

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

ΕΡΓΑΣΙΑ #3

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.

7^ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Όνομα : Μπεκιάρης Θεοφάνης

A.E.M. : 8200

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2018

Πίνακας περιεχομένων

Εργασία #3 : Σχεδίαση Ζωνοφρακτικού Φίλτρου Chebyshev.....	3
Προδιαγραφές του προβλήματος :.....	3
A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου.....	4
Αντιστροφή πώλων.....	6
Ρύθμιση κέρδους.....	14
• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	15
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB.....	17
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM.....	21

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Εργασία #3 : Σχεδίαση Ζωνοφρακτικού Φίλτρου Chebyshev

Ζωνοφρακτικού Φίλτρου Chebyshev

Προδιαγραφές του προβλήματος :

Με βάση την εκφώνηση της εργασίας οι προδιαγραφές που προκύπτουν σύμφωνα με το ΑΕΜ του φοιτητή δίνονται από τους τύπους

$$f_0 = 2.5 \text{ kHz}, \quad f_1 = 1650 + 50 \times a_3 \text{ Hz} \quad (1)$$

$$f_2 = \frac{f_0^2}{f_1}$$
$$f_3 = \frac{-D + \sqrt{D^2 + 4 \times f_0^2}}{2}, \quad \mu\epsilon \quad D = \frac{1}{2.5} \times \frac{f_0^2 - f_1^2}{f_1} \quad (2)$$

$$f_4 = \frac{f_0^2}{f_3}$$
$$a_{min} = 26 + a_3 \times \frac{5}{9} \text{ (dB)} \quad (3)$$
$$a_{max} = 0.5 + \frac{a_4}{18} \text{ (dB)}$$

Δεδομένου ότι ΑΕΜ :8200 οι προδιαγραφές είναι.

$f_0 = 2.5\text{KHz}$, $f_1 = 1.65\text{KHz}$, $f_2 = 3.788\text{KHz}$, $f_3 = 2.109\text{KHz}$ και $f_4 = 2.964\text{KHz}$

Για τις αποσβέσεις είναι:

$a_{min} = 26 \text{ dB}$

$a_{max} = 0.5 \text{ dB}$

Σε rad/sec οι παραπάνω συχνότητες γίνονται :

$\omega_0 = 15700 \text{ rad/sec}$, $\omega_1 = 10362 \text{ rad/sec}$, $\omega_2 = 23788 \text{ rad/sec}$,

$\omega_3 = 13243 \text{ rad/sec}$, $\omega_4 = 18613 \text{ rad/sec}$

και

$a_{min} = 26 \text{ dB}$

$a_{max} = 0.5 \text{ dB}$

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

Υπολογισμός προδιαγραφών πρότυπου φίλτρου

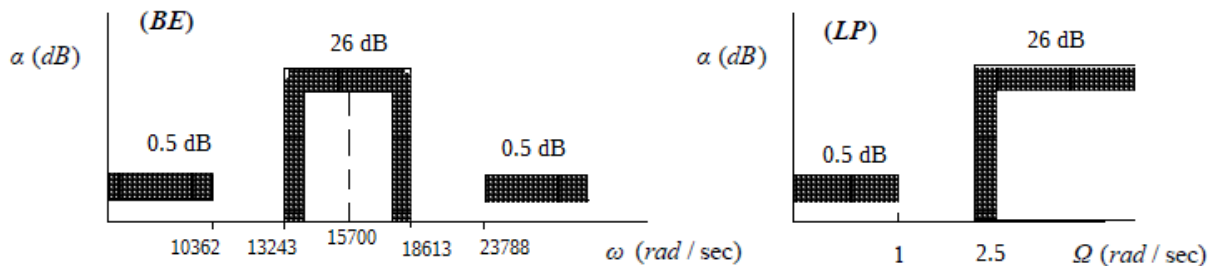
Οι προδιαγραφές της πρωτότυπης απόκρισης προκύπτουν σύμφωνα με την σχέση του κεφαλαίου 13

$$a_{\max}, a_{\min}, \Omega_p = 1, \Omega_s = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_4 - \omega_3} \quad (13-9)$$

Άρα έχουμε

$$\Omega_p = 1, \Omega_s = (23788 - 10362) / (18613 - 13243) \Rightarrow \Omega_s = 2.5$$

$$a_{\min} = 26 \text{ dB}, a_{\max} = 0.5 \text{ dB} \text{ και } \omega_0 = 15700 \text{ rad/sec}, \text{bw} = \omega_2 - \omega_1 = 13426 \text{ rad/sec}$$



Ω_s γνωστόν, οι προδιαγραφές ταιριάζουν ακριβώς με τις προδιαγραφές ενός κατωδιαβατού φίλτρου Chebyshev, με την έννοια ότι η συχνότητα διόδου είναι κανονικοποιημένη στην μονάδα και άρα δεν απαιτείται κλιμακοποίηση. Άρα πρότυπο κατωδιαβατό Chebyshev.

Στην συνέχεια στα πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\cosh^{-1} \left[\left(10^{a_{\min}/10} - 1 \right) / \left(10^{a_{\max}/10} - 1 \right) \right]^{1/2}}{\cosh^{-1} \omega_s} \quad (9-83)$$

Επομένως:

$$n = \cosh^{-1} \left[\left(10^{2.6} - 1 \right) / \left(10^{0.05} - 1 \right) \right]^{1/2} / \cosh^{-1}(\omega_s)$$

$$n = \cosh^{-1} \left[397.1072 / 0.122 \right]^{1/2} / \cosh^{-1}(\omega_s)$$

$$n = \cosh^{-1}(57.0524) / \cosh^{-1}(2.5)$$

$$n = 4.7370 / 1.5668$$

$$n = 3.0234$$

Επιλέγουμε τον αμέσως επόμενο ακέραιο άρα

n = 4 τάξη φίλτρου

Τώρα υπολογίζουμε την τιμή ε από τον τύπο

$$\varepsilon = \sqrt{10^{a_{\max}/10} - 1}$$

$$\varepsilon = (10^{0.05} - 1)^{1/2} = 0.349$$

Θα υπολογίσουμε τώρα την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο

$$\omega_{hp} = \cosh \left\{ \frac{1}{n} \cosh^{-1} (10^{a_{\max}/10} - 1)^{-1/2} \right\} \quad (9-80)$$

Έτσι λοιπόν έπειτα από αντικατάσταση θα έχουμε ότι η συχνότητα ημίσειας ισχύος είναι :

$$\omega_{hp} = \cosh(1/4 * \cosh^{-1}(1/0.349)) \Rightarrow \omega_{hp} = \mathbf{1.0932 \text{ rad/sec}}$$

έχουμε $\omega_{hp} > 1$ όπως περιμέναμε για φίλτρο Chebyshev.

Με τον τύπο που επιλέξαμε για τον υπολογισμό της συχνότητας ημίσειας ισχύος οι προδιαγραφές στην συχνότητα αποκοπής υπερκαλύπτονται.

Από την (9-92) έχουμε:

$$v_k = \pm \frac{1}{n} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) = \pm a \quad (9-92)$$

$$a = 1/4 * \sinh^{-1}(1/0.349) =$$

$$a = 0.4437$$

Οι γωνίες Butterworth προκύπτουν από τους τύπους

$$\phi_k = -\frac{(2k-1)\pi}{2n}, \quad k=1, 2, \dots, n \quad (9-100)$$

$$\psi_k = 90^\circ - \phi_k \quad (9-101)$$

για n=4 είναι:

$\psi_k = \pm 22.5^\circ, \pm 67.5^\circ$ σε σχέση με τον αρνητικό πραγματικό άξονα.

Οι πόλοι του φίλτρου Chebyshev προκύπτουν από τούς παρακάτω τύπους (9-102) και (9-103) .

$$-\sigma_k = \sinh a \cdot \cos \psi_k$$

$$\pm \omega_k = \cosh a \cdot \sin \psi_k$$

Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς είμαι συζυγής μιγαδική και φαίνονται παρακάτω.

$$s_{1,2} = -0.4235 \pm j0.4201$$

$$s_{3,4} = -0.1754 \pm j1.0163$$

Αντιστροφή πώλων

Τώρα θα εφαρμόσουμε τον μετασχηματισμό $S \rightarrow 1/S$ της (13-19) για να βρούμε την $T_{HP}(S)$.

Το μέτρο των Ω_0 και Q δίνονται από την σχέση

$$\omega_o = \sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2} \quad \text{και} \quad Q = \frac{\sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2}}{2\sigma_k} \quad (9-106)$$

Για το : $s_{1,2} = -0.4235 \pm j0.4201$

$$\Omega_0 = (0.4235^2 + 0.4201^2)^{1/2} = 0.5965 \quad \text{και} \quad Q = 0.5965 / (2 * 0.4235) = 0.7043$$

Αντιστρέφουμε τους πόλους και έχουμε:

$$\Omega_{i0} = 1/\Omega_0 = 1.6764, \quad Q_i = 0.7043$$

και

$$\psi = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2Q}\right) \Rightarrow \psi = 44.77^\circ$$

Οι μετασχηματισμένοι αντίστροφοι πόλοι είναι επομένως

$$p_{1,2} = \Omega_{i0} (-\cos \psi \pm j \sin \psi)$$

$$p_{12} = -1.1901 + j1.1807$$

Για το : $s_{3,4} = -0.1754 \pm j1.0163$

$$\Omega_0 = (0.1754^2 + 1.0163^2)^{1/2} = 1.0313 \quad \text{και} \quad Q = 1.0313 / (2 * 0.1754) = 2.9399$$

Αντιστρέφουμε τους πόλους και έχουμε:

$$\Omega_{i0} = 1/\Omega_0 = 0.9696, \quad Q_i = 2.9399$$

και

$$\psi = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2Q}\right) \Rightarrow \psi = 80.2077^\circ$$

Οι μετασχηματισμένοι αντίστροφοι πόλοι είναι επομένως

$$p_{1,2} = \Omega_{i0} (-\cos \psi \pm j \sin \psi)$$

$$p_{34} = -0.1649 + j0.9555$$

Μετασχηματίζουμε τους πόλους σύμφωνα με τον αλγόριθμο του Geffe.

11.3 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ GEFGE (ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΜΙΓΑΔΙΚΩΝ ΠΟΛΩΝ)

Ορίζουμε τα παρακάτω μεγέθη:

$$q_c = \frac{\omega_o}{b_w} \quad (11-6)$$

$$C = \Sigma_2^2 + \Omega_2^2 \quad (11-28)$$

$$D = \frac{2\Sigma_2}{q_c} \quad (11-29)$$

$$E = 4 + \frac{C}{q_c^2} \quad (11-30)$$

$$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} \quad (11-31)$$

$$Q = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{1}{2}(E + G)} \quad (11-32)$$

$$k = \frac{\Sigma_2 Q}{q_c} \quad (11-33)$$

$$W = k + \sqrt{k^2 - 1} \quad (11-34)$$

$$\omega_{02} = W \cdot \omega_0$$

$$\omega_{01} = \frac{1}{W} \cdot \omega_0 \quad (11-35)$$

Για πιο γρήγορο και ακριβή υπολογισμό των συντελεστών κατασκευάσα ένα script στο Matlab το οποίο εκτελεί τις παραπάνω πράξεις, το αρχείο είναι το Geffe.m

Μετασχηματισμός του μιγαδικών πόλων: $p_{12} = -1.1901 + j1.1807$

Έχουμε $\Sigma_2 = 1.1901$ και $\Omega_2 = 1.1807$

$q_c = 15700 / 13426 = 1.169373$

$C = 2.810391$

$D = 2.035450$

$E = 6.055231$

$G = 4.482588$

$Q = 1.127716$

$k = 1.147705$

$W = 1.710935$

$\omega_{02} = 26861.674787$

$\omega_{01} = 9176.270726$

Μετασχηματισμός του μιγαδικών πόλων : $p_{34} = -0.1649 + j0.9555$

Έχουμε $\Sigma_2 = 0.1649$ και $\Omega_2 = 0.9555$

$q_c = 15700 / 13426 = 1.169373$

$C = 0.940172$

$D = 0.282032$

$E = 4.687545$

$G = 4.653484$

$Q = 7.662751$

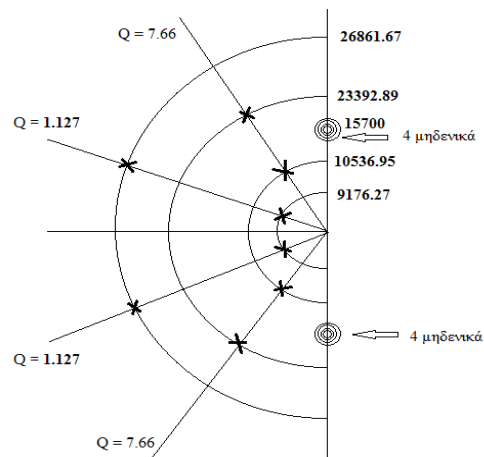
$k = 1.080569$

$W = 1.489994$

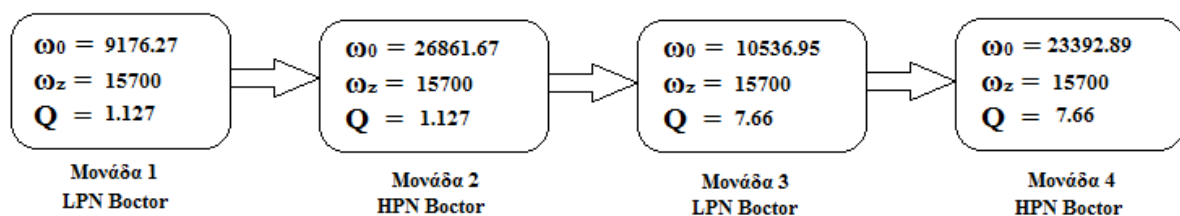
$\omega_{02} = 23392.898670$

$\omega_{01} = 10536.958394$

Οι μετασχηματισμένοι πόλοι και τα μηδενικά δίνονται στο ακόλουθο σχήμα.



