Mesures de/du/des risque(s)

Stéphane Loisel

Formation Actuaire Expert ERM

Au programme aujourd'hui

Les différentes manières de mesurer le risque

- Mesure de risque
- Approche par scénarios
- Cartographie des risques

Comment concilier / tenter de réconcilier ces 3 approches?

Mesurer le risque pour un projet vs pour une entité

Propriétés des différentes mesures de risque

Retour d'expérience et communication sur la mesure du/des risque(s)

risque global

$X = X_1 + \dots + X_n$

$X = h(X_1, \dots, X_n)$ non linéaire

- VaR — S2, Bâle N
- TVaR — SST, Canada, ...

mesures de risque $\rho : X \longrightarrow \rho(X)$

X : V.a. représente perte ou gain aléatoire

$\rho(X)$: nombre mesurant la dangerosité la taille du risque (évt $+\infty$)

risque global

{ VaR — S2, Bâle N — $X = X_1 + \dots + X_n$
{ TVaR — SST, Canada, ...

$X = h(X_1, \dots, X_n)$ non linéaire

mesures de risque

$\rho : X \longrightarrow \rho(X)$ nombre mesurant la dangerosité la taille du risque

X : v.a. représente perte ou gain aléatoire

$\rho(X)$ (évt $+\infty$)

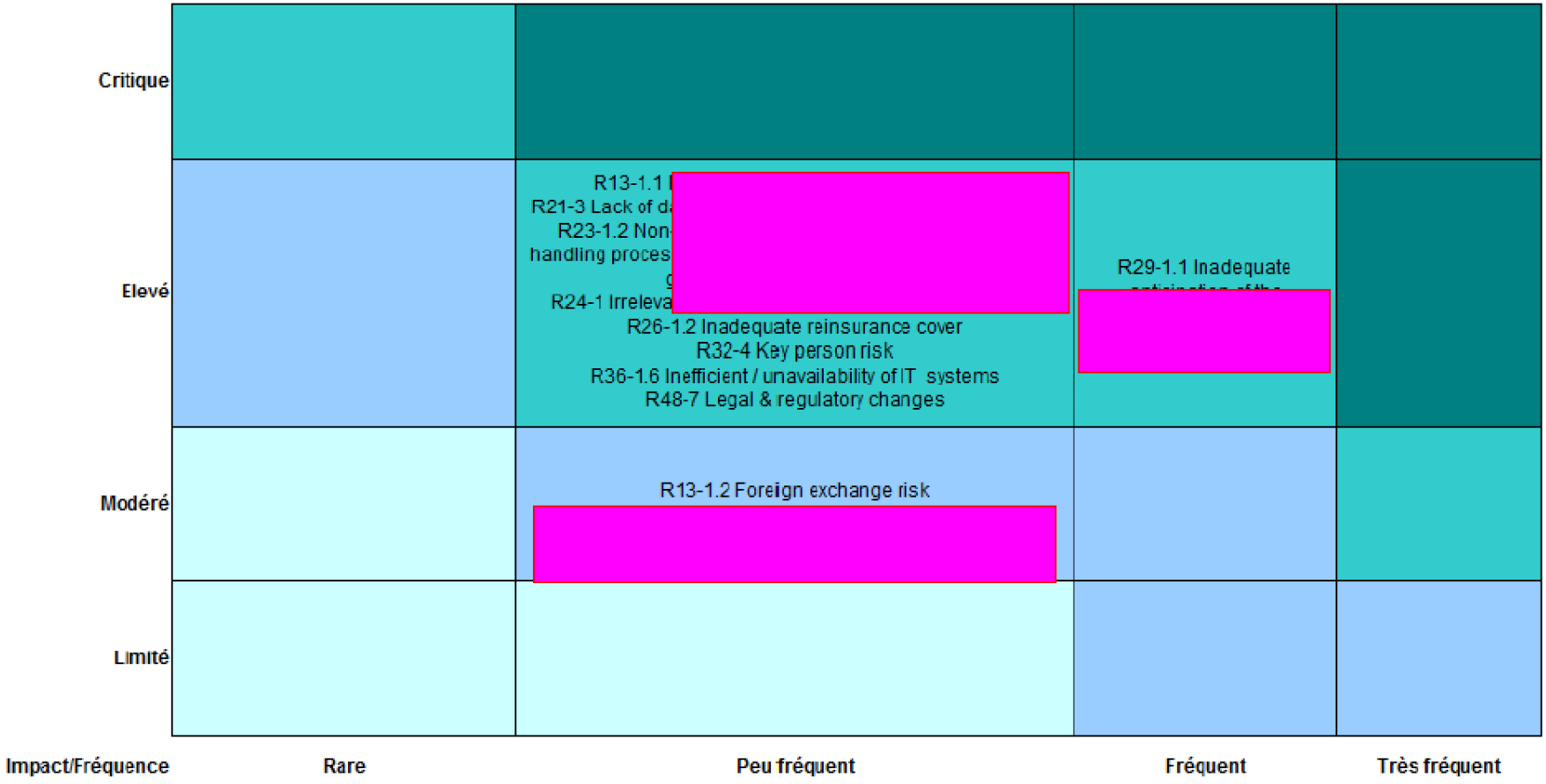
canto

dynamique (entité)

le + intéressant :
relatif / année N-1 → risque net
N-2 échelle niveau de maîtrise

