Le Risque Moral
(Aléa Moral – Hazard Moral)

Jean-Louis Rullière

ISFA- SAF Université Claude Bernard Lyon 1

jean-louis.rulliere@univ-lyon1.fr

Relation d’agence avec aléa moral

Le principal ne peut observer que le résultat de l’activité de l’agent dans la relation contractuelle.

Asymétrie d’information sur le **comportement** de l’agent: on résume le comportement par la variable d’effort.

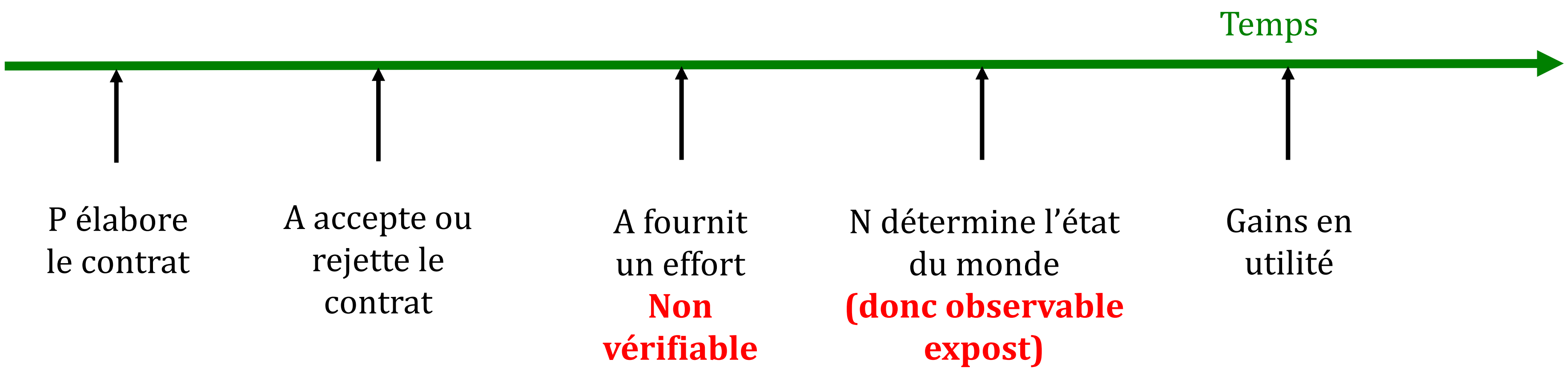
L’effort n’est donc pas **vérifiable** (devant une juridiction):

- L’effort du travailleur
- Le comportement de santé
- Le comportement de précaution contre le vol
- Le comportement de conduite

Donc dans le contrat d’assurance : la prime, la franchise, la couverture ….
ne peuvent pas se fonder et se calculer sur le comportement de l’assuré.

Relation d'agence avec aléa moral

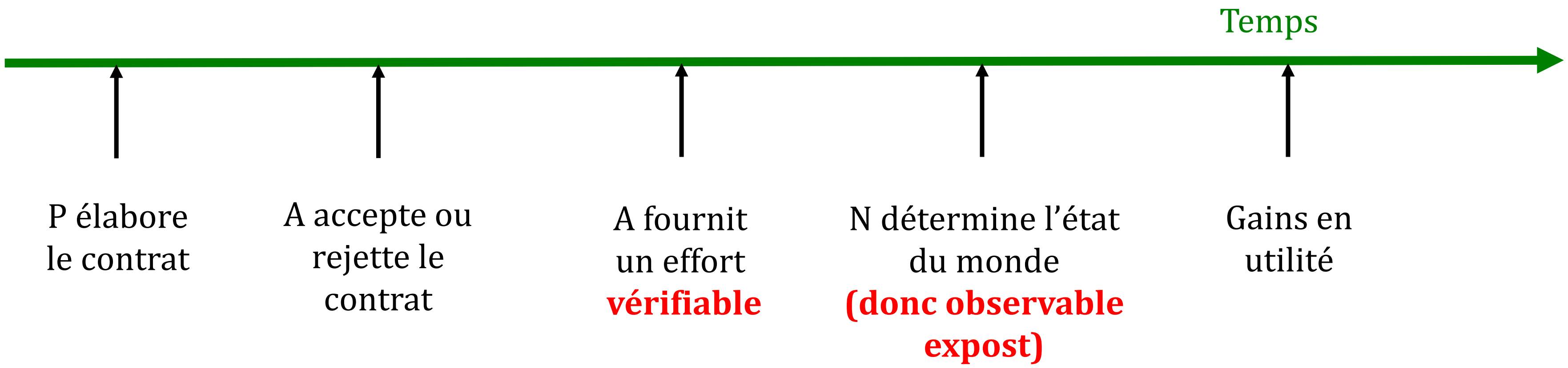
Information asymétrique avec aléa moral



- Information asymétrique
- **Deux sources** d'incertitude pour le principal
- **Une source** d'incertitude pour l'agent .
- Induction rétrospective

Relation d'agence avec aléa moral

Retour sur le cas en information symétrique



- Information symétrique
- **Une source bilatérale** d'incertitude.
- Par rétroduction, l'agent reçoit une rémunération de $w_{min} = U^{-1}\left(\underline{u} + v(e_{min})\right)$ et l'agent accepte le contrat

Relation d'agence avec aléa moral

Le problème d'aléa moral

On applique le principe de rétroduction :

-1. La nature détermine l'environnement de la relation d'agence

-2. A l'avant-dernière étape l'agent détermine son niveau d'effort :

$$e \in Arg \max_{e^*} \sum_1^n p_i(e^*).\,u\big(w(x_i)\big) - v(e^*)$$

Ce choix d'effort exprime donc ce que l'on appelle **la contrainte d'incitation** (*incentive compatibility constraint*) : le schéma de rémunération qui lui est proposé dans le contrat, $\{\forall i, i = 1, \dots, n\ w(x_i)\}$ le pousse par cette contrainte à choisir e qui ne correspond donc pas simplement à e_{min} car

$\forall i, i = 1, \dots, n\ w(x_i) \neq w_{min} = U^{-1}\left(\underline{u} + v(e_{min})\right)$

(voir le modèle en information symétrique)

Relation d'agence avec aléa moral

Le problème d'aléa moral

On applique le principe de rétroduction :

-3. A l'avant-dernière étape l'agent accepte le contrat :

$$\sum_1^n p_i(e).u\big(w(x_i)\big) - v(e) \geq \underline{u}$$

Ce choix d'effort exprime donc ce que l'on appelle **la contrainte de participation** (*participation constraint*) : $\underline{u}$ est une variable exogène qui correspond aux opportunités externes (ou valeur de marché).

