La Sélection Contraire
(Adverse Selection)

Jean-Louis Rullière

ISFA- SAF Université Claude Bernard Lyon 1

jean-louis.rulliere@univ-lyon1.fr

Relation d’agence avec sélection contraire = mauvaise sélection

Le terme «sélection adverse» vient du marché de l'assurance:

Lorsque les compagnies d'assurance augmentent leurs primes, les premiers clients à abandonner sont ceux qui présentent le risque le plus faible; les assureurs se retrouvent donc avec les titulaires de polices les plus à risque.

Cependant, avec des bases de données étendues, les compagnies d'assurance disposent désormais souvent de meilleures informations que leurs clients eux-mêmes sur les risques auxquels elles sont confrontées : mais cela ne concernent que la sinistralité observée (et donc passée).

- Quels comportements **futurs** de l’assuré ? : **le problème de l’aléa moral**
- Quelles caractéristiques propres à l’assuré qu’il possédait déjà **avant** la relation contractuelle ? **Le problème de l’anti-sélection (ou sélection contraire, « *adverse selection* »)**.

Relation d'agence avec sélection contraire

Retour sur le cas en information symétrique

Temps

P élabore le contrat

A accepte ou rejette le contrat

A fournit un effort **vérifiable**

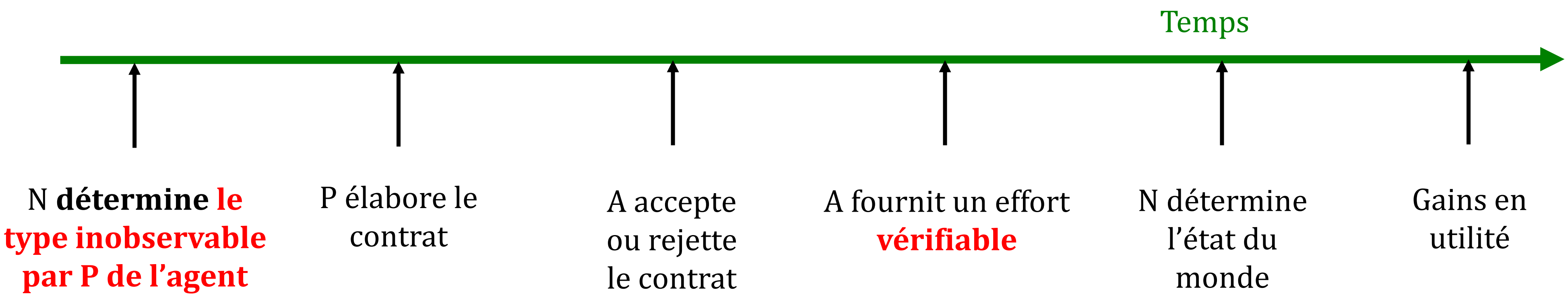
N détermine l'état du monde **(donc observable expost)**

Gains en utilité

- Information symétrique.
- **Une source bilatérale** d'incertitude.
- Par rétroduction, l'agent reçoit une rémunération de $w_{min} = U^{-1}\left(\underline{u} + v(e_{min})\right)$ et l'agent accepte le contrat.

Relation d’agence avec sélection contraire

Information asymétrique avec sélection contraire



- Information asymétrique.
- **Deux sources** d’incertitude pour le principal.
- **Une source** d’incertitude pour l’agent.
- Induction rétrospective.

Writing the "The Market for 'Lemons'": A Personal and Interpretive Essay

by George A. Akerlof
2001 Laureate in Economics

I wrote "The Market for 'Lemons,'" (a 13-page paper for which I was awarded the Prize in Economics) during my first year as assistant professor at Berkeley, in 1966-67.* "Lemons" deals with a problem as old as markets themselves. It concerns how horse traders respond to the natural question: "if he wants to sell that horse, do I really want to buy it?" Such questioning is fundamental to the market for horses and used cars, but it is also at least minimally present in every market transaction.

This is a personal story. I happened to be in the right place at the right time, and therefore was extraordinarily lucky to have been able to write the first theoretical paper on this topic. But this story is more than personal since its history duplicates fractally, in miniature, the transition that was occurring on a macro scale in economic theory from the 1960s to the 1990s. It also gives an example how the basic method of economics, which is to emphasize some aspects of reality (especially transactors' attention to price) while putting blinkers on others, can leave major questions unanswered. That the question — how asymmetric information affects markets — was unanswered is just one of the ways in which I was tremendously lucky.

George Akerlof

At the beginning of the 1960s, standard microeconomic theory was overwhelmingly based upon the perfectly

THE MARKET FOR "LEMONS": QUALITY UNCERTAINTY AND THE MARKET MECHANISM *

GEORGE A. AKERLOF

I. INTRODUCTION

This paper relates quality and uncertainty. The existence of goods of many grades poses interesting and important problems for the theory of markets. On the one hand, the interaction of quality differences and uncertainty may explain important institutions of the labor market. On the other hand, this paper presents a struggling attempt to give structure to the statement: "Business in under-developed countries is difficult"; in particular, a structure is given for determining the economic costs of dishonesty. Additional applications of the theory include comments on the structure of money markets, on the notion of "insurability," on the liquidity of durables, and on brand-name goods.