ERM de Projet : mesure STATIQUE
Risques Nets : m échelle de proba
que risques bruts

Cartography with gross (strategic) risks

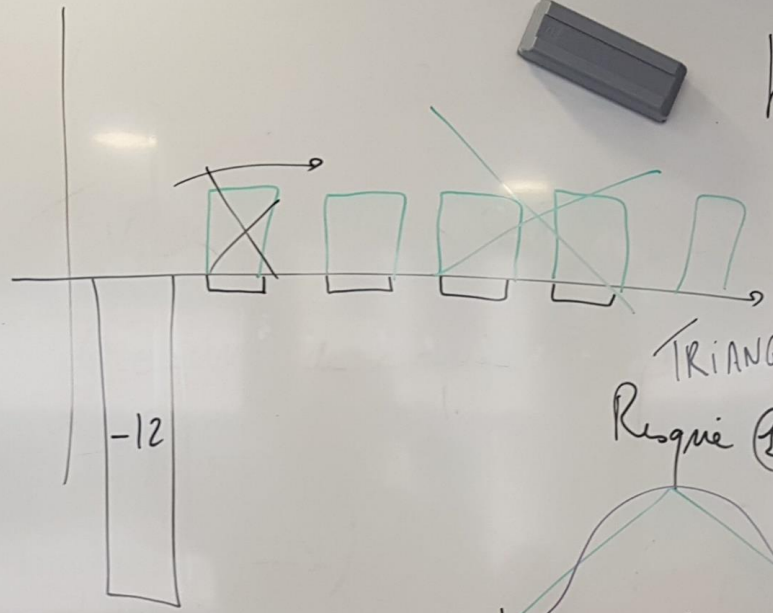


Cartography with net (strategic) risks

$h(X_1, \ldots, X_n)$

NPV → f° de survie

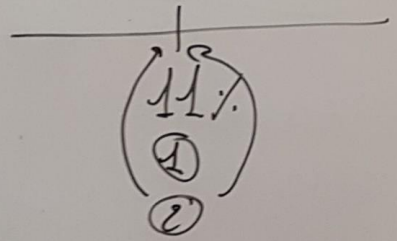
Payback time → histo en bâtons, densité



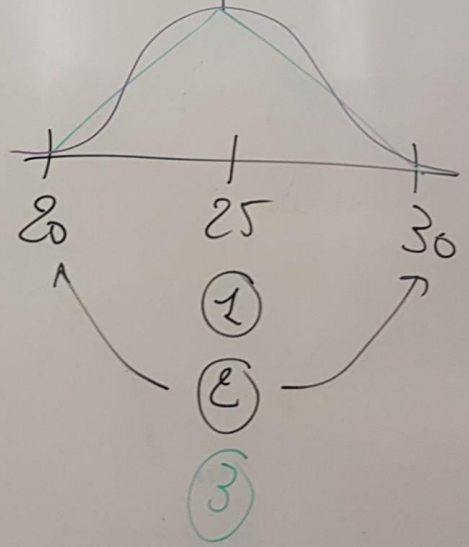
TRIANGULAIRE

UNIFORME

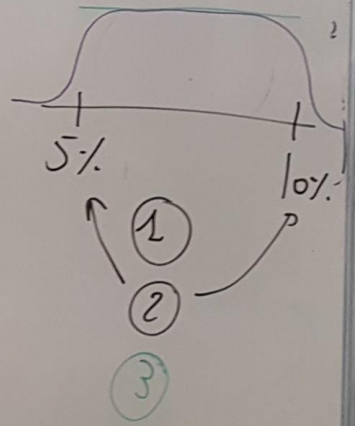