-4. A la première étape le Principal propose à l'agent (en ayant anticipé les étapes -3; -2 et -1 un contrat qui lui permet de maximiser sa propre utilité espérée :

$$\max_{(e,\{w(x_i)\}_{i=1,\dots,n})} \sum_1^n p_i(e).u_p\big(x_i - w(x_i)\big)$$

Relation d'agence avec aléa moral

Le problème d'aléa moral

Après l'application du principe de rétroduction, le problème d'aléa moral consiste à résoudre donc :

$$\max_{(e,\{w(x_i)\}_{i=1,\dots,n})} \sum_1^n p_i(e).u_p\left(x_i - w(x_i)\right)$$

On maximise le revenu espéré du principal.

$$\textstyle\sum_1^n p_i(e).u\left(w(x_i)\right) - v(e) \geq \underline{u}$$ **la contrainte de participation**

$$e \in Arg\max_{e^*}\left[\textstyle\sum_1^n p_i(e^*).u\left(w(x_i)\right)\right] - v(e^*)$$ **la contrainte d'incitation**

Problème : Mathématiquement on ne sait pas résoudre ça !
Car il faudrait résoudre le problème d'optimisation de la contrainte d'incitation, il faudrait calculer le comportement optimal de l'agent au sens du principal.

1ere solution : on enlève le pb d'optimisation, on lui attribue 2 comportement (le bon et mauvais) on va donc enlever donc cette contrainte et la remplacer par un intérêt à bien agir. Mais dans ce cas on se réduit à 2 dimensions

2eme solution : on va linéariser le comportement entre le bon et mauvais

1^{ere} solut° → $\underline{e}$ $\bar{e}$ effort de l'agent faible / fort

2^{eme} solut° → $p\underline{e} + (1-p)\bar{e}$ on linéarise l'effort de l'agent. → Pb : aucune raison que ce soit linéaire

3^{eme} stratégie → FOC (First Order Condition) → c'est ce qu'il y a de mieux à condition de ne pas avoir la condit° suffisante.

Relation d'agence avec aléa moral

Principe de résolution

Il s'agit de résoudre deux problèmes d'optimisation puisqu'une contrainte (la contrainte d'incitation) s'écrit sous la forme d'un problème d'optimisation.

Trois stratégies de modélisation

en transformant la contrainte d'incitation

$$\max_{(e,\{w(x_i)\}_{i=1,\ldots,n})} \sum_{1}^{n} p_i(e).\, u_p\big(x_i - w(x_i)\big)$$

Par simplification
avec seulement
2 niveaux discrets d'efforts :

Par simplification
avec une condition de linéarité
entre 2 niveaux d'efforts

Par substitution du programme
d'optimisation par sa
Condition Nécessaire du 1er Ordre

Relation d'agence avec aléa moral

Modèle à deux niveaux d'effort

Dans ce cas on ne s'intéresse qu'à la situation où e est tel $e \in \{e_L \,, e_H\}$

On suppose par simplification que **le principal est neutre au risque** ce qui nous permet d'écrire $u_p(x) = x$

$$\max_{(e,\{w(x_i)\}_{i=1,\ldots,n})} \sum_1^n p_i(e).\, u_p\big(x_i - w(x_i)\big) \text{ devient donc}$$

$$\max_{(e,\{w(x_i)\}_{i=1,\ldots,n})} \sum_{i=1}^{n} p_i(e).\big(x_i - w(x_i)\big)$$

En revanche, si on suppose en plus que **l'agent est neutre au risque**, le problème d'aléa moral devient trivial et revient au cas de l'information symétrique :

$$\forall i, i = 1, \ldots, n \; w(x_i) = w_{min} = U^{-1}\left(\underline{u} + v(e_{min})\right)$$

Relation d'agence avec aléa moral

Modèle à deux niveaux d'effort

Comme e est tel $e \in \{e_L\ , e_H\}$ on suppose que $e_L \ < e_H$ ce qui implique que

$$v(e_L) < v(e_H)$$ $\Longleftrightarrow$ c'est + pénible de faire un gros effort qu'un faible.

v correspond à l'utilité de l'effort.

On suppose par commodité de notation que le résultat de l'activité contractuelle, $\forall i = 1, \ldots, n\ ;\ x_i$ est ordonné tel que $x_n > x_{n-1} > x_{n-2} > \cdots > x_1$

On note $p_i(e_L)$ $(\forall i = 1, \ldots, n\ )$, $p_i(e_L)$ la probabilité que le résultat observable soit x_i quand l'agent fait un effort e_L. De même pour $p_i(e_H)$

On suppose que $\forall i = 1, \ldots, n;\ p_i(e_L) \neq 0$ et $p_i(e_H) \neq 0$ pour éviter les contextes de révélation triviale.

Condition de cohérence de la productivité : Dominance Stochastique 1er ordre:

$$\forall k, k = 1, \ldots, n-1\ \ \sum_1^k p_i(e_L) > \sum_1^k p_i(e_H)$$

Un mauvais résultat a plus de chance de survenir avec un effort faible qu'avec un effort élevé

TRÈS IMPORTANT POUR L'EXAM !!

