

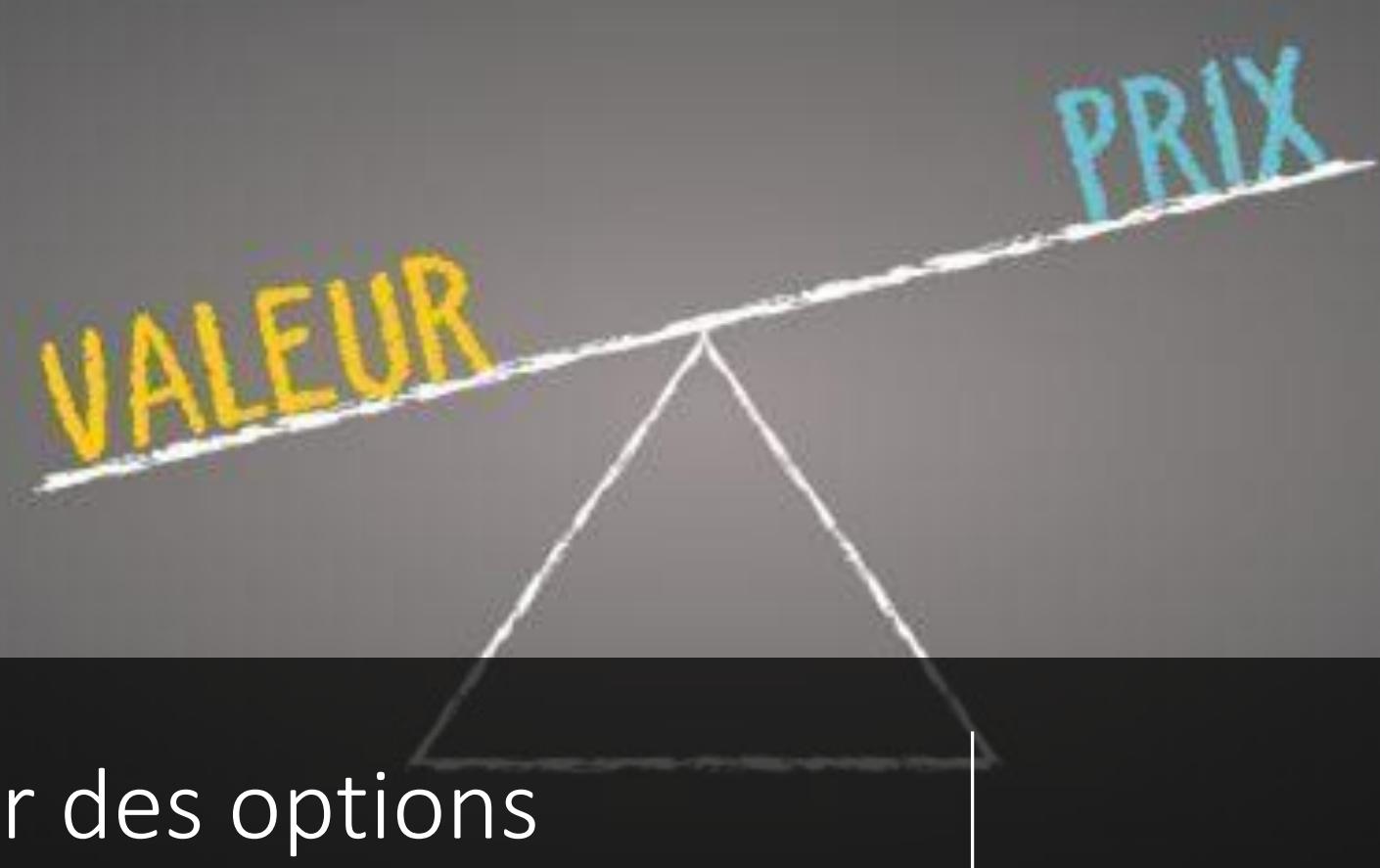


Théorie des Options

Anne EYRAUD-LOISEL

Cours numéro 4

09/02/2023





Valeur intrinsèque

Définition

- Le **payoff** d'une option (ou **valeur intrinsèque**) est le maximum entre 0 et le flux engendré par un exercice immédiat de l'option.
- C'est la valeur de l'option si on l'exerçait immédiatement. Peut-être vu également comme la valeur de l'option si rien ne changeait jusqu'à l'échéance.
- Il y a **4 stratégies de base** : l'achat d'un call européen, la vente d'un call européen, l'achat d'un put européen et la vente d'un put européen.

