

Γραφική με Υπολογιστές 2017

Εργασία #1: Πλήρωση Τριγώνων

Ζητούμενα

A. Συναρτήσεις Πλήρωσης Τριγώνων

Έστω τρίγωνο που ορίζεται από κορυφές με ακέραιες συντεταγμένες. Υποθέστε καμβά διάστασης $M \times N$. Δημιουργήστε τις συναρτήσεις,

$$Y = \text{TripaintA}(X, V, C)$$

$$Y = \text{TripaintB}(X, V, C)$$

$$Y = \text{TripaintC}(X, V, C)$$

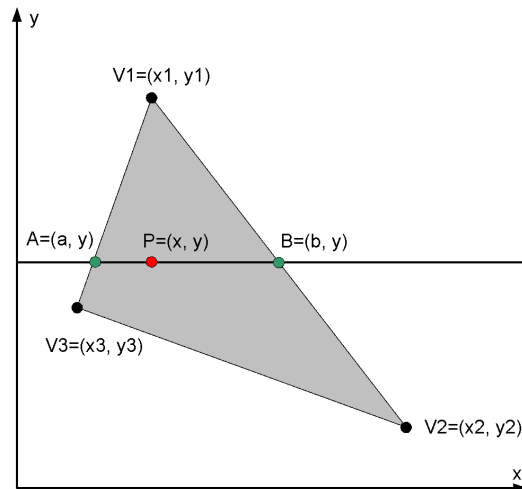
Όπου:

- X είναι η εικόνα (πίνακας διάστασης $M \times N \times 3$) με τυχόν προϋπάρχοντα τρίγωνα.
- V είναι ακέραιος πίνακας διάστασης 2×3 που περιέχει μία στήλη με συντεταγμένες για κάθε κορυφή του τριγώνου.
- C είναι πίνακας διάστασης 3×3 που περιέχει μία στήλη με τις τιμές RGB για κάθε κορυφή του τριγώνου. Κάθε χρωματική συνιστώσα θα έχει τιμές στο διάστημα $[0, 1]$.
- Y είναι πίνακας διάστασης $M \times N \times 3$ που για τα σημεία του τριγώνου θα περιέχει τις αντίστοιχες χρωματικές συνιστώσες (R_i, G_i, B_i) καθώς και τα προϋπάρχοντα τρίγωνα της εισόδου X (επικαλύπτοντας τυχόν κοινά χρωματισμένα σημεία που προϋπήρχαν από άλλα τρίγωνα).

Οι συναρτήσεις `Tripaint` υλοποιούν παραλλαγές του αλγορίθμου των σημειώσεων.

Υλοποίηση `TripaintA`

Η υλοποίηση της `TripaintA` θα είναι μία παραλλαγή του αλγορίθμου των σημειώσεων όπου ο υπολογισμός των ενεργών οριακών σημείων δεν θα γίνεται αναδρομικά αλλά επιλύοντας απευθείας τις εξισώσεις των πλευρών.



Σχήμα 1: Παράδειγμα χρωματισμού

Για το χρωματισμό του τριγώνου, με αναφορά στα σημεία του σχήματος 1, πρώτα θα υπολογίζεται το χρώμα στις θέσεις A, B με γραμμική παρεμβολή από το χρώμα των κορυφών V_1V_3 και V_1V_2 αντίστοιχα. Η πρώτη αυτή φάση θα υλοποιείται μια φορά για κάθε scanline y . Έστω CA και CB οι αντίστοιχες χρωματικές συνιστώσες των σημείων αυτών.

Σε δεύτερη φάση, για κάθε σημείο $P = (x, y)$ του τριγώνου που ανήκει στο τρέχον scanline y θα υλοποιήσετε την συνάρτηση $findColor()$ που θα υπολογίζει το χρώμα στο σημείο P με γραμμική παρεμβολή στα χρώματα των A, B :

$$color = findColor(x, a, b, CA, CB)$$

Όπου:

- x είναι η τετμημένη του εσωτερικού σημείου προς χρωματισμό.
- a και b είναι οι τετμημένες των ενεργών οριακών σημείων του τρέχοντος scanline.
- CA και CB είναι οι αντίστοιχες χρωματικές συνιστώσες των ενεργών οριακών σημείων.