Question : qu'en est-il de la dominance stochastique ? si le vin est bon/le vin n'est pas bon mais franchement il faut que tu regardes la météo, conditions hydrologiques, qualité de la terre etc

Réponse : elle n'est pas vérifié, car si on observe la récolte le vin est bon mais cela n'est pas dû aux conditions hydrologiques.
La dominance stochastique est violée. La qualité de l'information est monotone. Plus le résultat est bon plus on se dit que le gars a bossé. Et plus le résultat est mauvais plus on dit que c'est monotone et que le gars n'a pas fait son travail.
exemple vin et cancer du larynx. Dans le cas du cancer, la dominance stochastique est davantage respectée.

Dans ce cas on va donc raisonner avec contrat plat (on n'incite pas les gens à bien agir)
Quand je n'ai pas la DS1 on ne peut pas déterminer si l'agent a bien agit ou non donc on va très bien couvrir les agents
=> grosse franchise
C'est un problème d'inférence statistique (cad que les stats ne nous permettent pas de déterminer)

Relation d'agence avec aléa moral

Modèle à deux niveaux d'effort

Si le principal souhaite un effort faible, $\boldsymbol{e_L}$, on retrouve le contexte de l'information symétrique puisque l'agent maximise son utilité espérée.

$$\text{Avec } \forall i, i = 1, \dots, n \; w(x_i) = w_L = U^{-1}\left(\underline{u} + v(e_L)\right)$$

On est certain que la contrainte d'incitation est en effet vérifiée :

$$u(w_L) - v(e_L) \geq u(w_L) - v(e_H)$$

Si le principal souhaite un effort élevé, $\boldsymbol{e_H}$, on est face **au problème d'agence** :
Ce souhait est particulièrement vrai si pour un i grand proche de n , on a une grande valeur de x_i , il faut donc pousser, donc **inciter** l'agent à choisir e_H plutôt que e_L. Il faut donc que **la rémunération de l'agent dépende du résultat** : attention cependant, la relation entre un x_i avec i grand et e_H reste aléatoire. C'est la contrainte d'incitation qui va orienter le comportement de l'agent.

Relation d'agence avec aléa moral

Modèle à deux niveaux d'effort

La contrainte d'incitation qui va orienter le comportement de l'agent pour l'inciter à sélectionner e_H et non pas e_L :

$$\sum_{1}^{n} p_i(e_H).u\big(w(x_i)\big) - v(e_H) \geq \sum_{1}^{n} p_i(e_L).u\big(w(x_i)\big) - v(e_L)$$

Ce qui donne :

$$\sum_{1}^{n} [p_i(e_H) - p_i(e_L)].u\big(w(x_i)\big) \geq v(e_H) - v(e_L)$$

L'agent choisira e_H si le gain en <u>utilité espérée</u> associée à ce choix, est plus grand que l'accroissement <u>certain</u> de sa désutilité de l'effort.

Relation d'agence avec aléa moral

Modèle à deux niveaux d'effort

Réécriture du programme du problème d'aléa moral :

$$\max_{(\{w(x_i)\}_{i=1,\dots,n})} \sum_1^n p_i(e_H).\left(x_i - w(x_i)\right)$$

$\sum_1^n p_i(e_H).u\big(w(x_i)\big) - v(e_H) \geq \underline{u}$ **la contrainte de participation**

$\sum_1^n [p_i(e_H) - p_i(e_L)].u\big(w(x_i)\big) \geq v(e_H) - v(e_L)$ **la contrainte d'incitation**

Ecriture du lagrangien (les variables sont $\{w(x_i)\}_{i=1,\dots,n}$)

$$L(\{w(x_i)\},\lambda,\mu) = \sum_1^n p_i(e_H).\left(x_i - w(x_i)\right)$$
$$+ \lambda.\left[\sum_1^n p_i(e_H).u\big(w(x_i)\big) - v(e_H) - \underline{u}\right]$$
$$+\mu.\left[\sum_1^n [p_i(e_H) - p_i(e_L)].u\big(w(x_i)\big) \geq v(e_H) - v(e_L)\right]$$

Relation d'agence avec aléa moral

Modèle à deux niveaux d'effort

Condition Nécessaire du 1er Ordre donne :

$$\forall i, i = 1, \dots, n$$

$$-p_i(e_H) + \lambda . p_i(e_H) . \frac{\partial u}{\partial w(x_i)}\big(w(x_i)\big) + \mu . [p_i(e_H) - p_i(e_L)] . \frac{\partial u}{\partial w(x_i)}\big(w(x_i)\big) = 0$$

Ce qui donne :

$$\forall i, i = 1, \dots, n \; ; \; \frac{p_i(e_H)}{\frac{\partial u}{\partial w(x_i)}\big(w(x_i)\big)} = \lambda . p_i(e_H) . + \mu . [p_i(e_H) - p_i(e_L)]$$

En sommant sur $i = 1, \dots, n$

$$\lambda = \sum_1^n \frac{p_i(e_H)}{\frac{\partial u}{\partial w(x_i)}\big(w(x_i)\big)} > 0$$; **la contrainte de participation est donc saturée**

Lo Utilité marginale pour l'agent de sa rémunérat° *

Théorème de Kuhn et Tucker : il dit que la contrainte multipliée par le coeff de lagrange est égal à 0. Il dit que la contrainte doit être positive ou nulle. Donc le coeff de lagrange doit être positif ou nul.
Donc si l'un est strictement positif l'autre est nul.

Donc si le coeff de lagrange est strictement positif cela implique que la contrainte est saturée.

