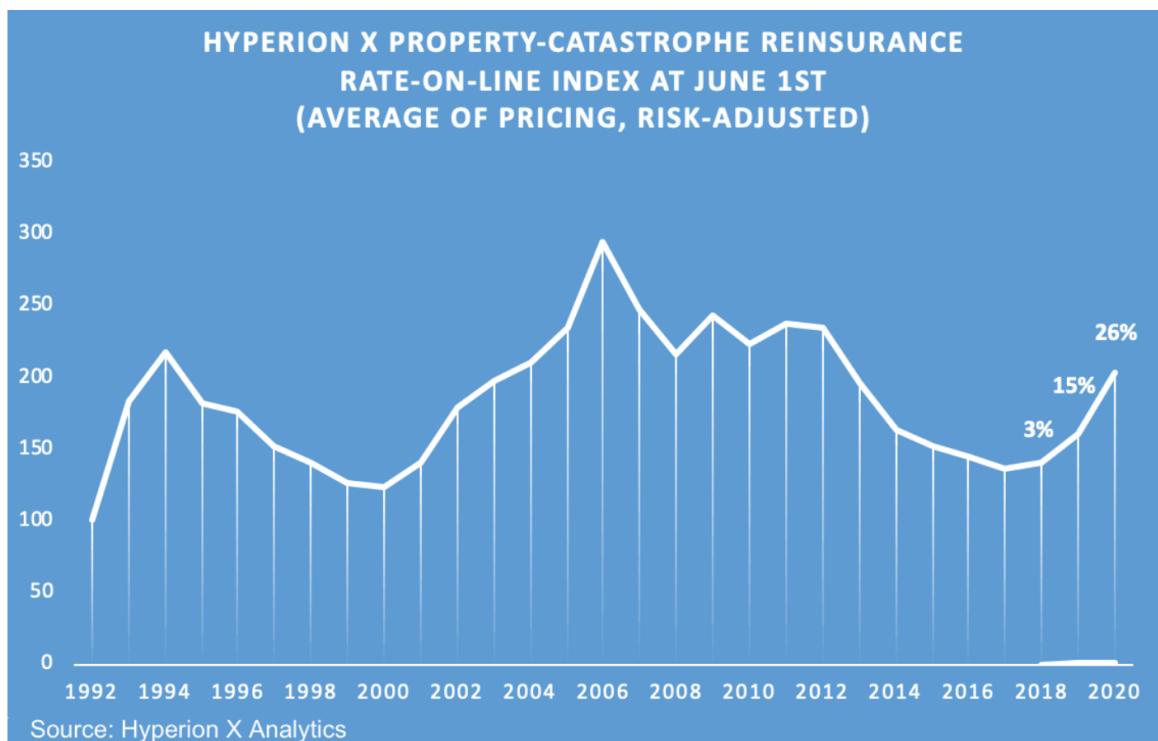


FIGURE 1.3 – Prix historique du property cat

Le marché « property » et le marché de la Réassurance en général est

extrêmement influencé par la survenance d'évènements naturels. Le tableau suivant représente les montants agrégés des sinistres évènements naturels majeurs indexés en Mio USD 2020 :

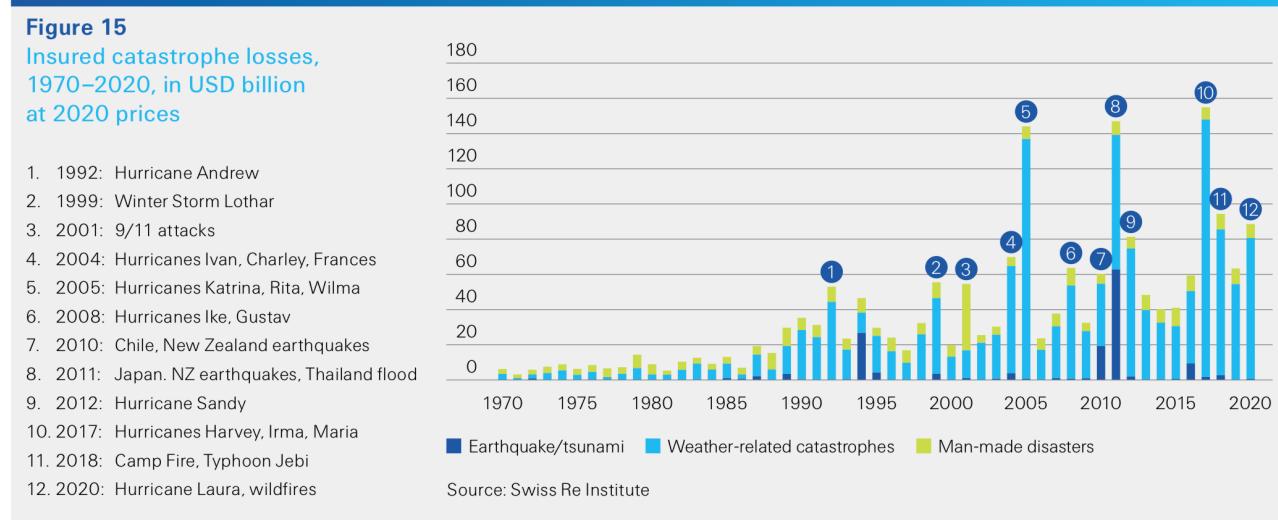


FIGURE 1.4 – Dommages assurés dus aux catastrophes entre 1970 et 2020

En 1990, les tempêtes Daria, Vivian, Herta et Wiebke avaient constitué un nouvel évènement de référence en montrant l'insuffisance des protections tempêtes de la plupart des assureurs. En effet, la plupart des programmes avaient été entièrement traversés et les cédantes avaient donc eu à leur charge bien plus que leurs rétentions initialement prévues. Dès lors, la plupart de ces programmes furent revus à la hausse et l'achat de protection de réassurance tempête a augmenté de manière considérable.

En 1992, le cyclone Andrew devenait le cyclone le plus couteux de l'histoire des Etats-Unis et allait avoir un impact considérable sur le marché mondial de la réassurance.

En 1994 survint un tremblement de Terre d'une magnitude de 6,7 sur l'échelle de Richter dans la localité de Northridge, à 32 km de Los Angeles. Avec un dommage économique estimé à plus de 53 milliards de dollars, cet évènement devenait la catastrophe naturelle la plus coûteuse de l'histoire. Néanmoins le dommage assuré fut bien moins important et cet évènement fut bien moins dommageable au marché de la Réassurance que le cyclone Andrew.

Le même cas de figure se produisit en 1995 au Japon avec le tremblement de terre de Kobe. En effet avec des dommages économiques estimés à 121,5 milliards de dollars, cet évènement était deux fois plus coûteux que le précédent « record » détenu par le tremblement de terre de Northridge. Mais là encore les

dommages assurés furent bien moindre.

1999 connut une série de trois tempêtes majeures en Europe : Anatol, Lothar et Martin touchant sévèrement le Danemark, la France, l'Allemagne, la Suisse et l'Espagne. Ces évènements constituent toujours la référence sur la plupart de ces marchés.

L'évènement principal de 2002 fut certainement les inondations d'Europe Centrale. L'Allemagne, La République Tchèque et l'Autriche furent très sévèrement touchées par des inondations résultant de pluies importantes (il tomba par exemple 41 cm d'eau en 3 jours au-dessus de l'Elbe).

L'année 2004 allait une fois de plus battre tous les records. Si cette année ne connut pas d'évènement particulièrement marquant en terme de sévérité, elle fut caractérisée par une fréquence extrêmement importante d'évènements naturels majeurs. Tout commença avec le cyclone Charley le 13 Août, ce dernier ouvrira la saison des cyclones avec un sinistre de 7 Milliards de dollars. Il était ensuite suivi les 5, 16 et 25 Septembre par les cyclones Frances (5 milliards de dollars), Ivan (4 milliards de dollars) et Jeanne (11 milliards de dollars). Ainsi, pour la première fois depuis 1886, trois ouragans (Charley, Frances et Jeanne) ont touché terre dans un même Etat, la Floride. Entre Juin et Octobre, le Japon a connu le nombre le plus important de typhons depuis des décennies. Le typhon Songda a causé un dommage assuré de 2,5 milliards de dollars ; le typhon Tokage un dommage assuré de 800 millions de dollars et Chaba un dommage assuré de 700 millions de dollars. S'ajoute à ces typhons un tremblement de Terre (Chuetsu) entraînant un dommage assuré de 600 millions de dollars. Avec un montant cumulé de plus de 42 milliards de dollars, l'année 2004 devenait la plus couteuse de tous les temps en terme d'évènements naturels. Les cédantes avaient pris conscience de l'importance de se protéger contre la survenance d'un évènement extrême suite au passage du cyclone Andrew apprirent à leurs dépends qu'il était également important d'être bien protégé contre la survenance d'une fréquence anormalement élevée d'évènements naturels.

Malgré la charge sinistre importante de l'année 2004, le marché de la réassurance réussit à absorber le choc et l'on n'observa pas de bouleversement majeur en termes de capacités.

Alors que le marché pensait se refaire une santé en 2005, le record de l'année 2004 allait être « pulvérisé ». En Janvier, la tempête Erwin qui toucha le nord de l'Europe constitua le nouvel évènement de référence pour la Scandinavie avec un sinistre de 1,5 milliard de dollars. En Juillet, le cyclone Dennis ouvrira la saison des cyclones aux USA de manière relativement précoce avec un dommage assuré de 2 milliards de dollars. Le mois d'Août allait quant à lui bouleverser profondément le marché de la réassurance, d'abord avec les inondations d'Europe centrale avec un sinistre de 1,2 milliard de dollars, devenant ainsi un évènement de référence pour un marché comme la Suisse où le plafond de nombreux programmes était dépassé, mais surtout avec la survenance du

cyclone Katrina qui avec un coût d'environ 70 milliards de dollars devenait l'évènement le plus coûteux de tous les temps. A titre de comparaison, le cyclone Andrew aurait coûté 22 milliards de dollars (en dollars 2005) et les attaques terroristes du 11 septembre 2001 21 milliards de dollars. L'année 2005 allait encore connaître 2 cyclones majeurs aux USA : Rita et Wilma tous deux autours de 10 milliards de dollars.

Ainsi, avec un total d'environ 110 milliards de dollars au titre des évènements naturels, 2005 devenait l'année la plus coûteuse de tous les temps.

Heureusement, le redressement des marchés financiers a permis à la plupart des « grands » réassureurs de limiter la casse et de présenter des résultats à l'équilibre ou en léger bénéfice malgré des ratios combinés bien au-delà de 100%. Il n'en est pas de même pour les réassureurs de taille plus modeste, notamment aux Bermudes. Suite à la survenance de ces évènements, de nombreux réassureurs furent dégradés par les principales agences de notations (S&P, Am Best, Fitch et Moody's). Beaucoup durent avoir recours à des augmentations de capital afin de maintenir leur notation et certains n'eurent d'autres choix que de se déclarer en run-off.

En 2017, les dommages assurés totaux résultant des catastrophes naturelles et techniques se sont inscrits à 144 milliards USD. Une saison cyclonique active dans l'Atlantique nord et une série de feux de forêt, de tempêtes orageuses et de pluies torrentielles dans différentes régions ont fait grimper la sinistralité globale en matière de catastrophes à un niveau jamais atteint auparavant en l'espace d'une année. Les dommages économiques totaux étaient de 337 milliards USD. En conséquence, le déficit de protection contre les catastrophes, tous périls confondus, est porté à 193 milliards USD dans le monde en 2017. A l'échelle mondiale, plus de 11 000 personnes ont trouvé la mort ou sont portées disparues dans des catastrophes, alors que des millions d'autres se sont retrouvées sans-abri. Malgré la charge sinistre importante de l'année 2017, le marché de la réassurance réussit à absorber le choc et l'on n'observa pas de bouleversement majeur en termes de capacités.

2020 restera dans les mémoires suite à la crise sanitaire et économique mondiale déclenchée par le COVID-19. Dans le contexte des perturbations et des bouleversements causés par la pandémie, des millions de personnes ont également connu des événements météorologiques violents. En termes corrigés de l'inflation, les pertes économiques mondiales dues aux catastrophes naturelles et d'origine humaine se sont élevées à 202 milliards de dollars l'an dernier, contre 150 milliards de dollars en 2019. L'australie a également souffert d'une sécheresse sans précédent, d'incendies de forêt et de tempêtes. L'Asie a subi des inondations mortelles et catastrophiques dues aux pluies de mousson.

1.4 Marché de la Réassurance

1.4.1 Loss Ratio

Le tableau suivant présente l'évolution du ratio combiné du marché de la Réassurance depuis 1988 :

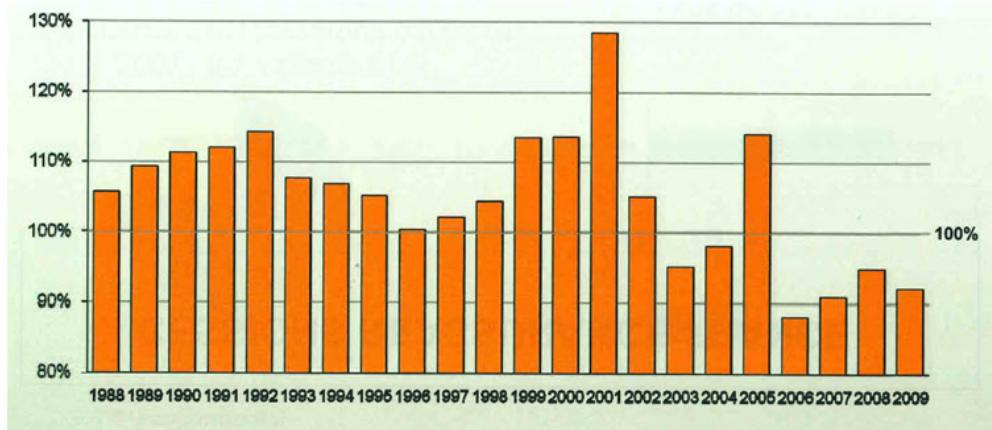


FIGURE 1.5 – Evolution du ratio combiné des réassureurs

On retrouve clairement le côté cyclique de la Réassurance à travers la présentation de l'évolution des ratios combinés. Jusqu'en 2003, le marché de la réassurance a toujours fait une perte technique, à savoir que le marché payait plus de sinistres et de frais qu'il ne touchait de primes.