There are many markets in which buyers use some market statistic to judge the quality of prospective purchases. In this case there is incentive for sellers to market poor quality merchandise, since the returns for good quality accrue mainly to the entire group whose statistic is affected rather than to the individual seller. As a result there tends to be a reduction in the average quality of goods and also in the size of the market. It should also be perceived that in these markets social and private returns differ, and therefore, in some cases, governmental intervention may increase the welfare of all parties. Or private institutions may arise to take advantage of the potential increases in welfare which can accrue to all parties. By nature, however, these institutions are nonatomistic, and therefore concentrations of power — with ill consequences of their own — can develop.

* The author would especially like to thank Thomas Rothenberg for invaluable comments and inspiration. In addition he is indebted to Roy Radner, Albert Fishlow, Bernard Saffran, William D. Nordhaus, Giorgio La Malfa, Charles C. Holt, John Letiche, and the referee for help and suggestions. He would also like to thank the Indian Statistical Institute and the Ford Foundation for financial support.

Le banquier breton **Marie-Auguste de Gourcuff**, proche de Louis XVIII, parvient finalement à surmonter les réticences du roi vis-à-vis **des assureurs à primes fixes**. On craignait alors que les détenteurs de police sans intérêts mutuels n'émettent des **prétentions frauduleuses** ou ne prennent pas les **précautions requises**.

Relation d’agence avec sélection contraire

L’exemple des « Citrons d’Akerlof »

Un vendeur désire vendre son véhicule d’occasion:
k est la qualité du véhicule telle que $k \in [0;1]$ avec $k = 0/1$ qualité nulle/parfaite:

Le vendeur souhaite en tirer **au moins** un prix $p, p = k.p_s$
L’acheteur souhaite payer **au plus** un prix $p, p = k.p_b$

On suppose par simplification que ***k* est une information symétrique**, donc connue des deux, vendeur et acheteur.

Donc pour que la transaction soit possible au prix p il faut que

$$k.p_b \geq p \geq k.p_s$$

$$p_b \geq \frac{p}{k} \geq p_s \text{ avec } k \neq 0$$

Relation d’agence avec sélection contraire

L’exemple des « Citrons d’Akerlof »

Ce qui détermine p sera le pouvoir de négociation du vendeur et de l’acheteur
Comme ici le problème ne concerne pas un modèle de négociation on va supposer par exemple que

$$p_b \geq p_s \text{ avec par exemple } \boldsymbol{p_b = {}^3/_2 \,.\, p_s}$$

Le problème central survient quand $\boldsymbol{k}$ est la qualité du véhicule est une **information asymétrique** : **connue du vendeur et inconnue de l’acheteur**.

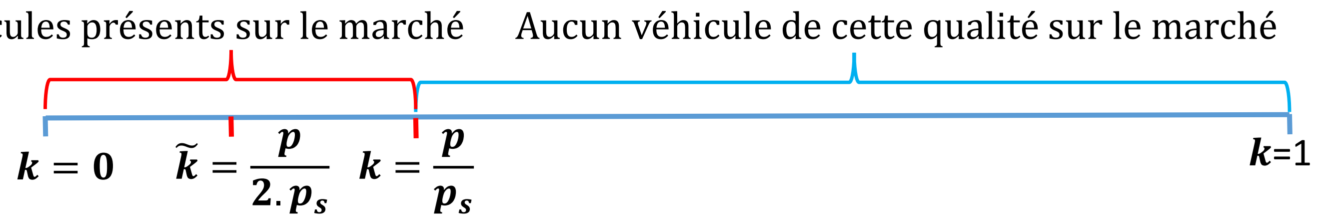
Pourquoi Akerlof parle de malhonnêteté: comme le **vendeur connait** $\boldsymbol{k}$ la qualité du véhicule mais surtout sait que **l’acheteur ne connait pas** $\boldsymbol{k}$, il peut donc **mentir**: il peut annoncer ou faire croire en une valeur $\boldsymbol{k}^*$ telle que $\boldsymbol{k}^* > \boldsymbol{k}$

Le problème de l’acheteur c’est qu’il observe $\boldsymbol{p}$ et sait $\boldsymbol{p \geq k.p_s}$
Mais il ne connait ni $\boldsymbol{k}$, ni $\boldsymbol{p_s}$.