Οι μονάδες του συστήματος σε διαγραμματική μορφή είναι



Σύμφωνα με την εκφώνηση πρέπει να χρησιμοποιηθούν τα φίλτρα LPN και HPN Bactor του σχήματος 7.24 για την υλοποίηση των μονάδων. Το κέρδος στις χαμηλές συχνότητες του συνολικού

συστήματος σύμφωνα με την εκφώνηση θα πρέπει να είναι ίσο με 1 ή 0dB. Επιπλέον οι μονάδες πρέπει να έχουν ένα τουλάχιστον πυκνωτή 0.01μF (εκφώνηση 0.01μF αν $a_3 \in \{8, 9, 0\}$), άρα:

Κυκλώματα LPN Bactor

Για την περίπτωση των μονάδων 1 και 3 όπου $\omega_0 < \omega_z$ θα χρησιμοποιηθούν τα LPN Bactor του παρακάτω σχήματος

Στρατηγική σχεδίασης

$$\frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} < k_1 < 1 \quad (7-159)$$

$$R_1 = \frac{2}{k_1 \omega_z^2 - 1}, \quad (\omega_o = 1) \quad (7-160)$$

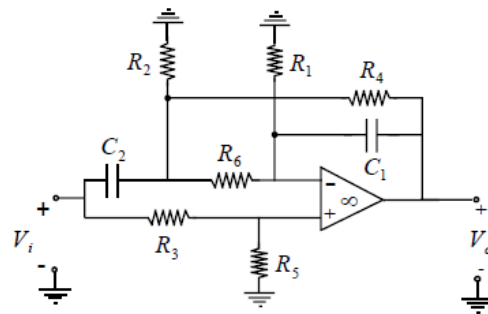
$$R_2 = \frac{1}{1 - k_1} \quad (7-161)$$

$$R_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{k_1}{Q^2} + k_1 \omega_z^2 - 1 \right) \quad (7-162)$$

$$R_4 = \frac{1}{k_1} \quad (7-163)$$

$$R_5 = R_6 = 1 \quad (7-164)$$

$$C_1 = \frac{k_1}{2Q}, \quad C_2 = 2Q \quad (7-165)$$



Σχ. 7.24(α)

Μονάδα 1 : LPN Bactor

Κανονικοποιούμε τα $\Omega_o = 1$ και $\Omega_z = \omega_z / \omega_o = 15700 / 9176.27 = 1.710935$

Εχουμε $\omega_o^2 / \omega_z^2 = 0.341612$, από την 7-159 επιλέγουμε μία τιμή για το $k_1 = 0.9$ και άρα:

$$R_1 = 1.223565$$

$$R_2 = 10$$

$$R_3 = 1.171129$$

$$R_4 = 1.111111$$

$$R_5 = 1$$

$$R_6 = 1$$

$$C_1 = 0.399037$$

$$C_2 = 2.255432$$

Το κέρδος της μονάδας στις υψηλές συχνότητες είναι

$$K_h = R_5 / (R_3 + R_5) = 1 / (1.17 + 1) \Rightarrow K_h = 0.460590$$

ενώ το κέρδος στις χαμηλές συχνότητες είναι

$$K_L = K_h * \omega_z^2 / \omega_o^2 = 0.46 * 2.9273 \Rightarrow K_L = 1.348284$$

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_0 = 9176.27$ αντί 1,

$$k_f = 9176.27$$

Για πυκνωτή $C = 0.01\mu F$ που ζητείται, το k_m γίνεται.

$$(1/k_f * k_m) * C1 = 0.01\mu F \Rightarrow \underline{k_m = 4348.570882}$$

Για την κλιμακοποίηση ισχύει ότι $R_n = k_m * R_o$ και $C_n = C_o / k_f * k_m$ (σχέσεις κλιμακοποίησης)

Άρα **μετά την κλιμακοποίηση** τα μεγέθη του κυκλώματος γίνονται

$$R1 = 5320.759289 \Omega$$

$$R2 = 43485.708824 \Omega$$

$$R3 = 5092.736897 \Omega$$

$$R4 = 4831.745425 \Omega$$

$$R5 = 4348.570882 \Omega$$

$$R6 = 4348.570882 \Omega$$

$$C1 = 0.01\mu F \text{ (όπως ζητείται στις προδιαγραφές)}$$

$$C2 = 56.52193 \text{ nF}$$

Μονάδα 3 : LPN Boctor

Κανονικοποιούμε τα $\Omega_o = 1$ και $\Omega_z = \omega_z / \omega_0 = 15700 / 10536.958 = 1.49$

Εχουμε $\omega_z^2 / \omega_0^2 = 0.450434$, από την 7-159 επιλέγουμε μία τιμή για το $\underline{k_1 = 0.9}$ και άρα:

$$R1 = 2.003862$$

$$R2 = 10.000000$$

$$R3 = 0.506700$$

$$R4 = 1.111111$$

$$R5 = 1.000000$$

$$R6 = 1.000000$$

$$C1 = 0.058726$$

$$C2 = 15.325502$$

Το κέρδος της μονάδας στις υψηλές συχνότητες είναι

$$K_h = R5 / (R3 + R5) = 1 / (0.506 + 1) \Rightarrow \underline{K_h = 0.663702}$$

ενώ το κέρδος στις χαμηλές συχνότητες είναι

$$K_L = K_h * \omega_z^2 / \omega_0^2 = 0.663702 * 2.2201 \Rightarrow \underline{K_L = 1.473472}$$

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_o = 10536.958$ αντί 1,

$$k_f = 10536.958$$

Για πυκνωτή $C = 0.01\mu\text{F}$ που ζητείται, το k_m γίνεται.

$$(1/k_f * k_m) * C_1 = 0.01\mu\text{F} \Rightarrow k_m = 557.330147$$

Για την κλιμακοποίηση ισχύει ότι $R_n = k_m * R_o$ και $C_n = C_o/k_f * k_m$ (σχέσεις κλιμακοποίησης)

Άρα **μετά την κλιμακοποίηση** τα μεγέθη του κυκλώματος γίνονται

$$R_1 = 1116.812737$$

$$R_2 = 5573.301465$$

$$R_3 = 282.399255$$

$$R_4 = 619.255718$$

$$R_5 = 557.330147$$

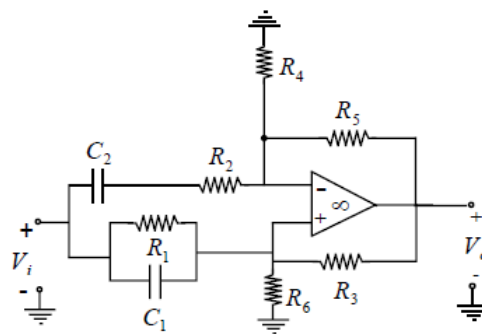
$$R_6 = 557.330147$$

$$C_1 = 0.01\mu\text{F} \text{ (όπως ζητείται στις προδιαγραφές)}$$

$$C_2 = 2.61\mu\text{F}$$

Κυκλώματα HPN Boctor

Για την περίπτωση των μονάδων 2 και 4 όπου $\omega_o > \omega_z$ θα χρησιμοποιηθούν τα HPN Boctor του παρακάτω σχήματος



Σχ. 7.24(β)

Από την εκφώνηση της εργασίας αναφέρεται ότι για τον υπολογισμό των τιμών των στοιχείων του κυκλώματος πρέπει να χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση BoctorHighPass.m που δίνεται έτοιμη. Άρα μετά από την εισαγωγή των δεδομένων στην συνάρτηση παίρνουμε τις ακόλουθες τιμές για τα στοιχεία.

Πρέπει να σημειωθεί ότι το παραπάνω κύκλωμα ισχύει μόνο όταν ικανοποιείται η σχέση 7-167 όπως φαίνεται παρακάτω.

$$Q < \frac{1}{1 - \frac{\omega_z^2}{\omega_o^2}} \quad (\omega_z < \omega_o) \quad (7-167)$$

Μονάδα 2 : HPN Boctor

Για την μονάδα έχουμε $\omega_0 = 26861.674$, $\omega_z = 15700$ και $Q = 1.1277$

Με βάση την προηγούμενη σχέση (7-167) βλέπουμε ότι

$$1/(1-(\omega_z/\omega_0)^2) = 1/(1 - 0.3416) = \mathbf{1.5188 > Q}$$

Άρα βλέπουμε ότι το φίλτρο **μπορεί** να κατασκευαστεί.

Άρα η BoctorHighPass (15700, 26861.674787, 1.127716) δίνει.

R1: 8.1727 KΩ

R2: 4.9640 KΩ

R3: 62.6725 Ω

R4: 100 Ω

R5: 100 Ω

R6: 61.7598 Ω

C1: 0.01μF

C2: 0.01μF

Και κέρδος για τις υψηλές συχνότητες :

$$H_H = 2$$

Και κέρδος για τις χαμηλές συχνότητες :

$$H_L = H_H * \omega_z^2 / \omega_0^2 = 2 * 0.3416 = 0.6832$$

Μονάδα 4

Ομοίως με πριν

Για την μονάδα έχουμε $\omega_0 = 23392.898$, $\omega_z = 15700$ και $Q = 7.662$

Από την προηγούμενη σχέση (7-167)

$$1/(1-(\omega_z/\omega_0)^2) = 1/(1 - 0.4504) = \mathbf{1.8196 < Q}$$

Άρα βλέπουμε ότι το φίλτρο **ΔΕΝ** μπορεί να κατασκευαστεί.

Δεδομένου ότι η μονάδα 4 δεν ικανοποιεί της συνθήκες που θέτει το HPN Boctor φίλτρο θα πρέπει να αναζητήσουμε μια άλλη διάταξη για την κατασκευή της μονάδας. Για αυτό το σκοπό θα στραφούμε στο **απλό κύκλωμα HPN** (όπως αναφέρεται και στο script BoctorHighPass.m). Η μορφή του κυκλώματος δίνεται παρακάτω.

Στρατηγική σχεδίασης

$$k_1 = \frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} - 1 \quad (7-135)$$

$$k_2 = \frac{(2 + k_1)Q^2}{(2 + k_1)Q^2 + 1} \quad (7-136)$$

$$k = k_2 \left(\frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} \right) \quad (\text{κέρδος στις υψηλές συχνότητες}) \quad (7-137)$$

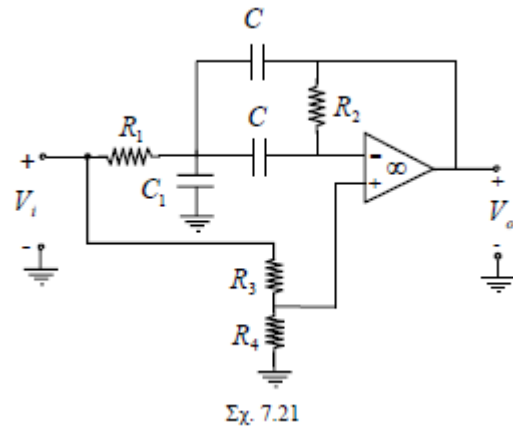
$$R_2 = Q^2(k_1 + 2)^2 \quad (7-138)$$

Εάν θεωρήσουμε ότι $R_3 = R_1 = 1$ και $\omega_0 = 1$

$$R_4 = Q^2(k_1 + 2) \quad (7-139)$$

$$C = \frac{1}{Q(2 + k_1)} \quad (7-140)$$

$$C_1 = k_1 C$$



Υπενθυμίζουμε ότι για την μονάδα έχουμε $\omega_0 = 23392.898$, $\omega_z = 15700$ και $Q = 7.662$

Άρα εκτελώντας τις παραπάνω πράξεις με την βοήθεια του matlab με το script

LPNBocorStrategy.m παίρνουμε.