Risque 2 : DISCRÈTE

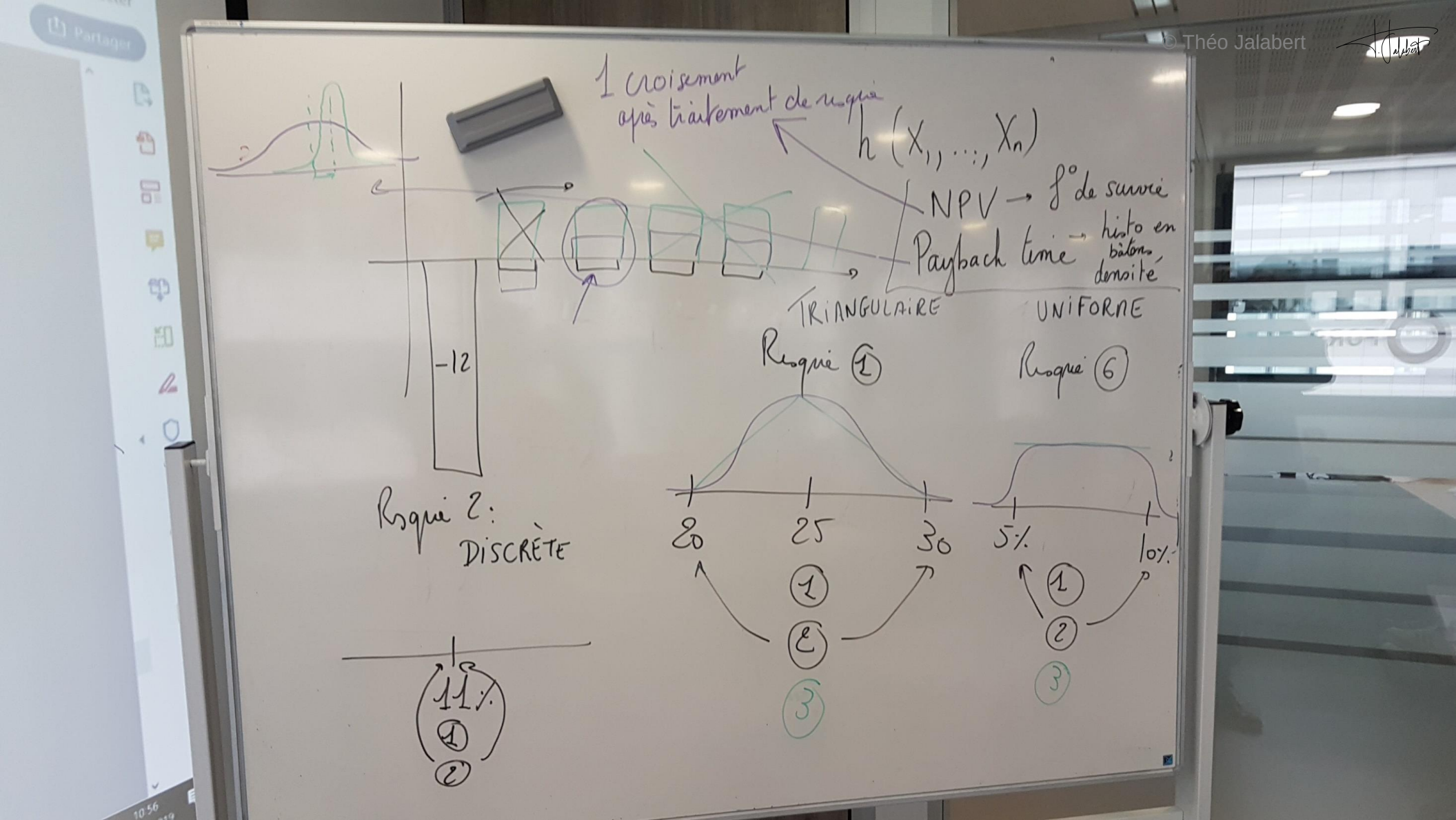


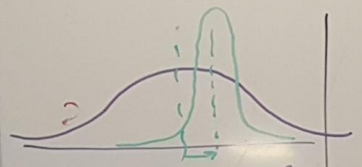
Risque 1



Risque 6







1 croisement
après traitement de risque

$h(X_1, \ldots, X_n)$

NPV → f° de survie

Payback time → histo en bâtons densité

TRIANGULAIRE

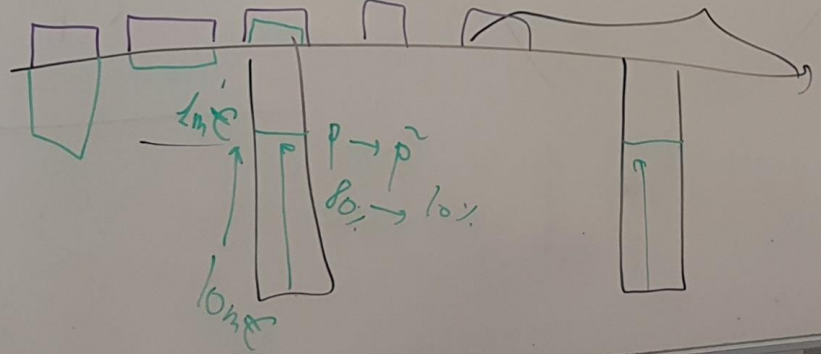
UNIFORME

-12

Risque (1)

Risque (6)

$VaR(X_1 + \ldots + X_n)$



How are scenarios calibrated in practice?