Relation d'agence avec sélection contraire

L'exemple des « Citrons d'Akerlof »

Comment à partir déduire $\boldsymbol{k}$ et donc $\boldsymbol{p_s}$ en observant $\boldsymbol{p}$ et sachant que $\boldsymbol{p \geq k.p_s}$?
Imaginons que l'acheteur fasse une estimation rudimentaire avec l'espérance :



L'acheteur avec sa valeur de réserve $\boldsymbol{p_b}$, estime donc que la valeur de son achat équivaut au mieux à : $p_b.\tilde{k} = p_b.\frac{p}{2.k_s} = \frac{3}{2}.p_s.\frac{p}{2.p_s} = \frac{3}{4}.p$

Cela signifie que l'acheteur serait prêt à payer $\boldsymbol{p}$ pour un véhicule, dont il estime **au mieux** la valeur à $\boldsymbol{\frac{3}{4}.p \geq p}$. Le **marché n'existe pas** sauf dans le cas où $\boldsymbol{p = 0}$

La sélection contraire est présente partout (exemple : sélection parcoursup / malade dans un hôpital

Relation d'agence avec sélection contraire

Le cas à deux types pour l'agent

Supposons que l'agent peut avoir non pas une seule ou deux types (ou caractéristiques) distincts possibles :

- Alcoolique, fumeur, maladie génétique…**ou pas**
- Compétent, solvable… ou pas
- Corrompu, menteur, malhonnête, fraudeur…. **ou pas**
- ….
- Bon type ***G*** ou de mauvais type ***B***

L'agent a une fonction d'utilité $u(\quad)$ qui dépend de son type, $u_G(\quad)$ ou $u_B(\quad)$ et qui a pour argument son effort et son niveau de rémunération :

$$u_G(w_G, e) = u(w_G) - v(e) \text{ ou } u_B(w_B, e) = u(w_B) - k.v(e)$$

$$\text{avec } u'(\quad) \geq 0 \quad u''(\quad) \leq 0 \text{ et } v'(\quad) \geq 0 \quad v''(\quad) \geq 0 \text{ et } \boldsymbol{k} > \mathbf{1}$$

Relation d'agence avec sélection contraire

Contrat optimal en information symétrique

Supposons que le principal soit neutre au risque (*simplification car le problème d'agence survient même sans avoir besoin d'introduire l'aversion au risque*).
Le profit net du principal s'écrit alors : et

$$\Pi(e) = \sum_1^n p_i(e).x_i \text{ avec } \Pi'(\quad) \geq 0 \text{ et } \Pi''(\quad) \leq 0$$

Si l'agent n'a qu'un seul type (en **information symétrique** (et **complète**)), on réduit donc le problème du principal comme suit :

$$\max_{(e,w)} \Pi(e) - w = \max_{(e,w)} \sum_1^n p_i(e).u_p(x_i) - w$$

$u(w) - v(e) \geq \underline{u}$ **la contrainte de participation**

Relation d'agence avec sélection contraire

Le cas à deux types pour l'agent

Le programme du principal est bien posé en raison des conditions de concavité et on obtient donc la règle d'efficience déjà vu dans le modèle d'agence en information symétrique :

$$u(w_G) - v(e_G) = \underline{u}$$ **la contrainte de participation est saturée**

$$\frac{\partial \Pi}{\partial e_G}(e_G) = \frac{\frac{\partial v}{\partial e_G}}{\frac{\partial u}{\partial w_G}}$$ **la règle d'efficience est vérifiée**

Si l'agent est de type B (toujours en information symétrique) on obtient de même :

$$u(w_B) - k.v(e_B) = \underline{u} \text{ et } \frac{\partial \Pi}{\partial e_B}(e_B) = \frac{k.\frac{\partial v}{\partial e_B}}{\frac{\partial u}{\partial w_B}}$$