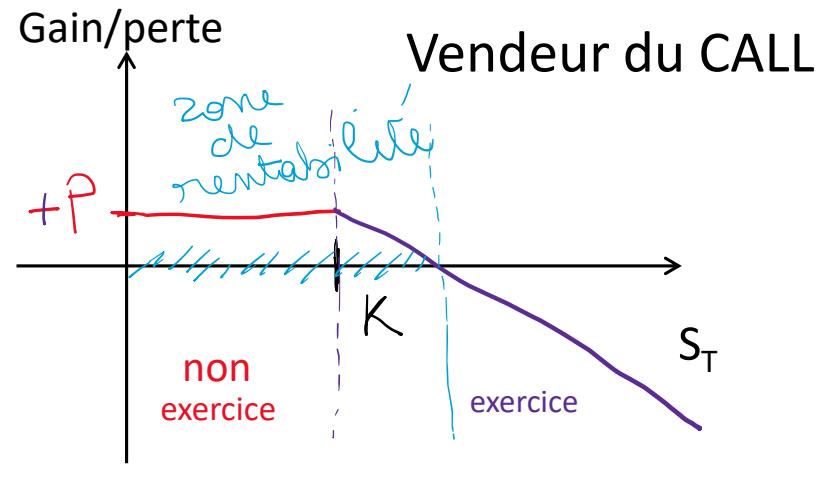
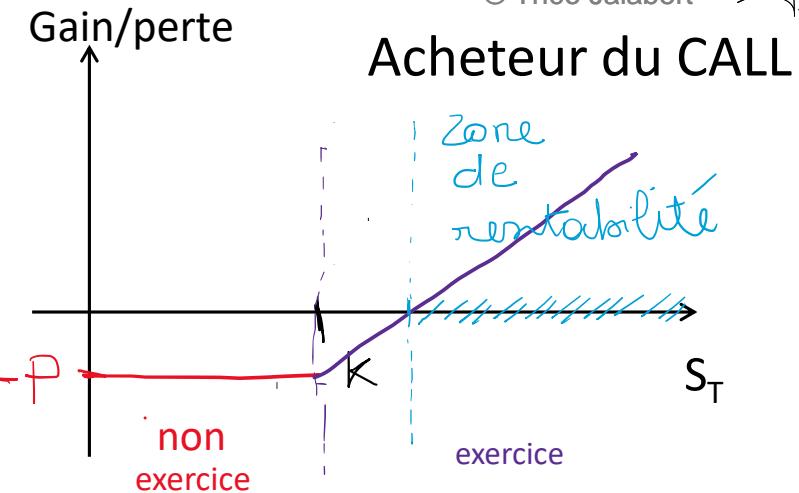


Achat/Vente d'un CALL européen

- **Exercice** : On considère un acheteur de call européen, càd le droit, mais pas l'obligation, d'acheter une action dans un an à un prix défini, 95 euros. Pour obtenir ce droit, l'acheteur du call paie immédiatement au vendeur une prime de 5 euros.
- $p = 5\text{€}$, $K = 95\text{€}$, $T = 1 \text{ an}$.
- Soit S_T le cours de l'action dans un an (= à l'échéance).
- Taux sans risque = 0 (négligé)
- Calculer le gain final de cet option pour le vendeur/l'acheteur, et tracer le graphe des gains/pertes de l'acheteur et du vendeur de cette option à l'échéance, en fonction du cours du sous-jacent ST à cette date.

Achat/Vente d'un CALL européen

- Si $S_T > K$, le détenteur du CALL achète l'actif au prix K , puis le revend sur le marché au prix S_T . Le bénéfice que lui procure cette opération (= le payoff du CALL) est $S_T - K = C_T$. C'est la valeur du call à l'échéance, ou valeur intrinsèque.
 - Si $S_T \leq K$, le droit procuré par le détenteur du CALL n'a plus aucun intérêt, puisqu'on peut se procurer sur le marché l'actif sous-jacent à un prix inférieur à K . Dans ce cas le payoff de l'option, et donc sa valeur intrinsèque, est 0.
 - L'acheteur du Call espère que le prix de l'action va monter, le vendeur espère que le prix va baisser.
 - Particularité** : vendeur CALL -> pertes illimitées. Position la plus risquée
 - Au final le payoff du CALL est :
 - $C_T = (S_T - K)_+ = \max(0, S_T - K)$
- Gain de l'acheteur du CALL :
- $G_T = -p + (S_T - K)_+$
- Convention : $p = C_0$: valeur/prix de l'option à l'instant 0.



Achat/Vente d'un PUT européen



- **Exercice :** On considère un acheteur de Put européen, c'dà le droit, mais pas l'obligation, de vendre une action dans un an à un prix défini, 95 euros. Pour obtenir ce droit, l'acheteur du Put paie immédiatement au vendeur une prime de 5 euros.
 - $p = 5\text{€}$, $K = 95\text{€}$, $T = 1 \text{ an}$.
 - Soit S_T le cours de l'action dans un an (= à l'échéance).
 - Taux sans risque = 0 (négligé)
 - **Calculer le gain final de cet option pour le vendeur/l'acheteur, et tracer le graphe des gains/pertes de l'acheteur et du vendeur de cette option à l'échéance, en fonction du cours du sous-jacent S_T à cette date.**