Υλοποίηση TriPaintB

Η υλοποίηση της TriPaintB θα ακολουθεί τον αλγόριθμο των σημειώσεων. Ο χρωματισμός των σημείων του τριγώνου θα γίνει όπως στην TriPaintA.

Υλοποίηση TriPaintC

Στόχος της TriPaintC είναι να χρησιμοποιηθούν μόνο προσθέσεις ακεραίων κατά τον υπολογισμό των ενεργών οριακών σημείων ώστε να αποφευχθούν τα σφάλματα που εισάγονται στην TriPaintB από τις στρογγυλοποιήσεις.

Για την πλευρά $V_1 V_2$ του τριγώνου του σχήματος 1 ισχύουν τα παρακάτω:

$$y = mx + b \quad (1)$$

όπου

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (2)$$

$$b = y_1 - m \cdot x_1 = y_2 - m \cdot x_2 \quad (3)$$

Ένα σημείο της πλευράς μπορεί να γραφεί από την 1 ως:

$$y\Delta x = x\Delta y + b\Delta x \quad (4)$$

$$y\Delta x = x\Delta y + \Delta x(y_1 - \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot x_1) \quad (5)$$

$$y\Delta x = x\Delta y + y_1\Delta x - x_1\Delta y \quad (6)$$

Επομένως, για το σημείο της πλευράς στο scanline y θα ισχύει:

$$x\Delta y = (y - y_1)\Delta x + x_1\Delta y \quad (7)$$

Με x' θα συμβολίσουμε τον μετασχηματισμό του x ως εξής:

$$x' = x\Delta y \quad (8)$$

Χρησιμοποιώντας τις 7 και 8 μπορούμε να γράψουμε:

$$x'_y = (y - y_1)\Delta x + x'_1 \quad (9)$$

όπου ο δείκτης στην μεταβλητή x'_y υποδηλώνει ότι το μετασχηματισμένο ενεργό οριακό σημείο είναι για το scanline y .

Επομένως, κατά την σάρωση της γραμμής y μπορούμε να αναγνωρίσουμε το ενεργό οριακό σημείο της πλευράς ως το πρώτο x του οποίου η μετασχηματισμένη τιμή, x' , ικανοποιεί την ανισότητα:

$$x' \geq x'_y, \quad \text{εάν } \Delta y > 0 \quad (10)$$

$$x' \leq x'_y, \quad \text{εάν } \Delta y < 0 \quad (11)$$

Επίσης, για δύο διαδοχικά scanlines παρατηρούμε ότι ισχύει:

$$x'_{y+1} = x'_y + \Delta x \quad (12)$$

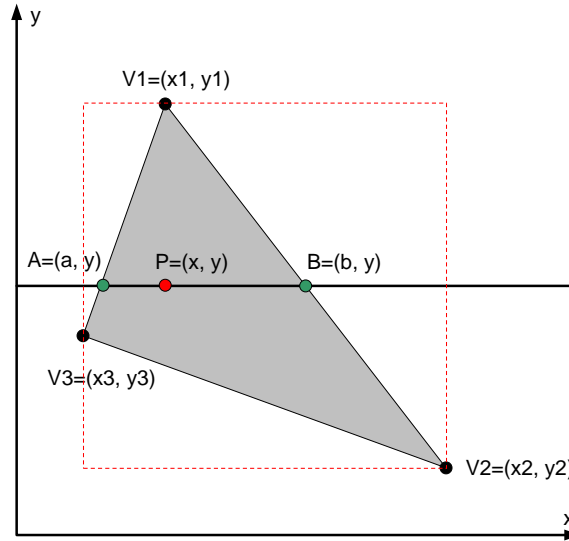
Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω, μπορούμε να αναγνωρίζουμε τα ενεργά οριακά σημεία και να τα ενημερώνουμε αναδρομικά τις μετασχηματισμένες τιμές τους.

