Economie de l'assurance
Sélection contraire

Exercice 1

Un producteur de vin en monopole fait face à deux types de consommateurs, des non-connaisseurs (en proportion π) et des connaisseurs. L'utilité retirée de l'achat d'une bouteille de qualité q et de prix p s'écrit :

$$u = \theta q - p$$

avec θ un paramètre positif de sophistication des goûts ($\theta_H > \theta_B$). L'utilité de réserve est nulle. La fonction de coût $C(q)$ du producteur est une fonction croissante, convexe et inversible.

1. Quelle serait l'offre du producteur s'il pouvait observer le type de chaque client ?
2. Ce menu sera-t-il proposé par le producteur s'il ne peut pas observer le type des clients ? Pourquoi ?
3. Quel serait le menu d'offres optimales en cas d'asymétrie d'information sur le type ?

Exercice 2

Un conducteur souhaite assurer sa voiture contre le risque d'accident. Ce conducteur peut être de type prudent (avec la probailité t) ou à risque (avec la probabilité $1 - t$). Les probabilités d'accident sont les suivantes :

	Prudent	A risque
Pr(accident)	$P_p = 1/3$	$P_r = 1/2$

L'assureur est supposé neutre vis-à-vis du risque. Le conducteur a une fonction d'utilité $u(w) = ln(w)$. Sa richesse initiale w_0 vaut 64, et un accident implique un coût de 63. Tout contrat d'assurance définit une prime d'assurance ρ et une couverture d'un montant q.

1. Information symétrique :
   (a) Ecrire la contrainte de participation pour un conducteur de type i.
   (b) Quels sont les profits espérés de l'assureur lorsqu'il assure un conducteur prudent ? Un conducteur à risque ? Lorsqu'il ne connait pas le type du conducteur ?
   (c) Calculer les contrats optimaux (ρ_i,q_i) proposés à chaque type de conducteur, selon que l'assureur est en monopole ou sur un marché parfaitement concurrentiel.
2. On suppose maintenant que l'employeur n'observe pas le type de l'agent.
   (a) Pourquoi les contrats optimaux en information symétrique ne peuvent-ils pas apparaître sur le marché si les assureurs ignorent le type des conducteurs ?
   (b) Ecrire le programme que l'assureur résout en cas d'asymétrie d'information.

Exercice 1 :

Connaisseur (H) : $1-\pi$
Non Connaisseur (B) : π

$i \in \{H, B\}$, $u_i(q,p) = \theta_i q - p$

$\frac{\partial u_i}{\partial q} = \theta_i$; $\theta_H > \theta_B$

1) Info symétrique

* $i \in \{H, B\}$

$$\max_{q_i, p_i} \overbrace{p_i - C(q_i)}^{\pi(p_i, q_i)}$$

sc : (CP) $u_i(q_i, p_i) \geq \bar{u} = 0$
$\theta_i q_i - p_i \geq 0$

On a $\begin{cases} \frac{\partial \pi}{\partial p_i} > 0 & \text{et } \frac{\partial u_i}{\partial p_i} < 0 \\ \frac{\partial \pi}{\partial q_i} < 0 & \text{et } \frac{\partial u_i}{\partial q_i} > 0 \end{cases}$

Contraintes saturées à l'équilibre :
$\theta_i : q_i^* = p_i^*$

Le problème de maximisation devient $\max_{q_i} \theta_i q_i - C(q_i) = g(q_i)$

Par concavité, on peut appliquer la CPO :

$$\frac{\partial g}{\partial q_i}(q_i^*) = 0 \iff C'(q_i^*) = \theta_i$$
$$\Rightarrow q_i^* = C'^{-1}(\theta_i) \text{ et } p_i^* = \theta_i C'^{-1}(\theta_i)$$

2) On sait $\theta_H > \theta_B \implies \theta_H q_B^* - p_B^* > \theta_B q_B^* - p_B^* = 0$

$\implies u_H(q_B^*, p_B^*) > 0$ $\rightarrow$ le connaisseur aura tendance à acheter la bouteille des non-connaisseurs

3) Asymétrie d'info

$$\max_{q_B, p_B, q_H, p_H} \pi(p_B - C(q_B)) + (1-\pi)(p_H - C(q_H))$$

sc : (CP_B) : $\theta_B q_B - p_B \geq 0$
(CP_H) : $\theta_H q_H - p_H \geq 0$
(CI_B) : $\theta_B q_B - p_B \geq \theta_B q_H - p_H$
(CI_H) : $\theta_H q_H - p_H \geq \theta_H q_B - p_B$

(CI_B) : * En info sym, on a $\begin{cases} q_i^* = c'^{-1}(\theta_i) \\ p_i^* = \theta_i q_i^* \end{cases}$ alors (CI_B) satisfaite

* En info asym : $\overline{\Pi}_a = \Pi(\overline{\Pi}_B) + (1-\Pi)(\overline{\Pi}_H)$
* Sym : $\overline{\Pi}_B$ et $\overline{\Pi}_H$

$$\left\{\begin{array}{l} \max \overline{\Pi}_B \\ sc\ \underbrace{(CP_B)}_{F_B} \\ \max \overline{\Pi}_H \\ sc\ \underbrace{(CP_H)}_{F_H} \end{array}\right. \Longrightarrow CI_B \text{ saturée}$$

$$\underset{sc\ CP_B, CP_H, CI_H, CI_B}{\text{argmax}} \overline{\Pi}_a = \left(\underset{sc\ \underbrace{CP_H, CI_H, CI_B}_{E_H}}{\text{argmax}} \overline{\Pi}_H \ ; \underset{sc\ \underbrace{CP_B, CI_H, CI_B}_{E_B}}{\text{argmax}} \overline{\Pi}_B \right)$$

$E_H \subset F_H$ et $E_B \subset F_B$

$$\Longrightarrow \max_{E_H} \overline{\Pi}_H \leq \max_{F_H} \overline{\Pi}_H \quad \text{et} \quad \max_{E_B} \overline{\Pi}_B < \max_{F_B} \overline{\Pi}_B$$

$$= \max_{F_H \cap CI_B \cap CI_H} \overline{\Pi}_H \qquad = \max_{F_H \cup (CI_B)} \overline{\Pi}_H \qquad = \max_{F_B \cap (CI_B)} \overline{\Pi}_B$$