* Si constant $\Rightarrow \frac{\partial \ldots}{\partial \ldots} = 1 \Rightarrow \lambda = \sum p_i(e_H) > 0$

Relation d'agence avec aléa moral

Modèle à deux niveaux d'effort

Réécriture de la Condition Nécessaire du 1er Ordre est toujours :

$$\forall i, i = 1, \dots, n;\ -p_i(e_H) + \lambda . p_i(e_H) . \frac{\partial u}{\partial w(x_i)}\big(w(x_i)\big) + \mu . [p_i(e_H) - p_i(e_L)] . \frac{\partial u}{\partial w(x_i)}\big(w(x_i)\big) = 0$$

Réécriture de la CN1donne :

$$\forall i, i = 1, \dots, n\, ; \frac{1}{\frac{\partial u}{\partial w(x_i)}} = \lambda + \mu \left[1 - \frac{p_i(e_L)}{\underline{p_i(e_H)}}\right].$$

em i

+ ça se passe bien et plus je pense que l'agent agit bien et inversement

On constate que $\mu \neq 0$; **la contrainte de incitation est donc saturée.**

Cela signifie que cela représente un cout supporté par le Principal par rapport au cas symétrique. Comme $\mu > 0$, la rémunération de l'agent varie en fonction du résultat.

Relation d'agence avec aléa moral

Modèle à deux niveaux d'effort

Selon Paul Milgrom (1981), les probabilités de succès vérifient la propriété de rapport de vraisemblance (**Monotone Likelihood Ratio Property, MLRP**) :

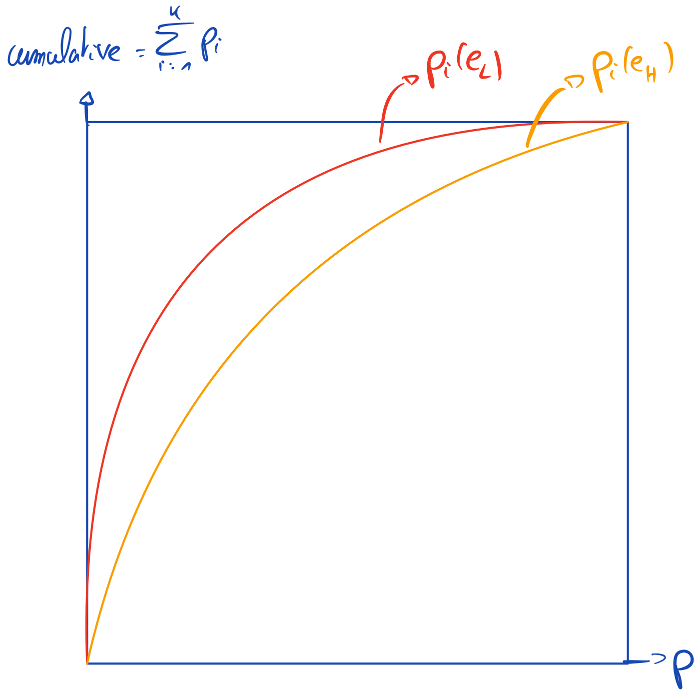
$$\frac{p_i(e_L)}{p_i(e_H)} \text{ est } \textbf{décroissant avec } \boldsymbol{i}.$$

Ce ratio donne la **précision** avec laquelle **le résultat *i* signale** le comportement de l'agent à travers son effort $\boldsymbol{e_H}$

Remarque : **MLRP est un propriété plus forte que la dominance stochastique de 1er ordre**. MLRP avec $n = 3$ donne : $\frac{p_3(e_H)}{p_3(e_L)} \geq \frac{p_2(e_H)}{p_2(e_L)} \geq \frac{p_1(e_H)}{p_1(e_L)}$; on déduit que $\frac{p_1(e_H)}{p_1(e_L)} \leq 1$

Exemple : $p_A(e_H) = 0.9$ et $p_A(e_L) = 0.01$; $p_B(e_H) = 0.001$ et $p_B(e_L) = 0.8$

Si le Principal souhaite e_H, il va offrir une récompense en observant x_A et une sanction s'il observe x_B



Si les courbes se croisent, on ne peut rien faire.

Relation d'agence avec aléa moral

Modèle à deux niveaux d'effort

Avec la CN1 on a $: \forall i, i = 1, \dots, n \,; \frac{1}{\frac{\partial u}{\partial w(x_i)}} = \lambda + \mu \left[1 - \frac{p_i(e_L)}{p_i(e_H)}\right].$

$$\forall i, i = 1, \dots, n \,; \frac{\partial u}{\partial w(x_i)}\big(w(x_i)\big) = \frac{1}{\lambda + \left[1 - \frac{p_i(e_L)}{p_i(e_H)}\right]}$$

$$w(x_i) = \left[\frac{\partial u}{\partial w(x_i)}\right]^{-1} \left(\frac{1}{\lambda + \left[1 - \frac{p_i(e_L)}{p_i(e_H)}\right]}\right)$$

Plus le ratio $\frac{p_i(e_L)}{p_i(e_H)}$ est petit et plus la rémunération $w(x_i)$ est grande.

Attention !! Ce résultat suppose la concavité de $u(.)$ et l'aversion au risque de l'agent

Relation d'agence avec aléa moral

Modèle à deux niveaux d'effort

$$\forall i, i = 1, \dots, n\,;\ w(x_i) = \left[\frac{\partial u}{\partial w(x_i)}\right]^{-1} \left(\frac{1}{\lambda + \left[1 - \frac{p_i(e_L)}{p_i(e_H)}\right]}\right)$$

Si $p_i(e_L) = p_i(e_H)$, alors on a : $w(x_i) = \left[\frac{\partial u}{\partial w(x_i)}\right]^{-1} (\lambda) = \tilde{w}$ constant.

