

Γραφική με H/Y

Εργασία 1

Πλήρωση Τριγώνων

Μπεκιάρης Θεοφάνης ΑΕΜ:8200

Περιγραφή της λειτουργίας και του τρόπου κλήσης των προγραμμάτων.

Τα προγράμματα που περιέχονται στην εργασίας είναι όπως ακριβώς ζητούνται στην εκφώνηση της. Στην εργασία περιέχονται οι συναρτήσεις `Tripaint`, `findColor`, `findColor2`, `Painter` καθώς και ένα script με τα δεδομένα σημείων, τριγώνων και χρωμάτων που αναφέρονται στην εκφώνηση για την δημιουργία της εικόνας $M \times N$. Τέλος για να εκτελεστούν τα προγράμματα και να παραχθούν οι εικόνες με την χρήση των αντίστοιχων αλγορίθμων αρκεί η εκτέλεση των scripts με ονόματα `demo1A`, `demo1B`, `demo1C`.

Περιγραφή της διαδικασίας χρωματισμού των τριγώνων .

Τα τρία προγράμματα που βρίσκονται στις αντίστοιχες `Tripaint` διαφέρουν κατα κύριο λόγο στον τρόπο με τον οποίο υπολογίζουν τα ενεργά σημεία των τριγώνων προς πλήρωση-χρωματισμό.

Το πρόγραμμα της `TripaintA` υπολογίζει τα ενεργά σημεία επιλύοντας απευθείας τις εξισώσεις των πλευρών με βάση τις εξισώσεις

$$y = 1/m * x + b \text{ και } y = y_scanline \text{ όπου } d * m = y1 * m - x1$$

και $(x1, y1)$ σημεία της πλευράς.

Το πρόγραμμα της `TripaintB` υπολογίζει αναδρομικά τα ενεργά σημεία σύμφωνα με τις εξισώσεις των σημειώσεων του μαθήματος και πιο συγκεκριμένα της σχέσης

$$d_{i+1} = d_i + m$$

όπου d_i τα ενεργά σημεία και m από την σχέση $y = 1/m * x + b$ των εξισώσεων των πλευρών.

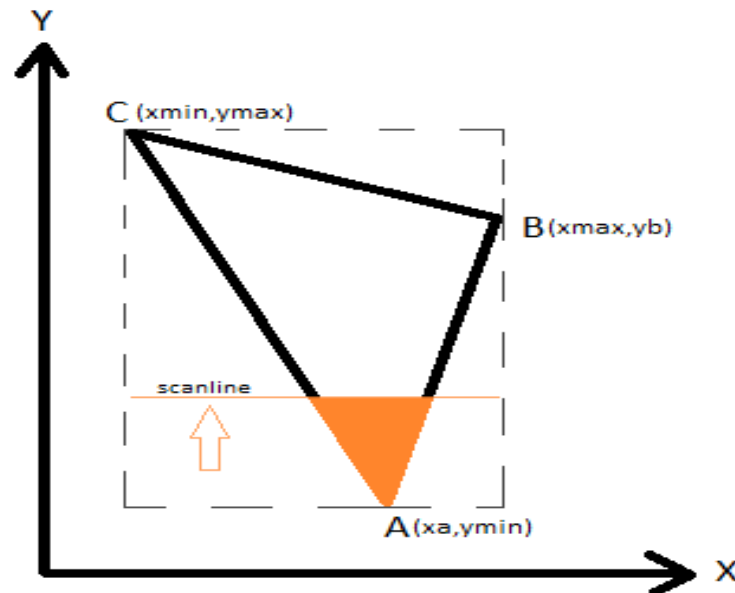
Το πρόγραμμα της `TripaintC` υπολογίζει τα ενεργά σημεία χρησιμοποιώντας την λογική που περιγράφεται στην εκφώνηση της εργασίας. Μετασχηματίζουμε τα ενεργά σημεία μέσω της σχέσης $x' = x * \Delta y$ και υπολογίζουμε τα επόμενα αναδρομικά από τον τύπο $x'_{y+1} = x'_y + \Delta x$. Τέλος σαρώνουμε την κάθε scanline γραμμή και εντοπίζουμε το εσωτερικό του τριγώνου το οποίο χρωματίζεται με την βοήθεια των σχέσεων.