Achat/Vente d'un PUT européen

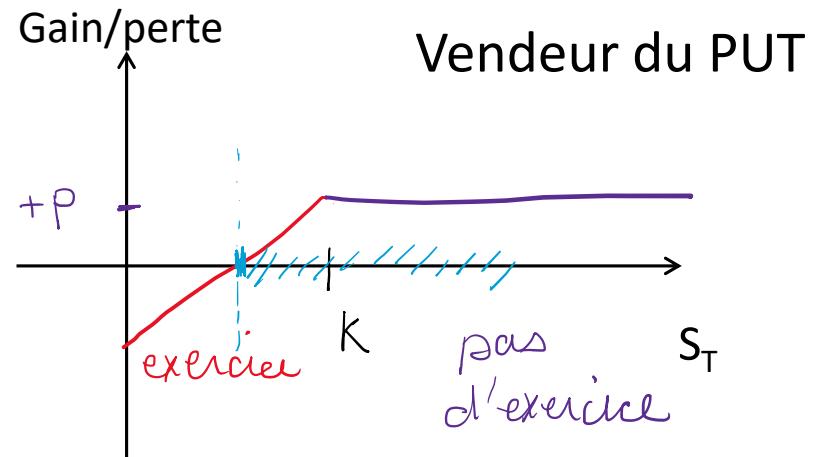
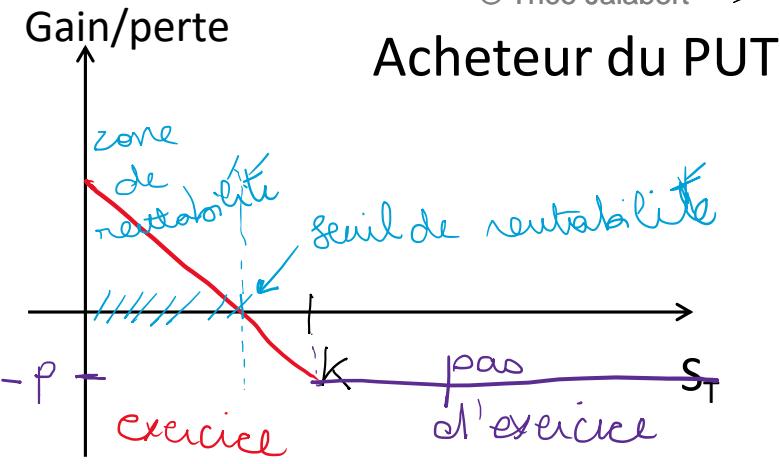
- Si $S_T \leq K$, le détenteur du PUT achète l'actif sur le marché au prix S_T puis le revend au vendeur du Put au prix K . Le bénéfice que lui procure cette opération (= le payoff du put) est $K - ST = P_T$. C'est la valeur du put à l'échéance.
- Si $S_T > K$, le droit procuré par le détenteur du PUT n'a plus aucun intérêt, puisqu'on peut vendre sur le marché l'actif sous-jacent à un prix supérieur à K .
- Dans ce cas le payoff de l'option, et donc sa valeur intrinsèque, est 0.
- L'acheteur du Put espère que le prix de l'action va baisser, le vendeur espère que le prix va augmenter.

Au final le Payoff du PUT est :

$$\bullet P_T = (K - S_T)_+ = \max(0, K - S_T)$$

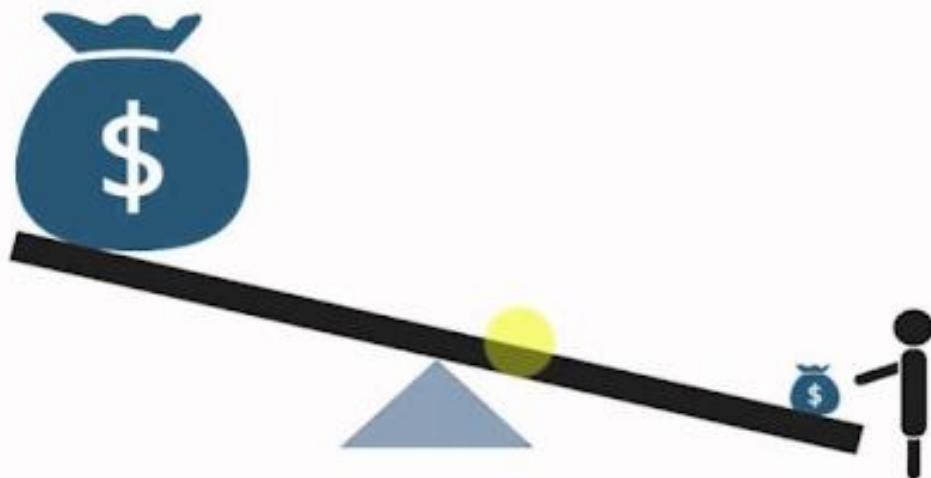
Gain de l'acheteur du PUT :

$$\bullet G_T = (K - S_T)_+ - p$$



Effet de levier

Leverage



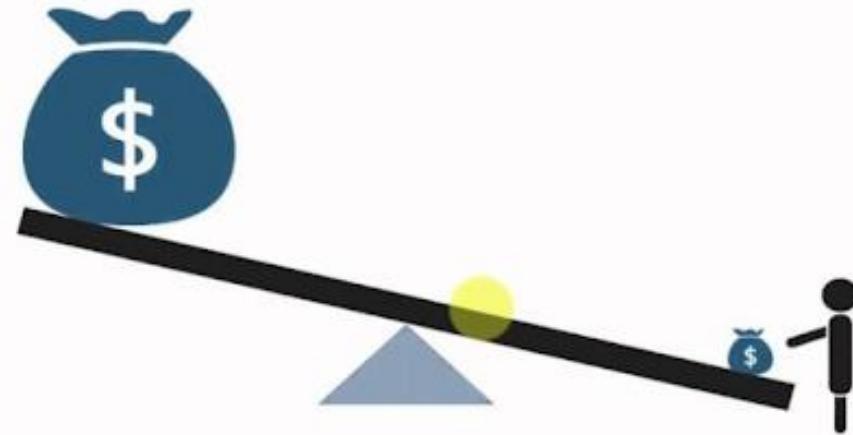
- C'est le nom que porte la démultiplication des taux de rentabilité et de risque permise par les opérations sur les options.
- L'acheteur du call ou du put bénéficie d'un effet de levier potentiellement très important si son option n'expire pas sans valeur.