Συνοψίζοντας, η συνάρτηση TriPaintC θα υλοποιεί τις παρακάτω αλλαγές στον αλγόριθμο των σημειώσεων:

- Τα ενεργά οριακά σημεία είναι κατάλληλα μετασχηματισμένα για την κάθε πλευρά του τριγώνου στα (x'_y, y) . Κάθε πλευρά του τριγώνου χρησιμοποιεί τον δικό της μετασχηματισμό.

- Για ένα scanline y : (i) σαρώνουμε τις τιμές του x , (ii) υπολογίζουμε τις μετασχηματισμένες τιμές, x' , και (iii) αυξάνουμε το `cross_count` όταν βρεθεί σημείο για το οποίο ικανοποιείται η 10 ή 11 κατά περίπτωση.
- Τα μετασχηματισμένα ενεργά οριακά σημεία ενημερώνονται αναδρομικά χρησιμοποιώντας την 12.

Το εύρος των τιμών x που ελέγχετε για την συνθήκη ενεργού οριακού σημείου θα πρέπει να περιορίζεται στο bounding box του τριγώνου, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.



Σχήμα 2: Παράδειγμα bounding box

Για το χρωματισμό, τα χρώματα των σημείων A και B του σχήματος 1 θα υπολογίζονται όπως στην `TriPaintA`. Με αναφορά το σχήμα, έστω $\Delta y_1 = y_3 - y_1$ και $\Delta y_2 = y_2 - y_1$.

Να υλοποιήσετε την συνάρτηση:

$$C = \text{findColor2}(x, a, b, CA, CB, \Delta y_1, \Delta y_2)$$

Όπου:

- x είναι η τετμημένη του εσωτερικού σημείου προς χρωματισμό.
- a και b είναι οι **μετασχηματισμένες** τετμημένες των ενεργών οριακών σημείων του τρέχοντος scanline.
- CA και CB είναι οι αντίστοιχες χρωματικές συνιστώσες των ενεργών οριακών σημείων.
- Δy_1 και Δy_2 είναι οι αντίστοιχες μεταβολές των τιμών των τεταγμένων κατά μήκος των πλευρών στις οποίες ανήκουν τα ενεργά σημεία.

Για το χρωματισμό των σημείων της γραμμής σάρωσης θα πρέπει να προσαρμοστεί κατάλληλα η γραμμική παρεμβολή. Οι πραγματικές τετμημένες των ενεργών οριακών σημείων **δεν** θα υπολογίζονται στο εσωτερικό της `findColor2()`.

B. Συναρτήσεις Δημιουργίας Εικόνας

Να προγραμματίσετε τις συναρτήσεις:

$$I = \text{Painter}A(Q, T, C, M, N)$$

$$I = \text{Painter}B(Q, T, C, M, N)$$

$$I = \text{Painter}C(Q, T, C, M, N)$$

Όπου:

- I είναι έγχρωμη εικόνα διάστασης $M \times N \times 3$. Η εικόνα θα περιέχει K χρωματισμένα τρίγωνα.
- T είναι ο πίνακας με τις κορυφές των τριγώνων της εικόνας. Ο πίνακας T είναι διάστασης $L \times 2$ και περιέχει τις συντεταγμένες ενός πλήθους L κορυφών. Για απλούστευση υποθέστε ότι όλες βρίσκονται εντός του καμβά.
- Q είναι ο πίνακας που περιέχει τις κορυφές των K τριγώνων. Ο πίνακας είναι διάστασης $K \times 3$. Η i -στη γραμμή του πίνακα δηλώνει τις τρεις κορυφές που σχηματίζουν το τρίγωνο (με αναφορά σε κορυφές του πίνακα T και αρίθμηση που ξεκινά από το 1).
- C είναι ο πίνακας με τα χρώματα των κορυφών. Ο πίνακας C είναι διάστασης $L \times 3$. Η i -στη γραμμή του πίνακα δηλώνει τις χρωματικές συνιστώσες της αντίστοιχης κορυφής.
- M και N είναι το ύψος και το πλάτος του καμβά αντίστοιχα.