$$\begin{aligned} x' &\geq x'_y, \text{ εάν } \Delta y > 0 \\ x' &\leq x'_y, \text{ εάν } \Delta y < 0 \end{aligned}$$

Αναλυτικότερα για τους αλγόριθμους

Και τα 3 προγράμματα ακολουθούν την λογική του αλγορίθμου που βρίσκεται στις σημειώσεις, δηλαδή για κάθε scanline υπολογίζουμε τα ενεργά σημεία (ή τα μετασχηματισμένα για την περίπτωση της `TripaintC`), σαρώνουμε την scanline και τα σημεία ανάμεσα στα ενεργά σημεία τα χρωματίζουμε. Σε σχέση όμως με τον αλγόριθμο των σημειώσεων που αντιστοιχεί σε πολύγωνα εφόσον γνωρίζουμε ότι έχουμε τρίγωνο υπάρχουν μερικές διαφορές ως προς τα όρια της εικόνας στα οποία θα τρέχει ο αλγόριθμος. Συγκεκριμένα αντί να σαρώνουμε όλη την εικόνα θα κινούμαστε

μόνο μέσα στα όρια των $x_{min}, x_{max}, y_{min}, y_{max}$ των σημείων του τριγώνου και επιπλέον αντί να κάνουμε συνεχώς έλεγχο για τις ενεργές πλευρές επειδή έχουμε μόλις 3 πλευρές μπορούμε να υπολογίσουμε εύκολα ότι η ανανέωση θα γίνει στο σημείο με ενδιαμεσο υψος y (αφού το scanline σαρώνει κατα y) σε σχέση με τα άλλα 2 σημεία του τριγώνου. Για την καλύτερη εξήγηση του αλγορίθμου θα χρησιμοποιήσουμε ως αναφορά το παρακάτω σχήμα.



Με γενική περιγραφή ο αλγόριθμος των Tripaint έχει ως εξής:

- 1) Αρχικά βρίσκουμε το σημείο που του αντιστοιχεί το y_{min} όπου στο σχήμα είναι το σημείο A
- 2) Φτιάχνουμε τον πίνακα ενεργών ακμών που θα είναι ο

$$\text{EnergiesAkmes} = [\text{AC AB}] = \begin{bmatrix} x_a & y_a & x_a & y_a \\ x_c & y_c & x_b & y_b \end{bmatrix}$$

και των πίνακα ενεργών χρωμάτων $\text{XrwmataShm} = [\text{Ca Ca; Cc Cb}]_{2 \times 2 \times 3}$.

- 3) Βρίσκουμε το σημείο που θα γίνει η ανανέωση των ακμών όπου στο σχήμα είναι το B και αποθηκεύουμε την τιμή της τεταγμένης y_b στην μεταβλητή a την οποία θα χρησιμοποιήσουμε αργότερα για έλεγχο των ιδικών περιπτώσεων για οριζόντιες πλευρές.
- 4) Ορίζουμε τον πίνακα ενεργών σημείων EnergShmeia και το αρχικοποιούμε με την τετμημένη του χαμηλότερου σημείου A. Στην περίπτωση όπου ξεκινάμε με οριζόντια πλευρά (στον κώδικα θα πρέπει $a = y_{min}$ όπου a η τεταγμένη του σημείου B) αντικαθιστούμε τον πίνακα ενεργών ακμών κατάλληλα, για παράδειγμα αν η πλευρά AB είναι οριζόντια τότε ο πίνακας γίνεται $\text{EnergAkmes} = [\text{AC BC}]$.
- 5) Σαρώνουμε κάθε scanline γραμμή και χρωματίζουμε μέχρι το ύψος του σημείου B.
- 6) Ελέγχουμε αν έχουμε οριζόντια γραμμή για y_{max} , δηλαδή αν για παράδειγμα στο σχήμα έχουμε τα C και B στο ίδιο ύψος (στον κώδικα ελέγχουμε αν $a = y_{max}$ όπου a η τεταγμένη y_b του B) και αν αυτό ισχύει σταματάμε αλλιώς συνεχίζουμε το χρωματισμό μέχρι το σημείο C και ο αλγόριθμος τελειώνει.