Si $\frac{p_i(e_L)}{p_i(e_H)} > 1$, alors on a : $w(x_i) < \tilde{w}$

Si $\frac{p_i(e_L)}{p_i(e_H)} < 1$, alors on a : $w(x_i) > \tilde{w}$

Relation d'agence avec aléa moral

Illustration graphique

Conditions de l'illustration :

2 résultats possibles x_2 et x_1 tel que $x_2 > x_1$

2 niveaux d'effort possibles e_L et e_H tel que $e_H > e_L$

2 niveaux de rémunération w_1 et w_2

$p(x = x_2/e_H) = p^H$ $p(x = x_1/e_H) = 1 - p^H$ $p(x = x_2/e_L) = p^L$ $p(x = x_1/e_L) = 1 - p^L$

$f(w_1; w_2)$: ensemble des contrats contingents $(w_1; w_2)$ qui vérifient **la contrainte d'incitation**.

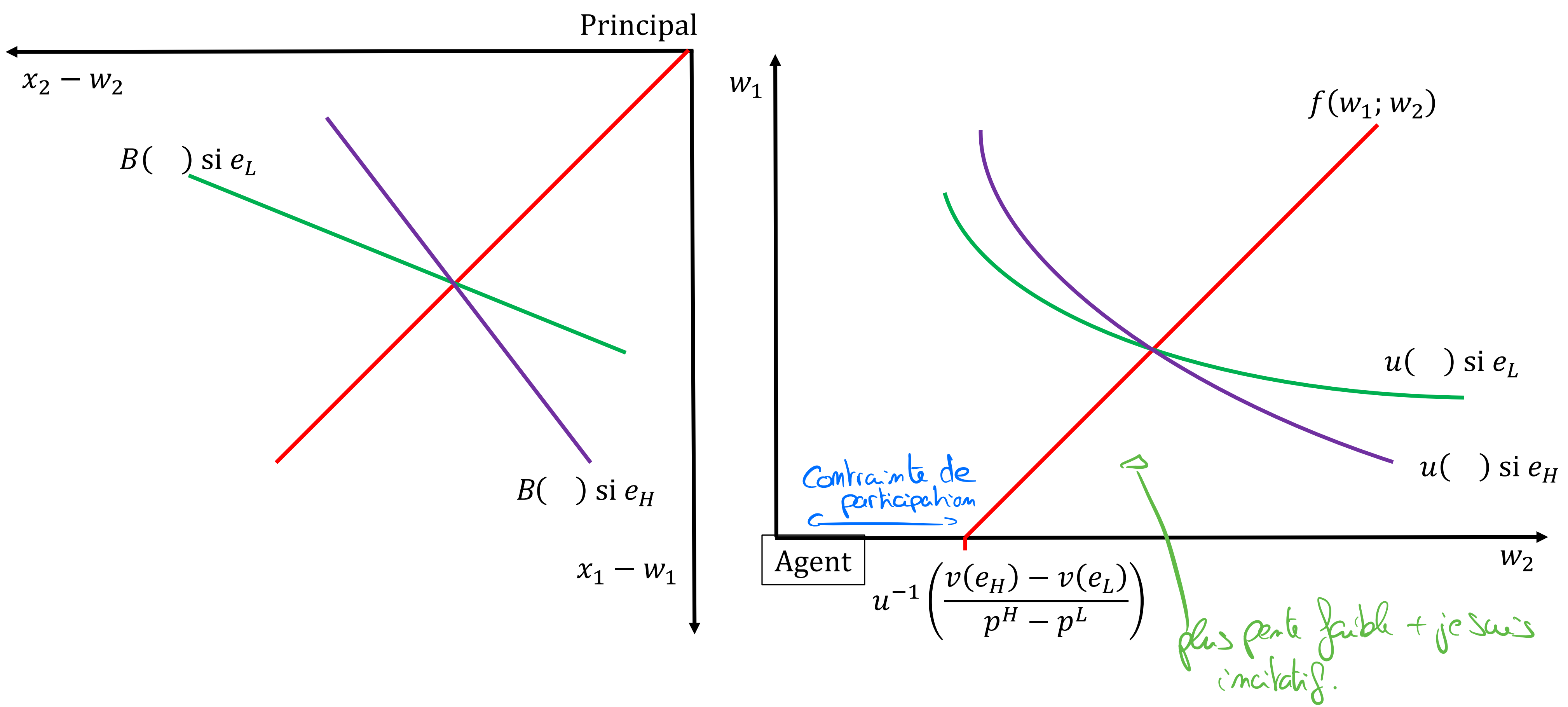
C'est-à-dire les contrats $(w_1; w_2) \in f(w_1; w_2)$

$$p^H u(w_2) + (1 - p^H)u(w_1) - v(e_H) = p^L u(w_2) + (1 - p^L)u(w_1) - v(e_L)$$