Ceci peut fonctionner grâce au cycle inversé de la Réassurance. En effet, le Réassureur va d'abord toucher la prime de Réassurance avant de commencer à payer les sinistres, ce qui est encore plus vrai sur les branches à déroulement long comme la responsabilité civile par exemple où le réassureur peut commencer à payer les sinistres plusieurs années après avoir encaissé la prime. Ainsi, une des parties intégrantes du métier de Réassureur est la gestion d'actifs. En effet, les réassureurs disposent de fonds propres extrêmement importants ainsi que de provisions plus que conséquentes et les performances effectuées sur le portefeuille d'actifs deviennent donc essentielles pour les résultats des réassureurs.

Suite à la crise financière post-World Trade Center, la plupart des compagnies ont décidé de ne plus dépendre uniquement de leurs produits financiers et qu'elle devait gagner de l'argent sur leur cœur de métier. On observe clairement cette volonté dès lors de maintenir des ratios combinés inférieurs à 100%.

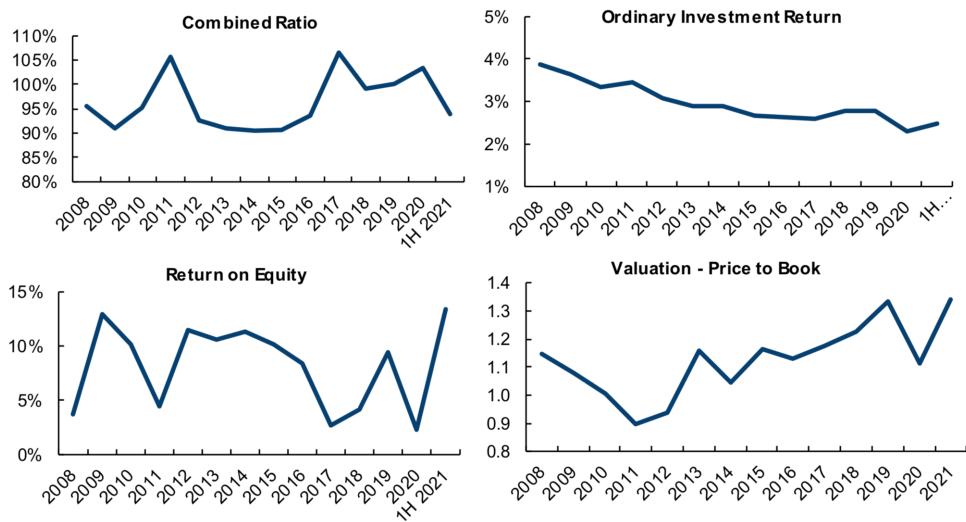


FIGURE 1.6 – Evolution du résultat des réassureurs

Les réassureurs ont généralement enregistré des résultats solides pour le premier semestre 2021, malgré l'impact des tempêtes hivernales au Texas et les sismes supplémentaires liés au COVID-19. Globalement, le rendement annualisé des capitaux propres est estimé à 13,4%.

1.4.2 Capital



Sources: Company financial statements / Aon Business Intelligence / Aon Securities Inc.

FIGURE 1.7 – Evolution du capital de la réassurance

Le capital de réassurance a augmenté jusqu'au Q2, clôturant la période à 660 milliards de dollars, grâce à des augmentations sur les marchés traditionnels et alternatifs. Le capital traditionnel à la fin du deuxième trimestre s'élevait à 563



milliards de dollars, en hausse de 7 milliards de dollars par rapport à la fin de l'année et se remet d'une légère baisse à la fin du premier trimestre. Le capital alternatif a continué d'augmenter, en hausse de 1 milliard de dollars supplémentaires, pour près de 100 milliards de dollars d'actifs totaux et une contribution de plus de 15% du capital total de réassurance mondial.

En 2021, le marché des capitaux alternatifs a progressé d'environ 3%. La volatilité accrue sur le marché de la réassurance traditionnelle a déplacé les capitaux alternatifs vers le marché des cat bonds. Les fonds ILS annoncent une situation positive des AUMs et continuent à rechercher activement de nouveaux afflux.

1.4.3 Primes

Au niveau mondial, les primes d'assurance cumulées représentent plus de 4,000 milliards d'euros, réparties 57% en vie et 43% en non-vie. Les primes de réassurance représentent environ 190 milliards d'euros, la non-vie représentant 70% de ces primes. La réassurance est donc principalement présente en non-vie. En effet, les risques sous-jacents sont probablement moins aisément modélisables et le facteur catastrophique revêt une importance moindre en vie par rapport à la non-vie où comme nous l'avons vu, certains assureurs peuvent perdre une partie très importante de leurs fonds propres avec la survenance d'un seul événement catastrophique.

La demande de réassurance provient essentiellement des USA (42%) et de l'Europe (45%). Au sein de l'Europe, l'Allemagne (17%) et le Royaume-Uni (1%) représente les principaux acheteurs de Réassurance. La France représente 6% de l'achat de Réassurance mondial.

En ce qui concerne l'offre de Réassurance, elle provient essentiellement de l'Europe (53%), cette offre provenant principalement de l'Allemagne (26%) et de la Suisse (16%). Les deux autres marchés fournissant de la Réassurance sont les USA (19%) et les Bermudes (17%).

Principaux réassureurs mondiaux classés par leurs primes nettes 2016 et 2017 :

Les **Lloyd's** de Londres ne sont pas un réassureur à proprement parler dans le sens où il s'agit plutôt du regroupement de plusieurs réassureurs appelés « syndicats », disposant chacun de leur propre capitalisation. Les membres des Lloyd's sont les apporteurs de capital des syndicats. Ses membres fournissent du capital à un ou plusieurs syndicats et délèguent la capacité de souscription à des « **Managing Agents** ». Les membres ne sont pas solidaires entre eux mais ils alimentent chaque année un fonds Central destiné à pallier à la défaillance d'un ou plusieurs syndicats. De ce fait, tous les syndicats bénéficiant de cette garantie disposent de la même notation financière.

(USD Millions)¹

Ranking	Company Name	Reinsurance Premiums Written				Total Shareholders' Funds ²	Ratios ³			
		Life & Non-Life		Non-Life only			Loss	Expense	Combined	
		Gross	Net	Gross	Net					
1	Swiss Re Ltd.	42,228	39,649	26,095	25,135	31,037	79.7	31.7	111.4	
2	Munich Reinsurance Company	37,864	35,282	24,742	23,455	34,245	66.7	34.4	101.0	
3	Hannover Rück SE ⁴	25,309	22,096	16,555	14,333	12,718	69.0	29.5	98.5	
4	SCOR S.E.	18,302	16,176	8,005	6,826	7,139	68.1	30.9	99.0	
5	Berkshire Hathaway Inc.	16,089	16,089	11,112	11,112	428,563	86.6	25.1	111.7	
6	Lloyd's ^{5, 6}	14,978	10,433	14,978	10,433	39,150	71.0	34.5	105.5	
7	China Reinsurance (Group) Corporation	13,161	12,196	5,218	4,820	13,881	65.0	36.4	101.4	
8	Reinsurance Group of America Inc.	12,150	11,297	N/A	N/A	11,601	N/A	N/A	N/A	
9	Great West Lifeco	10,149	10,055	N/A	N/A	19,549	N/A	N/A	N/A	
10	PartnerRe Ltd.	7,285	6,909	5,792	5,439	7,270	72.4	28.0	100.4	

FIGURE 1.8 – Classement des réassureurs mondiaux en 2020 par leurs primes

Les principales agences de notations reconnues dans le monde de la Réassurance sont Standard & Poor's, AM Best, Fitch et Moody's. A savoir qu'en Europe, Standard & Poor's a une influence prépondérante alors que sur le marché américain AM Best occupe cette position de leader du marché. Les notations attribuées par ces agences de notations sont essentielles dans le monde de la réassurance. Ainsi, la plupart des cédantes refuseront de placer leurs programmes RC à des réassureurs ne disposant pas d'un rating jugé suffisant. Le risque de crédit des réassureurs doit être pris en compte par les cédantes, bien que la réassurance soit un actif du bilan le risque de crédit des réassureurs diffère fortement des autres risques de crédit :

- Contrairement au risque de crédit sur investissement, la réassurance n'a connu que relativement peu de défauts de réassureurs et il est donc difficile de modéliser aisément cette probabilité de défaut.
- Dans un portefeuille d'investissement, l'effet de diversification est bien réel dans le sens où toutes les obligations ne feront pas défaut en même temps (malgré la dépendance positive liée à l'environnement économique). En réassurance, un choc majeur peut entraîner le défaut de plusieurs réassureurs (exemple du WTC ou de l'ouragan Katrina).
- Corrélation positive entre la cédante et ses réassureurs. En effet, en cas de survenance d'un événement majeur, la cédante serait également fortement impactée et ses réassureurs risqueraient de faire défaut à un très mauvais moment pour elle.
- Il n'est pas possible de vendre les actifs correspondant aux engagements

des réassureurs, contrairement à la plupart des autres actifs.

On observe actuellement un phénomène de concentration du marché de la Réassurance assez important. Ainsi en 1990, les 10 principaux réassureurs mondiaux représentaient 32% du marché, les 5 premiers représentant 23% à eux seuls. En 2009, les 10 premiers réassureurs représentent 58% du marché de la réassurance dont 47% attribuables aux 5 principaux réassureurs.

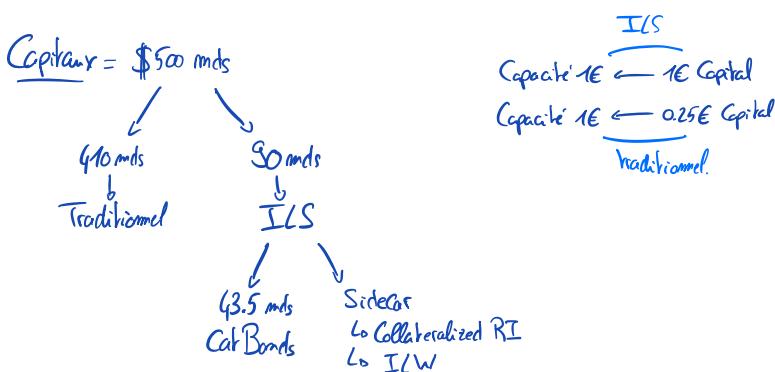
Nous présentons enfin dans le tableau suivant le classement des 5 principaux courtiers d'Assurance et de Réassurance par leur chiffre d'affaire 2020 :

Classement	Courtiers	Chiffre d'affaire
1	Marsh McLennan	17 210m
2	Aon	11 070m
3	Willis Towers Watson	9 350m
4	Arthur J Gallagher	6 000m
5	Hub International Ltd	2 700m

TABLE 1.1 – Classement des courtiers en assurance et réassurance

1.5 Utilités de la Réassurance

- Protège le bilan de la cédante contre la survenance de sinistres extrêmes (incendie d'une grosse usine), du cumul de sinistres « normaux » (grèle) ou de la dérive technique d'une branche par exemple.
- Lissage dans le temps des résultats de la cédante impliquant entre autres une diminution du coup du capital (résultat moins volatile).
- Augmentation de la capacité de souscription de la cédante (la cédante peut développer son portefeuille même si elle n'a pas encore les capacités financières suffisantes pour le faire seule, notamment en terme de marges de solvabilité).
- Améliore la marge de solvabilité de la cédante.
- Rôle de conseil : études des cumuls sur le portefeuille de la cédante, conseils pour le lancement d'un nouveau produit ou pour l'évaluation des réserves, audits, etc...)



Chapitre 2

Les différentes formes de réassurance

2.1 Types de réassurance

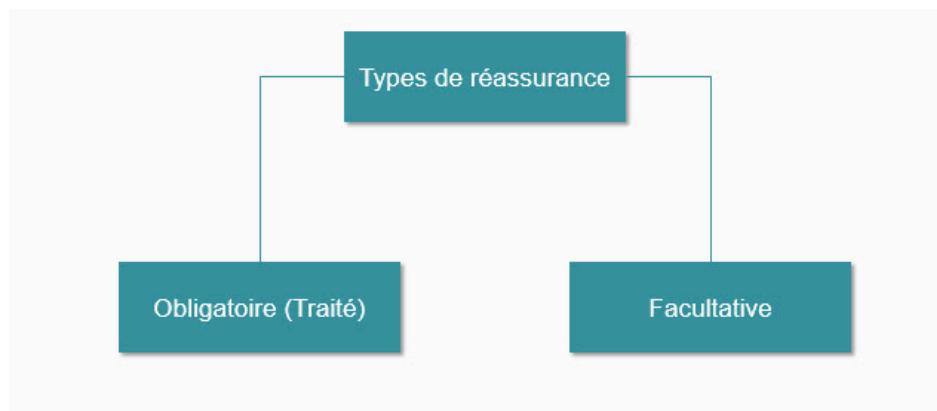


FIGURE 2.1 – Les types de réassurance

2.1.1 Traité de Réassurance

Il s'agit de la Réassurance dite « obligatoire ». Elle se matérialise par un contrat de Réassurance dit « Traité » qui définit une catégorie de risques ainsi que des conditions ou des limites de souscription. Par ce Traité, l'assureur dit « Cédante » (Cedant) s'engage à céder tout risque correspondant aux conditions définies précédemment sans effectuer aucune sélection ; de son côté, le réassureur s'engage à accepter tous ces risques sans effectuer aucune sélection.