$$\omega_z^2 / \omega_o^2 = 0.450434$$

$$k_1 = 1.220081$$

$$k_2 = 0.994738$$

$$k = 2.208398$$

$$R_1 = 1$$

$$R_2 = 608.720308$$

$$R_3 = 1$$

$$R_4 = 189.038840$$

$$C = 0.040531$$

$$C_1 = 0.049452$$

Και κέρδος για τις υψηλές συχνότητες :

$$H_H = k = 2.208398$$

Και κέρδος για τις χαμηλές συχνότητες :

$$H_L = H_H * \omega_z^2 / \omega_o^2 = 2.208398 * 0.450434 = 0.994738$$

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_0 = 23392.898$ αντί 1,

$$kf = 23392.898$$

Για πυκνωτή $C_{des} = 0.01 \mu F$ που ζητείται, το km γίνεται.

$$(1/kf * km) * C = 0.01 \mu F \Rightarrow km = 173.263498$$

Για την κλιμακοποίηση ισχύει ότι $R_n = km * R_o$ και $C_n = C_o / kf * km$ (σχέσεις κλιμακοποίησης)

Άρα μετά την κλιμακοποίηση τα μεγέθη του κυκλώματος γίνονται

$$R1 = 173.263 \Omega$$

$$R2 = 105.469 K\Omega$$

$$R3 = 173.2634 K\Omega$$

$$R4 = 32.75 \Omega$$

$$C = 0.01 \mu F = 10 nF$$

$$C1 = 12.2 nF$$

Ρύθμιση κέρδους

Από τις 4 παραπάνω μονάδες παίρνουμε τα αντίστοιχα κέρδη στις χαμηλές συχνότητες

$$\text{Μονάδα 1 : } K_L = 1.348284$$

$$\text{Μονάδα 2 : } K_L = 0.6832$$

$$\text{Μονάδα 3 : } K_L = 1.473472$$

$$\text{Μονάδα 4 : } K_L = 0.994738$$

$$\text{Άρα συνολικά θα έχουμε κέρδος : } H_{\text{total}} = 1.348284 * 0.6832 * 1.473472 * 0.994738 \Rightarrow H_{\text{total}} = 1.3501$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στις χαμηλές συχνότητες να είναι 0dB δηλαδή $|T| = 1$. Επομένως αποσβένουμε στο τέλος με μια αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος

$$K = 1/1.3501 = 0.7407$$

όπου $r2/r1 = 0.7407$ και επιλέγουμε $r1 = 10 K\Omega$ άρα $r2 = 7.407 K\Omega$

• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

ΖΩΝΟΦΡΑΚΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΜΕ ΑΡΝΗΤΙΚΗ ΑΝΑΔΡΑΣΗ (ΦΙΛΤΡΑ NOTCH)

Η γενική μορφή μιας ζωνοφρακτικής συνάρτησης μεταφοράς είναι:

$$T_{BE}(s) = H \cdot \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_o}{Q}s + \omega_o^2} \quad (7-121)$$

Έχουμε υλοποίηση του συστήματος με φίλτρα Notch επομένως οι συναρτήσεις μεταφορά όλων των μονάδων εκφράζονται σύμφωνα με τον παραπάνω τύπο.

Τα κέρδη κάθε μονάδας στις υψηλές συχνότητες είναι

$$H1 = 0.460590;$$

$$H2 = 2;$$

$$H3 = 0.663702;$$

$$H4 = 2.208398;$$

τα οποία εισέρχονται στον παραπάνω τύπο. Άρα με χρήση της συνάρτησης tf() του matlab παίρνουμε τις παρακάτω συναρτήσεις μεταφοράς.

ΜΟΝΑΔΑ (I)

$$T1 = \frac{0.4606 s^2 + 1.135e08}{s^2 + 8137 s + 8.42e07}$$

ΜΟΝΑΔΑ (II)

$$T2 = \frac{2 s^2 + 4.93e08}{s^2 + 2.382e04 s + 7.215e08}$$

ΜΟΝΑΔΑ (III)

$$T3 = \frac{0.6637 s^2 + 1.636e08}{s^2 + 1375 s + 1.11e08}$$

ΜΟΝΑΔΑ (VI)

$$T4 = \frac{2.208 s^2 + 5.443e08}{s^2 + 3053 s + 5.472e08}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς χωρίς ρύθμιση του κέρδους (δηλαδή το γινόμενο των προηγούμενων) φαίνεται παρακάτω.

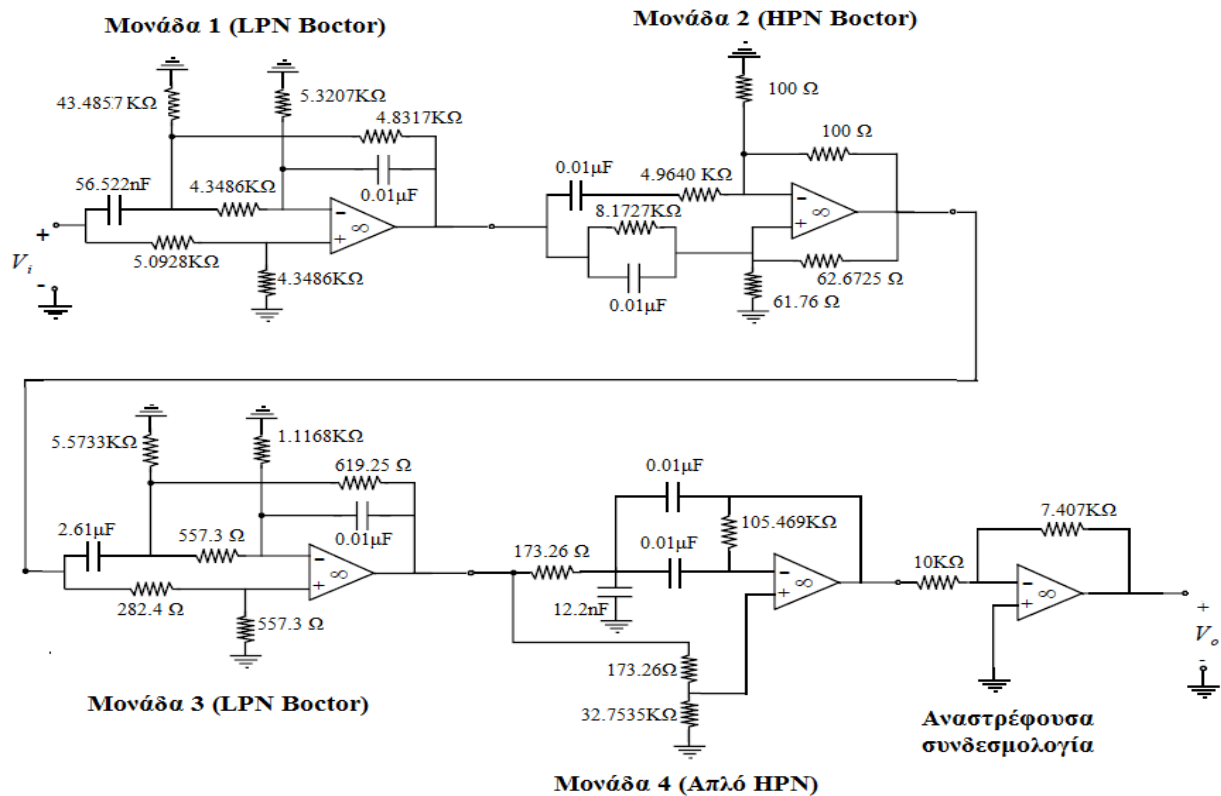
$$T = \frac{1.35 s^8 + 1.331e09 s^6 + 4.922e17 s^4 + 8.088e25 s^2 + 4.984e33}{s^8 + 3.638e04 s^7 + 1.804e09 s^6 + 3.456e13 s^5 + 8.534e17 s^4 + 8.52e21 s^3 + 1.096e26 s^2 + 5.449e29 s + 3.691e33}$$

Μετά την ρύθμιση κέρδους η τελική συνάρτηση είναι

$$T_{total} = \frac{1.35 s^8 + 1.331e09 s^6 + 4.922e17 s^4 + 8.088e25 s^2 + 4.984e33}{1.35 s^8 + 4.912e04 s^7 + 2.435e09 s^6 + 4.666e13 s^5 + 1.152e18 s^4 + 1.15e22 s^3 + 1.479e26 s^2 + 7.356e29 s + 4.984e33}$$

Παρατηρούμε ότι στις χαμηλές συχνότητες $s = 0$ έχουμε $|T_{total}| = 1$ αφού οι σταθεροί όροι αριθμητή και παρονομαστή είναι ίσοι.

Χρησιμοποιώντας τα ζωνοφρακτικά κυκλώματα Notch που παρουσιάστηκαν προηγουμένως και σύμφωνα με την ανάλυση που έγινε η κυκλωματική μορφή του **ζωνοφρακτικού φίλτρου Chebyshev** φαίνεται παρακάτω με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των ζωνοφρακτικών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του ζωνοφρακτικού φίλτρου Chebyshev και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB των μονάδων φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση `plot_transfer_function.m` με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

Υπενθυμίζουμε τις προδιαγραφές του φίλτρου

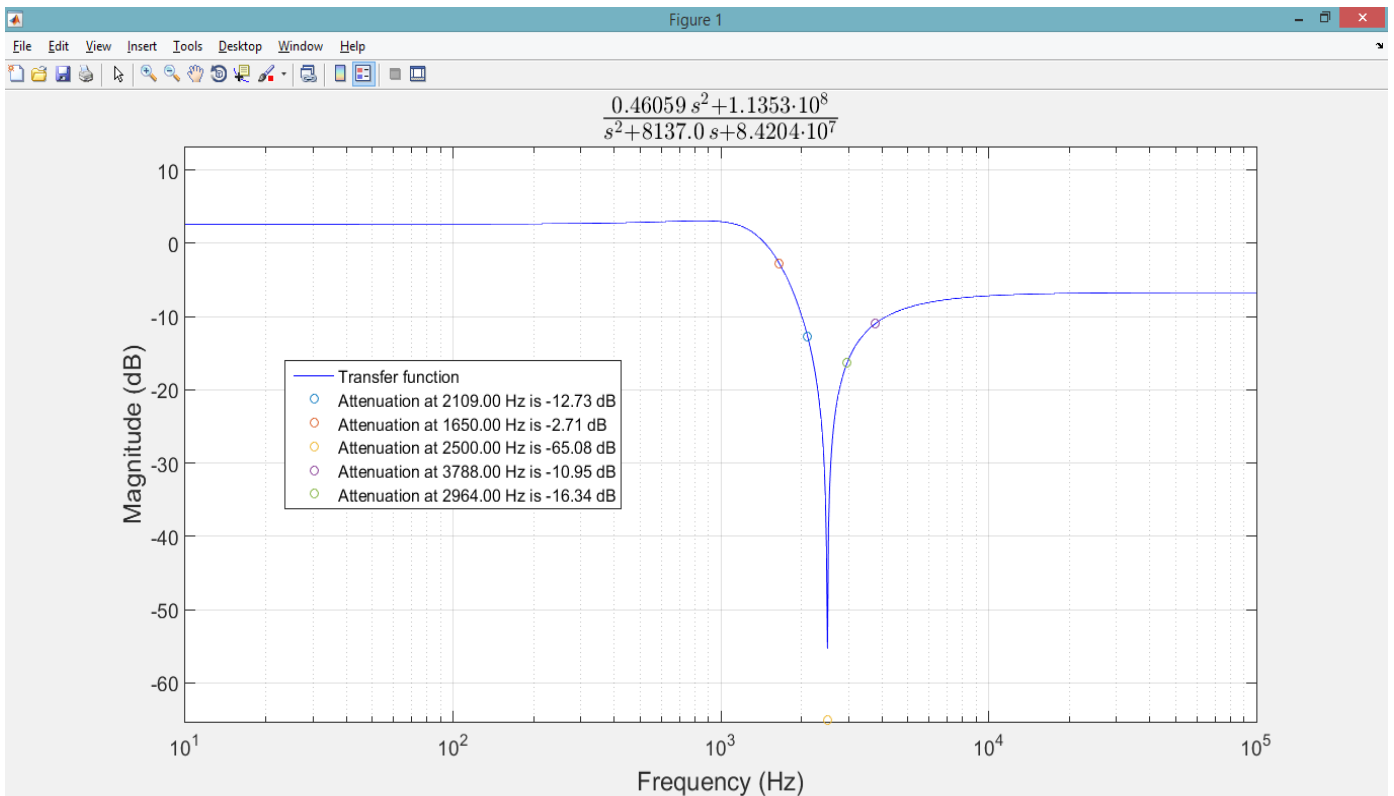
$f_0 = 2.5\text{KHz}$, $f_1 = 1.65\text{KHz}$, $f_2 = 3.788\text{KHz}$, $f_3 = 2.109\text{KHz}$ και $f_4 = 2.964\text{KHz}$

Για τις αποσβέσεις είναι:

