Examen de séries temporelles - ISFA
22 janvier 2020 - Durée 2 h - Sans document

Questions de cours

1 Donner la définition d'un processus stationnaire au second ordre.

2 Donner la définition d'un processus $ARMA(p,q)$.

3 Soit $X = (X_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ un processus stationnaire.
Soit $X_t^* = EL(X_t \mid 1, \overline{X_{t-1}})$ la projection orthogonale de X_t sur l'espace engendré par 1 et $X_{t-1}, X_{t-2}, \cdots$,. Montrer que le processus défini par $\epsilon = X_t - X_t^*$ est un bruit blanc.

4 Soit $\epsilon = (\epsilon_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ un bruit blanc de variance σ_ϵ^2. Montrer que sa densité spectrale vaut

$$f_\epsilon(\omega) = \frac{\sigma_\epsilon^2}{2\pi}.$$

En déduire l'écriture de la densité spectale d'un processus $ARMA(p,q)$.

Exercice orienté TD

1 Soit $X = (X_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ un processus $ARMA(p,q)$. Montrer que le processus défini par $U_t = (I-L)X_t = X_t - X_{t-1}$ est un processus $ARMA(p,q+1)$ et exprimer ses coefficients en fonction de ceux de X_t.

2 Soient deux processus indépendants définis par

$$\begin{aligned} X_t &= at + Z_t \\ Y_t &= S_t + \tilde{Z}_t, \end{aligned}$$

avec Z et $\tilde{Z}$ deux processus $MA(1)$ indépendants, a un réel, et S_t un processus périodique de période 2. On pose

$$\begin{aligned} U_t &= (I-L)X_t = X_t - X_{t-1} \\ V_t &= (I+L)Y_t = Y_t + Y_{t-1}. \end{aligned}$$

Montrer que ces deux nouveaux processus U et V ainsi définis sont encore des MA indépendants dont on déterminera les ordres.

3 Donner l'expression de leurs fonctions d'autocovariance.

4 On supose que l'on observe T valeurs successives de ces séries. Rappeler la forme des estimateurs empiriques des autocovariances d'ordre h de U et V, notés $\widehat{\gamma}_U(h)$ et $\widehat{\gamma}_V(h)$ respectivement.

5 On note pour $h \in \mathbb{N}^*$ les vecteurs suivants :

$$\gamma_U^{[h]} = (\gamma_U(0), \gamma_U(1), \cdots, \gamma_U(h)) \quad \text{et} \quad \widehat{\gamma}_U^{[h]} = (\widehat{\gamma}_U(0), \widehat{\gamma}_U(1), \cdots, \widehat{\gamma}_U(h))$$
$$\gamma_U^{[h]} = (\gamma_U(0), \gamma_U(1), \cdots, \gamma_U(h)) \quad \text{et} \quad \widehat{\gamma}_U^{[h]} = (\widehat{\gamma}_U(0), \widehat{\gamma}_U(1), \cdots, \widehat{\gamma}_U(h))$$

On admet les convergences en loi suivantes (sous hypothèse de normalité des résidus) :

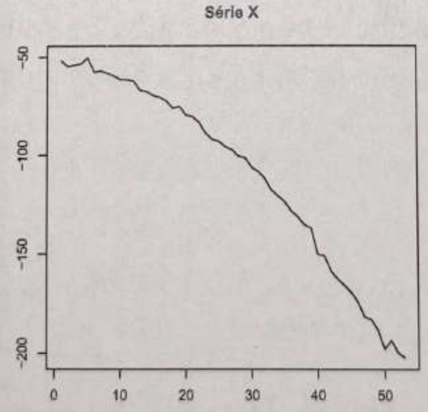
$$\sqrt{T}(\widehat{\gamma}_U^{[h]} - \gamma_U^{[h]}) \rightarrow \mathcal{N}(0, \Sigma_U(h))$$
$$\sqrt{T}(\widehat{\gamma}_V^{[h]} - \gamma_V^{[h]}) \rightarrow \mathcal{N}(0, \Sigma_V(h)),$$

où $\Sigma_U(h)$ et $\Sigma_U(h)$ sont deux matrices de variance covariance dont on connaît des estimateurs convergents notés $\widehat{\Sigma}_U(h)$ et $\widehat{\Sigma}_V(h)$, respectivement. Proposer un test pour l'hypothèse : $H_0 : \gamma_U(h) = \gamma_V(h)$.