Different types of scenarios

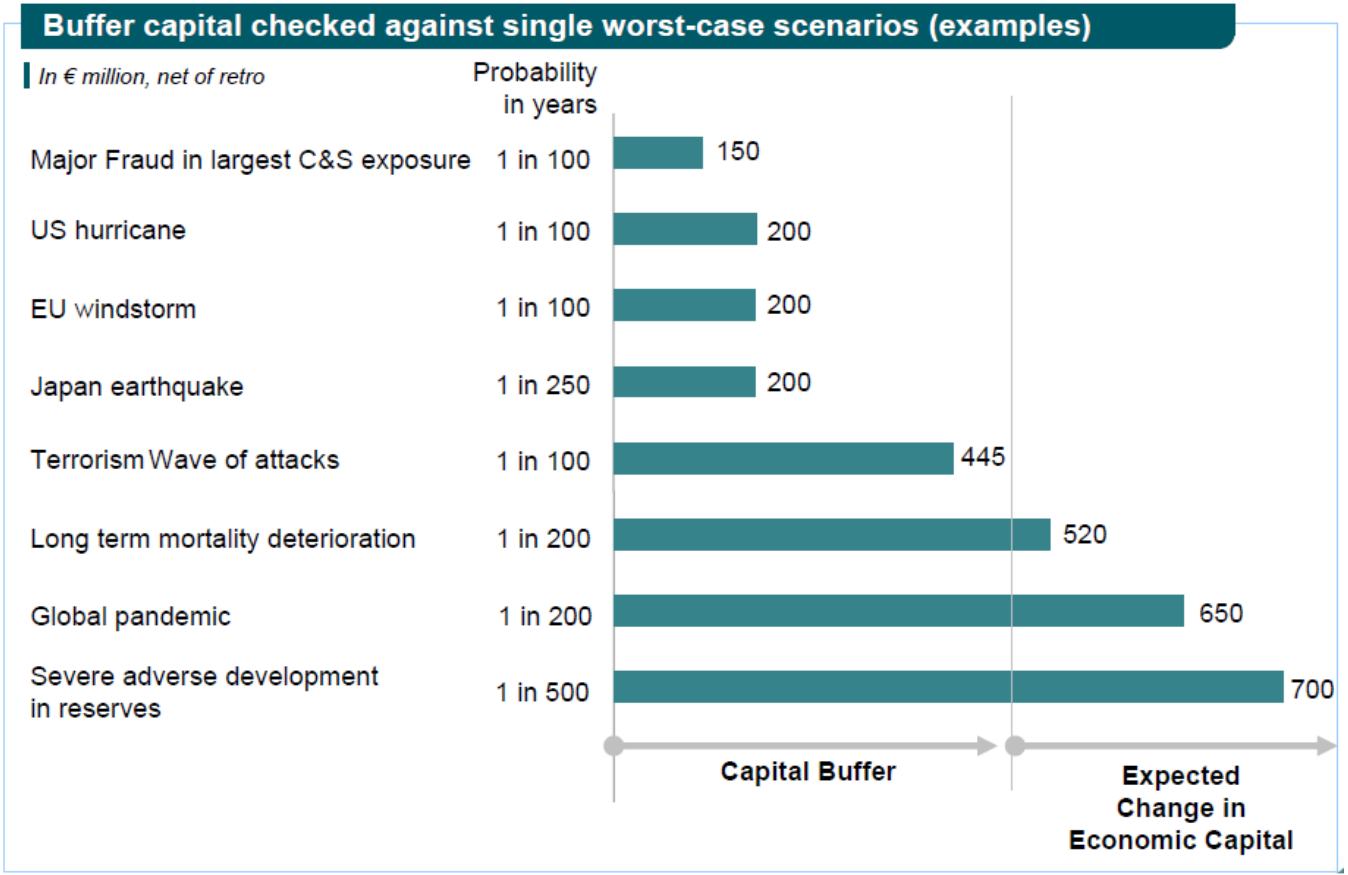
- From supervisors:
  - for individual entity risk assessment
  - for Solvency requirements
  - for financial stability
- From companies top management and board members
  - ORSA
  - Reverse-stress tests
  - Worst-case scenarios

Ways to calibrate scenarios

- External reference
- Statistical / econometric approach when available
  - Use of MSCI World Index annual returns (1973-2009), non-parametric

  Reference: Equity risk sub-module (former Consultation Paper 69) 29 January 2010, Article 111 and 304 -Level2 Implementing Measures
- Model-free, really?
- Panel of experts
- Lamfalussy approach / QIS
- Reference to previous events: 1918 Flu Epidemics
- Cat- or pandemic model
- Reverse-stress tests: what would put the company in the red?
- Worst-case scenarios: what is the maximal exposure?