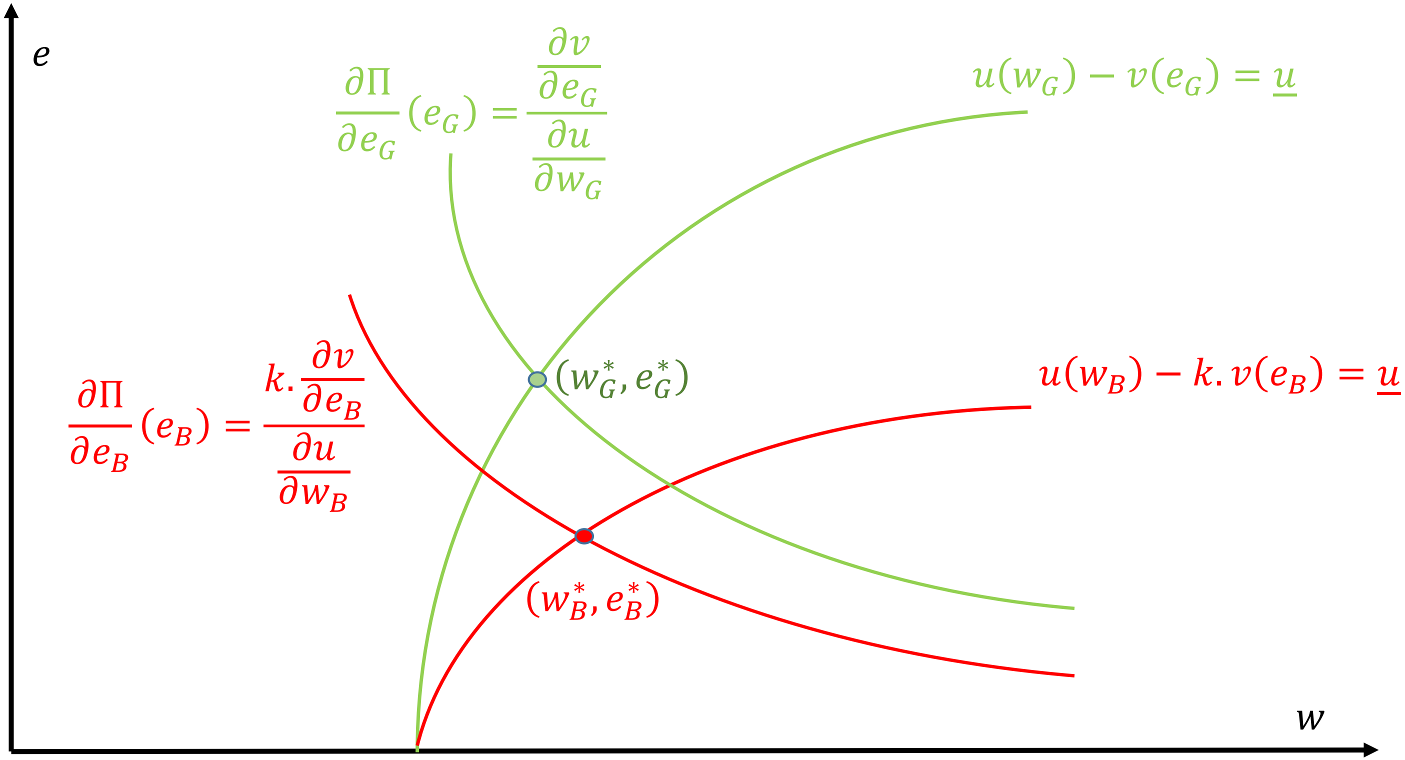
La diapo précédente est extrêmement importante :

Un questionnaire pour déterminer si l'agent est G ou B ne fonctionnera pas (car G de bonne fois dira qu'il est G et B mentira en disant qu'il est G).

Solution : soi on investit de l'argent pour déterminer le type (mais ce n'est pas toujours possible, exemple impossibilité d'un assureur santé de vous demander un test ADN etc.)

Relation d'agence avec sélection contraire

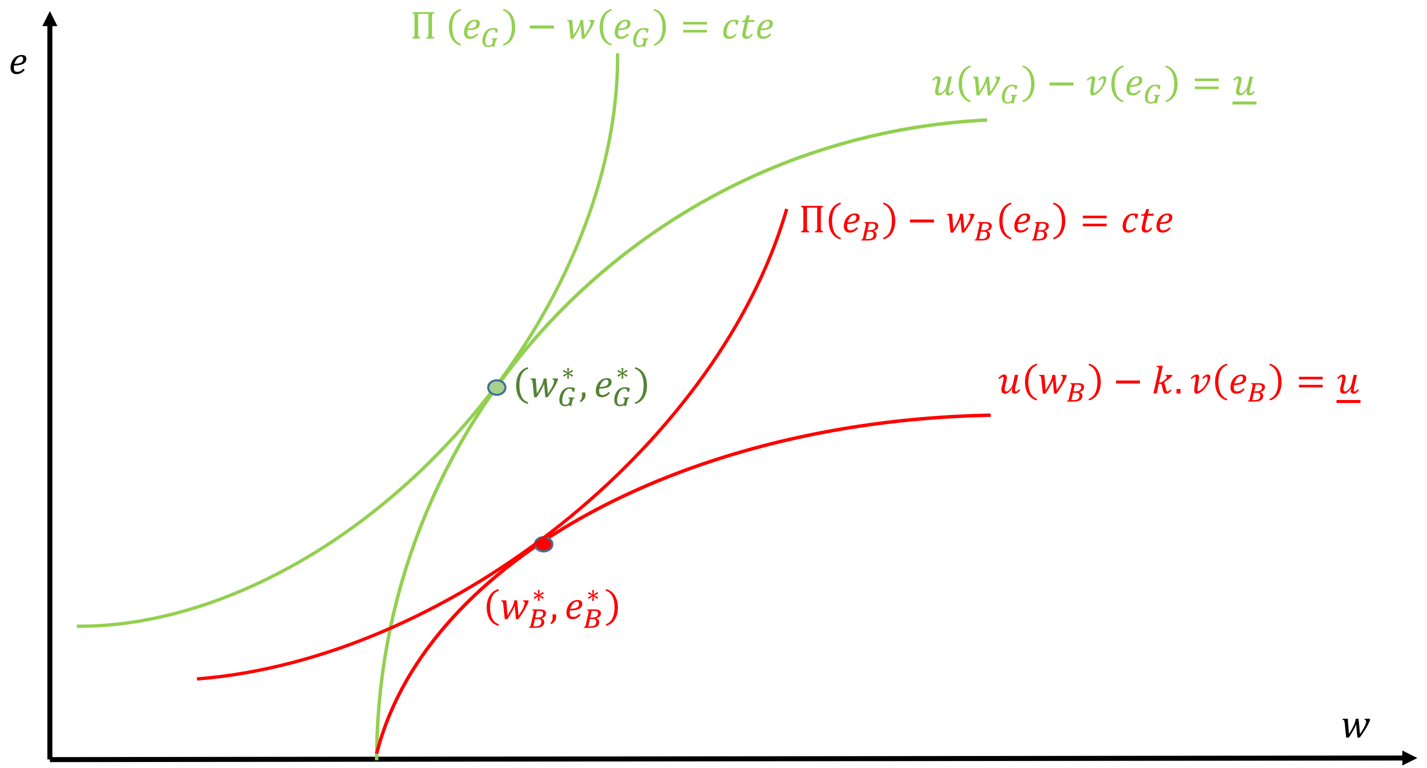
Contrats optimal en information symétrique