Παραδοχές

-Θεωρούμε ότι οι δεκαδικές τιμές των θέσεων των pixel του τριγώνου που είναι προς χρωματισμό στρογγυλοποιούνται πάντα προς τα κάτω με την συνάρτηση floor. Για τα όρια των πλευρών των τριγώνων αυτό σημαίνει ότι για 2 γειτονικά τρίγωνα το τρίγωνο που βρίσκονται προς μεγαλύτερες τιμές θα καταλαμβάνει την κοινή πλευρά.

-Στα δεδομένα που δίνονται στην εκφώνηση θεωρώ ότι ο πίνακας T των σημείων είναι της μορφής $[x_1 \ y_1; x_2 \ y_2; \dots]$ και οι διαστάσεις τις εικόνας είναι για $x \ N=400$ και για $y \ M=300$.

Γραμμική παρεμβολή για τον υπολογισμό των χρωμάτων

Όπως αναφέρεται και στην εκφώνηση της εργασίας θα πρέπει να υπολογίζουμε κάθε φορά για κάθε scanline τις χρωματικές συνιστώσες CA και CB με γραμμική παρεμβολή και η σχέση της είναι

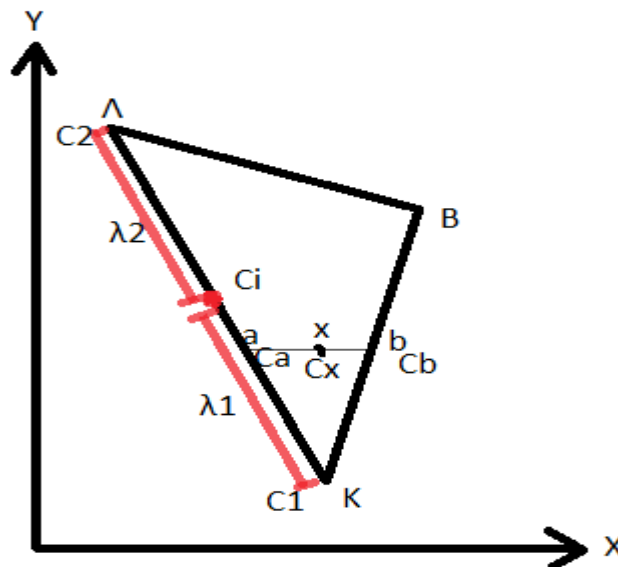
$$C_i = (\lambda_1 * C_2 + \lambda_2 * C_1) / (\lambda_1 + \lambda_2)$$

οπου αν για παράδειγμα έχουμε την πλευρά ΚΛ και C1 η χρωματική συνιστώσα της Κ κορυφής και C2 της Λ τότε λ1 η απόσταση του τρέχον σημείου i με συνιστώσα Ci απο το Κ και λ2 η αποστασή του απο το Λ. Οι συναρτήσεις findColor υπολογίζουν τα χρώματα απο τα αντίστοιχα CA και CB με την βοήθεια του αναδρομικού τύπου που προκλυπτει απο την αντικατάσταση των λ1 και λ2 στην παραπάνω σχέση με τις παραστασεις απόστασης που περιέχουν τα x,y και χρησιμοποιώντας την σχέση $X(i+1)=X(i)+1$ μεταξύ διαδοχικών σημείων πάνω στην ίδια γραμμή scanline.Ο αναδρομικός τύπος που προκύπτει είναι