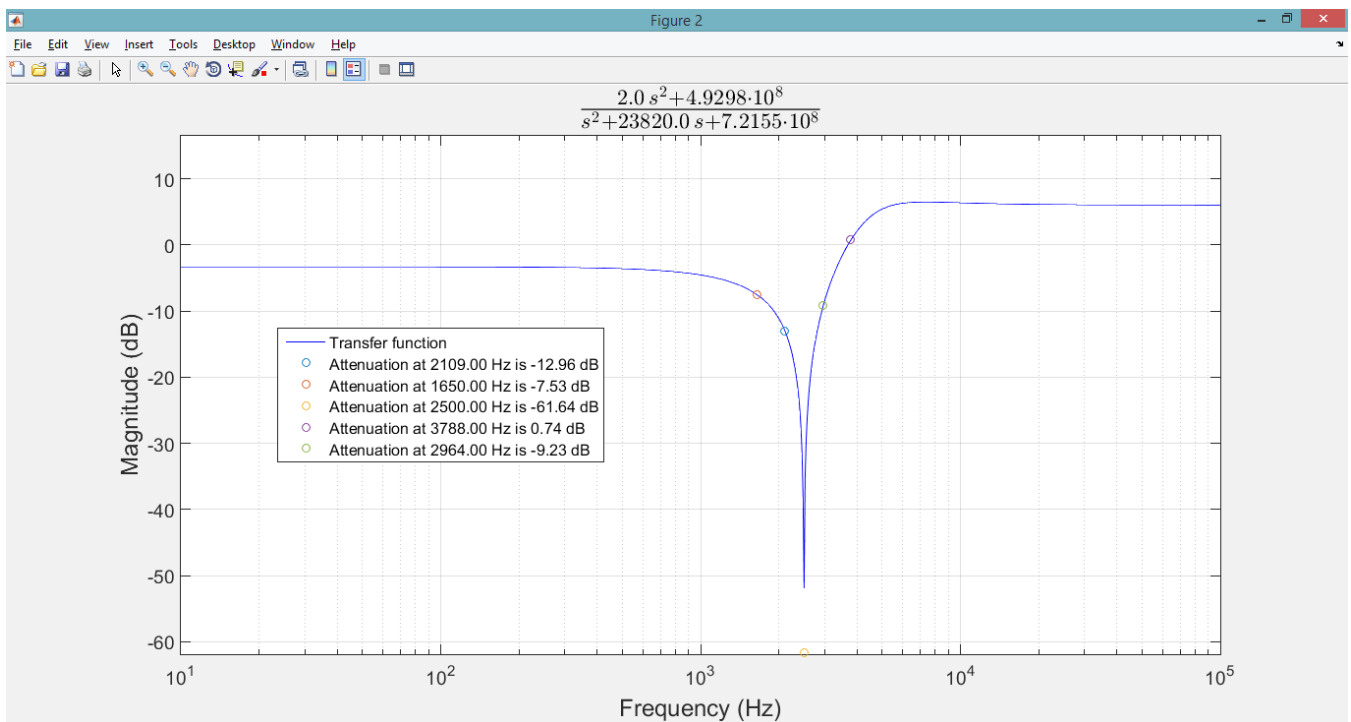
$a_{\min} = 26\text{ dB}$

$a_{\max} = 0.5\text{ dB}$

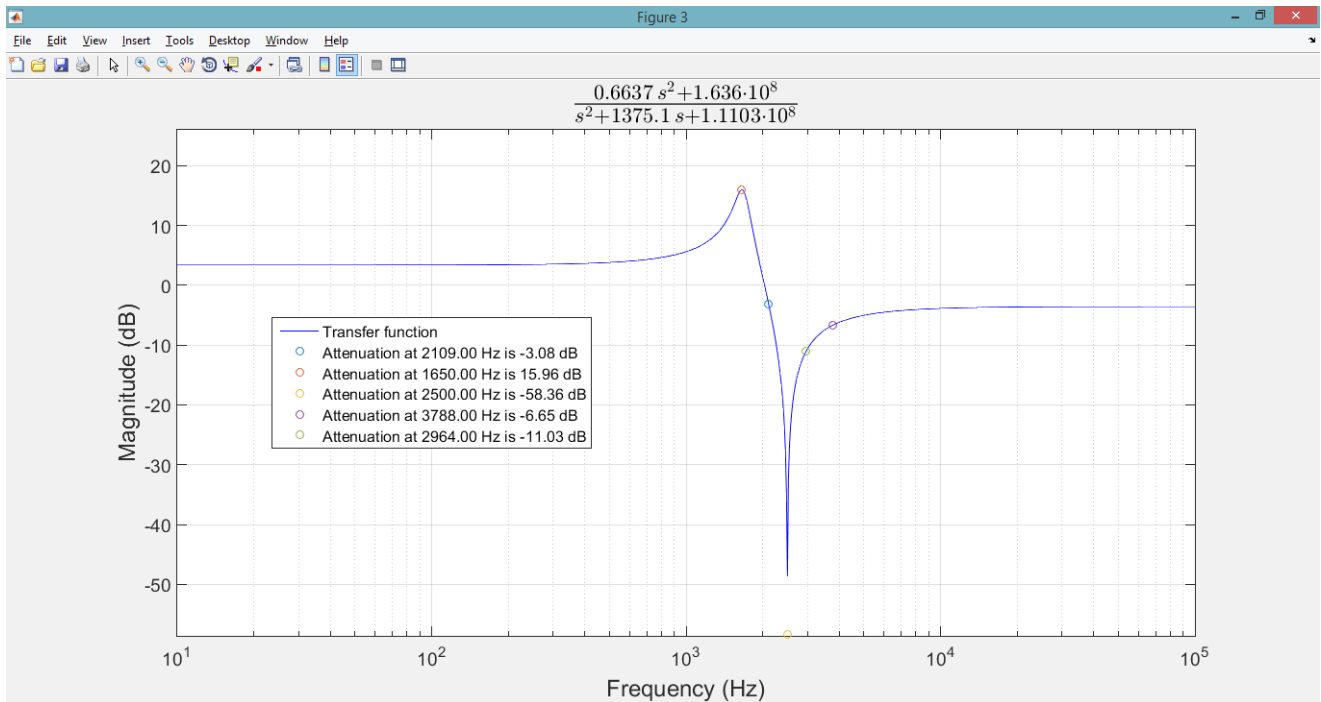
Μονάδα 1 : Ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN Buctor



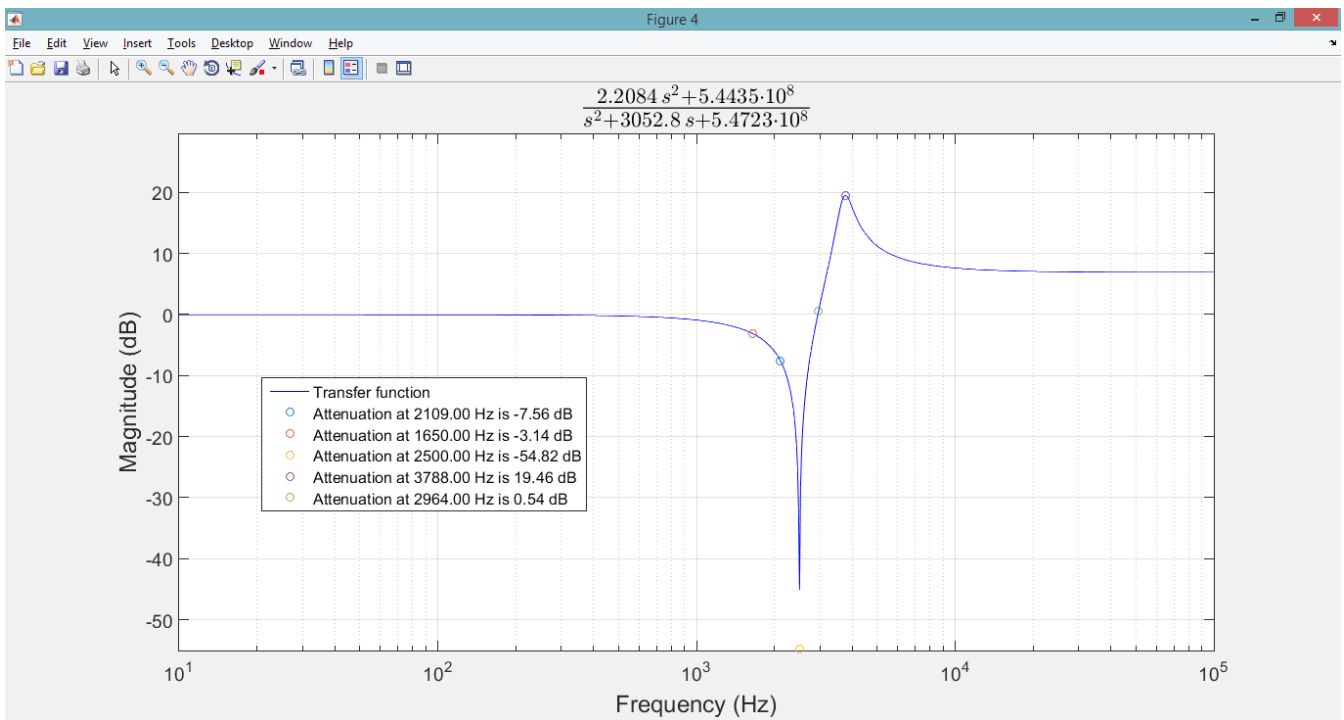
Μονάδα 2 : Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN Buctor