Défaut : ce n'est pas auto-sélectif

Relation d'agence avec sélection contraire

Le Principal et les deux types d'agent



Relation d'agence avec aléa moral

Symétrie et asymétrie d'information

Que peut faire le principal avec ces deux contrats optimaux (w_G^*, e_G^*) et (w_B^*, e_B^*)?

1. **Information symétrique** : il connait le type de l'agent et il lui propose le contrat qui correspond à son type.

1. **Information asymétrique** : il offre les deux contrats (puisqu'il ne connait pas le type de l'agent) et c'est l'agent qui choisit
   A. Soit l'agent est de type B et **l'agent $\boldsymbol{B}$ sélectionne le contrat qui est bien prévu pour lui** car $u(w_G) - k.v(e_G) < u(w_G) - v(e_G) = \underline{u}$: on est sous la contrainte de participation.
   B. Soit l'agent est de type G et **l'agent $\boldsymbol{G}$ sélectionne le contrat qui est prévu pour l'agent de type $\boldsymbol{B}$** car $u(w_B) - v(e_B) > u(w_B) - k.v(e_B) = \underline{u}$: on est au-dessus la contrainte de participation.

Relation d’agence avec sélection contraire

Menu auto-sélectif

Quelle stratégie pour le principal ?

N’ayant pas l’information privée sur le type de l’agent,

1. le principal ne peut que **laisser à l’agent le choix du contrat**

2. En revanche, le principal peut définir lui-même **le menu de contrats**.

Principe : rendre le **menu auto-sélectif** les agents sélectionnent chacun le contrat qui leur correspondent (*screening*, criblage).

Relation d'agence avec sélection contraire

Menu auto-sélectif

Comment inciter l'agent à retenir le contrat qui est fait pour lui ?

Le problème est symétrique :

1. L'agent ***B*** rejette le contrat ***G***. C'est **inefficient** pour le principal.

2. L'agent ***G*** prend le contrat ***B***. C'est **inefficient** pour le principal.

Principe : **Distorsion** des contrats optimaux (le principal paie « la rente informationnelle »): **au pied du contrat.**

« Pour empêcher le voyageur qui peut payer le wagon de 2e classe d'aller dans celui de 3e; on frappe sur le pauvre, non pas qu'on ait envie de le faire souffrir personnellement, mais pour faire peur au riche »
Jules Dupuit *(1804 –1866)*
Ingénieur des Ponts et Chaussées

ACCOR HOTELS
Feel Welcome
SOFITEL LUXURY HOTELS · SOFITEL Legend · NOVOTEL · Suite NOVOTEL · ibis budget · ibis · ibis styles · adagio · adagio access · hotelF1 · 6 · studio 6 · Grand Mercure · Mercure · pullman · MGallery

Relation d'agence avec aléa moral

Le problème d'agence avec sélection contraire

Soit pour le principal, la probabilité $q, q \in [0; 1]$ que l'agent soit de type $\boldsymbol{G}$.

1. Il ne peut pas forcer l'agent $\boldsymbol{B}$ à accepter le contrat de type $\boldsymbol{G}$ car il dépasserait sa contrainte de participation : **saturation de la contrainte de participation pour l'agent de type $\boldsymbol{B}$.**

2. Il faut en revanche inciter l'agent $\boldsymbol{G}$ à sélectionner le contrat qui lui correspond : **saturation de la contrainte d'incitation pour l'agent de type $\boldsymbol{G}$.**

Ecriture des 4 contraintes :

2 de participation et 2 d'incitation pour les 2 types d'agents.