Additional stress tests and what-if scenarios at SCOR (2009)



Pitfalls

- Obvious difficulty to measure likelihood level
- Definition of Worst-case scenario
- What-if scenarios:
  - Tail probability re-assessment
  - Loss-Absorbing Capacity re-assessment
  - Decisions of top management
- Limits of conditioning with respect to events like {X=x}

Solvency Capital Requirement (SCR)

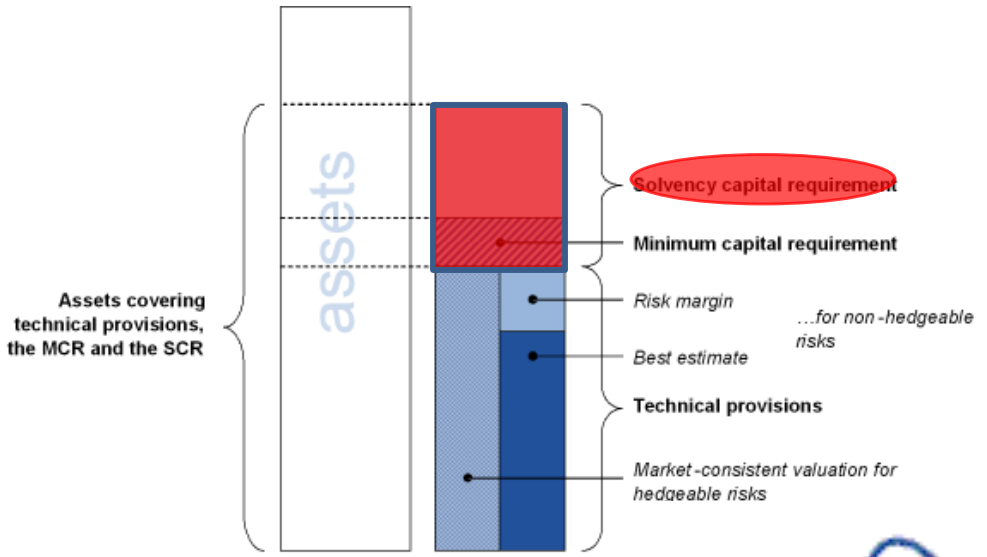
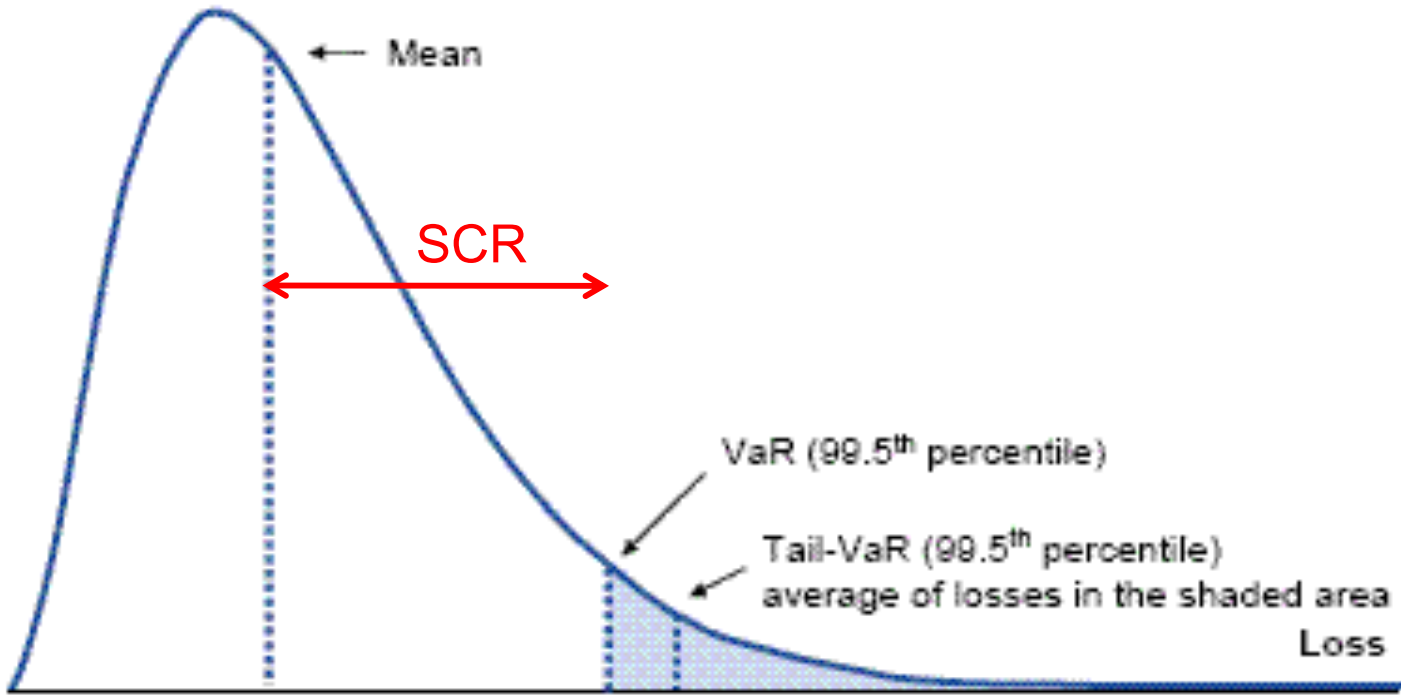