Empeche l'anti-sélection

Exemple : Considérons un Traité de réassurance passé entre une cédante C et un Réassureur R avec un taux de prime de 1% (C s'engage à verser 1% de la prime considérée dans le Traité au réassureur). Ce Traité protège le portefeuille

« property » de C. Si vous souscrivez une police MRH chez C, C s'engage à reverser 1% du montant de votre prime à R en contrepartie R couvrira tout sinistre survenant sur votre police selon les modalités définies dans le Traité. Aucune possibilité de sélection n'est offerte à l'une ou l'autre des parties.

2.1.2 Réassurance facultative

Ce mode de Réassurance est historiquement le plus ancien. Ici, l'accord s'établit pour chaque risque, police par police. Ainsi, la cédante est libre de proposer les risques qu'elle souhaite au réassureur, libre à lui de les accepter ou non.

Exemple : imaginons que la cédante C ait en portefeuille 30.000 risques ayant une valeur assurée inférieure à 10.000.000 € et 20 risques avec des valeurs assurées supérieures dont un risque ayant pour valeur assurée 150.000.000 €. La cédante C pourrait se protéger en Traité pour l'ensemble de son portefeuille avec une limite du Traité de 150.000.000 €. Le coût de la couverture pour la partie comprise entre 10.000.000 € et 150.000.000 € serait vraisemblablement bien trop important compte tenu de l'exposition réelle de C. En effet, on demande à son réassureur de nous protéger pour une souscription pouvant aller très haut alors même qu'on n'utilise que très rarement cette capacité de souscription. Il devient ainsi bien plus intéressant pour C de se protéger en Traité jusqu'à 10.000.000 € puis de protéger chacun des 20 risques restants en réassurance facultative. Un contrat sera alors établi pour chacun de ces risques, avec des taux de prime différents pour chaque risque. C n'est pas obligée de tous les protéger et R n'est pas obligé de tous les accepter, libre à lui de refuser auquel cas C aura le choix entre conserver le risque chez elle ou trouver un autre réassureur prêt à couvrir ce risque pour une prime raisonnable.

Il est souvent fait appel à des ingénieurs ou à des experts pour la tarification de contrats de réassurance facultative. En effet, le calcul de la prime dépend alors réellement des caractéristiques techniques du risque et des moyens de protection mis en œuvre. L'appréciation de ces paramètres est souvent plus du ressort d'un ingénieur que d'un actuaire par exemple.

2.2 Catégories de réassurance

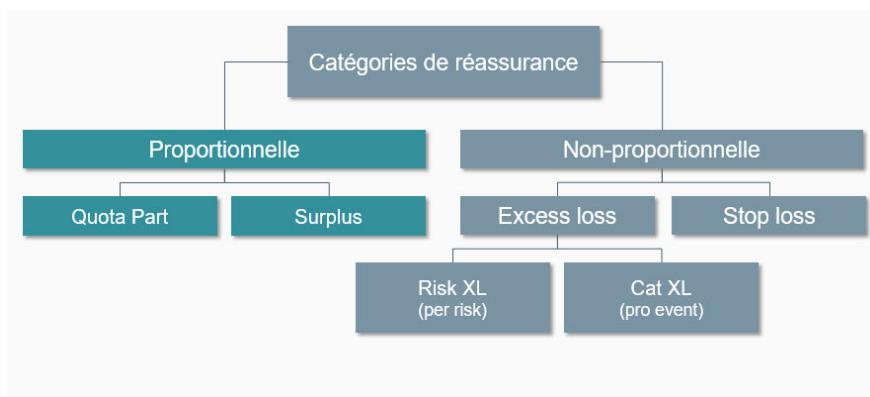


FIGURE 2.2 – Les catégories de réassurance

2.2.1 Réassurance proportionnelle

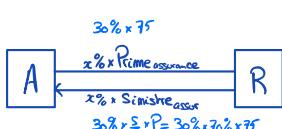
On la nomme ainsi car la prime de réassurance et l'indemnisation des sinistres de la Cédante par le Réassureur se calculeront selon le même pourcentage. Ainsi par exemple le Réassureur reçoit 20% de la prime d'un risque et s'engage en contrepartie à couvrir 20% des sinistres affectant ce même risque. Les résultats du Cessionnaire dépendent donc directement de la qualité de souscription de la Cédante, le Réassureur partagera les bénéfices de la Cédante... mais aussi ses pertes éventuelles !

Les frais de gestion et d'acquisition du portefeuille étant entièrement assumés par la Cédante, le contrat de Réassurance proportionnelle prévoit le versement par le Réassureur d'une « commission de Réassurance » visant à couvrir sa part dans ses différents frais. Il n'est également pas rare de voir dans le contrat une sur-commission (overrider). Enfin, lorsque le contrat est transmis par l'intermédiaire d'un courtier, une commission de courtage est également prélevée sur la prime (généralement de l'ordre de 1% à 5%).

$$\begin{aligned} \text{taux cession} &= 30\% \\ \text{Prime d'assurance} &= 75 \text{ m€} \\ \frac{S}{P} &= 70\% \end{aligned}$$

$$\text{Résultat de réassurance} = 30\% \times 75(1 - 70\%) = 6.75$$

$$\text{Résultat d'assurance} = (75 - 70\% \times 75) 70\% = 22.5$$



$$\begin{aligned} \text{taux cession} &= 30\% \\ \text{Prime assurance} &= 75 \text{ m€} \\ \frac{S}{P} &= 70\% \\ \text{Ceding Commission} &= 10\% \text{ de Prim rassu} \\ \text{Overrider} &= 2\% \text{ Prim assu} \\ \text{Courtier} &= 1\% \text{ Prim assu} \\ \text{R}_{\text{réass}} &= 75 \times 30\% - 75 \times 30\% \times 10\% - 75 \times \frac{S}{P} \times 30\% + 75 \times 30\% \times 2\% \\ \text{R}_{\text{assu}} &= 75(1 - 30\%) - 75 \times (1 - 30\%) \times 10\% - 75 \times \frac{S}{P} \times (1 - 30\%) + 75 \times 30\% \times 2\% \\ \Rightarrow \text{R}_{\text{réass}} &= 4.95 \\ \text{R}_{\text{assu}} &= 10.95 \end{aligned}$$

taux cession = 30%

Prime d'assurance = 75 m€

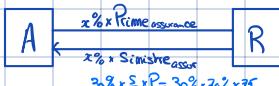
S/P = 70%

$$30\% \times 75$$

$$x\% \times \text{Prime assurance}$$

$$x\% \times \text{Sinistre cessa}$$

$$30\% \times P = 30\% \times 70\% \times 75$$



$$\rightarrow \text{Résultat de réassurance} = 30\% \times 75 (1 - 70\%) = 6.75$$

$$\rightarrow \text{Résultat d'assurance} = 75(1 - 70\%) 70\% = 15.75$$

taux cession = 30%

Prime assurance = 75 m€

S/P = 70%

Ceding Commission = 10% de Prime d'assurance

Overrider = 2% de Prime d'assurance

Courtier = 1% de Prime d'assurance

Primes

Commission

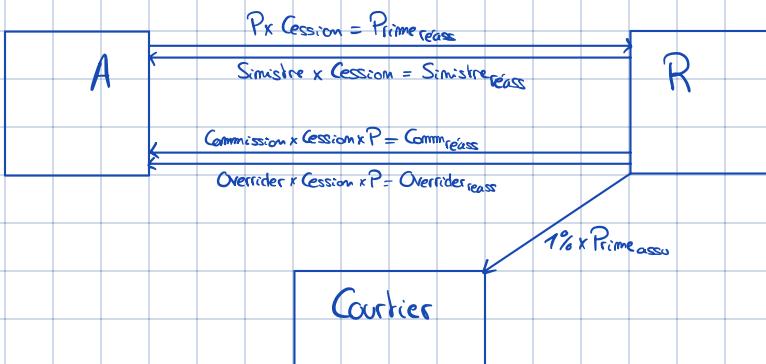
Sinistres

Overrider

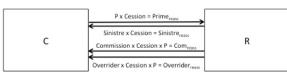
Courtier

$$\rightarrow \text{Résultat de réassurance} = 75 \times 30\% - 75 \times 30\% \times 10\% - 75 \times 70\% \times 3\% - 75 \times 30\% \times 2\% - 75 \times 30\% \times 1\% =$$

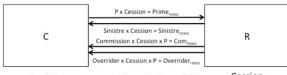
$$\rightarrow \text{Résultat d'assurance} = 75 \times 70\% \times (1 - 70\%) + 75 \times 30\% \times 10\% + 75 \times 30\% \times 2\%$$



Exemples

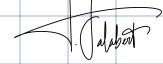


	P x Cession = Prime reass		
	Sinistre x Cession = Sinistre reass		
	Commission x Cession x P = Commission reass		
P = 75m S/P = 50%			
Primes	$75 (1 - 0.4) = 45$	Primes	$75 \times 0.4 = 30$
- Commission	$45 \times 0.2 = 9$	- Commission	$30 \times 0.2 = 6$
- Sinistre	$75 \times 0.5 \times (1 - 0.4) = 22.5$	- Sinistre	$75 \times 0.5 \times 0.4 = 15$
+ Overrider	$75 \times 0.4 \times 0.02 = 0.6$	+ Overrider	$75 \times 0.4 \times 0.02 = 0.6$
	14.1		8.4



	P x Cession = Prime reass		
	Sinistre x Cession = Sinistre reass		
	Commission x Cession x P = Commission reass		
P = 75m S/P = 50%			
Primes	$75 (1 - 0.5) = 37.5$	Primes	$75 \times 0.5 = 37.5$
- Commission	$45 \times 0.2 = 7.5$	- Commission	$37.5 \times 0.2 = 7.5$
- Sinistre	$75 \times 0.5 \times (1 - 0.5) = 18.75$	- Sinistre	$75 \times 0.5 \times 0.6 = 18.75$
+ Overrider	$75 \times 0.5 \times 0.02 = 0.75$	+ Overrider	$75 \times 0.5 \times 0.02 = 0.75$
	12		10.5

Commission à échelle au Sliding Scale

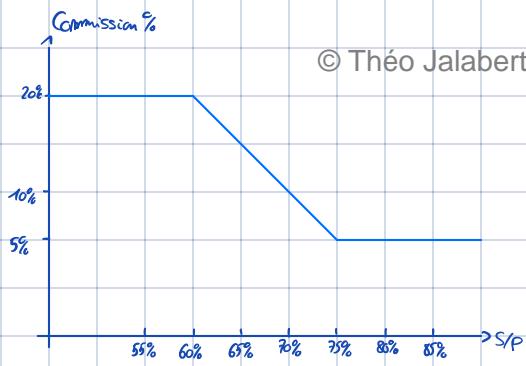
© Théo Jalabert 

CC	S/P assu	S/P réass
20%	< 60%	20% + S/P réass
20%	60%	80%
10%	70%	80%
5%	75%	80%
5%	> 75%	5% + S/P réass

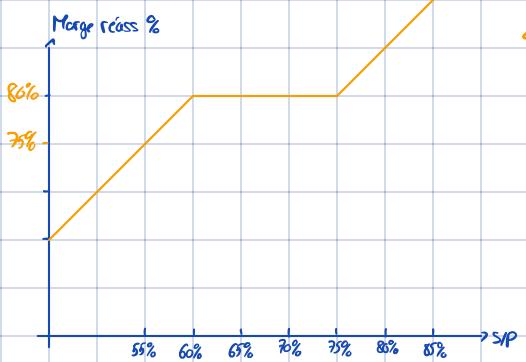
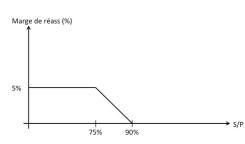
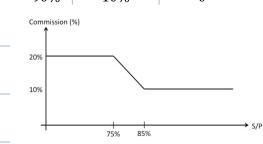
L linéaire entre 60% et 70%

10% à 70%

linéaire entre 70% et 75%



LR	Commission	Marge réass
< 75%	20%	5%
75%	20%	5%
76%	19%	5%
85%	10%	5%
> 85%	10%	0
90%	10%	0



← Graphs faux
à revoir

Les deux formes classiques de traités de Réassurance proportionnelle sont le Quote Part (Quota share) et l'Excédent de Plein (Surplus).

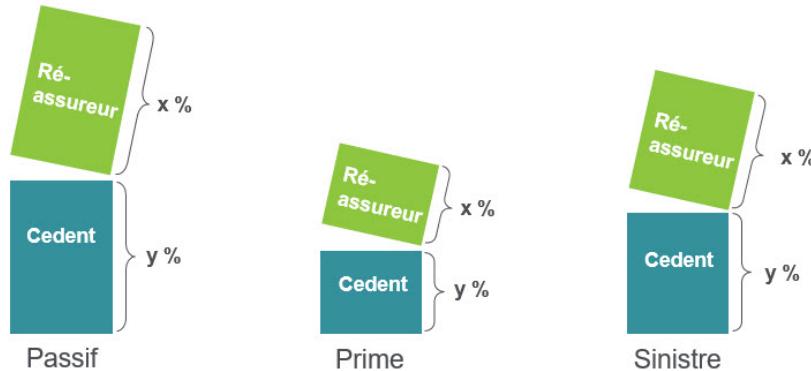


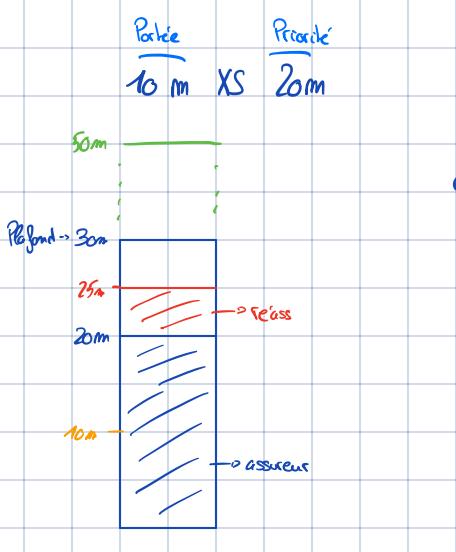
FIGURE 2.3 – Schéma de la réassurance proportionnelle

Traité en Quote Part - Quota Share (QS)

Dans un Traité en Quote Part, un taux de cession $x\%$ est défini. Dès lors, la cédante s'engage à céder $x\%$ de la prime perçue pour le portefeuille considéré et le Réassureur s'engage à verser à la cédante $x\%$ des sinistres qu'elle devra régler au titre de ce même portefeuille. Le taux de cession est identique pour tous les risques en portefeuille, quelle que soit la somme assurée, ainsi le profil de portefeuille demeure le même à une transformation homothétique près.