La contrainte d'incitation de l'agent de type $\boldsymbol{B}$ est **triviale.**

Relation d'agence avec sélection contraire

Le problème d'agence avec sélection contraire

$$\max_{(e_G,w_G)(e_B,w_b)} q.\left(\Pi(e_G) - w_G\right) + (1-q).\left(\Pi(e_B) - w_B\right)$$

Pour l'agent de type *G*

la contrainte de participation : (P_G) $u(w_G) - v(e_G) \geq \underline{u}$

la contrainte d'incitation : (I_G) $u(w_G) - v(e_G) \geq u(w_B) - v(e_B)$

Pour l'agent de type *B*

la contrainte de participation : (P_B) $u(w_B) - k.v(e_B) \geq \underline{u}$

la contrainte d'incitation : (I_B) $u(w_B) - k.v(e_B) \geq u(w_G) - k.v(e_G)$

Relation d'agence avec sélection contraire

Le problème d'agence avec sélection contraire

Remarques :

$(\boldsymbol{P_B})$ **et** $(\boldsymbol{I_G})$ **implique** $(\boldsymbol{P_G})$:

$$u(w_G) - v(e_G) \geq u(w_B) - v(e_B) \geq u(w_B) - k.v(e_B) \geq \underline{u}$$

$(\boldsymbol{I_B})$ **et** $(\boldsymbol{I_G})$ **implique** $\boldsymbol{e_G \geq e_B}$:

$$v(e_G) - v(e_B) \leq u(w_G) - u(w_B) \leq k.[v(e_G) - v(e_B)]$$

Comme on a $k > 1$ donc $v(e_G) \geq v(e_B)$ et donc $e_G \geq e_B$

Le problème d'agence porte sur

la contrainte de participation de l'agent de type $\boldsymbol{B}$ et

la contrainte d'incitation sur l'agent de type $\boldsymbol{G}$

Relation d'agence avec sélection contraire

Le problème d'agence avec sélection contraire

Coefficients de Lagrange

$$\max_{(e_G,w_G)(e_B,w_b)} q.(\Pi(e_G)-w_G)+(1-q).(\Pi(e_B)-w_B)$$

Pour l'agent de type *G*

la contrainte de participation : $(-)$ $u(w_G)-v(e_G)\geq \underline{u}$

la contrainte d'incitation : $(\boldsymbol{\mu})$ $u(w_G)-v(e_G)\geq u(w_B)-v(e_B)$

Pour l'agent de type *B*

la contrainte de participation : $(\boldsymbol{\lambda})$ $u(w_B)-k.v(e_B)\geq \underline{u}$

la contrainte d'incitation : $(\boldsymbol{\delta})$ $u(w_B)-k.v(e_B)\geq u(w_G)-k.v(e_G)$

$$L(e_G,w_G,e_B,w_b,\lambda,\mu,\delta)=$$
$$[q.(\Pi(e_G)-w_G)+(1-q).(\Pi(e_B)-w_B)]+\lambda.(P_B)+\mu.(I_G)+\delta(I_B)$$

Relation d’agence avec sélection contraire

La saturation des contraintes

Condition nécessaire du 1er ordre donne :

$$\lambda = \frac{q}{\frac{\partial u}{\partial w}(w_G)} + \frac{1-q}{\frac{\partial u}{\partial w}(w_B)}$$

Donc la **contrainte de participation de l’agent de type $\boldsymbol{B}$ est saturée** car $\lambda > 0$

$$\mu - \delta = \frac{q}{\frac{\partial u}{\partial w}(w_G)}$$

Donc la **contrainte d’incitation de l’agent de type $\boldsymbol{G}$ est saturée**

car $\mu > 0$ sinon $\delta < 0$

Relation d'agence avec sélection contraire

Le contrat optimal pour l'agent de type *G*

Caractérisation du menu de contrats $\{(e_G, w_G); (e_B, w_B)\}$ optimal :

Pour l'agent de type $\boldsymbol{G}$:

$$u(w_G) - v(e_G) = \underline{u} + \boldsymbol{D_G} \quad \text{avec} \quad \boldsymbol{D_G = (k-1).\,v(e_B)}$$

L'agent de type $\boldsymbol{G}$ reçoit une **rente informationnelle**, $\boldsymbol{(k-1).\,v(e_B)}$ qui est fondée sur sa différenciation de $\boldsymbol{(k-1)}$ avec l'agent de type $\boldsymbol{B}$. Il reçoit donc un niveau d'utilité qui dépasse celui atteint par sa contrainte de participation.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial e_G}(e_G) = \frac{\dfrac{\partial v}{\partial e_G}}{\dfrac{\partial u}{\partial w_G}}$$