6 Proposer un test pour l'hypothèses : H_0 : "Les deux processus sont les mêmes" (c'est à dire qu'ils ont les mêmes coefficients).

Exercice orienté TP

On a réalisé une étude sur une série temporelle X représentée à la figure suivante.



1 On démarre par l'instruction *Kpss.test(X)* et on obtient :

KPSS Test for Level Stationarity

data: X

KPSS Level = 1.3736, Truncation lag parameter = 3, p-value = 0.01

WARNING MESSAGE: IN KPSS.TEST(X) : P-VALUE SMALLER THAN PRINTED P-VALUE

Que fait cette instruction et que pouvez vous conclure ?

2 On réalise du coup l'instruction suivante *X1=diff(X)* et avec *Kpss.test(X1)* on obtient :

KPSS TEST FOR LEVEL STATIONARITY

DATA: X1

KPSS LEVEL = 0.045378, TRUNCATION LAG PARAMETER = 3, P-VALUE = 0.1

WARNING MESSAGE: IN KPSS.TEST(X1) : P-VALUE GREATER THAN PRINTED P-VALUE

Que fait la première instruction et que pouvez vous conclure ?

3 On tape *eacf(X1)* pour obtenir la figure ci-dessous

AR/MA	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	x	o	o	o	o	o	o	o	o	x	x	o	o	o
1	x	o	o	o	o	o	x	o	o	x	o	o	o	o
2	x	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
3	x	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
4	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
5	o	o	x	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
6	x	x	x	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
7	x	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o

Quel modèle proposeriez vous pour la série X ? pourquoi ?

4 On décide d'utiliser l'instruction *auto.arima(X)* et on obtient :

SERIES: X

ARIMA(0,2,2)

COEFFICIENTS:	MA1	MA2
	-1.4363	0.591
S.E.	0.1620	0.162

SIGMA2 ESTIMATED AS 6.698: LOG LIKELIHOOD=-121.11

AIC=248.23 AICc=248.74 BIC=254.02

Que pouvez vous conclure ? Sur quel critère a été choisi ce modèle ? On retiendra ce modèle finalement.

5 On pose *model022=Arima(X,order=c(0,2,2))* puis on tape *t-stat(model022)* pour obtenir :

	MA1	MA2
T.STAT	-8.868911	3.649317
P.VAL	0.000000	0.000263

Que signifie ces sorties ?

6 On propose également les deux modèles suivants :
model023=Arima(X,order=c(0,2,3)) et *model122=Arima(X,order=c(1,2,2))*. On réalise alors *t-stat(model023)* et *t-stat(model122)* pour obtenir successivement