FIGURE 2.4 – Schéma d'un Quote-Part

ex1

$$S_1 = 10m$$

$$\rightarrow S_{\text{réass}} = 0m$$

$$\rightarrow S_{\text{assur}} = 10m$$

$$S_2 = 25m$$

$$\rightarrow S_{\text{réass}} = 5m$$

$$\rightarrow S_{\text{assur}} = 20m$$

$$S_3 = 50m$$

$$\rightarrow S_{\text{réass}} = 10m$$

$$\rightarrow S_{\text{assur}} = 40m$$

$$\text{Sinistre de réassurance} = \begin{cases} 0 & \text{si } X \leq \text{priorité} \\ X - \text{priorité} & \text{si priorité} \leq X \leq \text{priorité} + \text{portée} \\ \text{Portée} & \text{si priorité} + \text{portée} \leq X \end{cases}$$

Si l'on note S le sinistre à charge du réassureur, on a :

$$S = \min(\max(X - \text{priorité}, 0), \text{portée})$$

Par ce type de traité, le réassureur est impliqué dans tous les sinistres, même les plus petits, cela va de soi que la Cédante ne fera pas appel à son réassureur à chaque déclaration de sinistre afin que ce dernier lui envoie les fonds requis. Le Traité de Réassurance prévoit en général un calendrier comptable stipulant les dates auxquelles les comptes seront effectués.

Par exemple, la Cédante calculera tous les trimestres son résultat technique pour cette période :

$$\text{Résultat Technique} = \text{Prime} - \text{Sinistres} - \text{Commission} - \text{overridor} - \text{courtage}$$

Si ce dernier est positif, elle versera à son réassureur x % de ce résultat, en revanche, si il est négatif, le Réassureur devra lui verser x % de la perte. En diminuant les primes et les sinistres de la cédante, un traité en Quote Part améliore la marge de solvabilité de cette dernière. Ainsi pour un Quote part à 50%, la Cédante peut souscrire 2 fois plus de prime pour le même niveau de capital tout en maintenant sa marge de solvabilité. Ceci est particulièrement intéressant pour les petites sociétés ne disposant que de peu de capital mais souhaitant se développer, pour les start up ou encore pour le lancement d'une nouvelle branche.

Néanmoins, comme le montre le graphique précédent, la forme du profil de portefeuille demeure la même et le traité en Quote Part ne permet pas d'obtenir un lissage dans le temps des résultats. En effet, le ratio S/P demeure le même que l'on ait un traité en Quote Part ou non.

Traité en Excédent de Plein - Surplus

On définit ici le « Plein de Rétention » comme le montant maximal que la Cédante souhaite payer par sinistre.

Considérons les variables suivantes :

- K_i : capital assuré du risque i
- C : capacité de l'Excédent de Plein
- R : plein de rétention de la Cédante
- P_i : prime originale du risque i
- x_i : taux de cession pour le risque i

Ici, le fonctionnement est le même que pour le Quote Part, si ce n'est que le taux de cession est différent pour chaque risque. Le calcul de ce taux de cession se fait selon la formule suivante :

$$x_i = \min(\max\left(\frac{K_i - R}{K_i}, 0\right), \frac{C}{K_i})$$

Ainsi, $K_i < R$ si , le taux de cession est nul, la cédante conserve les risques dont le capital assuré est inférieur au plein de rétention. Ces risques représentent en général le plus grand nombre des polices du portefeuille et surtout la plus grande partie de la prime. L'excédent de plein permet donc de conserver la plus grande partie de sa prime tout en bénéficiant d'une protection proportionnelle

pour ses risques les plus importants. Pour un risque donné, la Cédante paiera au maximum R par sinistre.

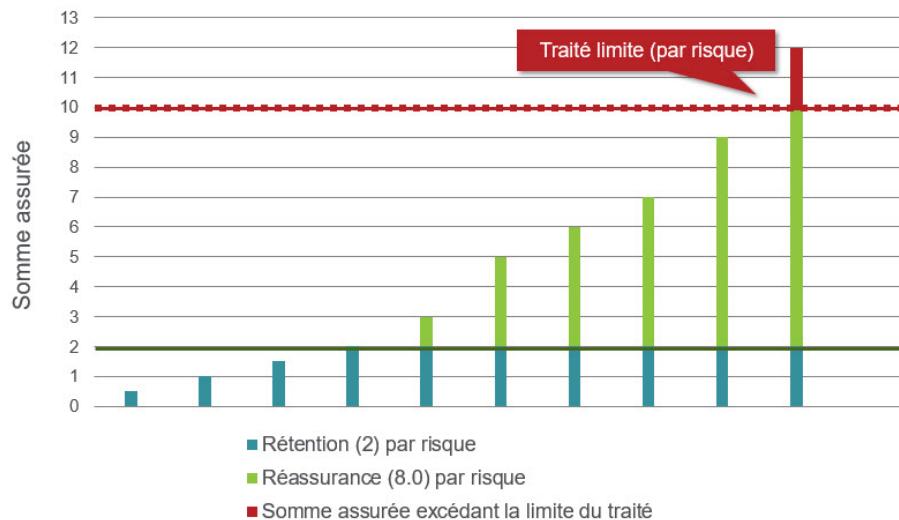


FIGURE 2.5 – Schéma d'un Surplus

Contrairement au Quote Part, l'excédent de plein change le profil de portefeuille de la Cédante. En effet, on remarque sur le graphique précédent que l'engagement maximum de la Cédante est limité à 2 M, à l'exception du dernier risque. Pour un excédent de plein, le Réassureur accorde une capacité maximum par risque, ce qui dépasserait cet engagement maximum redeviendrait à la charge de la Cédante. Pour ce risque, l'assureur envisagerait probablement une cession facultative pour la partie non réassuré par le surplus.



FIGURE 2.6 – Mise en application d'un Surplus

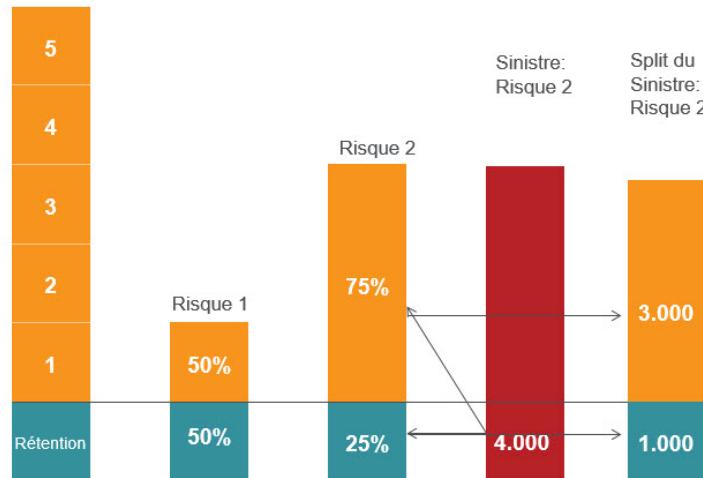


FIGURE 2.7 – Mise en application d'un Surplus

Lors de la survenance d'un sinistre, la participation du réassureur est calculée sur la base du taux de cession pour le risque sinistré.

2.2.2 Réassurance non proportionnelle

Comme le nom l'indique, il n'y a pas ici de relation de proportionnalité entre la prime cédée et la participation du réassureur dans les sinistres. Ce type de réassurance a pour but de protéger la Cédante de la survenance d'événements catastrophiques. Lorsque ces contrats sont transmis par l'intermédiaire d'un courtier, une commission de courtage est prélevée sur la prime (souvent égale à 10% en France). Il existe là encore deux grands types de contrats en Réassurance non proportionnelle : l'excédent de sinistres (excess of loss) et l'excédent de perte annuelle (stop loss).

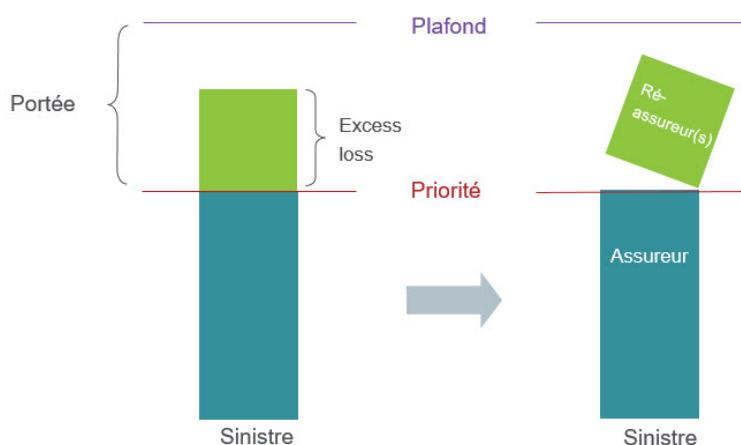


FIGURE 2.8 – Schéma de la réassurance non proportionnelle

Excédent de sinistre (XS)

Ce contrat fonctionne comme un contrat d'assurance avec franchise déductible. Ici, la franchise est appelée «priorité»(priority) ; le réassureur s'engage donc à payer pour tous les sinistres dépassant cette franchise et uniquement pour le montant de ce dépassement. De plus, ces traités font également mention d'une «portée»(limit) qui correspond à l'engagement maximum du réassureur sur un sinistre. Le réassureur paiera donc au plus le montant de la portée pour chaque sinistre. On appelle «plafond»(ceiling) la somme de la portée et de la priorité. Ainsi si on appelle X le montant d'un sinistre couvert par un traité XS, le montant à la charge du réassureur sera :

$$\text{Sinistre de réassurance} = \begin{cases} 0 & \text{si } X \leq \text{priorité} \\ X - \text{priorité} & \text{si } \text{priorité} \leq X \leq \text{priorité} + \text{portée} \\ \text{Portée} & \text{si } \text{priorité} + \text{portée} \leq X \end{cases}$$

Si l'on note S le sinistre à charge du réassureur, on a :

$$S = \min(\max(X - \text{priorité}, 0), \text{portée})$$

En pratique, on présente un XS de la manière suivante : portée XS priorité. Ainsi, 2 XS 4 désigne un traité en excédent de sinistre de priorité 4 et de portée 2.

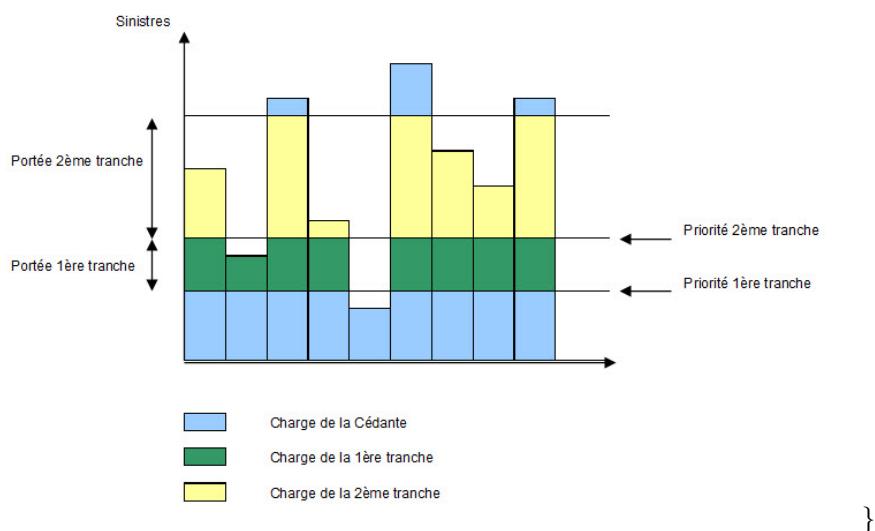
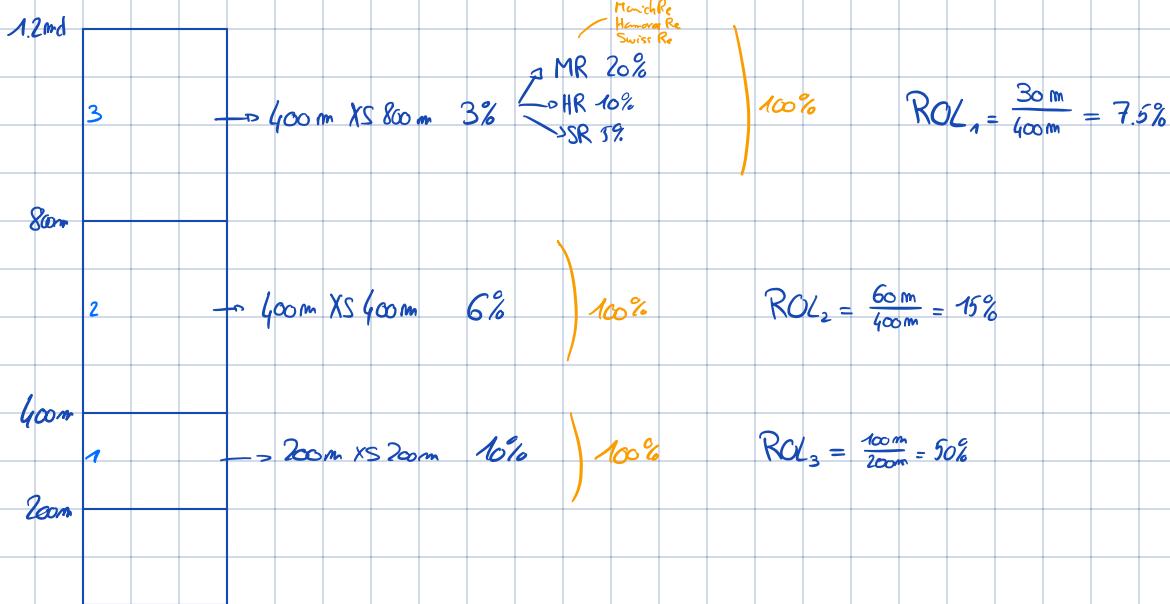


FIGURE 2.9 – Programme de réassurance non proportionnelle sur le portefeuille d'une cédante

Il n'y a pas ici de relation entre la proportion de la prime cédée et la part du réassureur dans le règlement des sinistres. La prime d'un XS est en général exprimée en pourcentage de l'encaissement annuel des risques concernés pour la période considérée. Parfois cette prime n'est pas reliée directement à l'encaissement annuel de la cédante et est exprimée en montant, on parle de prime flat.