Effet de levier - Exemple

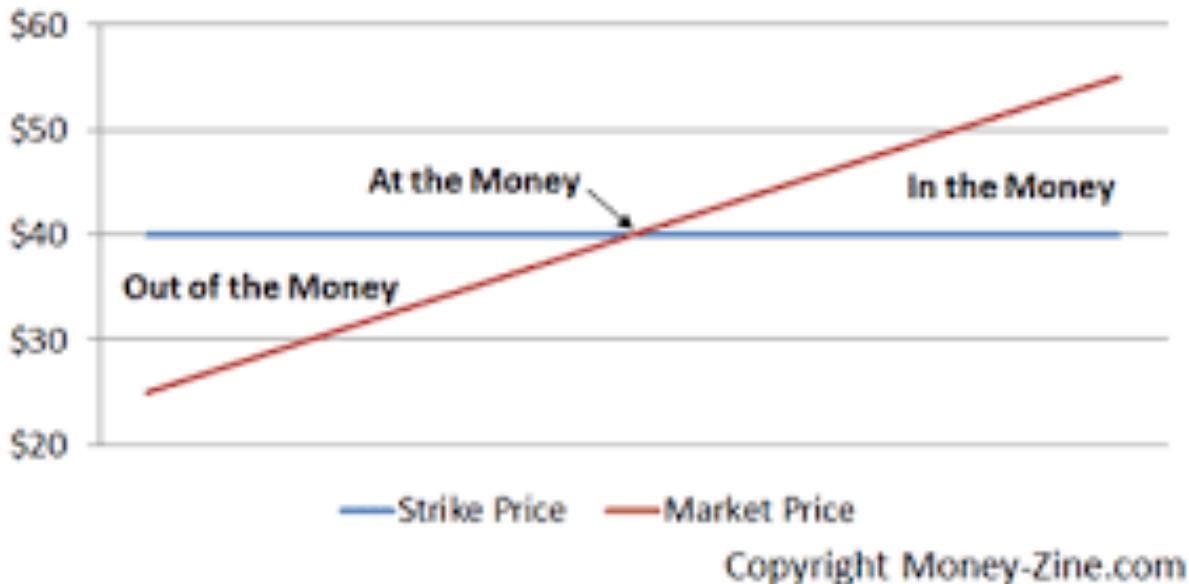
Exemple

- Supposons qu'un agent ait acheté 4,8€ un call à six mois, de prix d'exercice 100€, sur un support qui valait 98€. Au terme des six mois, le support vaut 107€.
- Un investissement dans le support aurait rapporté
$$(107 - 98)/98 = 9,2\%$$
- alors que l'acheteur du call bénéficie d'un taux de rendement semestriel de
$$((107 - 100) - 4,8)/4,8 = 45,8\%.$$
- Le taux de rentabilité de l'actif est multiplié par presque 5 par rapport au taux de rentabilité de l'option. C'est ce que l'on appelle **l'effet de levier** des options.
- Bien entendu, si le support ne vaut que 100€, le détenteur de ce dernier a gagné 2,04% et l'acheteur du call a **perdu** 100% de son investissement : l'effet de levier joue dans les deux sens, mis à part le fait que la perte potentielle est limitée à 100%.

Leverage



Moneyness of a Call Option

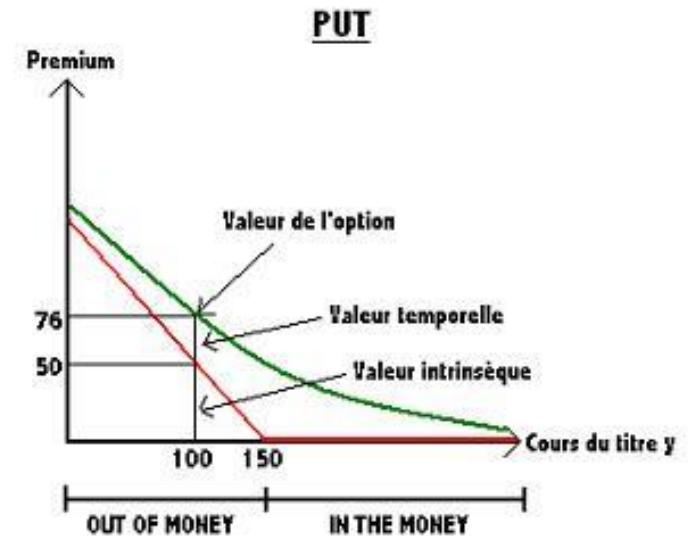
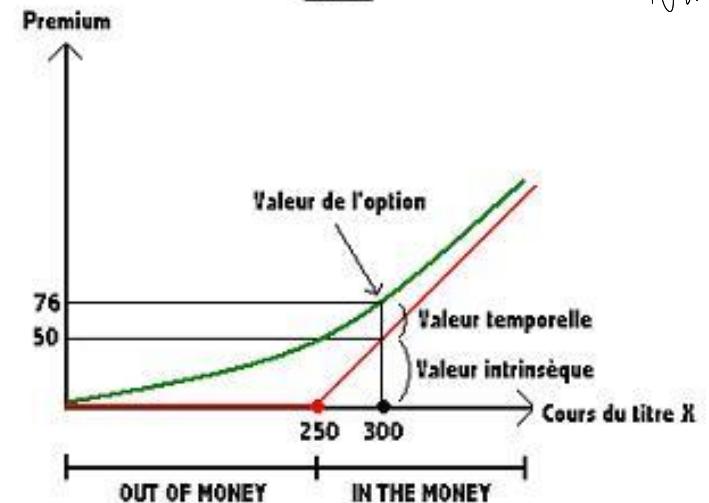