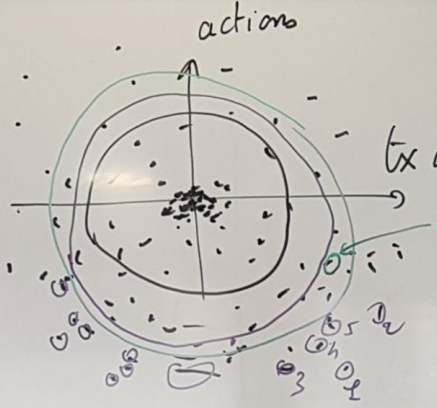
Figure (Source: CP 20, p. 9)
2.2 Pillar 1 is made up of a number of diff
combination, should provide a structured
whether the insurer has adequate financia
carries.

Standard formula:
Lognormal loss distribution assumption
1-Year Time Horizon



Evidemment il faudrait beaucoup plus que 5000 simulations primaires!
Intervalles de confiance asymptotiques obtenus à l'aide de techniques de processus empiriques

n	5 000	50 000	500 000
Estimated VaR (thousand €)	−39 375	−41 787	−43 058
rank	25	250	2 500
Lower 5% confidence bound (thousand €)	−44 722	−43 840	−43 173
rank	20	236	2 458



en "numéros de simulations"

5000 simu ← ! OPTIMISATION

50000 simu

en m€ (absolu)

intervalle de confiance pour mesure du risque global

avec 5000 simulations

50 000

$25 - (20\% \times 25)$

$20\% \times 25 - 39\,m€$

20^e pire 25^e pire 30^e pire

14

$250 - (5{,}6\% \times 250)$

± 5, simulations

200 236 250 264 300

$\pm 5{,}7\,m€$

5% 5%

$-39\,m€$

$-44{,}7\,m€$

$-34{,}3\,m€$

moyenne des VaR de niveaux $\geq 99\%$

$$= TVaR_{99\%}(X) = \frac{1}{100\% - 99\%} \int_{99\%}^{100\%} VaR_q(X)\,dq$$ ← déf° générale

perte annuelle

qd la loi de X est continue

$$ES_\alpha(X) = E\left(X - VaR_\alpha(X) \mid X > VaR_\alpha(X)\right) = E\left(X \mid X > VaR_{99\%}(X)\right)$$

PROP ✓ déf — CONDITIONAL TAIL EXPECTATION (CTE)

en finance Expected Shortfall

perte moyenne dans les 1% pires scénarios

le + pratique pour communiquer

Prop souhaitable d'une mesure de risque : "COHÉRENCE" — SOUS-ADDITIVITÉ

Prop : VaR n'est pas "COHÉRENTE"

TVaR est cohérente.

Déf. (ADEH 1999) On dit qu'une mesure de risque ρ est "cohérente" si :

AXIOMES

1) $X \leq Y$ p.s. $\Rightarrow \rho(X) \leq \rho(Y)$ monotonie

2) $\forall$ v.a. X, $\forall \lambda > 0$, $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$ homogénéité positive — vrai sauf grosses positions

3) $\forall$ v.a. X, $\forall$ constante C, $\rho(X + C) = C + \rho(X)$ invariance par translation

4) $\forall$ v.a. X, Y, $\rho(X+Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$ sous-additivité — garantit bénéfice de diversification ≥ 0

CamL Fi (HJM)