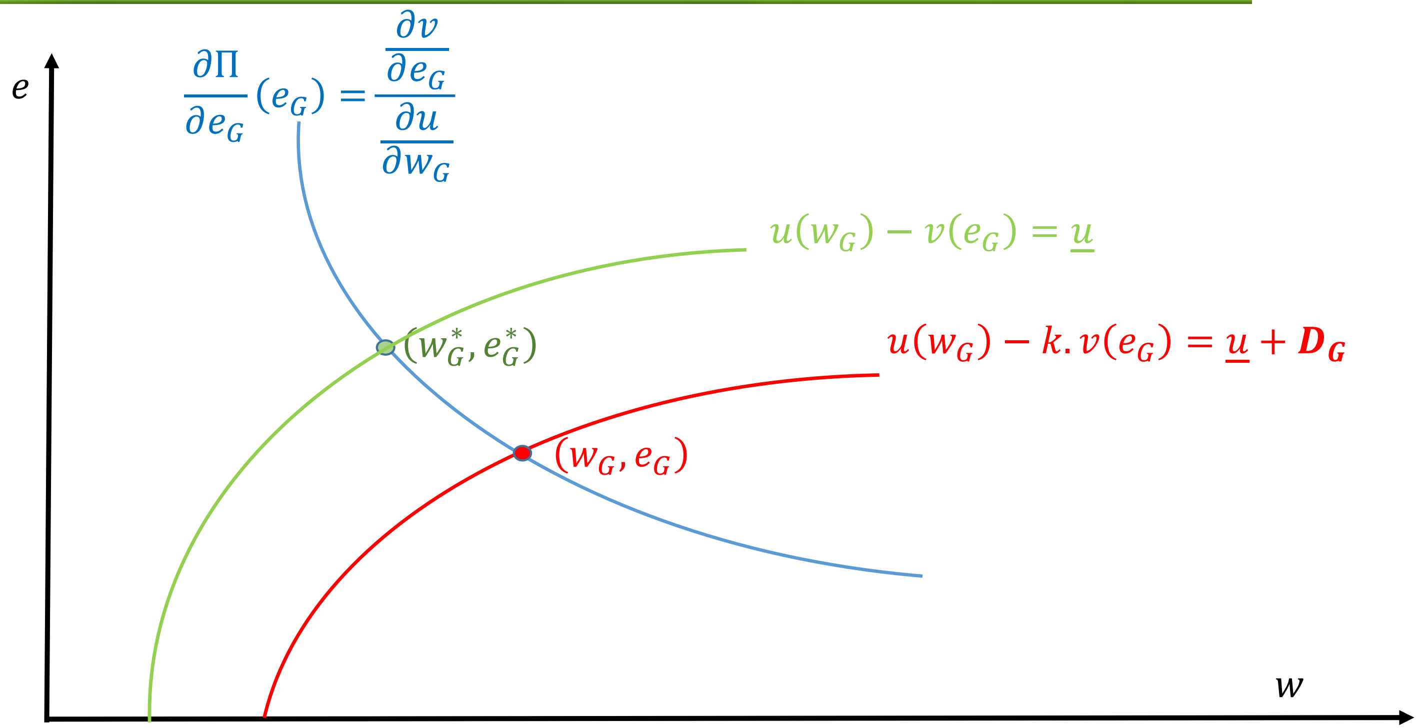
En revanche sa contrainte d'incitation de l'agent de type $\boldsymbol{G}$ est saturée : on parle de **non-distorsion à la tête du contrat.**

Relation d'agence avec sélection contraire

Le contrat optimal pour l'agent de type *G*

(w_G^*, e_G^*)
Equilibre pour G en information **symétrique**

(w_G, e_G)
Equilibre pour G information **asymétrique**



La rente informationnelle de l'agent de type ***G*** lui permet de **réduire son effort** et **d'accroitre sa rémunération**

Relation d'agence avec sélection contraire

Le contrat optimal pour l'agent de type *B*

Caractérisation du menu de contrats $\{(e_G, w_G); (e_B, w_B)\}$ optimal :

Pour l′agent de type *B* :

$$u(w_B) - k.v(e_B) = \underline{u}$$

La contrainte de participation de l′agent de type $\boldsymbol{B}$ est saturée.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial e_B}(e_B) = \frac{k.\frac{\partial v}{\partial e_B}}{\frac{\partial u}{\partial w_B}} + \boldsymbol{D_B} \quad \text{avec} \quad \boldsymbol{D_B} = \frac{\boldsymbol{q.(k-1).\frac{\partial v}{\partial e_B}}}{\boldsymbol{(1-q).\frac{\partial u}{\partial w_G}}}$$