+ je m'éloigne des risques, plus le ROL ↗

En pratique, la cédante communique au réassureur une estimation des primes qu'elle sera amenée à encaisser pour la période de couverture (EPI : Estimated Premium Income). Le réassureur va étudier l'XS et calculer une prime de réassurance qu'il va exprimer en pourcentage de cette EPI. Ainsi, si la Cédante a un encaissement moins important et donc une exposition moins importante (si l'on corrige les effets de variation de taux d'assurance), sa prime de réassurance sera diminuée en proportion ; en revanche, si elle souscrit plus que ce qu'elle avait annoncé à son réassureur, elle devra verser un complément de prime pour l'exposition additionnelle du traité. Une prime minimum est également prévue, généralement entre 80% et 90% de la prime calculée, cette prime est versée au réassureur à la signature du contrat. Une fois la période de couverture terminée, la cédante transmet au réassureur l'encaissement réel effectué durant l'année et la prime de réassurance est régularisée en appliquant le taux de l'XS à cette prime : si cette prime est supérieure à la prime initialement versée, la cédante paie le complément, si elle est inférieure, aucun remboursement n'est effectué par le réassureur.

Un XS est en général découpé en plusieurs tranches indépendantes et cotées séparément. Un même programme peut avoir des réassureurs différents sur chacune de ses tranches.

Exemple : programme : 40 XS 2, EPI : 10.000.000

- Tranche 1 : 2 XS 2,taux 15%,MDP 1.200.000,apériteur A avec 20%
- Tranche 2 : 6 XS 4,taux 21%,MDP 1.680.000,apériteur B avec 30%
- Tranche 3 : 10 XS 10,taux 10%,MDP 800.000,co-apériteur A et B avec 15%
- Tranche 4 : 20 XS 20,taux 4%,MDP 320.000,apériteur C avec 100%

Deux mesures sont extrêmement utilisées en Réassurance : le Rate on Line (ROL) et le Pay Back.

$$\text{Payback} = \frac{\text{Porté}}{\text{Prime}}$$

Cela représente le nombre d'années de primes nécessaires pour payer un sinistre traversant totalement la tranche.

$$\text{ROL} = \frac{\text{Prime}}{\text{Porté}} = \frac{1}{\text{Payback}}$$

Cela représente le coût de 1€ de couverture pour la tranche considérée.

Un traité XS peut fonctionner « par risque », par « événement » ou « par risque et par événement » :

- Par risque : le traité s'applique aux sinistres touchant une seule et même police. Cela permet de se protéger contre la survenance de gros sinistres tels que l'incendie de la tour Grenfell à Londres le 14 juin 2017 par exemple.
- Par événement : le traité s'applique au montant cumulé de tous les sinistres résultant du même événement. En effet, si l'on prend l'exemple des tempêtes françaises de 1999, ce n'est pas tant le montant des sinistres individuels qui posait un problème (quelques centaines ou milliers d'euros pour la plupart des polices) mais plutôt le nombre important de polices touchées. En effet, une protection « par risque » n'aurait sûrement été que très peu touchée alors qu'en agrégeant tous les sinistres résultant de la même tempête, les dégâts se chiffraient en millions d'euros. La définition de l'événement doit être clairement stipulée dans le contrat (ex : clause 72 heures pour la tempête) afin d'éviter tout litige en cas de sinistre (exemple des attentats du 11 septembre 2001 : les réassureurs considéraient qu'il s'agissait d'un unique événement alors que le propriétaire du World Trade Center considérait lui qu'il s'agissait de deux événements distincts). Si le traité comporte une « 2 risks warranty », il ne fonctionnera que si 2 polices au moins sont affectées par l'événement, c'est un traité fonctionnant uniquement « par événement ».
- Par risque et par événement : il s'agit d'un traité par événement ne comportant pas de « 2 risks warranty ». Il peut donc être touché tout aussi bien par un événement tel qu'une tempête ou un sinistre conflagration (exemple de l'usine AZF à Toulouse) que par un sinistre touchant une seule et même police.

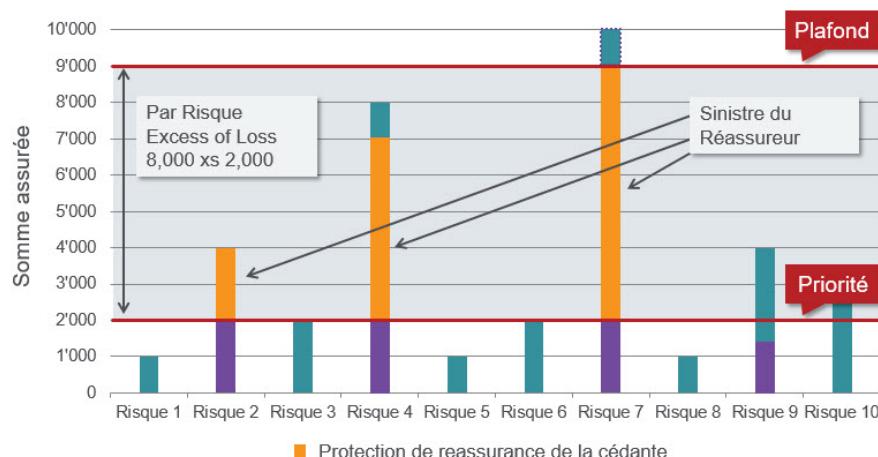


FIGURE 2.10 – Schéma d'un Par Risque XL

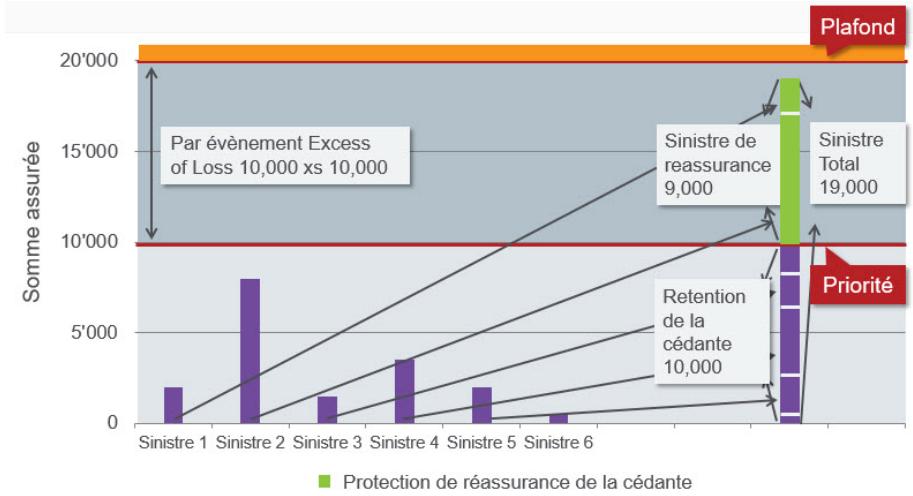


FIGURE 2.11 – Schéma d'un Par évènement XL

Excédent de perte annuelle (Stop Loss)

Le principe du Stop Loss est le même que celui de l'XS, mis à part qu'il protège le ratio S/P de l'année. Ici, la priorité et la portée sont en général exprimées en pourcentage de la prime directe. Ainsi, si l'on note X_i $i = 1, \dots, n$ les sinistres de la Cédante durant la période de couverture, la charge du Stop Loss sera :

$$\text{La charge du stoploss} = \begin{cases} 0 & \text{si } \frac{\sum X_i}{P} \leq \text{priorité} \\ (\frac{\sum X_i}{P} - \text{priorité}) * P & \text{si } \text{priorité} \leq \frac{\sum X_i}{P} \leq \text{priorité} + \text{portée} \\ \text{Portée} * P & \text{si } \text{priorité} + \text{portée} \leq \frac{\sum X_i}{P} \end{cases}$$

Si l'on note S le sinistre à charge du réassureur, on a :

$$S = \min(\max(\frac{\sum X_i}{P} - \text{priorité}, 0), \text{portée}) * P$$

Il est classique d'avoir ce genre de protection pour la grêle, les dégâts des eaux ou le gel par exemple. En effet, ces événements sont en général très localisés géographiquement et la survenance d'un seul événement a peu de chances de compromettre le résultat d'une année. En revanche, une fréquence trop importante de ces événements au cours de la période peut être plus problématique. Le Stop Loss permet de se protéger contre ce type de surverances.

Le contrat de réassurance est ici très important. En effet il doit détailler clairement les différents éléments pris en compte dans le calcul du ratio S/P ainsi que la période sur laquelle il est calculé (année comptable ou exercice de souscription par exemple). Ainsi par exemple, si la protection se fait sur une base comptable et que la Cédante a en fin d'année un loss ratio égal à la priorité du traité, elle aurait intérêt à passer des montants de provisions importants pour l'exercice (IBNR par exemple). En effet, son S/P net de réassurance

demeurerait le même (la différence étant prise en charge par le Réassureur) et cela lui permettrait d'améliorer ses futurs résultats. Il est donc important que le Réassureur ait une vision très précise du fonctionnement du traité pour ne pas avoir de mauvaises surprises par la suite.

Il arrive parfois que les bornes du traité soient exprimées en montant absolu et non pas en pourcentage de l'encaissement annuel.

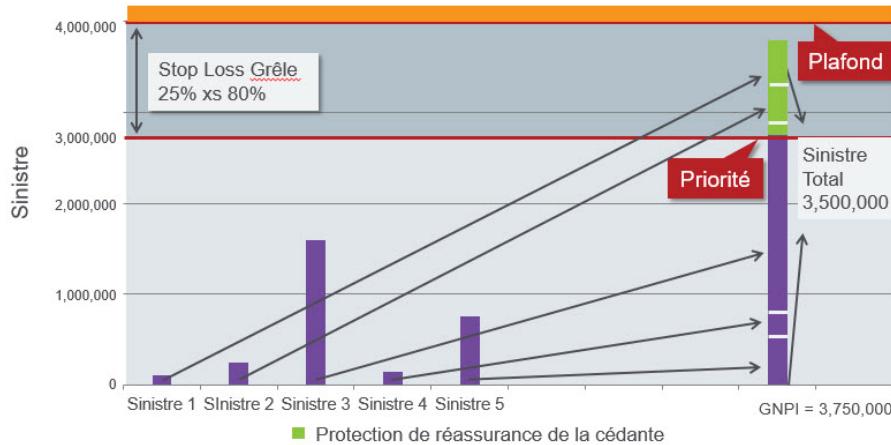


FIGURE 2.12 – Schéma d'un Stop Loss

Plan de Réassurance

On appelle plan de réassurance l'ensemble des protections de réassurance d'une Cédante. En général, les produits présentés précédemment sont combinés les uns avec les autres.

Exemple :

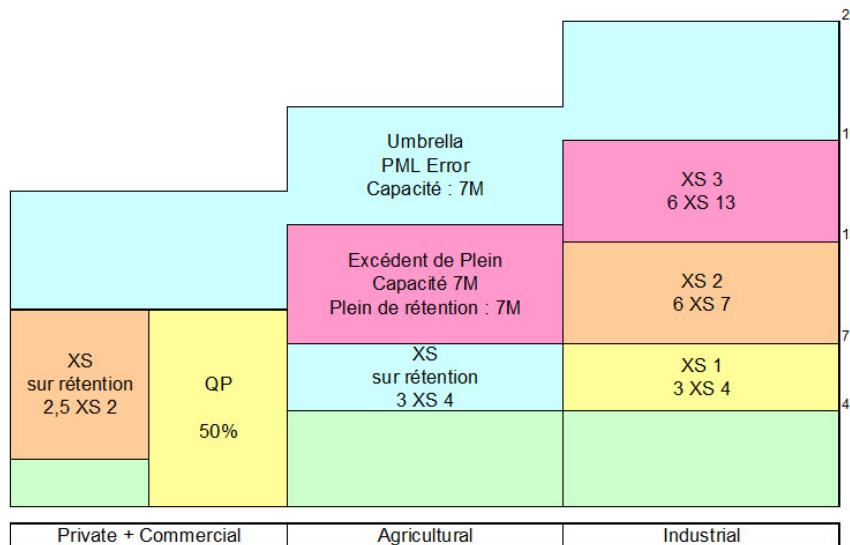


FIGURE 2.13 – Plan de réassurance

Considérons par exemple une cédante souscrivant du property dans trois segments : « Private & Commercial », « Agricultural » et « Industrial ». Sur base PML (Probable Maximum Loss), la Cédante a les limites de souscription suivantes : 9M pour « Private & Commercial », 14M pour « Agricultural » et 19M en « Industrial ». L'essentiel de sa prime provient du premier de ces segments et la cédante fait face à un problème de marge de solvabilité. De par sa structure, elle peut assumer jusqu'à 2M par sinistre pour le premier segment et 4M par sinistre pour les autres.