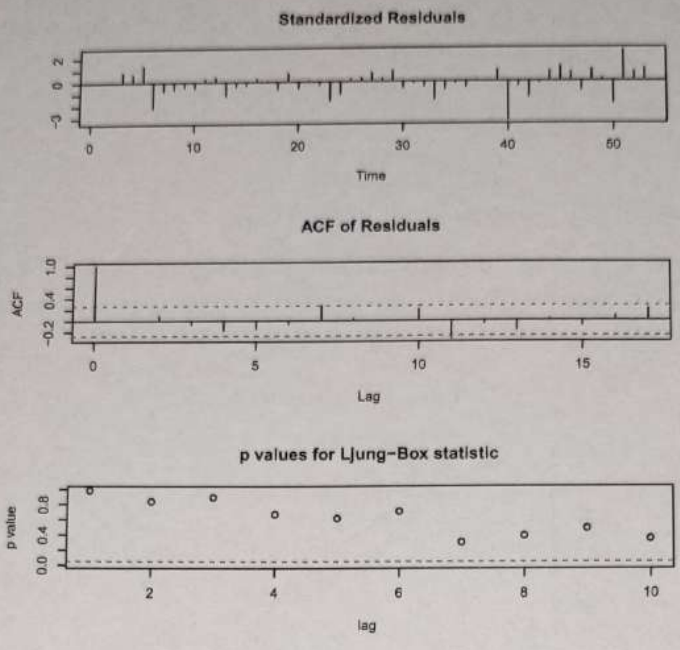
---

	MA1	MA2	MA3
T.STAT	-10.01375	2.713960	0.421600
P.VAL	0.00000	0.006648	0.673317

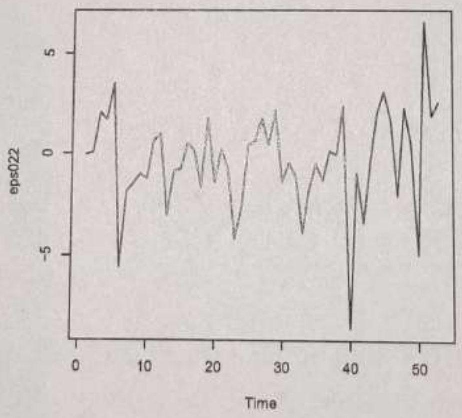
	AR1	MA1	MA2
T.STAT	0.981081	-9.90926	4.632147
P.VAL	0.326553	0.00000	0.000004

Ces résultats vous semblent-ils logiques ?

7 On continue avec notre premier modèle en faisant *tsdiag(model022)*. on obtient la figure ci-dessous. Que peut-on en conclure ?



8 On pose *eps022=model022$res* et on tape *plot(eps022)*. On obtient la figure ci-dessous. Que peut-on en conclure ?



9 On tape *shapiro.test(eps022)* et on obtient :

Shapiro-Wilk normality test

data: eps022

W = 0.96308, p-value = 0.1004

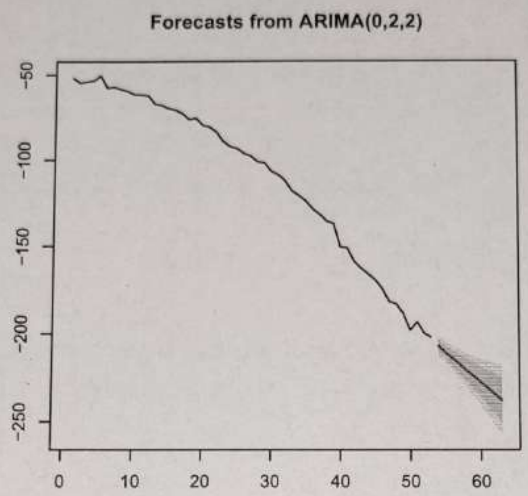
Que pouvez vous conclure ? Quel est l'intéret de ce résultat ?

10 On réalise l'instruction *accuracy(model022)* qui nous donne :

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1
Training set	-0.3179	2.4884	1.8297	0.3946	1.8504	0.5588	-0.0025

Que représentent le RMSE et le MAE ?

11 On pose *prev = forecast(modele022, h=10)* et on réalise *plot(prev)*pour obtenir la dernière figure ci-dessous. Commenter cette figure.



12 Si on fait *accuracy(model023)* on obtient

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1
Training set	-0.2622	2.4778	1.8297	0.3477	1.8428	0.5588	-0.0052

Est-ce que ces résultats sont en contradiction avec notre choix de modèle ? Que faudrait-il faire pour comparer correctement les modèles entre eux ?

13 En pratique, de quelle variable concrète la série X pourrait-elle être la représentation temporelle ?

Question de cours :

1) $(X_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ est un processus stationnaire d'ordre 2 si :

* $\mathbb{E}[X_t] = \mu$ $\quad \mu \in \mathbb{R}$ ⫫ de t
* $\forall h$, $Cov(X_t, X_{t+h})$ ⫫ de t.