$\rho(X) = 1{,}2 \times E(X)$

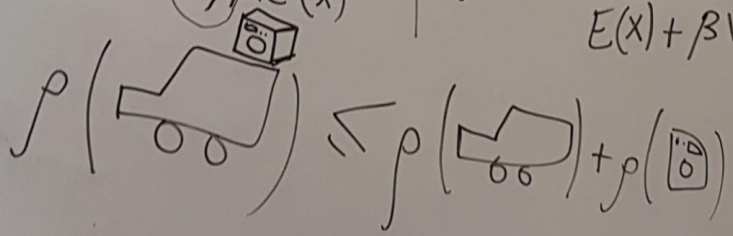
$1{,}4 * E(X)$

$\rho(X) = \bar{E}(X) + \alpha \sigma_X$

$E(X) + \beta \mathrm{Var}(X)$

$\rho(1000\,X) = 1000\,\rho(X)$

$1000\,\rho(X) + (10^6 - 10^3)\,\sigma(X)$



Formule standard

$SCR_{mortality} = 100$

$SCR_{expenses} = 30$

$SCR_{Life} = \sqrt{100^2 + 30^2 + 2 \times 0{,}25 \times 100 \times 30}$ ← corrél° paramétr

SOUS-ADDITIVITÉ ENTRE MODULES GARANTIE

$\leq 130 = \sqrt{100^2 + 30^2 + 2 \times 1 \times 100 \times 30}$

0,8 - 1,2 RISK OP

$\alpha = 0{,}8$ modèle interne

$X \sim$ Pareto(α)

$Y \sim$ Pareto(α)

$VaR_{99,9\%}(X+Y) > VaR_{99,5\%}(X) + VaR_{99,9\%}(Y)$

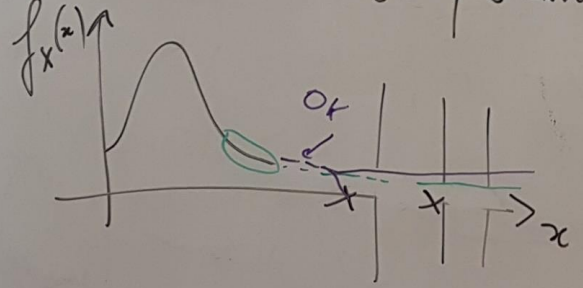
$TVaR_{99,9\%}(X+Y) \leq TVaR_{99,9\%}(X) + TVaR_{99,9\%}(Y)$ ($+\infty$)

4) $\forall$ v.a. X, Y, $\rho(X+Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$ sous-additivité

garantit bénéfice de diversification $\geqslant 0$

100 120

Pb de la mesure des risques extrêmes !



Théorie des valeurs extrêmes

$TVaR_{99\%}$ moyenne pertes 1% pire scénarios

en excluant le 0,03% pire scénario

⚠ N'EST PLUS "COHÉRENT"

1300

SCOR's risk tolerance is derived from its risk appetite

Solvency

- SCOR's **risk measure for solvency is 99%Tail Value at Risk** (TVaR), corresponding to a financial security level in line with the target rating of A+ (*S&P*) and A (*A.M. Best*) (corresponding to a ruin probability of 1:250)

Diversification

- **No risks (LOB, Asset Class) must consume more than 5% of available capital** when looking at the 95%TVaR
- **No extreme scenario** (with a probability of higher or equal to 1:250) **must result in a loss larger than 15% of available capital**