$$\boldsymbol{u(w_2) = u(w_1) + \frac{v(e_H) - v(e_L)}{p^H - p^L}}$$

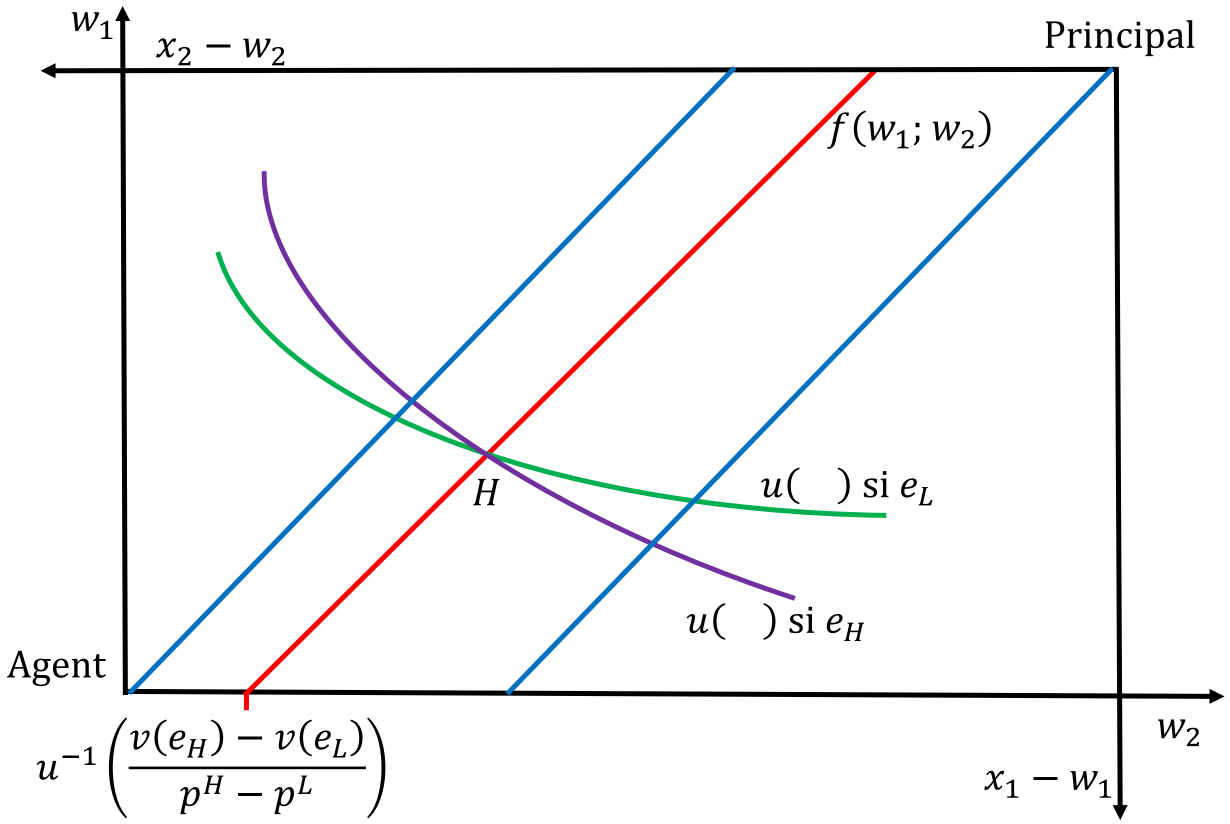
Relation d'agence avec aléa moral

Illustration graphique



Relation d'agence avec aléa moral

Illustration graphique



Relation d'agence avec aléa moral

Modèle avec linéarité de la fonction de distribution

O. Hart et B. Holmstrom ont proposé en 1987 une généralisation du modèle à deux niveaux d'effort. C'est comme si l'agent joue une stratégie mixte : plus l'agent fait un effort e élevé et plus la probabilité est proche qu'il fasse un effort de type e_H.

Condition de linéarité de la fonction de distribution :

$$\forall e, e \in [0;1];\ p_i(e) = e.p_i(e_H) + (1-e).p_i(e_L)$$

Remarque : la condition nécessaire du 1er Ordre est suffisante :

$$Eu(e) = \sum_{i=1}^{n} p_i(e).u\big(w(x_i)\big) - v(e) = \sum_{i=1}^{n} [e.p_i(e_H) + (1-e).p_i(e_L)].u\big(w(x_i)\big) - v(e) =$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_i(e_L).u\big(w(x_i)\big) + e.\sum_{i=1}^{n} [p_i(e_H) - p_i(e_L)].u\big(w(x_i)\big) - v(e)$$

Comme $Eu''^{(e)} = -v''(e) \leq 0$, est concave (**condition suffisante est donc satisfaite**)

Relation d'agence avec aléa moral

Modèle avec linéarité de la fonction de distribution

La contrainte d'incitation est satisfaite au 1er Ordre :

$$\frac{\partial Eu(e)}{\partial e} = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} [p_i(e_H) - p_i(e_L)].u\big(w(x_i)\big) = v'(e)$$

La réécriture du problème d'aléa moral est introduisant $p_i(e) =$

On obtient : $\forall i, i = 1, \dots, n$;

$$\frac{1}{\frac{\partial u}{\partial w(x_i)}\big(w(x_i)\big)} = \lambda + \mu.\frac{p_i(e_H) - p_i(e_L)}{[e.p_i(e_H) + (1-e).p_i(e_L)]}$$

$\frac{p_i(e_H)-p_i(e_L)}{[e.p_i(e_H)+(1-e).p_i(e_L)]}$ **s'accroit** selon i lorsque $\frac{p_i(e_L)}{p_i(e_H)}$ **décroit** selon i.

Relation d'agence avec aléa moral

Modèle selon l'approche du 1er Ordre

Rappel :
le problème d'aléa moral avec un effort continu, comme par exemple $e, e \in [0;1]$ suppose une double optimisation puisque la contrainte d'incitation est elle-même un programme d'optimisation.
B. Holmstrom a proposé, en 1979, de **remplacer le programme d'optimisation de cette contrainte incitative par sa condition nécessaire du 1er ordre:**

$$e \in Arg \max_{e^*} \left[\sum_1^n p_i(e^*).u\big(w(x_i)\big) \right] - v(e^*) \ \text{ devient}$$

$$\forall e, e \in [0;1] \ \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial p_i(e)}{\partial e}.u\big(w(x_i)\big) - \frac{\partial v(e)}{\partial e} = 0$$

Relation d'agence avec aléa moral

Modèle selon l'approche du 1er Ordre

Le problème d'aléa moral sous l'approche du 1er ordre :

$$\max_{\left(e,\{w(x_i)\}_{i=1,\dots,n}\right)} \sum_{1}^{n} p_i(e).u_p\left(x_i - w(x_i)\right)$$