Vocabulaire

- Une option dite **dans la monnaie** (*in-the-money*) engendrerait un flux positif si elle était exercée immédiatement. Un call est dans la monnaie si et seulement si $S > K$.
- Une option dite **à la monnaie** (*at-the-money*) engendrerait un flux nul si elle était exercée immédiatement. Un call est à la monnaie si et seulement si $S = K$.
- Une option dite **en dehors de la monnaie** (*out-of-the money*) engendrerait un flux négatif si elle était exercée immédiatement. Un call est en dehors de la monnaie si et seulement si $S < K$.
- Considérons à une date t l'indice CAC 40 cotant 3195,02 points, et considérons les options suivantes,
- un call de prix d'exercice $K = 3150$ est dans la monnaie,
- un call de prix d'exercice $K = 3195,02$ est à la monnaie,
- un call de prix d'exercice $K = 3250$ est en dehors de la monnaie.

Valeur intrinsèque / Valeur temps

- Toutes choses étant égales par ailleurs, la valeur d'une option est, en général, une fonction croissante de sa durée. La valeur d'une option est donc plus grande avant l'échéance qu'à sa date d'expiration. La valeur d'une option est donc plus grande que sa valeur intrinsèque (= valeur à l'échéance).
- A l'instar du prix d'une action, qui n'est pas déterminé seulement par l'offre et la demande sur le marché, le prix d'une option (ou prime) dépend aussi des anticipations de résultats sur la valeur à l'échéance.
- La valeur d'une option avant l'échéance est par conséquent composée de deux parties : la **valeur intrinsèque** et la **valeur temps**.
- La valeur **intrinsèque** est égale à la valeur réelle de l'option c'est à dire qu'elle représente le profit qui serait obtenu immédiatement si l'on décidait d'exercer l'option. C'est la valeur qu'elle aurait si on était à la date d'échéance.



Valeur temps

- La prime d'une option vaut toujours plus que sa valeur intrinsèque tout simplement parce qu'il y a toujours une **possibilité** (ou probabilité) pour que, d'ici l'échéance de l'option, l'évolution des cours du sous-jacent accroisse la valeur intrinsèque de l'option.
- La **valeur temps** mesure cette probabilité.
- Ainsi, même lorsque l'option a une valeur intrinsèque nulle, la prime n'est pas nulle mais égale à sa valeur temps. Cette valeur représente en quelque sorte la probabilité de réaliser l'anticipation.
- La **valeur temps**, ou **valeur spéculative** d'une option vient du fait qu'il est possible que le prix du sous-jacent varie encore avant échéance.

Valeur temps

+

Valeur intrinsèque

=

Prix de l'option

Volatilité

Durée de vie

Taux d'intérêt

Dividendes

Prix d'exercice

Cours actuel

Call = Cours actuel - Prix d'exer

Put = Prix d'exercice - Cours ac

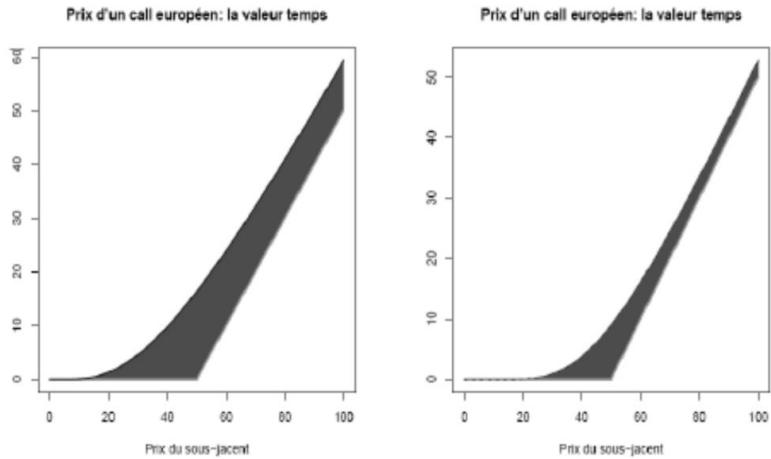


Figure 7: La valeur temps d'une option.