2) ARMA(p,q)

Un processus stationnaire $(X_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ est un ARMA(p,q) si :

$\exists\, \phi, \Theta$ tq $\phi(L)X_t = \Theta(L)\varepsilon_t$

avec $\phi(L) = 1 - \varphi_1 L - \dots - \varphi_p L^p \qquad \varphi_p \neq 0$

$\Theta(L) = 1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q \qquad \theta_q \neq 0$

et (ε_t) un bruit blanc

3) $X = (X_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ proc. statio.

$X_t^* = EL(X_t \mid 1, \underline{X_{t-1}})$

Mq $\varepsilon = X_t - X_t^* \sim BB$

* $\mathbb{E}[\varepsilon_t] = \mathbb{E}[X_t - X_t^*]$

$= \mathbb{E}[X_t] - \underbrace{\mathbb{E}[EL(X_t \mid 1, \underline{X_{t-1}})]}_{\mathbb{E}[X_t]}$ ← Loi de l'E totale

$\Rightarrow \mathbb{E}[\varepsilon_t] = 0$

* $\mathbb{V}[\varepsilon_t] = \mathbb{V}[X_t - X_t^*]$

$= \mathbb{V}[X_t - EL[X_t \mid 1, \underline{X_{t-1}}]]$

$= \mathbb{V}[X_t] + \underbrace{\mathbb{V}[EL[X_t \mid 1, \underline{X_{t-1}}]]}_{=\mathbb{V}[X_t] \text{ Loi de la variance totale}}$

$= 2\mathbb{V}[X_t]$

Comme X_t stationnaire $\Rightarrow \mathbb{V}[X_t]$ ⫫ t $\Rightarrow \mathbb{V}[\varepsilon_t] = 2\mathbb{V}[X_t]$ ⫫ t

et $Cov(X_t, X_{t-h}) = Cov(X_t - EL[X_t \mid 1, \underline{X_{t-1}}],\ X_{t-h} - EL[X_{t-h} \mid 1, \underline{X_{t-h-1}}])$

$= 0 \quad \forall |h| \geq 1$

$\Rightarrow (\varepsilon_t) \sim BB(0, 2\mathbb{V}[X_t])$

4) $(\varepsilon_t) \sim BB(0, \sigma_\varepsilon^2)$

Mq $f_\varepsilon(\omega) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\pi}$

Rappel : $f_X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{h\in\mathbb{Z}} \gamma_X(h) e^{i\omega h}$ $\quad \omega \in]-\pi, \pi[$ $\quad$ bien définie car $|f_X(\omega)| \leq \frac{1}{2\pi} \sum_{h\in\mathbb{Z}} |\gamma_X(h)| < \infty$

et f_X réelle car le terme en $i\sin(\omega h)$ s'annule car impaire

$\Rightarrow f_X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{h\in\mathbb{Z}} \gamma_X(h) \cos(\omega h)$

Ici $\gamma_\varepsilon(h) = Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+h}) = 0 \quad \forall h \geq 1$ car $(\varepsilon_t) \sim BB(0, \sigma_\varepsilon^2)$

$\gamma_\varepsilon(0) = \sigma_\varepsilon^2$

$\Rightarrow f_\varepsilon(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{h\in\mathbb{Z}} \gamma_\varepsilon(h) \cos(\omega h)$

$= \frac{1}{2\pi} \times \gamma_\varepsilon(0)$

$= \frac{1}{2\pi} \sigma_\varepsilon^2$

X_t un ARMA(p,q) $\longrightarrow$ $\phi(L)X_t = \Theta(L)\varepsilon_t$ avec ϕ et Θ de la forme précédem^t donnée

$$\Rightarrow X_t = \Phi^{-1}(L)\Theta(L)\varepsilon_t$$

$$\Rightarrow f_X(\omega) = \left|\frac{\Theta(e^{i\omega})}{\Phi(e^{i\omega})}\right|^2 f_\varepsilon(\omega)$$

$$= \left|\frac{\Theta(e^{i\omega})}{\Phi(e^{i\omega})}\right|^2 \frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\pi}$$

⚠ L'écriture d'un ARMA(p,q) n'est pas unique.