$\sum_1^n p_i(e).u\left(w(x_i)\right) - v(e) \geq \underline{u}$ **la contrainte de participation**

$\sum_{i=1}^n \frac{\partial p_i(e)}{\partial e}.u\left(w(x_i)\right) - \frac{\partial v(e)}{\partial e} = 0$ **la contrainte d'incitation**

Relation d'agence avec aléa moral

Modèle selon l'approche du 1er Ordre

Condition du 1er ordre du problème d'aléa moral sur $(w(x_i), i = 1, \dots, n)$sous l'approche du 1er ordre :

$$\forall i, i = 1, \dots, n$$

$$-p_i(e) + \lambda . p_i(e) . \frac{\partial u}{\partial w(x_i)}\left(w(x_i)\right) + \mu . \frac{\frac{\partial p_i(e)}{\partial e}}{p_i(e)} . \frac{\partial u}{\partial w(x_i)}\left(w(x_i)\right) = 0$$

Remarque en observant le Hessien (défini negatif), cette condition est aussi suffisante.

En réécrivant on obtient :

$$\forall i, i = 1, \dots, n \; ; \; \frac{1}{\frac{\partial u}{\partial w(x_i)}\left(w(x_i)\right)} = \lambda + \mu . \frac{\frac{\partial p_i(e)}{\partial e}}{p_i(e)}$$

Relation d'agence avec aléa moral

Modèle selon l'approche du 1er Ordre

$$\forall i, i = 1, \ldots, n\ ; \quad \frac{1}{\frac{\partial u}{\partial w(x_i)}\left(w(x_i)\right)} = \lambda + \mu . \frac{\frac{\partial p_i(e)}{\partial e}}{p_i(e)}$$

On observe que $\mu > 0$ donc il y a donc un problème d'aléa moral et la contrainte d'incitation est saturée.

Le ratio de vraisemblance $\frac{\frac{\partial p_i(e)}{\partial e}}{p_i(e)}$ affecte la dépendance entre le résultat et la rémunération de l'agent.

Ce ratio est croissant en fonction de i. La condition précédente assure donc que $w(x_i)$ est aussi croissant en fonction de i.

Ce ration de vraisemblance indique donc qu'il y a plus de chance que le résultat soit élevé quand l'effort est élevé.

Relation d’agence avec aléa moral

Modèle selon l’approche du 1er Ordre

Condition du 1er ordre du problème d’aléa moral sur $(e, e \in [0;1])$sous l’approche du 1er ordre :

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial p_i(e)}{\partial e}.\left(x_i - w(x_i)\right) + \mu.\left[\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 p_i(e)}{\partial e^2}.\Big(u\big(w(x_i)\big)\Big) - \frac{\partial^2 v(e)}{\partial e^2}\right] = 0$$

En réécrivant on obtient :

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial p_i(e)}{\partial e}.x_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial p_i(e)}{\partial e}.w(x_i) - \mu.\left[\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 p_i(e)}{\partial e^2}.\Big(u\big(w(x_i)\big)\Big) - \frac{\partial^2 v(e)}{\partial e^2}\right]$$

Le terme de gauche exprime l’accroissement du profit brut pour la relation d’agence et le terme de droite identifie les coûts supportés par le Principal et par l’agent.

Relation d'agence avec aléa moral

Modèle selon l'approche du 1er Ordre

Les limites de l'approche du 1er ordre :

L'espérance d'utilité de l'agent qui produit un effort *e* est de :

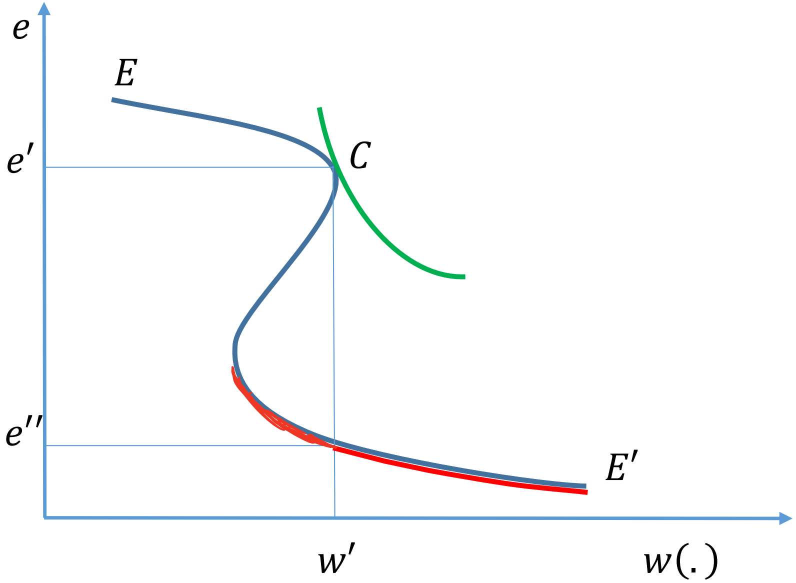
$$Eu(e) = \sum_{i=1}^{n} p_i(e).u\big(w(x_i)\big) - v(e)$$

J. Mirrless (1975) montre qu'avec des utilité et (-)désutilité concaves, $Eu(e)$ est concave en effort sous des restrictions supplémentaires. La condition nécessaire du 1er ordre n'est pas en général suffisante. On sélectionne plus de candidats à l'optimum.

La condition nécessaire du 1er ordre nous suffit si agent concave en résultat et convexe en effort

Relation d'agence avec aléa moral

Modèle selon l'approche du 1er Ordre



En vert la courbe d'indifférence du Principal dans l'arbitrage $(w(.), e)$.

La courbe EE correspond à tous les couples $(w(.), e)$ qui satisfont la condition nécessaire du Premier ordre.

Donc le principal va proposer w' en anticipant un effort e'.

Mais l'agent lui va choisir un effort e''.