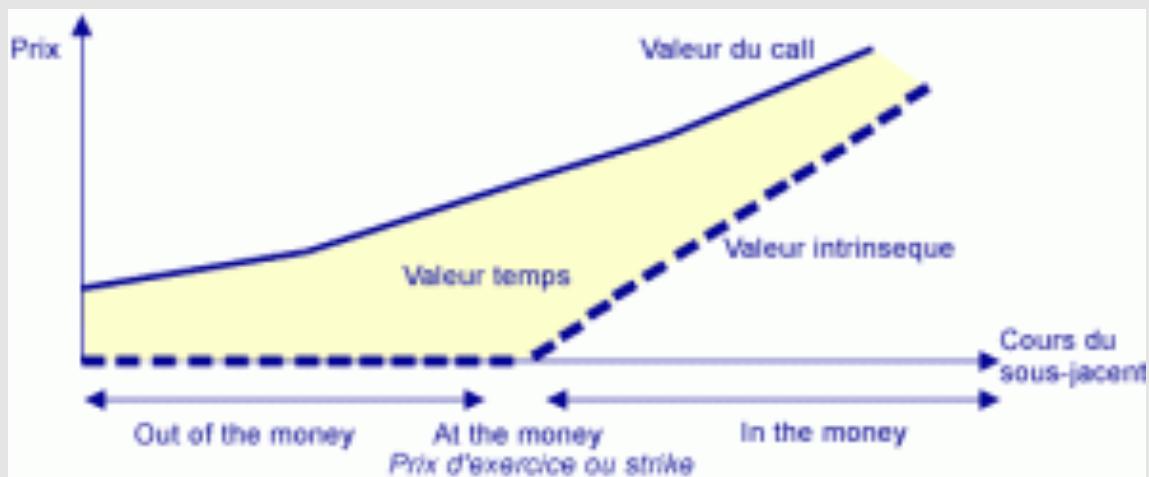
Valeur temps - exemple

Le CAC 40 cotant 3195,02 points

- un call de prix d'exercice $K = 3100$ valait 199,91 points, et le put 100,13
- un call de prix d'exercice $K = 3150$ valait 168,86 points, et le put 118,98
- un call de prix d'exercice $K = 3200$ valait 140,41 points, et le put 140,41
- un call de prix d'exercice $K = 3250$ valait 115,17 points, et le put 165,06
- un call de prix d'exercice $K = 3300$ valait 93,26 points, et le put 193,03

La différence entre le cours de l'option et sa valeur intrinsèque correspond à la valeur temps.

Valeur temps



- La valeur temps est faible pour les options très *in*, et très *out-of-the-money*.
- Pour les call, elle tend
 - vers 0 quand le cours S_t tend vers 0,
 - et vers $K(1 - e^{-r(T-t)})$ lorsque S_t tend vers l'infini

(c'est une conséquence de la relation de parité call-put, que l'on verra plus tard).

- La valeur temps est maximale, toutes choses étant égales par ailleurs, pour les options *at-the-money*.
- La position de la courbe représentative de la valeur du call ou du put dépend, à S_t et K donnés, des paramètres de volatilité, de taux d'intérêt et de la date d'échéance.

Stratégies de base et combinaisons

- Quelles stratégies, positions et combinaisons de positions d'options doit-on prendre en fonction des objectifs de couverture ou de spéculation qu'on se fixe ?



1^{ère} catégorie de strategies (STRADDLE, STRIP/STRAP, STRANGLE)

Prendre des positions identiques (achat ou vente) combinées sur plusieurs PUT et CALL





STRADDLE (ou Stellage)

Stratégie consistant à acheter un CALL et un PUT sur le même actif sous-jacent, avec les mêmes échéances et prix d'exercice.

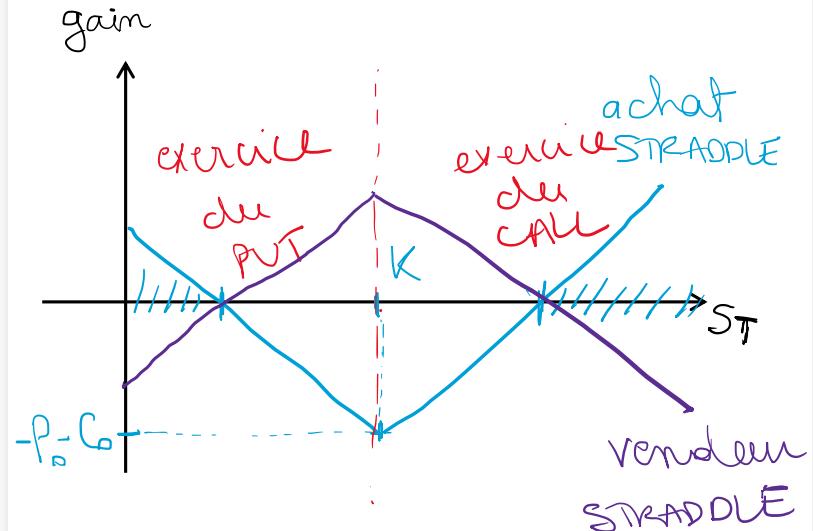
Exercice

- Dresser le tableau d'investissement d'une telle stratégie
- Donner les valeurs des gains/pertes finaux d'une telle stratégie
- Tracer les graphes des gains/pertes en fonction de la valeur du sous-jacent à l'instant terminal, pour l'acheter et pour le vendeur d'une telle stratégie
- Quel est l'intérêt d'une telle stratégie ?