$\Rightarrow f_X(\omega)$ n'est pas forcément égal à $f_{\tilde{X}}(\omega)$ où $\begin{cases}\Phi(L)X_t = \Theta(L)\varepsilon_t \\ \tilde{\Phi}(L)\tilde{X}_t = \tilde{\Theta}(L)\tilde{\varepsilon}_t\end{cases}$ égalité si $\left|\frac{\Theta(e^{i\omega})}{\Phi(e^{i\omega})}\right|^2 = \left|\frac{\tilde{\Theta}(e^{i\omega})}{\tilde{\Phi}(e^{i\omega})}\right|^2$ et $\sigma_\varepsilon^2 = \sigma_{\tilde{\varepsilon}}^2$

Exercice orienté TD :

1) Soit $X = (X_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ un ARMA(p,q)

Mq $U_t = (I - L)X_t = X_t - X_{t-1}$ est un ARMA(p,q+1)

et exprimer ses coeff en fct° de ceux de X_t.

X_t ARMA(p,q) donc

$$\Phi(L)X_t = \mu + \Theta(L)\varepsilon_t \iff X_t = \mu + \varphi_1 X_{t-1} + \dots + \varphi_p X_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q\varepsilon_{t-q}$$

avec
* (ε_t) bruit blanc
* $\Phi(L) = 1 - \varphi_1 L - \dots - \varphi_p L^p$ $\quad \varphi_p \neq 0$
* $\Theta(L) = 1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q$ $\quad \theta_q \neq 0$

$$U_t\ (I-L)X_t = X_t - X_{t-1}$$
$$= \left(\mu + \varphi_1 X_{t-1} + \dots + \varphi_p X_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q\varepsilon_{t-q}\right) - \left(\mu + \varphi_1 X_{t-2} + \dots + \varphi_p X_{t-1-p} + \varepsilon_{t-1} - \theta_1\varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q\varepsilon_{t-1-q}\right)$$
$$= \varphi_1(X_{t-1} - X_{t-2}) + \varphi_2(X_{t-2} - X_{t-3}) + \dots + \varphi_p(X_{t-p} - X_{t-p-1}) + (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}) - \theta_1(\varepsilon_{t-1} - \varepsilon_{t-2}) - \dots - \theta_q(\varepsilon_{t-q} - \varepsilon_{t-1-q})$$
$$= \varphi_1 U_{t-1} + \varphi_2 U_{t-2} + \dots + \varphi_p U_{t-p} + \varepsilon_t - (1+\theta_1)\varepsilon_{t-1} - (\theta_2 - \theta_1)\varepsilon_{t-2} - (\theta_3 - \theta_2)\varepsilon_{t-3} - \dots - (\theta_q - \theta_{q-1})\varepsilon_{t-q} + \theta_q\varepsilon_{t-(q+1)}$$

On rq donc que U_t est bien un ARMA(p,q+1)

avec $\Phi'(L)U_t = \Theta'(L)\varepsilon_t$

où $\Phi'(L) = \varphi_1 L + \varphi_2 L^2 + \dots + \varphi_p L^p$ $\quad \varphi_p \neq 0$

$\Theta'(L) = 1 - (1+\theta_1)L - (\theta_2 - \theta_1)L^2 - (\theta_3 - \theta_2)L^3 - \dots - (\theta_q - \theta_{q-1})L^q + \theta_q L^{q+1}$ $\quad \theta_q \neq 0$

2) Soit $X_t = at + Z_t$

$Y_t = S_t + \tilde{Z}_t$

avec Z et $\tilde{Z}$ 2 processus MA(1) indep $\quad a \in \mathbb{R}$

et S_t proc. périodique de période 2.