Seuls les contrats en rouge sous soutenables

Relation d’agence avec aléa moral

Aléa moral avec information cachée exante

Temps

1. P élabore le contrat
2. A accepte ou rejette le contrat
3. N détermine l’état du monde **(observable par l’agent)**
4. A fournit un effort **vérifiable**
5. Gains en utilité

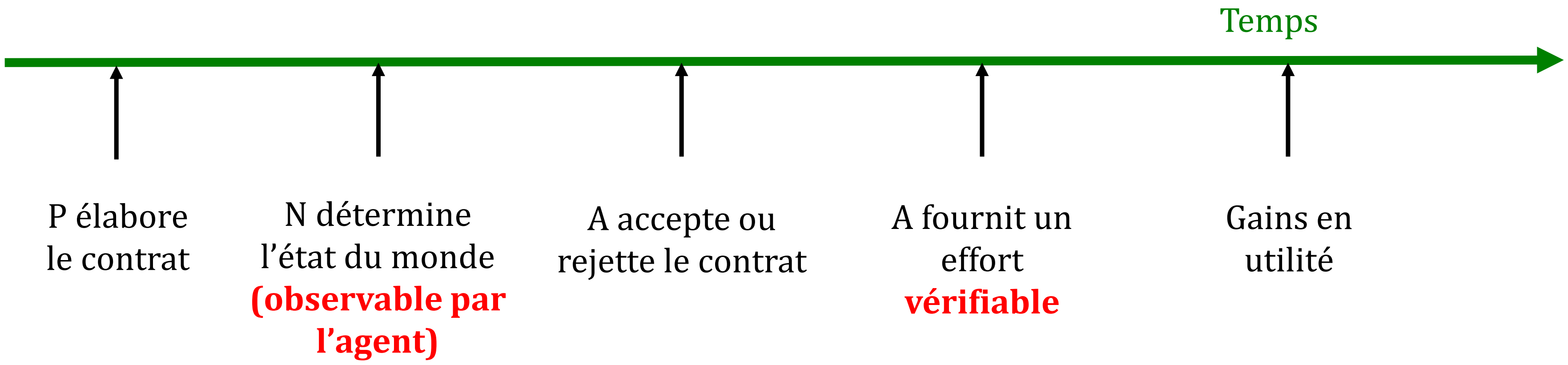
- Information asymétrique
- **Une source** d’incertitude pour le principal
- **Aucune** d’incertitude pour l’agent .
- Induction rétrospective

Exemples :

- Exportateur / Importateur.
- Investisseur / Intermédiaire financier.

Relation d’agence avec aléa moral

Aléa moral avec information cachée <u>expost</u>



- Information asymétrique
- **Une source** d’incertitude pour le principal
- **Aucune** d’incertitude pour l’agent .
- Induction rétrospective

Exemples :

- Feu de Puits de pétrole.
- Certification de sécurité .

Relation d'agence avec aléa moral

Aléa moral avec information cachée

Conditions de la nature : θ qui prend deux valeurs θ_G ou θ_B
L'agent produit un effort e qui est contingent aux deux valeurs de θ_G et θ_B et à l'observation de la vraie valeur de $E, E = e + \theta$; mais l'agent ne supporte que l'effort personnel e.
Le principal n'observe jamais θ et e mais il observe parfaitement E.

En information symétrique le principal observe donc E et θ: il déduit la valeur de e.
A l'équilibre le produit marginal vaut 1 qui égalise le cout marginal, qui dépend de la désutilité marginal de l'effort et la rémunération de l'agent :

l'équilibre ne dépend pas de $\boldsymbol{\theta}$. $e(\theta_G) = e(\theta_B)$ et $u'(w) = v'(e)$

Relation d'agence avec aléa moral

Aléa moral avec information cachée

En information asymétrique le principal observe donc E mais plus θ: il ne peut pas déduire la valeur de e.

Il observe dans tous les cas $E = E(\theta_B)$ car l'agent sera attentif à minimiser son cout d'effort (inobservable).

Le problème d'aléa moral concerne l'état θ_G pour lequel le principal doit inciter l'agent à choisir $e(\theta_G)$ tel que $\frac{\partial u(w_G)}{\partial w_G} = \frac{\partial v(e_G)}{\partial e_G}$

Pour atteindre cet objectif, le principal introduit **une distorsion « *au pied du contrat* »,** en dégradant la situation de l'état θ_B:

- ne pas proposer w_B tel que $\frac{\partial u(w_B)}{\partial w_B} = \frac{\partial v(e_B)}{\partial e_B}$ mais
- proposer $\widetilde{w}_B$ tel que $\frac{\partial u(w_B)}{\partial w_B} < \frac{\partial v(e_B)}{\partial e_B}$

Ce type de contrat est moins attractif pour l'agent quand l'état est : θ_G.

La contrepartie c'est que ces contrats dégagent de **fortes inefficiences**.

Complément :

2e source d'aléa moral lié à la distorsion du risque (ex : risque d'attaque de l'iran sur Israël en rappelant que les individus ont un masque et en ne leur rappelant pas).

On a de l'aléa moral qui est dû à de la **surconfiance**
Livre : **Does insurance make overconfident ?** 2016, Raphael Guber, Kocher Martin G., Winter Joachim

Exemples :
- **300 fois plus de risques de mourir dans un accident que du diabète**

-> le risque réel : le **diabète tue quatre fois plus de gens que les accidents**

Probability Distortion

S-Shaped : → Concave pour les probas faibles
→ Convexe pour les probas élevées

$$u(p) = \frac{p^\beta}{[p^\beta + (1-p)^\beta]^{1/\beta}}$$

Kahneman Tversky (1992) $\beta = 0{,}61$

Camerer Ho (1994) $\beta = 0{,}56$

Wu Gonzalez (1996) $\beta = 0{,}71$