STRADDLE (ou Stellage)

- Stratégie consistant à acheter un CALL et un PUT sur le même actif sous-jacent, avec les mêmes échéance et prix d'exercice.
- Prime : $C_0 + P_0$
- Gain : $|K - S_T| - (C_0 + P_0)$
 - Exercice du PUT / pas d'exercice du CALL Si $S_T < K$
 - Exercice du CALL / pas d'exercice du PUT Si $K < S_T$
- Interprétation : l'acheter d'un straddle anticipe une forte variation du cours, sans toutefois en connaître le sens. Cette variation doit être suffisamment importante pour lui permettre de couvrir le montant des 2 primes

Opération	$t=0$	$t=T$
Achat CALL	$-C_0$	$(S_T - K)_+$
Achat PUT	$-P_0$	$(K - S_T)_+$
STRADDLE	$-C_0 - P_0$	$(S_T - K)_+ + (K - S_T)_+ = K - S_T $





STRIP/STRAP

STRIP : Stratégie consistant à acheter 1 CALL et 2 PUT sur le même actif sous-jacent, avec les mêmes échéance et prix d'exercice.

STRAP : Stratégie consistant à acheter 2 CALL et 1 PUT sur le même actif sous-jacent, avec les mêmes échéance et prix d'exercice.

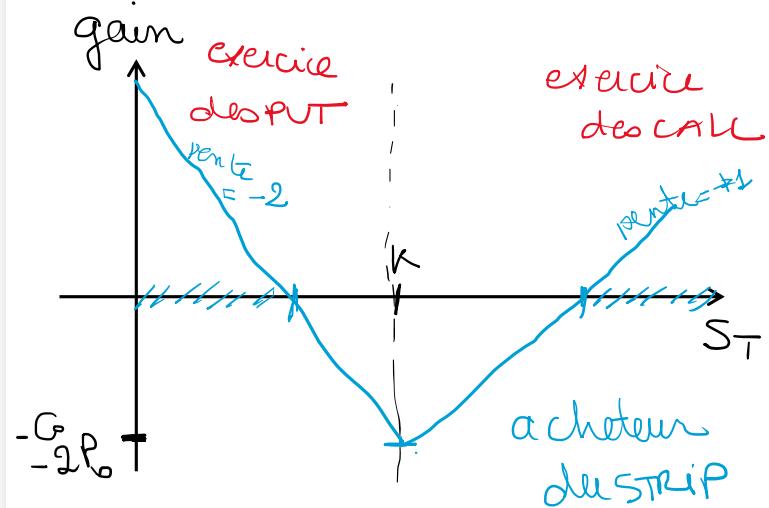
Exercice

- Dresser le tableau d'investissement d'une telle stratégie
- Donner les valeurs des gains/pertes finaux d'une telle stratégie
- Tracer les graphes des gains/pertes en fonction de la valeur du sous-jacent à l'instant terminal, pour l'acheter et pour le vendeur d'une telle stratégie
- Quel est l'intérêt d'une telle stratégie ?

STRIP

- Stratégie consistant à acheter un CALL et 2 PUT sur le même actif sous-jacent, avec les mêmes échéance et prix d'exercice.
- Prime : $C_0 + 2P_0$
- Gain : $(S_T - K)_+ + 2(K - S_T)_+ - (C_0 + 2P_0)$
 - Exercice des 2 PUT Si $S_T < K$
 - Exercice du CALL Si $K < S_T$
- Interprétation : l'acheter d'un STRIP anticipe une forte variation du cours, sans toutefois en connaître le sens. Cette variation doit être suffisamment importante pour lui permettre de couvrir le montant des 2 primes. Il estime tout de même plus probable que la variation soit à la baisse qu'à la hausse.

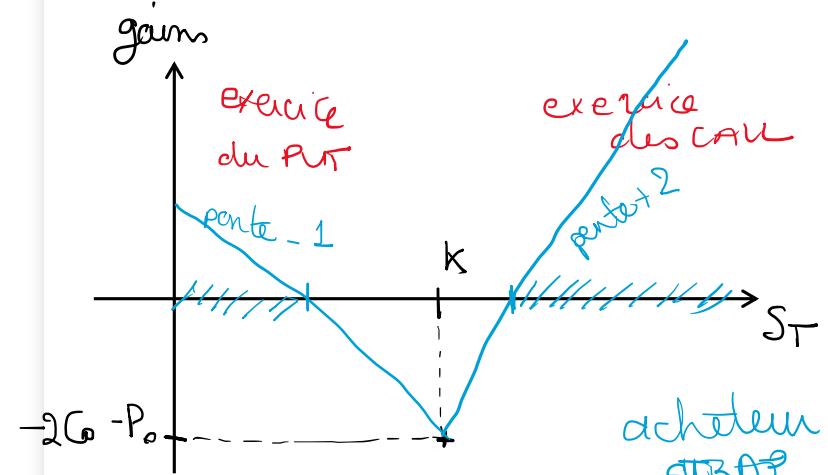
Opération	$t=0$	$t=T$
Achat CALL	$-C_0$	$(S_T - K)_+$
Achat 2PUT	$-2P_0$	$2(K - S_T)_+$
STRIP	$-C_0 - 2P_0$	$(S_T - K)_+ + 2(K - S_T)_+$