On pose $U_t = (I - L)X_t = X_t - X_{t-1}$

$V_t = (I + L)Y_t = Y_t + Y_{t-1}$

Mq U_t et V_t sont des MA.

$$U_t = X_t - X_{t-1} = at + Z_t - (a(t-1) + Z_{t-1})$$
$$= a + Z_t - Z_{t-1}$$

Z_t est un MA(1) $\Rightarrow Z_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1}$

$\Rightarrow Z_t - Z_{t-1} = \varepsilon_t - (1+\theta_1)\varepsilon_{t-1} + \theta_1\varepsilon_{t-2}$

$\Rightarrow U_t = a + \varepsilon_t - (1+\theta_1)\varepsilon_{t-1} + \theta_1\varepsilon_{t-2}$

$$\Rightarrow U_t = a + \phi(L)\varepsilon_t \quad \text{avec} \quad \phi(L) = 1-(1+\theta_1)L+\theta_1 L^2$$

$$(\varepsilon_t) \sim BB(0,\sigma_\varepsilon^2)$$

$$\mathbb{E}[U_t] = a$$

$$\mathbb{V}[U_t] = \mathbb{V}[a + \varepsilon_t - (1+\theta_1)\varepsilon_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-2}]$$

$$= \sigma_\varepsilon^2 + (1+\theta_1)^2\sigma_\varepsilon^2 + \theta_1^2\sigma_\varepsilon^2$$

$$= 2(1+\theta_1+\theta_1^2)\sigma_\varepsilon^2$$

$$Cov(U_t, U_{t+k}) = Cov(\varepsilon_t - (1+\theta_1)\varepsilon_{t-1} + \theta_1\varepsilon_{t-2}, \varepsilon_{t-k} - (1+\theta_1)\varepsilon_{t-1-k} + \theta_1\varepsilon_{t-2-k})$$

$$= \begin{cases} 2(1+\theta_1+\theta_1^2)\sigma_\varepsilon^2 & \text{si } k=0 \\ -(1+\theta_1)^2\sigma_\varepsilon^2 & \text{si } |k|=1 \\ \theta_1\sigma_\varepsilon^2 & \text{si } |k|=2 \\ 0 & \text{si } |k|>2 \end{cases}$$

Donc U_t est un $MA(2)$

$$V_t = Y_t + Y_{t-1}$$

$$= S_t + \tilde{Z}_t + S_{t-1} + \tilde{Z}_{t-1}$$

$$= S_t + S_{t-1} + \tilde{Z}_t + \tilde{Z}_{t-1}$$

$\tilde{Z}_t$ est un $MA(1)$ $\Rightarrow \tilde{Z}_t = \mu + \tilde{\varepsilon}_t - \varphi_1\tilde{\varepsilon}_{t-1}$ $\quad \tilde{\varepsilon}_t \sim BB(0,\sigma_{\tilde{\varepsilon}}^2)$

$$\Rightarrow \tilde{Z}_t + \tilde{Z}_{t-1} = 2\mu + \tilde{\varepsilon}_t + (1-\varphi_1)\tilde{\varepsilon}_{t-1} - \varphi_1\tilde{\varepsilon}_{t-2}$$

$$\Rightarrow V_t = \underbrace{S_t + S_{t-1}}_{=\alpha \in \mathbb{R}} + 2\mu + \tilde{\varepsilon}_t + (1-\varphi_1)\tilde{\varepsilon}_{t-1} - \varphi_1\tilde{\varepsilon}_{t-2}$$

car $\exists \beta_1$ tq $\forall k$ $S_{2k} = S_{2k+2} = \beta_1$ et $\exists \beta_2$ tq $\forall k$ $S_{2k+1} = S_{2k+3} = \beta_2$ $\Rightarrow \alpha = \beta_1 + \beta_2$

$$\Rightarrow V_t = 2\mu + \alpha + \tilde{\varepsilon}_t + (1-\varphi_1)\tilde{\varepsilon}_{t-1} - \varphi_1\tilde{\varepsilon}_{t-2}$$

$$= \tilde{\mu} + \tilde{\Phi}(L)\varepsilon_t \quad \text{avec} \quad \tilde{\Phi}(L) = 1+(1-\varphi_1)L-\varphi_1 L^2$$