- «Private & Commercial » : mise en place d'une Quote Part de 50%, ce qui permet de réduire la marge de solvabilité requise. Malgré cette protection, la Cédante peut encore faire face à un sinistre supérieur à 2M, ce qu'elle ne veut pas. On met donc en place un XS 2,5 XS 2 sur la rétention du Quote Part. Ainsi, si un sinistre de 8M survient dans ce segment, la Quote Part en assume 4M, l'XS paie 2M et la Cédante conserve 2M.
- «Agricultural » : cette branche dispose de moins de prime et la Cédante ne souhaite pas en donner une trop grande part à ses réassureurs, d'autant que le gain en solvabilité serait alors minime. Elle décide donc de mettre en place un Excédent de Plein avec un plein de rétention de 7M, ceci lui permet de ne céder de la prime que sur ses risques les plus

importants et de diminuer la volatilité de son portefeuille. Avec ce plein de rétention, la Cédante doit encore se protéger avec un 3 XS 4, de manière à limiter son engagement à 4M par sinistre. En fonction du coût de cet XS, la cédante pourrait considérer de le remplacer par un Excédent de Plein ayant un plein de rétention de 4M au lieu de 7M.

- «Industrial» : sur cette branche, la Cédante veut se protéger sur une base purement non proportionnelle. C'est-à-dire qu'elle veut se protéger exclusivement de la survenance de sinistres importants. On pourrait envisager une structure en 15 XS 4 mais il serait sûrement difficile de la placer (trouver des réassureurs) et les prix s'en trouveraient plus importants. On décide donc de placer un XS en 3 tranches.

En effet, on définit par « Capacité » d'un traité de réassurance l'engagement maximum auquel peut faire face un réassureur sur un sinistre. Ainsi, si un Réassureur prend 10% d'une tranche de portée 10M, il donne une capacité de 1M. Dans leurs guides de souscription, les souscripteurs disposent d'une capacité maximale par traité. Ainsi, si l'on propose un programme en une seule tranche, certains réassureurs peuvent avoir un problème de capacité et ne pouvoir souscrire qu'une petite part du traité et être ainsi dilué parmi de nombreux réassureurs. De plus, certains préfèrent prendre des tranches basses, d'autres préfèrent les tranches plus hautes et éloignées du risque. En partageant son programme en différentes tranches, on élargit ainsi le champ des réassureurs potentiels et tire un profit maximum de la capacité du marché.

Certaines Cédantes (ou certains courtiers) exigent que les réassureurs prennent « en travers » (« across the board »), ce qui signifie que les réassureurs ont la même part sur toutes les tranches du programme, d'autres autorisent le « pick and choose », c'est-à-dire que chaque réassureur est libre de prendre les parts qu'il souhaite sur les tranches qui l'intéressent.

- Umbrella : le programme de réassurance ainsi bâtit protège la Cédante sur une base PML qui est inférieur ou égal à la somme assurée. Ainsi par exemple le PML d'une maison individuelle correspondra en général à la somme assurée alors que celui d'un site industriel constitué de différents blocs très espacés les uns des autres sera de l'ordre de la valeur assurée du bloc le plus important. Du fait du calcul de ce PML, des erreurs sont possibles et il peut arriver qu'alors même que le PML d'un risque est de 100M, un sinistre survient d'une valeur de 120M, c'est ce qu'on appelle une erreur de PML. La structure propose une couverture dite « umbrella », c'est-à-dire qui vient au-dessus de tous les autres programmes et qui offre une capacité de 7M pour erreur de PML. Ces 7M correspondent à l'engagement maximal du réassureur toutes branches confondues.

2.3 Clauses particulières de réassurance

Nous ne dresserons pas là une liste exhaustive des clauses que l'on peut rencontrer en réassurance, dans la mesure où une telle liste n'existe pas, mais nous présenterons simplement les clauses les plus usuelles.

2.3.1 Aggregate

- Limite Aggregate (Annual Aggregate Limit, AAL)

L'AAL correspond à un plafond annuel. Le réassureur met une limite à son engagement annuel, ce qui a pour conséquence de diminuer le coût de la réassurance. Ainsi, quelque soit le nombre de sinistres rentrant dans l'XS, le réassureur ne paiera pas plus que l'AAL. Si l'on note X_i les charges XS des sinistres rentrant dans la tranche durant l'année, la charge annuelle du réassureur sera :

$$\min[AAL; \sum_i (X_i)]$$

- Franchise Aggregate (Annual Aggregate Deductible, AAD)

L'AAD se comporte comme une franchise annuelle sur la somme agrégée des paiements dus par le réassureur à sa cédante au titre de l'XS. Ainsi, les premiers sinistres rentrant dans l'XS demeurent à la charge de la cédante. Avec les mêmes notations que précédemment, la charge annuelle du réassureur sera :

$$\max[0; \sum_i (X_i) - ADD]$$

Exemple : Considérons un traité 500 XS 250 comportant un AAD de 450 (i.e. 500 XS 250 XS 450). le tableau suivant montre le fonctionnement pratique de cette clause :

Sinistre	Montant	Charge Réassureur sans clause	Charge Réassureur avec clause	AAD restant
2 199	1 922	2 160	1 199	601
869	1 986	1 817	650	611
577	1 458	3 090	6 476	1 517
5 443		681	512	1 972
		3 919	1 073	
			1 664	

TABLE 2.1 – Montants des sinistres historiques (en milliers d'euros)

Chapitre 3

La tarification XS par risque

3.1 Introduction

En matière de tranches XS par risque, il existe plusieurs méthodes de tarification dont les principales sont :

- **La tarification par expérience**

La tarification sur expérience tient compte de la sinistralité passée du portefeuille sur plusieurs années. Après redressement des données pour les rapporter à la situation économique et à l'exposition de l'année de cotation, le réassureur est en mesure de calculer la charge de sinistre dans le traité de réassurance.

- **La tarification probabiliste**

La tarification probabiliste consiste à créer un modèle fréquence-sévérité. De même que précédemment, les données sont redressées pour les rapporter à la situation économique et à l'exposition de l'année de cotation. Le réassureur estime alors des lois de fréquence et de sévérité, puis effectue des simulations pour calculer la charge de sinistre dans le traité de réassurance.

- **La tarification par exposition**

La tarification par exposition consiste à utiliser les informations disponibles sur le portefeuille pour l'année de cotation ainsi que des courbes d'exposition (courbes marché ou calculées en interne) pour évaluer la part de la prime revenant au réassureur.

3.2 Tarification historique

3.2.1 Exemple

Pour illustrer la tarification historique, nous étudierons un portefeuille Incendie. Nous supposerons que les sinistres sont couverts sur une base survenance. La cédante a communiqué les informations sur son portefeuille pour les huit dernières années avec l'ensemble des sinistres historiques en xs de 500 000 € . En réassurance, il est traditionnel de donner tous les sinistres historiques ayant dépassé la priorité de la tranche à coter.

Step 1: as if

→ Que vaut le sinistre du passé aujourd'hui?

$$X_{2023,1} = X_{1,1} \times \frac{I_{2023}}{I_1}$$

$$\text{Lothar et Hartim: } X_{2023} = X_{1999,1} \times \frac{I_{2023}}{I_{1999}}$$

10 XS 20m



La tarification par exposition relève de la même démarche que la tarification des franchises proportionnelles mais au cas des franchises XS on cherche la part de la prime d'assurance qui revient au réassureur pour une tranche XS

SA (Somme Assurée)

8m

3XS6

Soit x_i la prime pour la tranche (i)

6

2XS4

$$x_{\text{réention}} + x_{2\text{XS}2} + x_{2\text{XS}4} + x_{3\text{XS}6} = 100\%$$

4

2XS2

$$x_{\text{réention}} > x_{2\text{XS}2} > x_{2\text{XS}4} > x_{3\text{XS}6}$$

2

$x_{\text{réention}}$

Risque

de taux destruction

$$\tau = \frac{x}{SA}$$

où x est le coût du sinistre

et SA la Somme Assurée

* On construira la fonction de répartition F

Nous introduisons la courbe d'exposition qui est simplement la portion de la prime de base qui revient à la rétention F .

* la courbe d'exposition G s'exprime en fonction de la franchise normalisée par la somme assurée $f = \frac{F}{SA}$

$$G(f) = f(2-f)$$

$$\Rightarrow G\left(\frac{2}{8}\right) = 0.25(1-0.25) = 43.75\% = x_{\text{réention}}$$

$$x_{2\text{XS}2} = G\left(\frac{4}{8}\right) - G\left(\frac{2}{8}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} - 43.75\% = 31.25\%$$

$$x_{2\text{XS}4} = G\left(\frac{6}{8}\right) - G\left(\frac{4}{8}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = 18.75\%$$

$$x_{3\text{XS}6} = 100\% - (x_{\text{réention}} + x_{2\text{XS}2} + x_{2\text{XS}4}) = 6.25\%$$

* La fonction d'exposition G est le rapport entre la prime pure retenue par la cédante pour une franchise illimitée : $\rightarrow \infty$ XSF.

© Théo Jalabert 

La fonction de répartition $G(\gamma)$ est exprimée en fonction de la franchise normalisée $\gamma = \frac{F}{SA}$ où SA est la Somme Assurée de X .

$$G(\gamma) = \frac{\mathbb{E}[N] \mathbb{E}[X_{nF}]}{\mathbb{E}[N] \mathbb{E}[X]} = \frac{SA \cdot \mathbb{E}\left[\frac{X}{SA} \wedge F\right]}{\mathbb{E}\left[\frac{X}{SA}\right]} = \frac{\mathbb{E}[Z \wedge \gamma]}{\mathbb{E}[Z]}$$

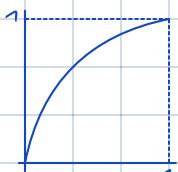
$$= \frac{\int_0^\gamma (1 - F_Z(z)) dz}{\mathbb{E}[Z]}$$

* Propriétés

→ strictement croissante

→ $[0, 1] \rightarrow [0, 1]$

→ Convexe

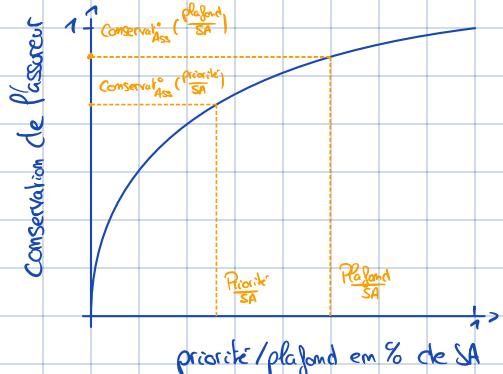


$$G(\gamma) = \frac{\int_0^\gamma (1 - F_Z(z)) dz}{\int_0^\gamma z dz} = \frac{\gamma(1 - \frac{\gamma}{2})}{\frac{\gamma^2}{2}} = \gamma(2 - \gamma)$$

$Z_m \times S_m$

Bandes	nb de risque	SA total	Prime
1m - 2m	10	15 m	500 k
2m - 3m	4	10 m	200k
3m - 4m	3	12 m	150k

Bandes	SA moyen	Priorité SA moyen	Plafond SA moyen
1m - 2m	1.5 m	$\min(\frac{2}{1.5}, 1) = 1$	$\min(\frac{4}{1.5}, 1) = 1$
2m - 3m	2.5 m	$\min(\frac{2}{2.5}, 1) = 0.8$	$\min(\frac{4}{2.5}, 1) = 1$
3m - 4m	4 m	$\min(\frac{2}{4}, 1) = 0.5$	$\min(\frac{4}{4}, 1) = 1$



$$\text{Conservation}_{\text{reass}} = \text{Conservation}_{\text{Ass}} \left(\frac{\text{Plafond}}{\text{SA}} \right) - \text{conservation}_{\text{Ass}} \left(\frac{\text{Priorité}}{\text{SA}} \right)$$

$$\text{Prime}_{\text{reass}} = \sum_{\text{Bandes}} \text{Conservation}_{\text{reass}} \times \text{Prime}_{\text{bande}}$$

$$G(\gamma) = \gamma(2 - \gamma)$$

Bandes	Prime	Conservation _{ass}	Prime _{reass}
1m - 2m	500 k	$G(1) - G(1) = 0$	$0 \times 500k = 0$
2m - 3m	200 k	$G(1) - G(0.8) = 1 - 0.96 = 0.04$	$0.04 \times 200k = 8k$
3m - 4m	150k	$G(1) - G(0.5) = 1 - 0.75 = 0.25$	$0.25 \times 150k = 37.5k$

$$\begin{aligned} \text{Prime}_{\text{reass}} &= 0 + 5k + 37.5k \\ &= 42.5k \end{aligned}$$

2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
2 199	1 922	2 160	1 199	601	1 457	1 030	515
869	1 986	1 817	650	611	892	3 908	1 053
577	1 458	3 090	6 476	1 517	630	1 835	1 825
5 443		681	512	1 972	1 813	1 496	615
		3 919	1 073		881	1 786	2 540
			1 664		942		1 108
							1 414

TABLE 3.1 – Montants des sinistres historiques (en milliers d'euros)

Année	Nombre de Polices	Primes(en Meuros)
2008	7 400	
2009	7 300	77.150
2010	7 500	81.400
2011	7 700	84.370
2012	8 100	88.480
2013	8 400	93.660
2014	8 900	100.810
2015	9 200	107.710
2016	9 600	115.200
2017	10 000	125.000

TABLE 3.2 – Informations historiques de la cédante sur le portefeuille

3.2.2 Données historiques redressées

Redresser les sinistres historiques revient à calculer les sinistres «As If » c'est-à-dire de retraitier les données pour les rapporter à la situation économique et à l'exposition de l'année de cotation. Le redressement ou la revalorisation revient donc à répondre à la question : «que vaudrait les sinistres historiques s'ils se produisaient aujourd'hui ?». Pour redresser les sinistres et les primes, nous utiliserons des indices de revalorisation (indice interne ou externe à la compagnie de réassurance). Le choix de l'indice n'est pas neutre sur la revalorisation des sinistres et des primes, il faut donc le choisir avec précaution.