Μονάδα 3 : Ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN Bactor

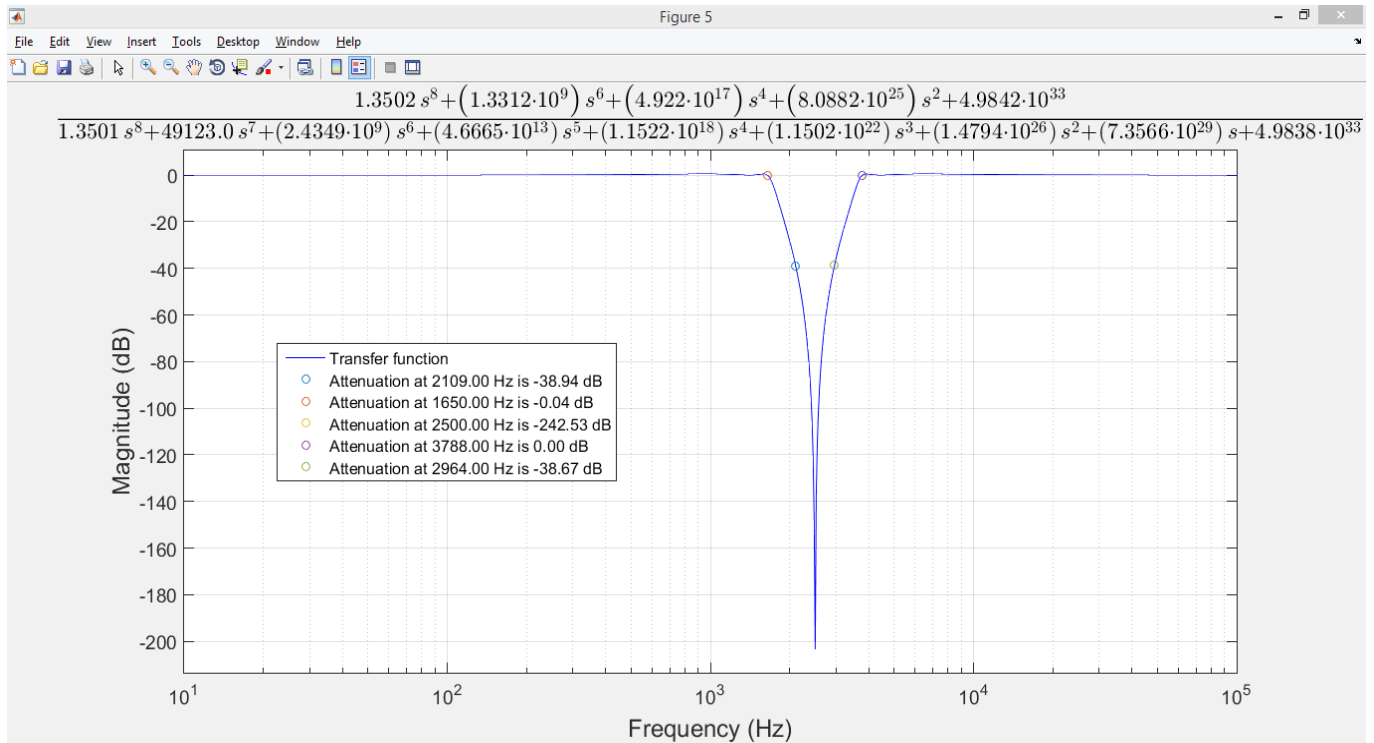


Μονάδα 4 : Ζωνοφρακτικό φίλτρο απλό LPN

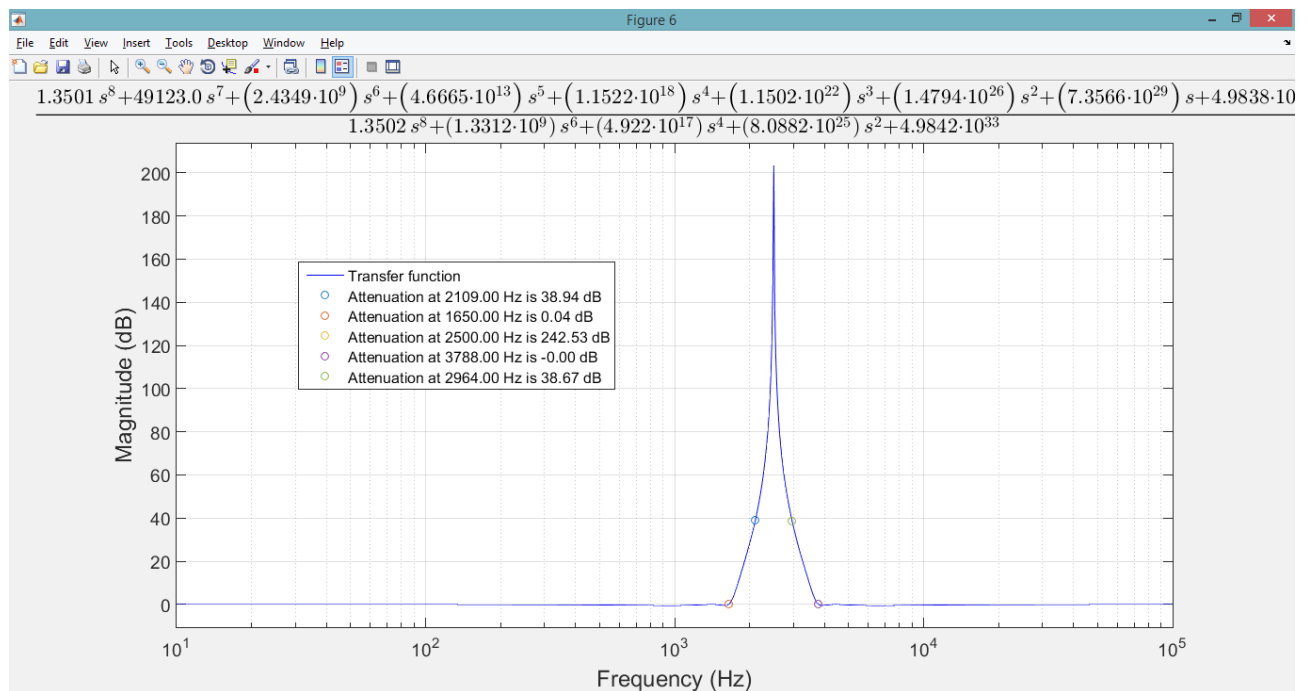


Συνολική συνάρτηση μεταφοράς ζωνοφρακτικού φίλτρου Chebyshev με ρύθμιση κέρδους

Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.



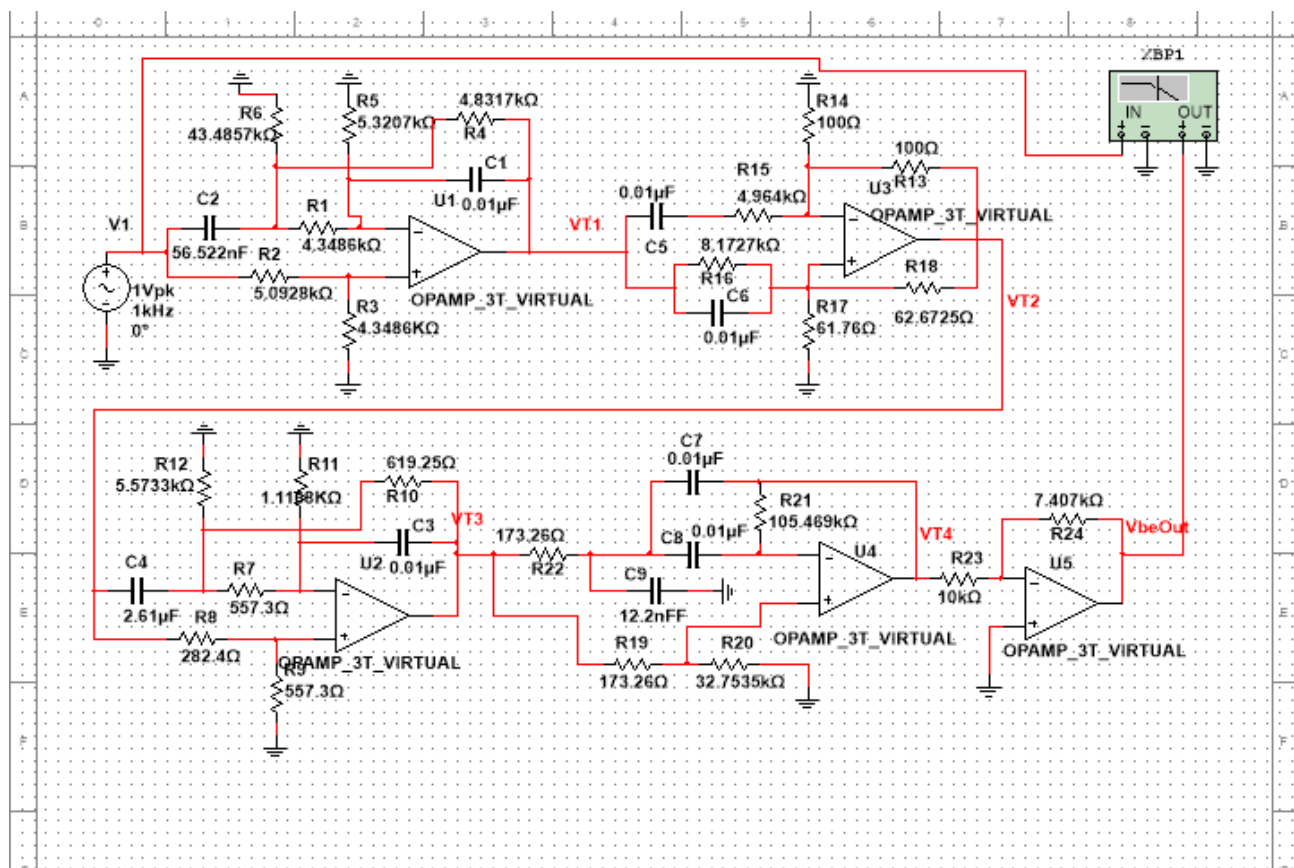
Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



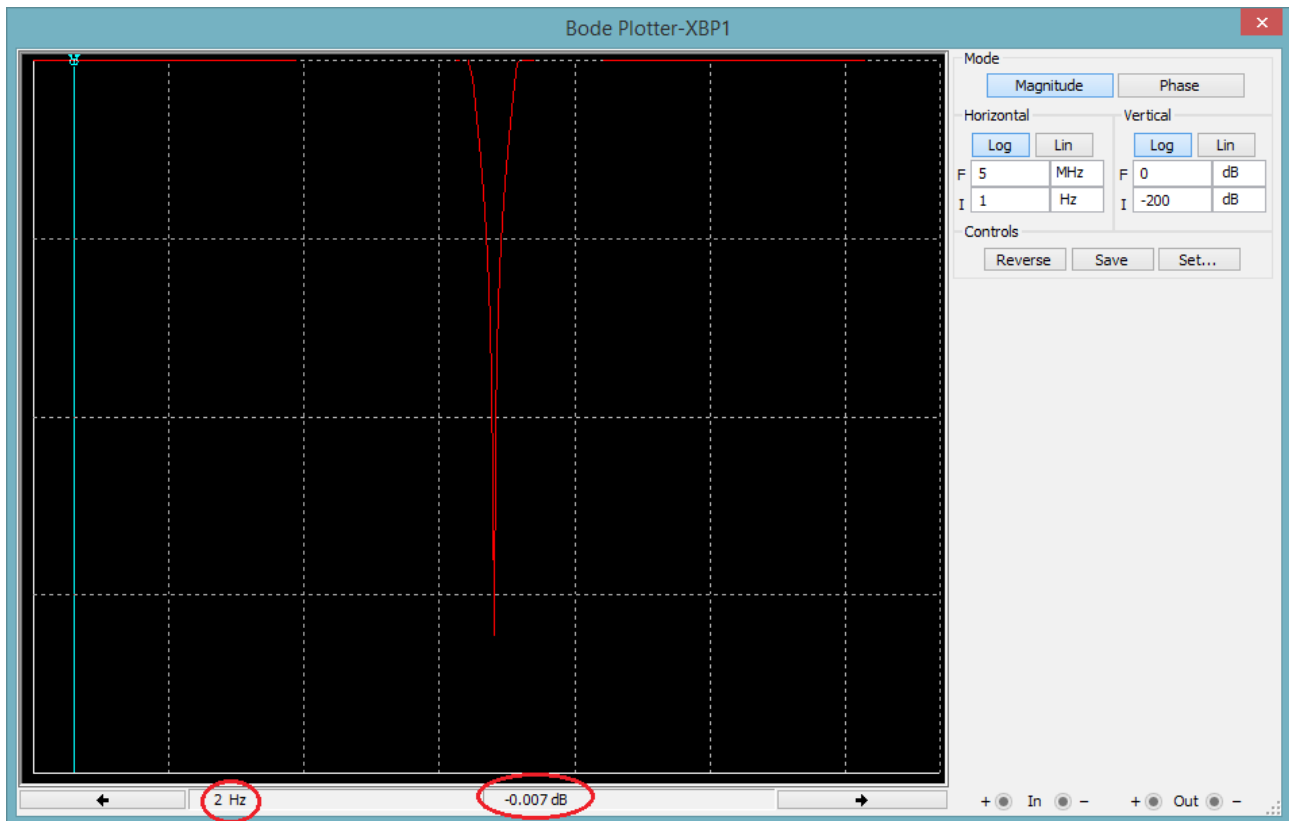
Παρατηρώντας το τελευταίο διάγραμμα όπου απεικονίζεται η απόσβεση του φίλτρου είναι φανερό ότι η θεωρητική ανάλυση που εκτελέστηκε και τα συστήματα που κατασκευάστηκαν οδήγησαν το επιθυμητό αποτέλεσμα. Συγκεκριμένα στο σχήμα σημειώνονται οι βασικές συχνότητες που ορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής, για τις οποίες βλέπουμε ότι οι αποσβέσεις είναι περίπου στα 0.04dB και 38.67 dB αντίστοιχα, δηλαδή οι προδιαγραφές που έχουν τεθεί ικανοποιούνται από το σύστημα το οποίο τελικά όπως διακρίνουμε αποτελεί ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο. Επιπροσθέτως, είναι φανερό από το διάγραμμα ότι η ρύθμιση κέρδους που εκτελέσαμε οδήγησε το φίλτρο σε τιμή απόσβεσης 0dB για τις χαμηλές συχνότητες. Τέλος μια ακόμα σημαντική πληροφορία που δίνουν τα διαγράμματα σχετίζεται με τα μηδενικά των συστημάτων, όλα τα συστήματα έχουν πολλαπλά μηδενικά στο σημείο $f = 15700 \text{ rad/sec} \Rightarrow f/2\pi = 2.5 \text{ KHz}$ δηλαδή στην κεντρική συχνότητα. Από τα παραπάνω σχήματα βλέπουμε ότι για όλα τα φίλτρα καθώς και για το τελικό σύστημα η συχνότητα αυτή αντιστοιχεί στο σημείο με την μέγιστη απόσβεση.

Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα. Εισάγουμε λοιπόν τις μονάδες Notch που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



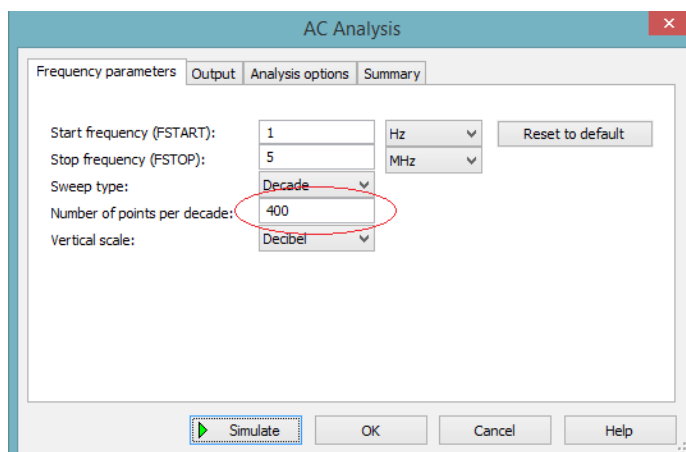
- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :

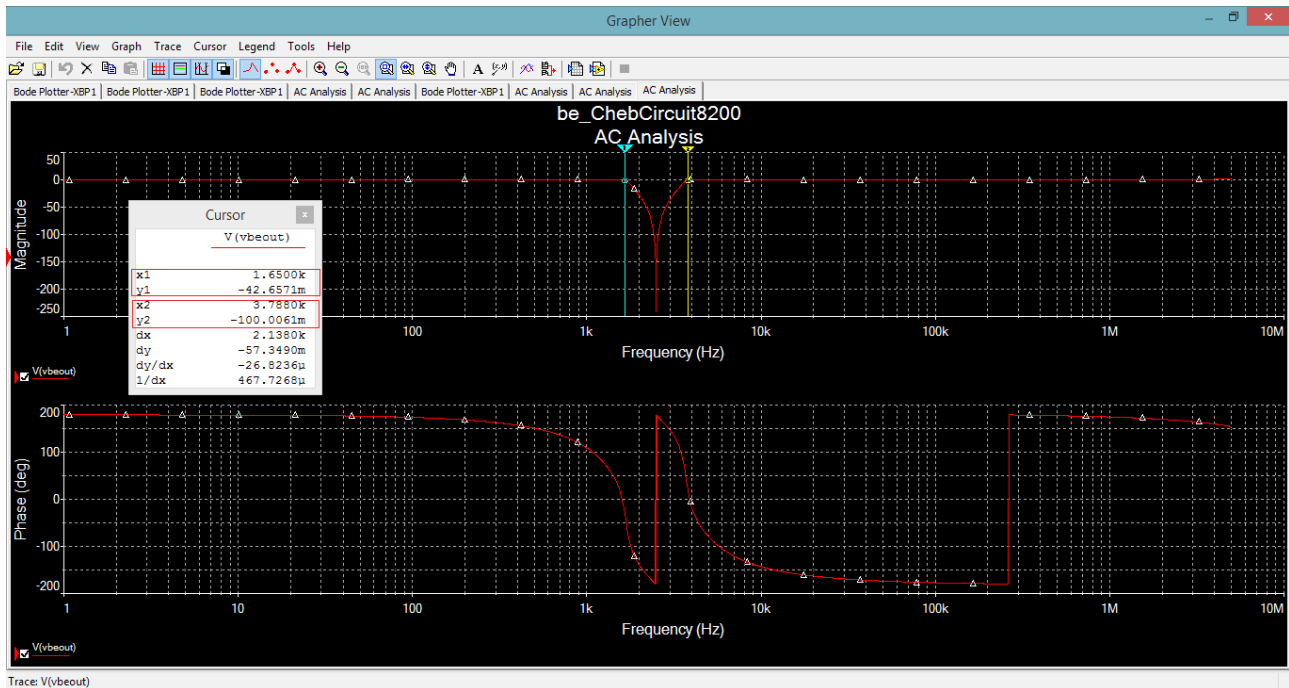


Μια πρώτη εικόνα της απόκρισης του συστήματος δείχνει ότι το σύστημα συμπεριφέρεται σαν ζωνοφρακτικό φίλτρο επιπλέον οι προδιαγραφές για το κέρδος 0dB για τις χαμηλές συχνότητες καλύπτεται καθώς από ότι μπορούμε να δούμε ο κέρσορας έχει τοποθετηθεί στην συχνότητα των 2Hz για την οποία δίνεται η τιμή των $-0.007 \text{ dB} = 0 \text{ dB}$.

Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει την συνολική συνάρτηση μεταφοράς όπως δίνεται από την εκτέλεση AC analysis με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.

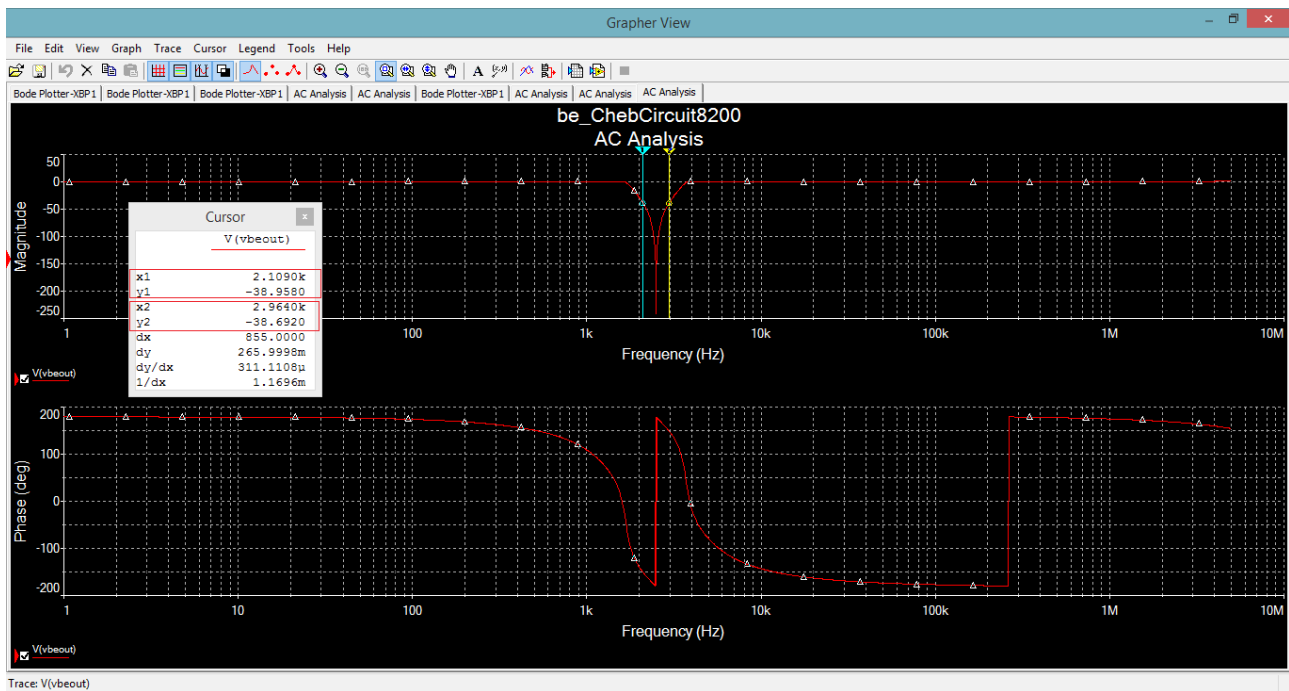
Στις ρυθμίσεις της AC analysis ορίζουμε μεγάλη πυκνότητα σημείων (400) ανα δεκάδα ώστε να πάρουμε διάγραμμα με μεγάλη ακρίβεια στις τιμές του





Στο διάγραμμα οι κέρσορες έχουν τοποθετηθεί στις συχνότητες διόδου 1.65KHz και 3.788KHz για τις οποίες παίρνουμε τις τιμές $-42.6571\text{m} \approx 0.042\text{ dB} < 0.5\text{dB}$ και επίσης $100.0061\text{m} \approx 0.1\text{ dB} < 0.5\text{dB}$ και άρα έχουμε ικανοποίηση των προδιαγραφών.

Παρακάτω προβάλλουμε το ίδιο διάγραμμα αλλά για τις συχνότητες αποκοπής 2.109KHz και 2.964KHz. Οι τιμές της απόκρισης που μας δίνει το παρακάτω διάγραμμα είναι 38.94 dB για την συχνότητα των 2.109KHz και 38.69 για την συχνότητα των 2.964KHz που είναι αρκετά πιο μεγάλες από την προδιαγραφή των 26 dB.



Από τα προηγούμενα διαγράμματα γίνεται φανερό ότι τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε από την ανάλυση του κυκλώματος συμβαδίζουν με την θεωρητική ανάλυση που εκτελέστηκε με την χρήση του matlab καθώς τα διαγράμματα όπως βλέπουμε είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις. Συνοψίζοντας, από τα σχόλια που έγιναν σχετικά με τα διαγράμματα τελικά οι ανάλυση και η κατασκευή του φίλτρου ήταν επιτυχής και έτσι το κύκλωμα αντιστοιχεί σε ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Chebyshev το οποίο ικανοποιεί τις αρχικές προδιαγραφές.

- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα μια πηγή περιοδικού σήματος. Σύμφωνα με την εκφώνηση το επιθυμητό σήμα εισόδου είναι.

Αν $a_4 \in \{8, 9, 0, 1\}$ ένα περιοδικό σήμα της μορφής:

$$f(t) = 0.5 \cos \left(\left(\omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_3}{2} \right) t \right) + 0.8 \cos \left(\left(\omega_0 + \frac{\omega_0 + \omega_3}{3} \right) t \right) \\ + 0.8 \cos (0.4\omega_1 t) + 0.6 \cos (2.5\omega_2 t) + 1.2 \cos (3\omega_2 t)$$

Μετά την εκτέλεση των πράξεων η συνάρτηση αποκτάει την μορφή

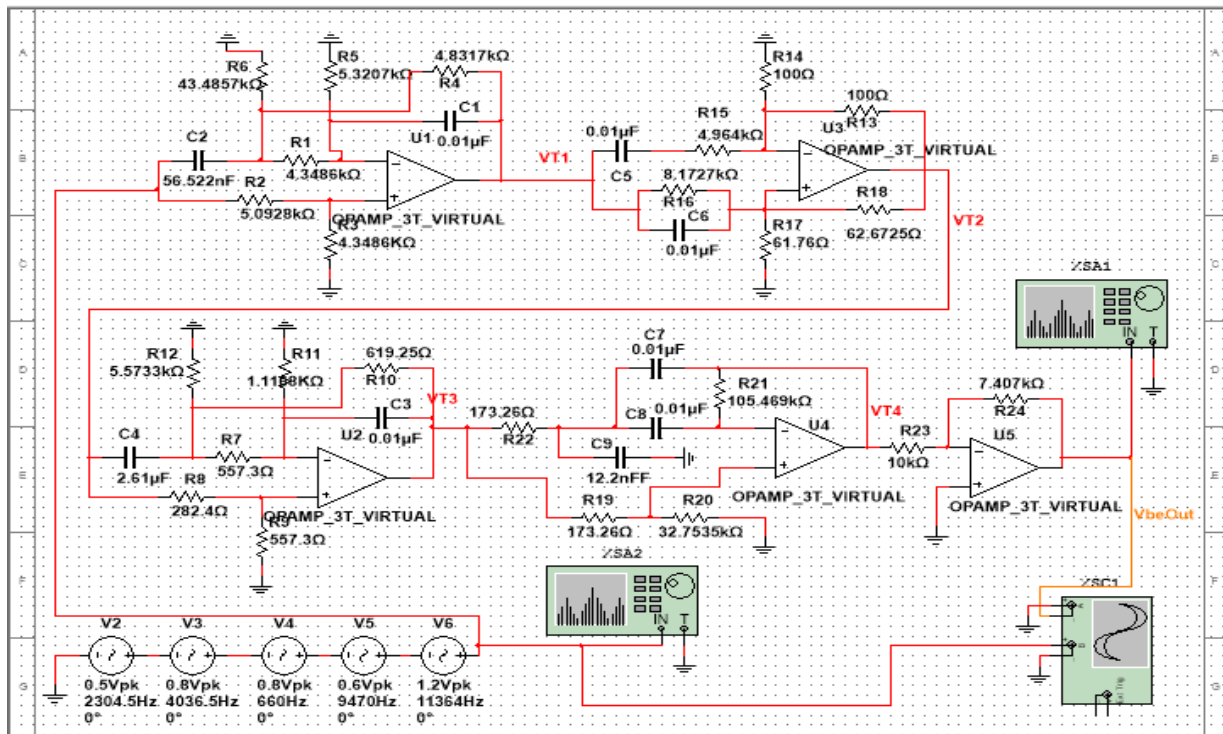
$$f(t) = 0.5 \cos(2\pi 2304.5t) + 0.8 \cos(2\pi 4036.5t) + 0.8 \cos(2\pi 660t) + 0.6 \cos(2\pi 9470t) + 1.2 \cos(2\pi 11364t)$$