$$\mathbb{E}[V_t] = \tilde{\mu}$$

$$\mathbb{V}[V_t] = \mathbb{V}[\tilde{\varepsilon}_t + (1-\varphi_1)\tilde{\varepsilon}_{t-1} - \varphi_1\tilde{\varepsilon}_{t-2}]$$

$$= \sigma_{\tilde{\varepsilon}}^2 + (1-\varphi_1)^2\sigma_{\tilde{\varepsilon}}^2 + \varphi_1^2\sigma_{\tilde{\varepsilon}}^2$$

$$= 2(1-\varphi_1+\varphi_1^2)\sigma_{\tilde{\varepsilon}}^2$$

$$Cov(V_t, V_{t-k}) = Cov(\tilde{\varepsilon}_t + (1-\varphi_1)\tilde{\varepsilon}_{t-1} - \varphi_1\tilde{\varepsilon}_{t-2}, \tilde{\varepsilon}_{t-k} + (1-\varphi_1)\tilde{\varepsilon}_{t-1-k} - \varphi_1\tilde{\varepsilon}_{t-2-k})$$

$$= \begin{cases} 2(1-\varphi_1+\varphi_1^2)\sigma_{\tilde{\varepsilon}}^2 & \text{Si } k=0 \\ (1-\varphi_1)^2\sigma_{\tilde{\varepsilon}}^2 & \text{Si } |k|=1 \\ -\varphi_1\sigma_{\tilde{\varepsilon}}^2 & \text{Si } |k|=2 \\ 0 & \text{Si } |k|>2 \end{cases}$$

$\Rightarrow V_t$ est un $MA(2)$

De plus on a bien $U_t \perp\!\!\!\perp V_t$

4) $\gamma_U(h) = Cov(U_t, U_{t+h})$

$$= \mathbb{E}[(U_t - \mathbb{E}[U_t])(U_{t+h} - \mathbb{E}[U_{t+h}])]$$

$$\Rightarrow \hat{\gamma}_U(h) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T-h}(U_t - \bar{U})(U_{t+h} - \bar{U})$$

$$\gamma_V(h) = Cov(V_t, V_{t+h})$$

$$= \mathbb{E}[(V_t - \mathbb{E}[V_t])(V_{t+h} - \mathbb{E}[V_{t+h}])]$$

$$\Rightarrow \hat{\gamma}_V(h) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T-h}(V_t - \bar{V})(V_{t+h} - \bar{V})$$

5) Si on utilise le test de Wald

$$\Rightarrow W = T(\hat{\gamma}_U^{[h]} - \hat{\gamma}_V^{[h]})'(\hat{\Sigma}_U(h) + \hat{\Sigma}_V(h))^{-1}(\hat{\gamma}_U^{[h]} - \hat{\gamma}_V^{[h]})$$

Sous H_0, $W \sim \chi^2_{h+1}$

si $W > \chi^2_{h+1, \alpha = 95\%}$ on rejette H_0.

6) $H_0 : \theta_1 = -\varphi_1$

Exercice orienté TP :

1) L'instruct° kpss.test(X) permet d'effectuer le test (Kwiatkowski-Philips-Schmidt-Shin) qui est utiliser pour tester la stationnarité d'une série temp.

Ici la stat de test indique 1.3736 avec un param de troncature de 3 et p.value = 0.01

$\Rightarrow$ on peut conclure que la série temp X n'est pas stationnaire.

2) L'instruct° X1 = diff(X) applique une différenciat° à la série temp X.

$\Rightarrow$ elle transforme la série en X1 où chaque valeur est la $\neq^{ce}$ entre les valeurs consécutives de la Σ^{ie} originale X

$\rightarrow$ KPSS level = 0.045378

troncature du lag = 3

p.value = 0.1 > 0.05

$\Rightarrow$ on accepte H_0 $\Rightarrow$ X1 considéré stationnaire

3) EACF utilisée pour identifier l'ordre potentiel des modèles autorégressifs intégrés à moyenne mobile ARIMA