STRAP

- Stratégie consistant à acheter 2 CALL et 1 PUT sur le même actif sous-jacent, avec les mêmes échéances et prix d'exercice.
- Prime : $2C_0 + P_0$
- Gain : $2(S_T - K)_+ + (K - S_T)_+ - (2C_0 + P_0)$
 - Si $S_T < K$
 - Si $K < S_T$
- Interprétation : l'acheter d'un STRAP anticipe une forte variation du cours, sans toutefois en connaître le sens. Cette variation doit être suffisamment importante pour lui permettre de couvrir le montant des 2 primes. Il estime tout de même plus probable que la variation soit à la hausse qu'à la baisse.

Opération	$t=0$	$t=T$
Achat CALL	$-2C_0$	$2(S_T - K)_+$
Achat PUT	$-P_0$	$(K - S_T)_+$
STRAP	$-2C_0 - P_0$	$2(S_T - K)_+ + (K - S_T)_+$





STRANGLE

Stratégie consistant à acheter un CALL et un PUT sur le même actif sous-jacent, avec les mêmes échéances et avec 2 prix d'exercice différents : $K_p < K_c$.

Exercice

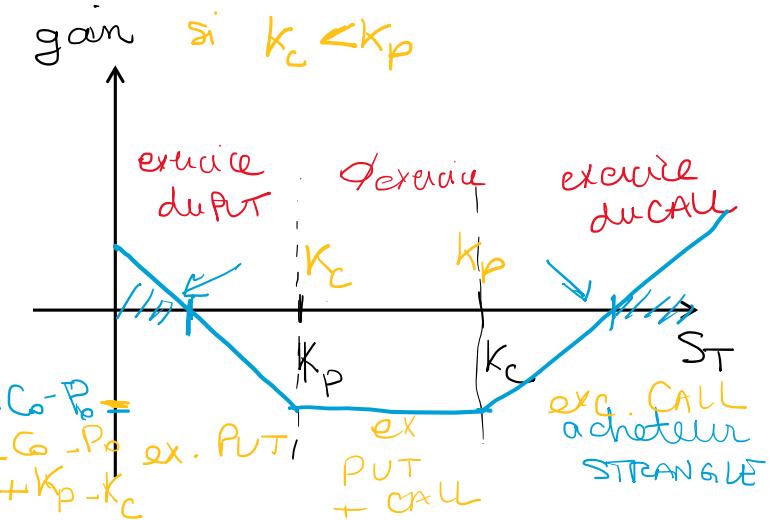
- Dresser le tableau d'investissement d'une telle stratégie
- Donner les valeurs des gains/pertes finaux d'une telle stratégie
- Tracer les graphes des gains/pertes en fonction de la valeur du sous-jacent à l'instant terminal, pour l'acheter et pour le vendeur d'une telle stratégie
- Quel est l'intérêt d'une telle stratégie ?

STRANGLE

Stratégie consistant à acheter un CALL et un PUT sur le même actif sous-jacent, avec les mêmes échéances et avec 2 prix d'exercice différents : $K_p < K_c$.

- Prime : $C_0 + P_0$
- Gain : $(S_T - K_c)_+ + (K_p - S_T)_+ - (C_0 + P_0)$
 - Exercice du PUT Si $S_T < K_p < K_c$
 - Pas d'exercice Si $K_p < S_T < K_c$
 - Exercice du CALL Si $K_p < K_c < S_T$
- Interprétation : l'acheter d'un STRANGLE anticipe une très forte variation du cours, dans un sens ou dans un autre.
Les seuils de rentabilité sont plus éloignés que pour le straddle, mais le prix est généralement moins élevé (**prix d'exercice différents**)

Opération	$t=0$	$t=T$
Achat CALL	$-C_0$	$(S_T - K_c)_+$
Achat PUT	$-P_0$	$(K_p - S_T)_+$
STRANGLE	$-C_0 - P_0$	$(S_T - K_c)_+ + (K_p - S_T)_+$



2^{ème} catégorie de strategies : les SPREAD (écart)

Combiner des positions différentes (achat ou vente) sur un même type d'option (PUT ou CALL)





BEAR SPREAD (écart baissier)

Un **BEAR CALL SPREAD** consiste à acheter un CALL avec prix d'exercice K_2 et à vendre un CALL avec prix d'exercice K_1 sur le même actif sous-jacent, avec la même échéance. Avec $K_1 < K_2$

Exercice

- Dresser le tableau d'investissement d'une telle stratégie
- Donner les valeurs des gains/pertes finaux d'une telle stratégie
- Tracer les graphes des gains/pertes en fonction de la valeur du sous-jacent à l'instant terminal, pour l'acheteur et pour le vendeur d'une telle stratégie
- Quel est l'intérêt d'une telle stratégie ?
- QUESTION BONUS : comment construire la même forme de stratégie avec des PUT ?