Στο εσωτερικό κάθε συνάρτησης Painter θα καλείται η αντίστοιχη συνάρτηση TriPaint για το χρωματισμό των εσωτερικών σημείων κάθε τριγώνου. Υποθέστε ότι τα τρίγωνα χρωματίζονται με την σειρά των γραμμών του πίνακα Q (αυτό στη γενική περίπτωση επιλύει το πρόβλημα των επικαλύψεων). Επίσης, υποθέστε ότι το background είναι λευκό (1,1,1).

Παραδοτέα

- Τα προγράμματα σε μορφή **σχολιασμένου** πηγαίου κώδικα με σχόλια γραμμένα στα **αγγλικά** ή **greeklish**.
- Τρία scripts με ονόματα demo1A.m, demo1B.m και demo1C, τα οποία καλούνται χωρίς εξωτερικά ορίσματα, παράγουν ενδεικτικές εικόνες χρησιμοποιώντας τις αντίστοιχες συναρτήσεις Painter και τις προβάλλουν σε figure της Matlab με τη χρήση της συνάρτησης imshow. Για την εκτύπωση των ενδεικτικών αποτελεσμάτων χρησιμοποιείτε τα παρακάτω δεδομένα.

1. $M = 300, N = 400$
2. Πίνακας T (κορυφές)

10	30
290	20
80	180
130	270
390	180
390	20

3. Πίνακας Q (τρίγωνα)

1	2	3
3	4	2
4	2	5
2	6	5

4. Πίνακας C (χρώματα)

0.9	0.7	0.2
1.0	0.1	0.1
0.4	0.8	0.9
0.1	0.1	1.0
0.3	0.6	0.6
0.7	0.9	0.2

- Αναφορά με:
 1. Περιγραφή της λειτουργίας και του τρόπου κλήσης των προγραμμάτων,
 2. Περιγραφή της διαδικασίας χρωματισμού των τριγώνων που ακολουθήσατε και παρουσίαση του αντίστοιχου ψευδοκώδικα
 3. Σύγκριση των τριών αλγορίθμων που υλοποιήσατε. Περιγράψτε τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα του κάθε αλγόριθμου.
 4. Περιγραφή των παραδοχών που χρησιμοποιήσατε.
 5. Τα ενδεικτικά αποτελέσματα που παράγονται από τα demos.

Υποβολή εργασίας

- Υποβάλετε ένα και μόνο αρχείο, τύπου zip.
- Το όνομα του αρχείου πρέπει να είναι `AEM.zip`, όπου AEM είναι τα τέσσερα ψηφία του A.E.M. του φοιτητή της ομάδας.
- Το προς υποβολή αρχείο πρέπει να περιέχει τα αρχεία κώδικα Matlab και το αρχείο `report.pdf` το οποίο θα είναι η αναφορά της εργασίας.
- Η αναφορά πρέπει να είναι ένα αρχείο τύπου PDF, και να έχει όνομα `report.pdf`.
- Όλα τα αρχεία κώδικα πρέπει να είναι αρχεία κειμένου τύπου UTF-8, και να έχουν κατάληξη `m`.
- Το αρχείο τύπου zip που θα υποβάλετε δεν πρέπει να περιέχει κανένα φάκελο.
- Για την ονομασία των αρχείων που περιέχονται στο προς υποβολή αρχείο, χρησιμοποιείτε μόνο αγγλικούς χαρακτήρες, και όχι ελληνικούς ή άλλα σύμβολα, πχ “#”, “\$”, “%” κλπ.

Θα αξιολογηθούν μόνο όσες εργασίες έχουν demos που τρέχουν!