$$C_{i+1} = C_i + (CB - CA) / (a + b)$$

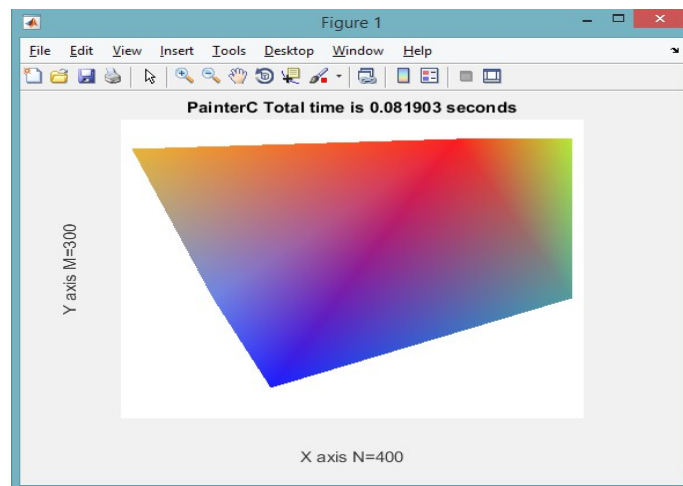
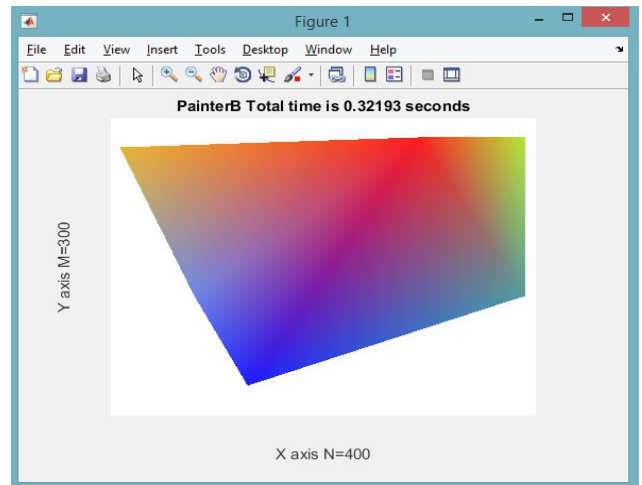
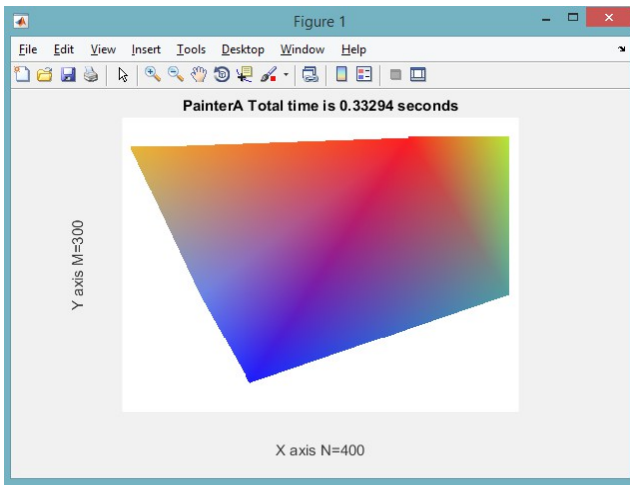
οπου a,b οι τετμημένες των ενεργών σημείων με CA και CB αντίστοιχα.Αρα για αρχική τιμή ίση με CA και για σημείο της scanline που βρίσκεται στην θέση x σε απόσταση x-a απο το σημείο a αυτό σημαίνει ότι πρέπει να πρόσθούμε x-a φορές των αναδρομικό όρο $(CB - CA) / (a + b)$ στην αρχική τιμή CA.Τελικά βλέπουμε ότι για ένα σημείο x η χρωματική του συνιστώσα είναι.

$$C_x = CA + (x - a) * (CB - CA) / (a + b)$$



Αποτελέσματα και σχόλια

Μετά απο την εκτέλεση των 3 αλγορίθμων με τα δεδομένα που δίνονται στην εκφώνηση η εικόνα που προκύπτει και για τις 3 περιπτώσεις χωρίς κάποια διαφορά μεταξύ των 3 υλοποιήσεων είναι η εξής.