Άθροισμα αρμονικών σημάτων με συχνότητες

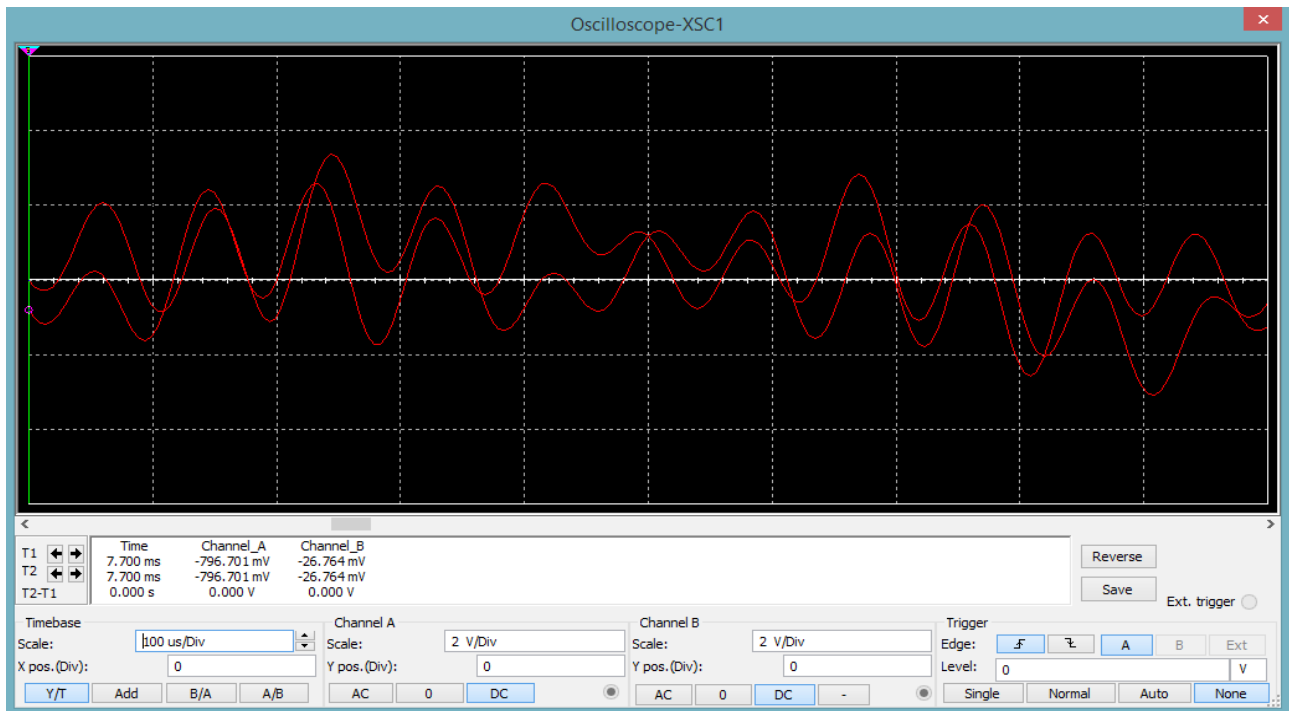
$f_a = 2304.5 \text{ Hz}, f_b = 4036.5, \text{ Hz}, f_c = 660 \text{ Hz}, f_d = 9470 \text{ Hz}, f_e = 11364 \text{ Hz}$

Παρατηρώντας τις παραπάνω συχνότητες βλέπουμε ότι η συχνότητα $f_a = 2304.5 \text{ Hz}$ βρίσκεται μέσα στην ζώνη αποκοπής (1.65KHz ως 3.788KHz) του φίλτρου ενώ οι υπόλοιπες συχνότητες βρίσκονται στην ζώνη διάβασης. Επομένως μπορούμε να προβλέψουμε ότι το αποτέλεσμα από την εισαγωγή του σήματος στο φίλτρο θα είναι να αποκοπεί το σήμα σε αυτή τη συχνότητα και τα υπόλοιπα σήματα να περάσουν ανεπηρέαστες.

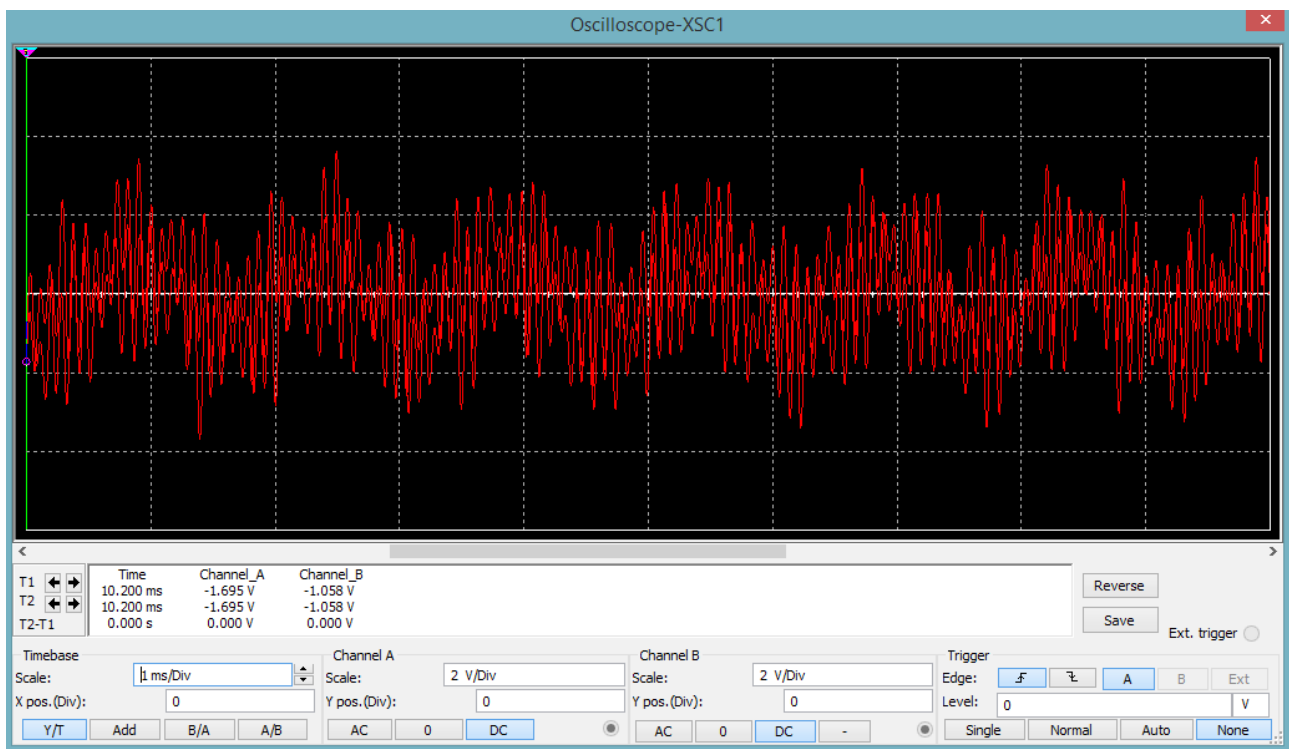
Κατασκευάζουμε στο multisim το παρακάτω κύκλωμα όπου συνδέουμε στην είσοδο σε σειρά αρμονικές πηγές των παραπάνω συχνοτήτων ώστε τελικά να πάρουμε το συνολικό σήμα $f(t)$.



Να σημειωθεί ότι λόγω της αναστρέφουσας συνδεσμολογίας η έξοδος του συστήματος είναι ανεστραμμένη. Για να πάρουμε συγκρίσιμα αποτελέσματα για τα σήματα εισόδου και εξόδου όπως φαίνεται και στο παραπάνω σχήμα το σήμα εξόδου έχει συνδεθεί αντίστροφα στο παλμογράφο, δηλαδή στον αρνητικό ακροδέκτη. Επομένως στο παρακάτω διάγραμμα έχουμε το αποτέλεσμα από τα σήματα εισόδου εξόδου. Στα παραπάνω διαγράμματα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: V/Div, sec/Div κτλ.).



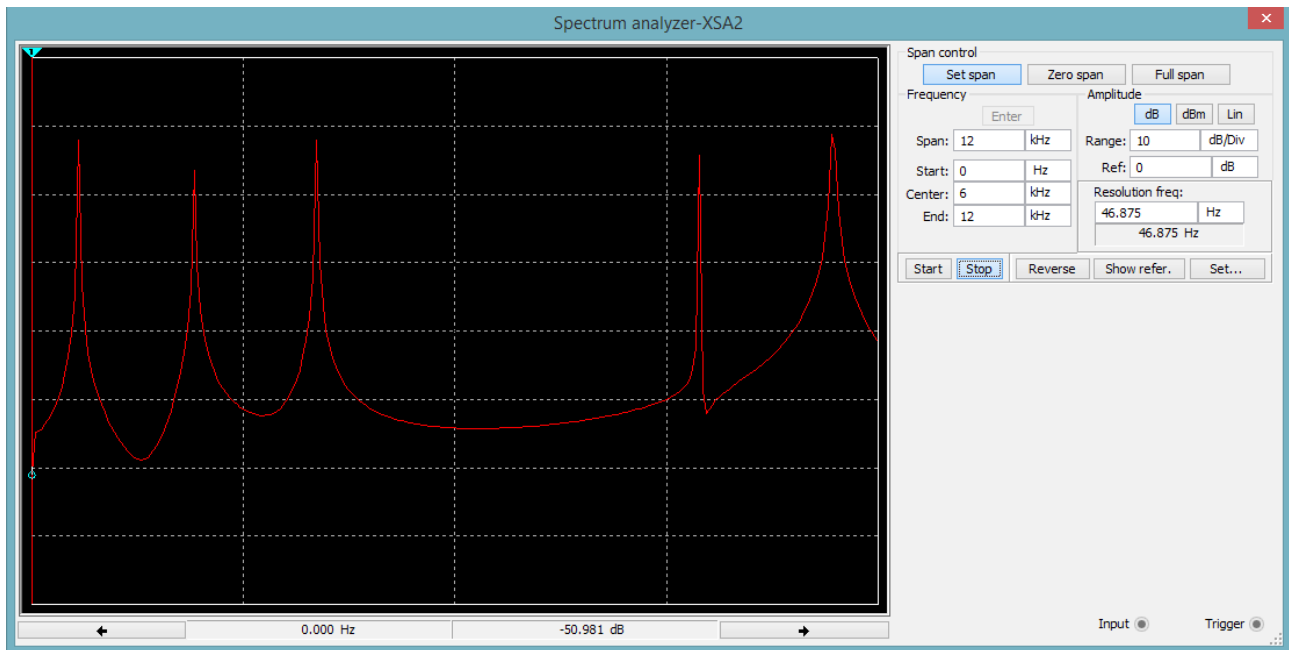
Αλλάζοντας την κλίμακα του χρόνου από 100us/Div σε 1ms/Div έχουμε



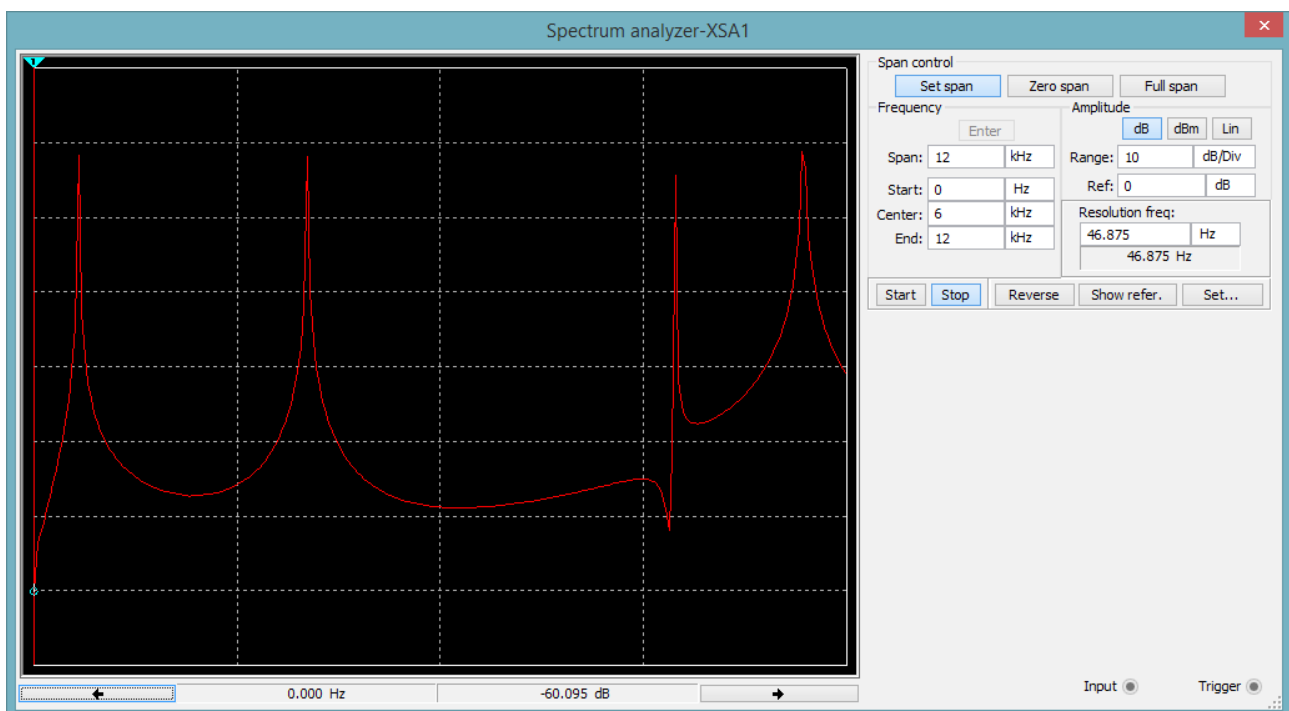
Παρατηρώντας τα σχήματα βλέπουμε ότι τα σήματα εισόδου και εξόδου περιέχουν σήματα με την ίδια περίοδο αφού φαίνεται ότι εμφανίζονται η ίδιες περιοδικότητες στην μεταβολή τους αλλά λόγω των την διαφοράς που έχουν τα δύο σήματα υποθέτουμε ότι το σήμα εξόδου δεν περιέχει όλα τα σήματα εισόδου. Η υπόθεση αυτή θα επιβεβαιωθεί καλύτερα με τα ακόλουθα διαγράμματα φάσματος.