	Fréquence des sinistres	Montants des sinistres	Primes encaissées
Paramètres économiques		ok	ok
Paramètres de souscription	ok	ok	ok
Paramètres techniques	ok	ok	ok
Paramètres de portefeuille	ok	ok	ok

TABLE 3.3 – Informations historiques de la cédante sur le portefeuille

2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
107	112	118	124	129	135	142	148	156

TABLE 3.4 – Valeurs historiques d'un indice de référence

2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
1.458	1.393	1.322	1.258	1.209	1.156	1.099	1.054	1.000

TABLE 3.5 – Valeurs des ratios d'un indice de référence

Exemple :

La revalorisation des sinistres

Nous notons $X_{i,j}$ le coût du j -ième sinistre survenu l'année i et I_i la valeur de l'indice de référence cette même année i . Pour connaître le coût $X_{0,j}$ de ce sinistre s'il était survenu l'année de cotation (0), il suffit d'appliquer la formule :

$$X_{0,j} = X_{i,j} \frac{I_0}{I_i}$$

Le ratio $\frac{I_0}{I_i}$ croît en général au cours du temps. Cela signifie donc qu'un sinistre passé revalorisé coûterait plus cher s'il survenait aujourd'hui.

Exemple :

Il suffit donc d'appliquer les différents ratios aux sinistres précédents pour calculer les coûts des sinistres as if. Par exemple, le coût en 2018 du deuxième sinistre de 2011 est : $1986 * 1.393 = 2766.2$.

2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
3 206	2 677.1	2855.6	1 508.4	726.8	1 683.6	1 131.5	542.8
1 267	2 766.2	2 402.1	817.7	738.9	1 030.8	4 293.3	1 109.9
841.2	2 030.8	4 085.1	8147.2	1 834.5	728	2 015.9	1 923.6
7 935.6		900.3	644.1	2 384.7	2 095	1 643.5	648.2
		5 181.1	1 349.9		881	1 786	2 540
			2 093.4		1 088.5		1 167.9
							1 490.4

TABLE 3.6 – Montants des sinistres historiques revalorisés en 2018 (en milliers d'euros)

La revalorisation des primes

De la même manière, nous devons revaloriser les primes. L'idée est ici de calculer l'assiette de prime acquise si les primes historiques avaient été émises l'année de cotation. Cela revient à changer la prime moyenne par police et de prendre celle de l'année de cotation.

Année	Nombre de Polices	Primes As if (en Meuros)
2008	7 400	
2009	7 300	95.55
2010	7 500	96.20
2011	7 700	98.80
2012	8 100	102.7
2013	8 400	107.25
2014	8 900	112.45
2015	9 200	117.65
2016	9 600	122.20
2017	10 000	127.40

TABLE 3.7 – Informations concernant les primes As if

3.2.3 La méthode du Burning Cost

Pricing Tranche 2 XS 2 millions d'euros

Nous avons vu précédemment que pour une tranche de réassurance L XS F (L est la portée et F est la priorité), le coût Y à charge du réassureur pour un sinistre de montant X est donné par la formule :

$$Y = \min(\max(X - F, 0), L)$$

Charge totale à la tranche

La charge totale à la tranche S_i de l'année i est la somme pour chaque année i des charges à la tranche $Y_{i,j}$ de tous les sinistres $X_{i,j}$ de l'année. Nous avons ainsi

$$S_i = \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{i,j})$$

où n_i est le nombre de sinistres de l'année i.

Taux de prime annuel As if

Le taux annuel As if, de l'année i, noté τ_i , est égale à la charge à la tranche S_i de l'année divisée par l'assiette de prime P_i de l'année :

$$\tau_i = \frac{S_i}{P_i}$$

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Sinistralité	3 206	1 474.1	5 257.7	2 093.4	384.7	95	2 015.9	677.3

TABLE 3.8 – Montants de la charge totale S_i à tranche pour les sinistres revalorisés (en milliers d'euros)

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Taux	3.355%	1.532%	5.322%	2.038%	0.359%	0.085%	1.713%	0.554%

TABLE 3.9 – Taux pour chacune des années dans le cas d'une tranche 2 XS 2 avec un nombre illimité de reconstitutions.

Taux burning cost

Le taux burning cost est calculé comme étant la moyenne pondérée par les assiettes de primes As If des taux annuels de toutes les années d'expérience. La formule est donc :

$$\tau_{BC} = \frac{\sum_{i=1}^n (\tau_i * P_i)}{\sum_{i=1}^n (P_i)}$$

Où n est le nombre d'années d'expérience.

Le taux Burning Cost n'est pas égal à la moyenne simple des taux annuels As if mais pour des portefeuilles assez stables, il en est très proche. L'intérêt du Burning Cost est qu'il donne plus de poids aux années où les assiettes de primes sont importantes et donc plus significatives.

Dans notre exemple, le taux Burning Cost est :

[Cf exercice Burning cost pour exam](#)

$$\tau_{BC} = 1.783\%$$

Avec un taux moyen de 1.870% et l'écart-type de 1.752%.

Taux technique

Maintenant que nous avons le taux Burning Cost, nous pouvons calculer le taux technique. Nous calculons le taux de risque qui, comme nous l'avons dit, est souvent égal au taux pur (Burnning Cost ou autres) plus un chargement du risque. Nous supposerons que notre chargement s'exprime en pourcentage de la volatilité. Nous avons ainsi :

$$\tau_{risque} = \tau_{pure} + \alpha * \sigma$$

où α est un pourcentage de chargement que nous prendrons par la suite égal à 10% et σ l'écart-type du taux. Cette méthode de chargement sur écart-type n'est pas forcément la meilleure du risque mais elle est très souvent utilisée en pratique car très facile à mettre en oeuvre.

Dans notre exemple :

$$\tau_{risque} = 1.783\% + 10\% * 1.752\% = 1.958\%$$

Pour avoir le taux technique, il nous reste plus qu'à prendre en compte les frais de gestion et de courtage qui sont généralement exprimés en pourcentage de la prime technique. Soit β le taux de la prime technique correspondant au frais. Nous avons ainsi à résoudre l'équation :

$$\tau_{technique} = \tau_{risque} + \beta * \tau_{technique} \iff \tau_{technique} = \frac{\tau_{risque}}{1 - \beta}$$

Coût et Fréquence

La loi lognormale
Loi de ParetoLoi de Poisson
Binomiale Négative

$$\mathbb{E}[S] = \mathbb{E}[X] \times \mathbb{E}[F]$$

En prenant $\beta = 10\%$, nous avons dans notre exemple :

$$\tau_{technique} = \frac{1.958\%}{1 - 10\%} = 2.176\%$$

3.2.4 Tarification Probabiliste

Introduction

Dans cette partie, nous abordons les méthodes de tarification probabilistes qui utilisent le modèle fréquence - sévérité. Il s'agit donc dans ces méthodes d'évaluer des lois de fréquence et de coût pour les sinistres. Ce cours suppose que les notions de la théorie des valeurs extrêmes ont été assimilés.

La loi de fréquence

Les actuaires n'utilisent en pratique que deux lois de fréquence :

- la loi de Poisson
- la loi Binomiale Négative

La loi de Poisson est une loi discrète à un seul paramètre noté λ alors que la loi Binomiale Négative possède deux paramètres notés m et p où p est un réel compris entre 0 et 1. La probabilité d'avoir n événements est pour la loi de Poisson :

$$Pr(N = n) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!}$$

et pour la loi Binomiale Négative est :

$$Pr(N = n) = \binom{m}{n} * p^n * (1-p)^{m-n}$$

Pour la loi de poisson, la moyenne est égale à la variance et au paramètre λ de la loi. La moyenne et la variance de la loi Binomiale Négative sont un peu plus compliquées à calculer :

$$E(N) = m \frac{1-p}{p}$$

$$V(N) = m \frac{1-p}{p^2}$$

Pour la loi Binomiale Négative, le ratio variance sur espérance est supérieur à 1 car le paramètre p est plus petit que 1.

Redressement des fréquences

Lors de l'estimation de la loi de fréquence, il est nécessaire de vérifier :

- le seuil des sinistres atypiques
- le changement de taille du portefeuille

Dans notre exemple, le seuil des sinistres était 500 000 € mais nous avons revalorisé les sinistres historiques. Par conséquent, nous ne pouvons pas garder le seuil des sinistres à 500 000 € car certains sinistres qui étaient historiquement en dessous de 500 000 € auraient été revalorisés à des montants supérieurs à ce seuil. Nous augmentons le seuil des sinistres As if au seuil de la cédante

multiplié par le ratio des indices le plus élevé.

Dans notre exemple, le ratio des indices le plus élevé est 1.48. Conclusion, nous relevons le seuil des sinistres As if à 729 000 € \sim 730 000 €.

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Nb de sinistres	4	3	5	5	3	5	5	5

TABLE 3.10 – Nombre de sinistres As if au dessus du seuil de 730 000 €

Il faut ensuite As if la fréquence de sinistre au-dessus du seuil au nombre de polices. En effet, ce qui est important c'est le nombre de sinistres par polices. Nous calculons le nombre moyen de polices couvertes par année et nous en déduisons alors le nombre de sinistres As if en multipliant ces valeurs par le nombre moyen de polices pour l'année de cotation soit 9800 polices dans notre exemple.

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Nb moyen de polices	7 350	7 400	7 600	8 250	8 650	9 050	9 400	9 800

TABLE 3.11 – Nombre moyen de polices par an

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Nb de sinistres	5.33	3.97	6.45	6.20	3.56	5.66	5.41	5.21

TABLE 3.12 – Nombre de sinistres As if au nombre de polices et au seuil de 730 000 €

Détermination de la loi de fréquence

Le nombre moyen de sinistres As if annuel est de 5.23 et l'écart-type de 1.00. Nous calibrons les paramètres de la loi de fréquence avec soit la méthode du maximum de vraisemblance ou la méthode des moments.

Nous obtenons les résultats suivants :

- Pour la loi de Poisson, nous trouvons $\lambda = 5.23$
- Pour la loi Binomiale Négative, nous avons $m = 6$ et $p = 0.55$

Dans la mesure où les sinistres par risque sont indépendants, nous aurions tendance à privilégier la loi de Poisson comme loi de fréquence. De plus, l'écart-type est plus faible que la moyenne ce qui nous conduit définitivement à choisir la loi de Poisson.

La loi de sévérité

En réassurance, la loi de sévérité la plus utilisé pour les sinistres importants est la loi de Pareto Généralisée. La loi de weibull, Gamma et Log Normale sont aussi très utilisées mais nous restreindrons l'étude de notre exemple à la loi de Pareto Génralisée.

La loi de Pareto Généralisée est une loi à deux paramètres a et α dont l'expression est :

$$G_{a,\alpha}(x) = \begin{cases} 1 - (1 + \frac{\alpha * x}{a})^{-\frac{1}{\alpha}} & \text{si } \alpha \neq 0 \\ 1 - e^{-\frac{x}{a}} & \text{si } \alpha = 0 \end{cases}$$

Calibration des données revalorisées

Dans notre exemple, nous avions historiquement 40 sinistres mais en portant notre seuil à 730 000 € nous en avons perdu 5. Nous calibrons donc notre loi de Pareto Généralisée sur un échantillon de 35 valeurs. Nous utilisons la méthode du maximum de vraisemblance pour estimer les paramètres de la loi.

Nous obtenons les résultats suivants :

- Pour la loi de Pareto généralisée de paramètres $a = 1386824$ et $\alpha = 0.089580$

La tarification par simulation

Compte tenu des différentes clauses de Réassurance, il est en général très difficile d'obtenir une expression analytique de la prime de Réassurance, il faut donc avoir une approche par simulation.

Une fois le modèle Fréquence -sévérité en place, on respecte l'algorithme suivant :

- Générer un nombre de sinistres pour l'année
- Générer les montants de sinistres correspondants
- Appliquer les conditions du traité à la sinistralité ainsi simulée et calculer la charge XS.

A la fin de la simulation, il suffit de calculer la moyenne de la charge XS sur l'ensemble des années simulées afin d'obtenir la prime pure du traité. Par cette méthode, on est également en mesure d'estimer toutes sortes d'indicateurs intéressants tels que les quantiles de la distribution de la charge XS, la variance, les intervalles de confiance,etc...

La méthode probabiliste permet de tarifer n'importe quel programme, à condition de disposer d'un historique de sinistralité suffisamment conséquent et représentatif de ce que la sinistralité future devrait être. Néanmoins, il est courant de faire face à des Cédantes qui débutent et ne disposent donc pas encore de statistiques sur leur portefeuille, à des Cédantes qui ont modifié radicalement la structure de leur portefeuille rendant ainsi leurs statistiques non représentatives, ou encore à des Cédantes dont la qualité des données historiques est très mauvaise.

Charge d'un sinistre à la tranche 2 XS 2

Nous reprenons l'exemple vu précédemment sur la cotation historique et on applique le payoff du traité de réassurance suivant :

$$Y = \min(\max(X - F, 0), L)$$

Où X est la valeur du sinistre de la simulation, Y le montant à la charge du réassureur, L la portée et F la priorité d'une tranche L XS F.

En utilisant la loi de poisson et la loi de Pareto Généralisée des paramètres calibrés, on trouve les résultats suivants après 50 000 simulations :

Prime pure	Ecart-type
2.587	2.035

TABLE 3.13 – Prime pure et volatilité en millions d'euros

3.2.5 La tarification par exposition

La tarification par exposition relève de la même démarche que la tarification des traités proportionnels mais au cas des tranches XS. Il s'agit en effet de répondre à la question quelle part de la prime d'assurance revient au réassureur pour une tranche XS au lieu d'un quote part. Dans les deux cas, le réassureur utilise la quotation de l'assureur pour déterminer son prix.

Cette méthode de tarification a été développée afin de :

- pallier les insuffisances de la tarification sur expérience
- utiliser dans la tarification l'information du profil de portefeuille

Le principal avantage de cette méthode est qu'elle est extrêmement simple à appliquer une fois que les courbes de tarification sont connues.