Όσον αφορά την ποιότητα των αποτελεσμάτων οι 3 αλγόριθμοι δεν φαίνεται να έχουν καμία διαφορά στην παραγόμενη εικόνα. Αν και ο αλγόριθμος της TripaintB μπορεί να εισάγει σφάλματα στον υπολογισμό των ενεργών σημείων λόγω στρογγυλοποιήσεων και αδυναμία για πλήρη αναπαράσταση ενός δεκαδικού αριθμού, το σφάλμα αυτό είναι πολύ μικρό για να φανεί σε εικόνα στις διαστάσεις της οθόνης ενός υπολογιστή. Για παράδειγμα ένα σφάλμα έκτου δεκαδικού ψηφίου 0,000001 θα πρέπει να πολλαπλασιαστεί με το ένα εκατομμύριο $1000000 \times 0.000001 = 1$ για να προκύψει απόκλιση 1 μονάδας, δηλαδή σε μία οθόνη πλάτους ενός εκατομμυρίου pixel (εννοούμε ότι η μία διασταση θα έχει ένα εκατομμύριο pixel) θα προκύψει σφάλμα σε ένα pixel. Βέβαια εάν η ακρίβεια των δεκαδικών ψηφίων είναι πολύ μικρότερη και το μέγεθος της οθόνης μεγάλο τότε το σφάλμα μπορεί να είναι σημαντικό. Οι χρόνοι εκτέλεσης των 2 πρώτων προγραμμάτων για τα δεδομένα και το μέγεθος εικόνας που ζητούνται δεν έχουν κάποια σημαντική διαφορά αφού τα προγράμματα διαφέρουν μόνο ως προς τον τρόπο υπολογισμού των ενεργών σημείων και το υπόλοιπο κομμάτι τους είναι ίδιο. Ο πρώτος αλγόριθμος μπορεί να εκτελεί περισσότερες πράξεις για τον υπολογισμό των ενεργών σημείων αλλά η διαφορά στους χρόνους είναι μικρή για να φανεί σε τόσο μικρό πλήθος επαναλήψεων. Ο τρίτος αλγόριθμος διαφέρει από τους 2 προηγούμενους σε αρκετά σημεία και για αυτό ο χρόνος εκτέλεσης του διαφέρει και αυτός επίσης. Φαίνεται ότι η εκτέλεση του είναι πιο γρήγορη για τα ζητούμενα δεδομένα και ο πιθανός λόγος είναι ότι διαχειρίζεται μόνο ακέραιους αριθμούς όπου η διαχείριση τους (πράξεις πρόσθεσης, πολλαπλασιασμού κλπ) από τον υπολογιστή είναι πολύ πιο απλή και γρήγορη σε σχέση με τους δεκαδικούς αριθμούς που χρησιμοποιούν τα προηγούμενα προγράμματα.

Αλλάζοντας τα δεδομένα και το μέγεθος της εικόνας σε $M=3000$ και $N=4000$ και εκτελώντας ξανά τα προγράμματα βλέπουμε ότι ο χρόνος εκτέλεσης της `TripaintB` είναι πιο μικρός σε σχέση με την `TripaintA` για μεγαλύτερο πλήθος δεδομένων και ο χρόνος της `TripaintC` αυξάνει με μεγάλη διαφορά σε σχέση με τις άλλες 2. Αυτό συμβαίνει επειδή στην υλοποίηση της `TripaintC` η σάρωση της κάθε γραμμής γίνεται από το `xmin` έως και το `xmax` ενώ στις άλλες 2 υλοποιήσεις δεν σκανάρουμε όλα τα `x` της κάθε γραμμής αλλά πάμε απευθείας και χρωματίζουμε ανάμεσα στα ενεργά σημεία γλυτώνοντας σημαντικό χρόνο από περιττούς ελέγχους και υπολογισμούς.