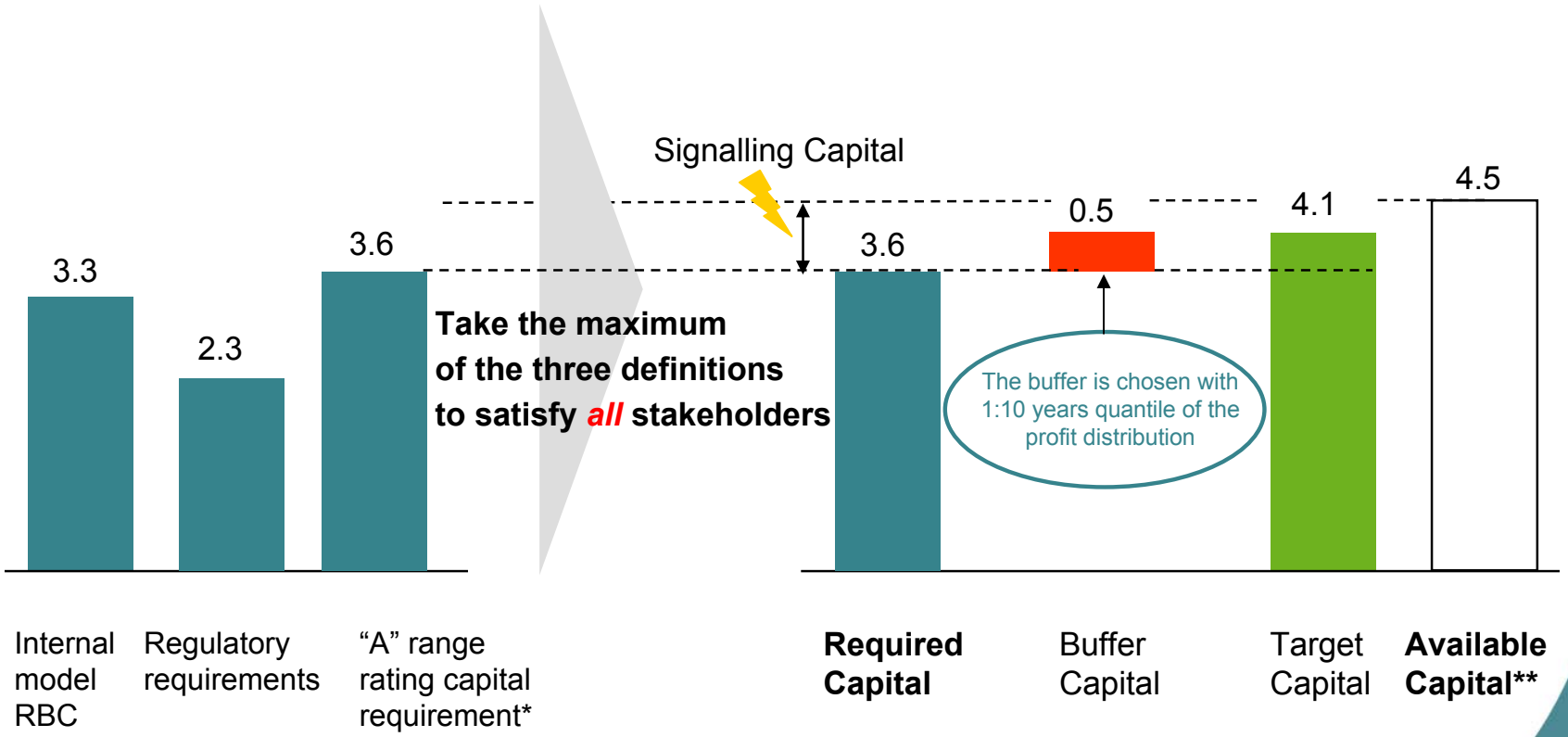
Compliance

- ➔ **Full compliance** with all regulatory and solvency requirements (US RBC, Swiss Solvency Test, EU Solvency II etc.)

The internal capital requirement satisfies all stakeholders

Internal RBC, Required Capital, Buffer and Target Capital

In € billion, based on figures for 2008



* currently undergoing rating agency reviews

** All capital is computed at t_1 with data at t_0

Formule standard

$SCR_{mortality} = 100$

$SCR_{expenses} = 30$

$SCR_{Life} = \sqrt{100^2 + 30^2 + 2 \times \rho \times 100 \times 30}$ ← corrél° paramétr

SOUS-ADDITIVITÉ ENTRE MODULES GARANTIE

$\leq 130 = \sqrt{100^2 + 30^2 + 2 \times 1 \times 100 \times 30}$

0,8 - 1, [illegible] RISK OP]

$\alpha = 0,8$ modèle interne

$X \sim Pareto(\alpha)$

$Y \sim Pareto(\alpha)$

$VaR_{99,9\%}(X+Y) > VaR_{99,5\%}(X) + VaR_{99,9\%}(Y)$

$TVaR_{99,9\%}(X+Y) \leq TVaR_{99,9\%}(X) + TVaR_{99,9\%}(Y)$ (+∞)

4) $\forall$ v.a. X, Y, $\rho(X+Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$

100

3 derniers millions d'années JAMAIS

RACCOURCI si hauteur d'eau > 5m

GROTTES

Pb de la mesure des risques extrê

$f_X(x)$

α_t

Chaque mesure de risque est fermente dans un domaine de validité

crues depuis 1850

digue submergée si $h > 10m$

période de retour avec th. valeur extr. 800 ans

Formule standard $SCR_{mortality} = 100$

$SCR_{expenses} = 30$

$SCR_{Life} = \sqrt{100^2 + 30^2 + 2 \times \text{corr} \times 100 \times 30}$ ← corr° paramétrée

SOUS-ADDITIVITÉ ENTRE MODULES GARANTIE

$\leq 130 = \sqrt{100^2 + 30^2 + 2 \times 1 \times 100 \times 30}$

0,8 - 1,2 RISK OP

$\alpha = 0,8$ modèle interne

$X \sim$ Pareto(α)

$Y \sim$ Pareto(α)

$VaR_{99,9\%}(X+Y) > VaR_{99,5\%}(X) + VaR_{99,9\%}(Y)$

$TVaR_{99,9\%}(X+Y) \leq TVaR_{99,9\%}(X) + TVaR_{99,9\%}(Y)$ (+∞ + +∞)

4) ✗ v.a. X, Y, $\rho(X+Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$

La VaR n'est pas sous-additive, mais elle l'est si X et Y sont | Gaussiens / LogNormaux

↙

très super-additive si risques très extrêmes → vrai pb: souscription/réass pas mesure de risque