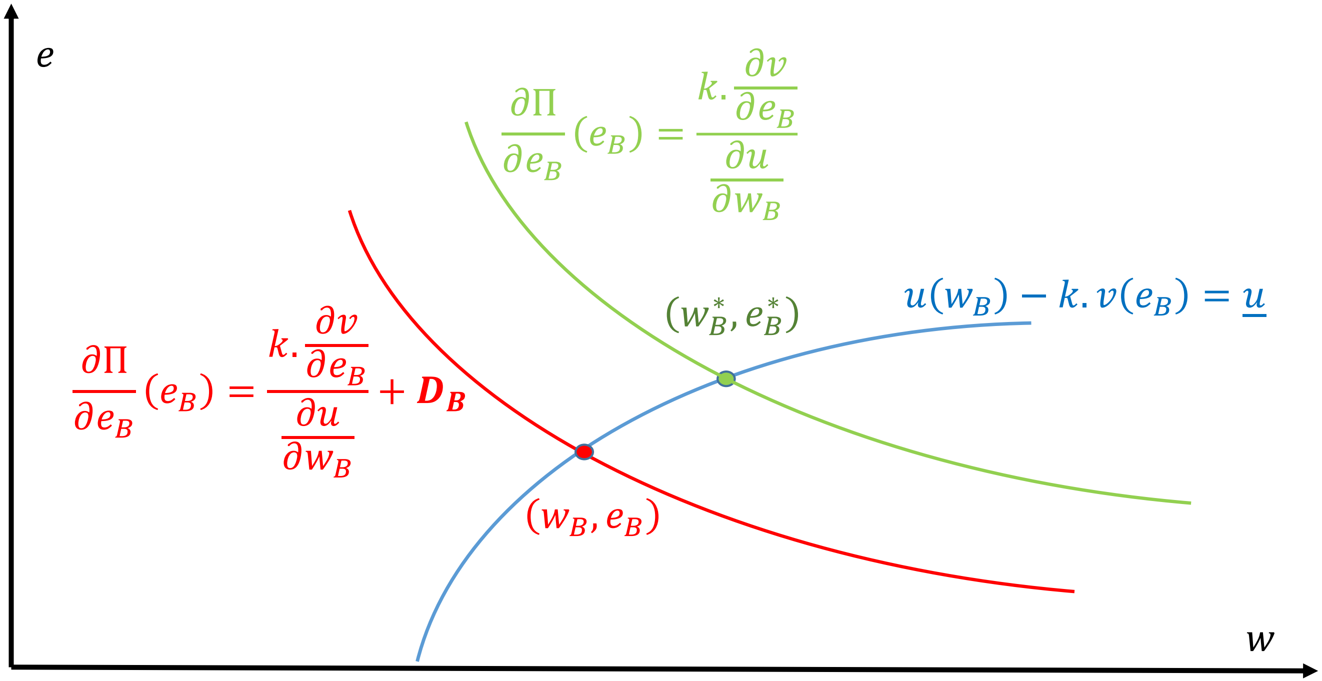
En revanche la contrainte d'incitation de l′agent de type $\boldsymbol{B}$ est non saturée : on introduit une distorsion **au pied du contrat,** pour rendre le contrat **moins attractif** pour l'agent de ***G*****.** Le principal **perd en efficience** mais sur l'agent **le moins efficace**; ce qui réduit le poids de la rente informationnelle de l'agent ***G*****.** *(On retrouve l'intuition de Jules Dupuit)*.

Relation d'agence avec sélection contraire

Le contrat optimal pour l'agent de type *B*

(w_B^*, e_B^*)
Equilibre pour B en information **symétrique**

(w_B, e_B)
Equilibre pour B information **asymétrique**



La rente informationnelle entraine pour l'agent de type ***B*** **une baisse de sa rémunération (pour éviter d'attirer** l'agent de type ***G***) et de compenser **en baissant son effort** (ce qui est le moins couteux pour le principal).

Relation d'agence avec sélection contraire

Commentaires sur le menu de contrats

Le principal fait face à un arbitrage et le menu de contrats optimal en rend compte :

1. **Réduction de la rente informationnelle** (plus de rémunération pour un moindre effort) de l'agent de type $\boldsymbol{G}$.

2. **Inefficience créée** dans le contrat pour l'agent de type $\boldsymbol{B}$ en baissant sa rémunération …
   1. *Effet de premier ordre de la distorsion* : … afin de dissuader l'agent de type $\boldsymbol{G}$ de prendre ce contrat)
   2. *Effet de second ordre de la distorsion* : … ce qui induit une baisse de l'effort demandé à l'agent de type $\boldsymbol{B}$ (d'où une moindre inefficience car l'agent est peu productif).

Relation d’agence avec sélection contraire

Commentaires sur distorsion au pied du contrat

La taille de cette **distorsion au pied du contrat** est forcément limitée car cela dépend de la probabilité q que l’agent soit de type ***G:***

- Si q décroit alors l’intérêt de rendre encore moins attractif le contrat pour l’agent de type ***B*** décroit ;
- Si $q \rightarrow 0$ alors plus contrat de l’agent B en information asymétrique tend vers le contrat en information symétrique.

- Si q croit alors l’intérêt d’augmenter la distorsion au pied du contrat (adressé à l’agent de type ***B***) croit ;
- Si $q \rightarrow 1$ et plus la distorsion au pied du contrat tend à son maximum.

Relation d'agence avec sélection contraire

De l'auto-sélection à la sélection

Remarque : si l'agent est **neutre au risque**, les résultats précédents restent vrais. En aléa moral, ce n'est pas vrai, car le résultat dépend du comportement et de la nature. Ici le problème du principal tient à son ignorance d'avec qui il a contracté.

Le principal en faisant face à un agent de type $\boldsymbol{G}$ ou $\boldsymbol{B}$

- Offre un menu de contrats optimal $\{(e_G, w_G); (e_B, w_B)\}$ dont le profit espéré pour lui est de **(auto-sélection)** :

$$q.\left(\Pi(e_G) - w_G\right) + (1-q).\left(\Pi(e_B) - w_B\right)$$

- Offre le contrat en information symétrique pour l'agent de type $\boldsymbol{G}$: si l'agent est de type $\boldsymbol{B}$, il rejette ce contrat unique car il est en dessous de sa contrainte de participation. Le profit espéré pour le principal est de **(sélection)** :

$$q.\left(\Pi\left(e_g^*\right) - w_g^*\right)$$