Διαγράμματα φάσματος multisim

Φάσμα εισόδου



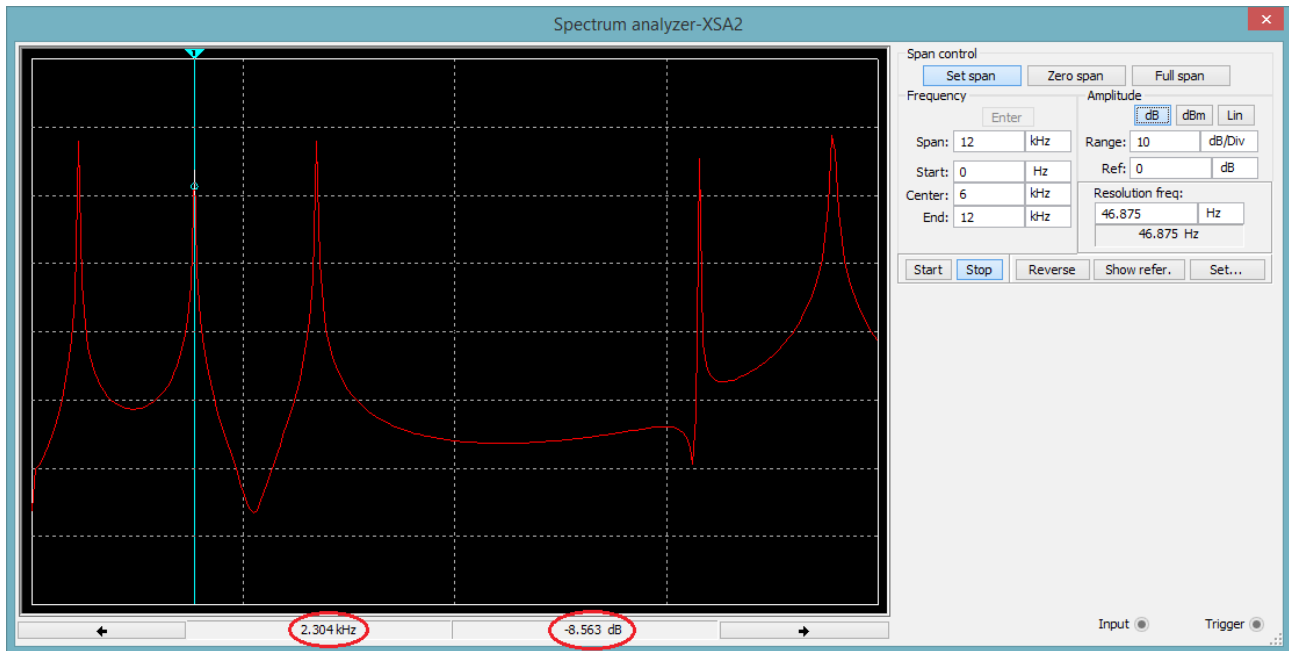
Φάσμα εξόδου



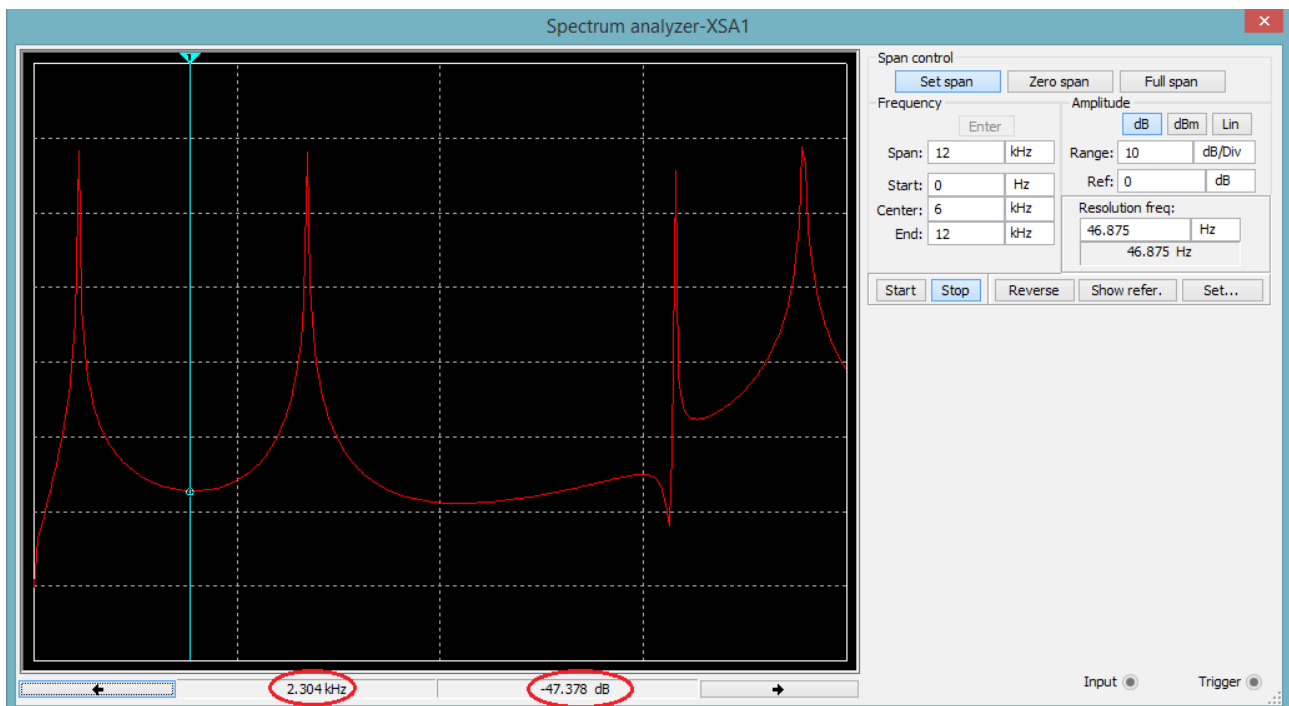
Από τα διαγράμματα γίνεται ξεκάθαρο ότι από το σήμα εξόδου λείπει το σήμα στην συχνότητα των 2304.5 Hz βρίσκεται μέσα στην ζώνη αποκοπής (1.65KHz ως 3.788KHz) του φίλτρου.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα ίδια διαγράμματα αλλά τώρα τοποθετούμε τους κέρσορες στην συχνότητα των 2304.5 Hz και έχουμε.

Φάσμα εισόδου



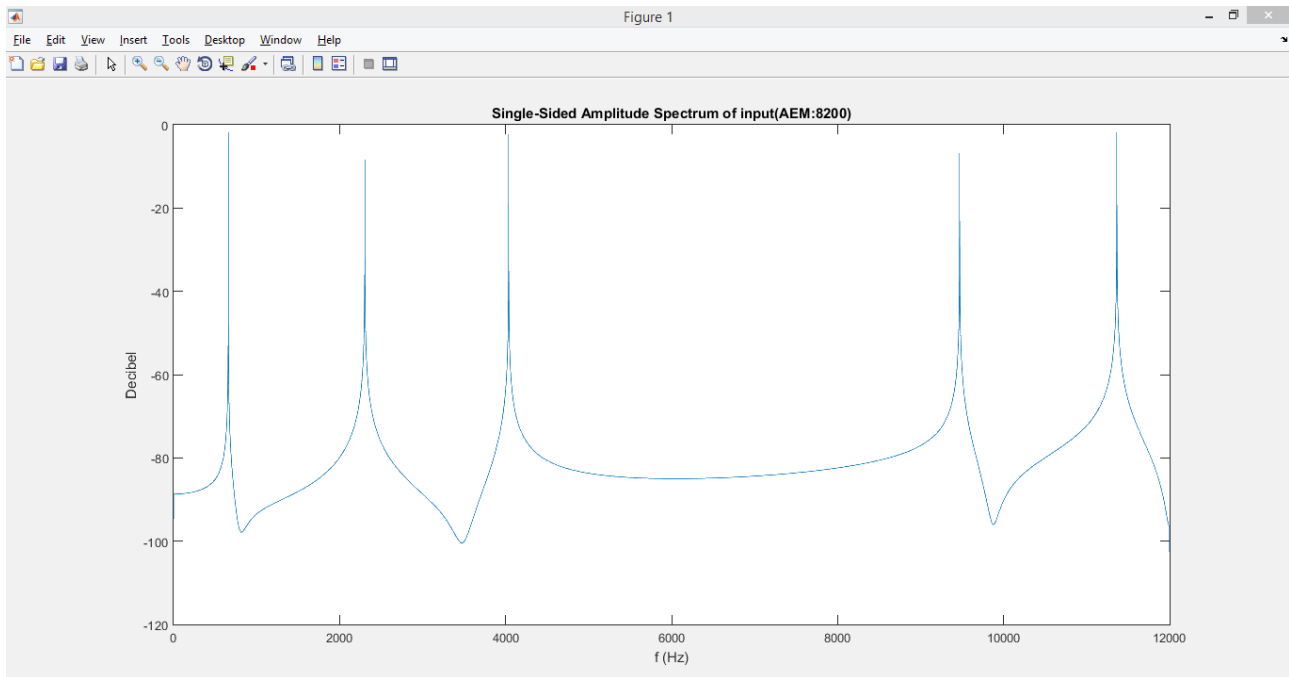
Φάσμα εξόδου



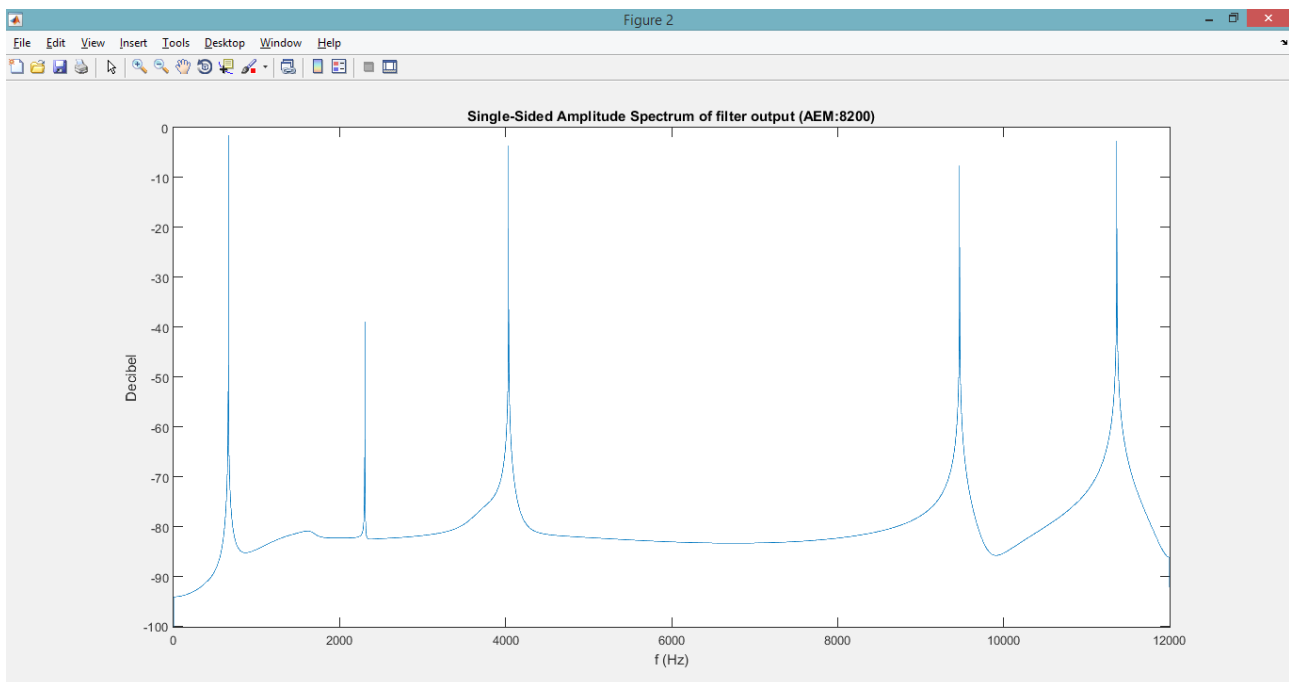
Επομένως τα αποτελέσματα είναι ξεκάθαρα και επιβεβαιώνουν την σωστή λειτουργία του φίλτρου.

Από την θεωρητική ανάλυση στο matlab παίρνουμε τα αντίστοιχα φάσματα των σημάτων εισόδου και εξόδου του φίλτρου.

Φάσμα Σήματος Εισόδου :



Φάσμα Σήματος Εξόδου :



Όπως ήταν αναμενόμενο τα αποτελέσματα του matlab επιβεβαιώνουν όσα ειπώθηκαν προηγουμένως. Στο διάγραμμα φαίνεται ξεκάθαρα η απόσβεση του σήματος συχνότητας 2304.5 Hz που βρίσκεται μέσα στην ζώνη αποκοπής (1.65KHz ως 3.788KHz) του φίλτρου.