Il existe aujourd'hui plusieurs approches suivant le types d'XS. Pour la

tarification des excédents de sinistres par risque type incendie, il s'agit de l'approche dite Loss Scale. Pour la réassurance de Responsabilité Civile (RC) limitée, la méthode utilisée est la méthode dite ILF pour Increased Limit Factors.

La tarification sur exposition est une méthode de tarification des XS basée sur :

- le profil des risques du portefeuille de la cédante
- des courbes de tarification

Construction des courbes d'exposition

Nous introduisons la notion de taux de destruction, qui est le ratio du coût d'un sinistre sur la somme assurée de la police afférente. Le coût X du sinistre ne pouvant pas être supérieur à la somme assurée M, le taux de destruction est compris entre 0 et 1.

$$\tau = \frac{X}{M}$$

Il est assez facile de construire la fonction de répartition F_τ à partir du taux de destruction, qui nous permettra alors de déduire la courbe d'exposition.

La fonction de la courbe d'exposition G est le rapport entre la prime pure retenue par la cédante pour une tranche illimitée : $+\infty XSF$ et la prime pure à la base. La fonction d'exposition $G(f)$ est exprimée en fonction de la franchise normalisée $f = \frac{F}{M}$ où M est la somme assurée du risque X. Nous avons ainsi :

$$G(f) = \frac{\mathbb{E}[N]\mathbb{E}[\min(X, F)]}{\mathbb{E}[N]\mathbb{E}[X]} = \frac{\mathbb{E}[N]M\mathbb{E}[\min(\tau, f)]}{\mathbb{E}[N]M\mathbb{E}[\min(\tau, 1)]} = \frac{\mathbb{E}[\min(\tau, f)]}{\mathbb{E}[\min(\tau, 1)]}$$

La fonction G étant le rapport de deux primes pures, elle ne dépend pas de l'espérance du nombre de sinistres $\mathbb{E}[N]$ ni de la somme assurée M .

Cette fonction d'exposition G s'exprime en fonction de F_τ la fonction de répartition du taux de destruction τ :

$$G(f) = \frac{\mathbb{E}[\min(\tau, f)]}{\mathbb{E}[\min(\tau, 1)]} = \frac{\int_0^f (1 - F_\tau(\tau))d\tau}{\int_0^1 (1 - F_\tau(\tau))d\tau} = \frac{\int_0^f (1 - F_\tau(\tau))d\tau}{\mathbb{E}[\tau]}$$

La fonction G possède plusieurs propriétés intéressantes :

- elle est strictement croissante
- elle est concave sur son intervalle de définition $[0, 1]$
- elle est nulle en zéro : $G(0) = 0$
- elle vaut un en un : $G(1) = 1$

La dérivée première de la fonction est égale à :

$$G'(\tau) = \frac{1 - F_\tau(\tau)}{\mathbb{E}[\tau]}$$

Par définition d'une fonction de répartition, $F(0) = 0$ donc $G'(0) = \frac{1}{\mathbb{E}[\tau]}$. On a :

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{G'(x)}{G'(0)} & 0 \leq x < 1 \\ 1 & x = 1 \end{cases}$$

F représente la fonction de répartition normalisée du taux de destruction pour un bien assuré.

Courbe d'exposition pour une destruction uniforme

La fonction de répartition pour une destruction uniforme est :

$$F_\tau(\tau) = \tau$$

$$\mathbb{E}[\min(\tau, f)] = \int_0^f (1 - F_\tau(\tau))d\tau = \int_0^f \tau d\tau = f\left(1 - \frac{f}{2}\right)$$

On en déduit :

$$G(f) = \frac{f\left(1 - \frac{f}{2}\right)}{\frac{1}{2}} = f(2 - f)$$

Les Courbes Swiss Re et Lloyd's

Les courbes Swiss Re et Lloyd's sont des courbes de marché fournies par deux des principaux acteurs de la réassurance. Elles sont maintenant un peu désuètes. Les 4 courbes de Swiss Re ont été déterminées en utilisant les statistiques du «Cantonal Fire Insurance Office» de 1968 à 1996 concernant les risques simples et industriels mélangés correspondant à différentes tranches de sommes assurées. La courbe des Lloyd's est utilisée en tarification des risques industriels mais il y a une seule courbe quel que soit les sommes assurées.

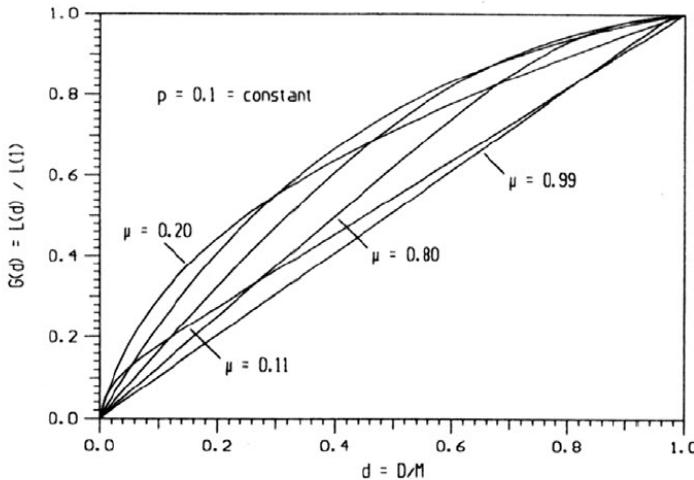


FIGURE 3.1 – Courbes d'exposition MBBEFD avec différents paramètres

Les Courbes MBBEFD

L'utilisation des fonctions MBBEFD (Maxwell-Boltzmann, Bose-Einstein et Fermi-Dirac) dans le cadre de la tarification sur expérience en réassurance a été proposé pour la première fois par Bernegger en 1997. Ces fonctions sont cependant connues depuis très longtemps comme les noms célèbres de son titre l'attestent. Ces fonctions sont en effet utilisées depuis le début du XXème siècle en physique statistique et physique quantique.

Les fonctions MBBEFD possèdent deux paramètres a et b :

$$G_{a,b}(\tau) = \frac{\ln(a + b^\tau) - \ln(a + 1)}{\ln(a + b) - \ln(a + 1)}$$

Le terme $\ln(a + 1)$ au numérateur permet d'assurer la condition aux limites $G(0) = 0$. Le dénominateur quant à lui permet de vérifier la deuxième condition aux limites $G(1) = 1$.

La fonction de répartition du taux de destruction permettant de retrouver les courbes MBBEFD est :

$$F_\tau(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{(a+1)b^\tau}{a+b^\tau} & 0 \leq \tau < 1 \\ 1 & \tau = 1 \end{cases}$$

Les paramètres a, b sont restreints aux valeurs pour lesquelles $G_{a,b}(\tau)$ est une fonction positive, concave et croissante sur l'intervalle $[0,1]$ dans $[0,1]$. Cette condition est plus facile à remplir en utilisant l'inverse $g = \frac{1}{p}$ de la probabilité de perte total p comme un paramètre et de remplacer a par :

$$g = \frac{a + b}{(a + 1)b}; a = \frac{(g - 1)b}{1 - gb}$$

D'une part, la condition $0 \neq p \neq 1$ est remplie seulement pour $g \neq 1$. D'autre part, $G(\tau)$ est une fonction positive seulement pour $b \neq 0$.

En considérant séparément les cas $b = 1$, $g = 1$ et $b * g = 1$, on peut définir la fonction $G_{b,g}(\tau)$ à partir :

$$G_{b,g}(\tau) = \frac{\ln\left[\frac{(g-1)b+(1-g)b^\tau}{1-b}\right]}{\ln(gb)}$$

On a aussi :

$$F_\tau(\tau) = \begin{cases} \frac{b(g-1)(1-b^\tau)}{b(g-1)+(1-bg)b^\tau} & 0 \leq \tau < 1 \\ 1 & \tau = 1 \end{cases}$$

Les paramètres b et g peuvent s'exprimer en fonction d'un unique paramètre c comme suit :

$$b(c) = e^{3.1 - 0.15(1+c)c}$$

$$g(c) = e^{(0.78 + 0.12c)c}$$

Les 4 courbes $c = 1.5, 2.0, 3.0, 4.0$ coïncident avec les courbes Swiss Re .

Mise en application

La cédante doit transmettre à son Réassureur un profil de portefeuille, en général sous le format suivant :

Bandé	Nb de risques	SA ou (somme Assurée)	Prime
0 - 100 000	30 000	2 250 000 000	2 250 000
100 000 - 200 000	4 500	630 000 000	567 000
200 000 - 400 000	2 000	490 000 000	392 000
400 000 - 500 000	1 000	470 000 000	352 500
500 000 - 750 000	400	248 000 000	173 600
750 000 - 1 000 000	150	133 500 000	86 775
1 000 000 - 1 500 000	80	96 000 000	57 600
1 500 000 - 2 000 000	20	36 000 000	21 600

TABLE 3.14 – Portefeuille d'une cédante

Supposons un traité de réassurance 200 000 xs 200 000. Nous calculons pour chaque bande le SA moyen de la tranche, puis on calcule les rapports priorité sur SA moyen et plafond sur SA moyen en limitant à 1.

Bandé	SA moyen	Priorité sur SA moyen	Plafond sur SA moyen
0 - 100 000	75 000	1	1
100 000 - 200 000	140 000	1	1
200 000 - 400 000	245 000	0.8163	1
400 000 - 500 000	470 000	0.4255	0.8511
500 000 - 750 000	620 000	0.3226	0.6452
750 000 - 1 000 000	890 000	0.2247	0.4494
1 000 000 - 1 500 000	1 200 000	0.1667	0.3333
1 500 000 - 2 000 000	1 800 000	0.1111	0.2222

TABLE 3.15 – Profil de risque du portefeuille

Un profil de risque est simplement un tableau synthétique donnant les principales caractéristiques du portefeuille c'est-à-dire par bandes assurées, la somme assurées moyenne, le nombre de police, la prime moyenne...

A partir de ce profil de risque du portefeuille et de la courbe d'exposition choisie, il est possible de calculer la prime de réassurance que la cédante doit payer au réassureur. A titre d'illustration, nous supposons que nous avons le portefeuille donné au-dessus et nous souhaitons tarifer la 200k xs 200k avec un nombre illimité et gratuit de reconstitutions.

On va calculer pour chaque bande la prime qui doit revenir au réassureur. Nous allons étudier la troisième bande :

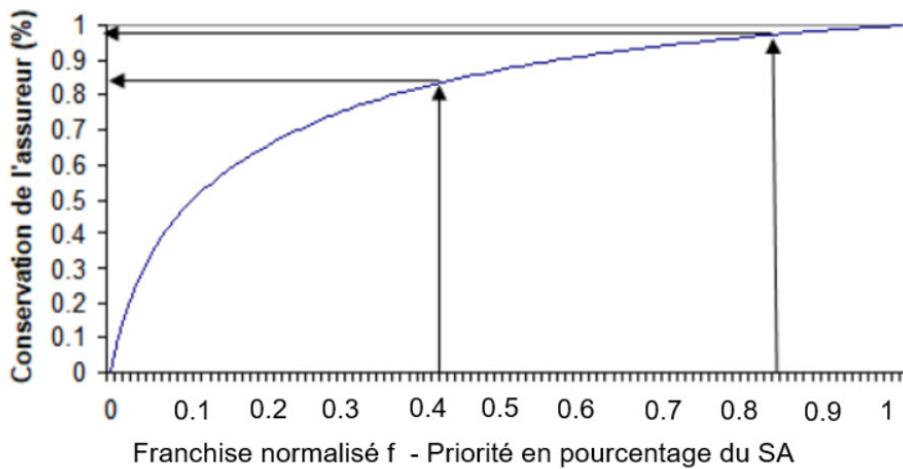


FIGURE 3.2 – Courbe d'exposition pour la mise en application

Pour la bande [200k,400k], on a : $\frac{priorité}{SA} = 0.4255$ et $\frac{plafond}{SA} = 0.8511$ La courbe d'exposition permet de relever : $Conservation_{priorité} = 83.65\%$ et $Conservation_{plafond} = 97.52\%$

L'exposition revenant au réassureur est donc :

$$Conservation_{réassureur} = Conservation_{plafond} - Conservation_{priorité}$$

Conclusion, dans notre mise en application $Conservation_{réassureur} = 13.87\%$. On obtient ainsi la prime relative à chaque bande et en sommant toutes ces primes, on trouve la prime pure du traité de réassurance :

Bande	Prime	Conservation du réassureur	Prime de réassurance
0 - 100 000	2 250 000	0	0
100 000 - 200 000	567 000	0	0
200 000 - 400 000	392 000	3.07%	12 034
400 000 - 500 000	352 500	13.87%	48 892
500 000 - 750 000	173 600	15.43%	26 786
750 000 - 1 000 000	86 775	17.49%	15 177
1 000 000 - 1 500 000	57 600	16.33%	9 406
1 500 000 - 2 000 000	21 600	17.20%	3 715
	3 901 075	2.97%	116 010

TABLE 3.16 – Prime de réassurance pour une tranche 200k xs 200k

Chapitre 4

Conclusion

Nous avons vu dans le chapitre précédent les trois méthodes fréquemment utilisées par les réassureurs pour tarifer les tranches XS par risque :

- la tarification historique parfois appelée Burning Cost qui utilise simplement les données historiques ;
- la tarification probabiliste qui s'appuie sur un modèle fréquence sévérité et des simulations de type Monte Carlo ;
- la tarification sur exposition qui utilise les informations portefeuille et des courbes d'exposition.

Chacune de ces méthodes possèdent des avantages et des inconvénients. Elles sont donc utilisées en fonction des données disponibles et des tranches à coter. En général, le taux de Réassurance est le produit d'une combinaison des méthodes précédentes. La tarification par exposition est souvent «calibrée » sur la partie la plus basse du programme en la comparant aux autres méthodes, on peut ensuite l'utiliser pour le reste en combinaison avec les autres méthodes.