

# Γραφική με Υπολογιστές 2017

## Εργασία #2: Μετασχηματισμοί και Προβολές

### Ζητούμενα

**A.** Έστω  $c \in \mathbb{R}^3$  η  $3 \times 1$  στήλη με τις συντεταγμένες ενός διανύσματος  $\mathbf{u}$  ως προς κάποιο σύστημα συντεταγμένων και έστω  $\mathcal{L}$  διανυσματικός μετασχηματισμός με  $3 \times 3$  πίνακα γραμμικού μετασχηματισμού  $L$ . Έστω  $d \in \mathbb{R}^3$  είναι οι μετασχηματισμένες συντεταγμένες του διανύσματος  $\mathbf{u}$  ως προς το ίδιο σύστημα. Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση:

$$d = \text{vectrans}(c, L)$$

Φροντίστε η `vectrans` να δουλεύει σωστά και στην περίπτωση που τα  $c, d$  είναι  $3 \times n$  πίνακες με τις συντεταγμένες  $n$  διανυσμάτων.

**B.** Έστω  $c \in \mathbb{R}^3$  η  $3 \times 1$  στήλη με τις συντεταγμένες ενός διανύσματος  $\mathbf{u}$  ως προς βάση  $(b_1, b_2, b_3)$  και  $d \in \mathbb{R}^3$  οι συντεταγμένες του ίδιου διανύσματος ως προς βάση  $(\mathcal{L}(b_1), \mathcal{L}(b_2), \mathcal{L}(b_3))$ . Αν  $L$  είναι ο  $3 \times 3$  πίνακας που περιγράφει τον γραμμικό μετασχηματισμό, να υλοποιήσετε τη συνάρτηση:

$$d = \text{axistrans}(c, L)$$

Φροντίστε η `axistrans` να δουλεύει σωστά και στην περίπτωση που τα  $c, d$  είναι  $3 \times n$  πίνακες με τις συντεταγμένες  $n$  διανυσμάτων.

**Γ.** Έστω  $c_{ph} \in \mathbb{R}^4$  η  $4 \times 1$  στήλη με τις ομογενείς συντεταγμένες ενός σημείου  $p$  ως προς ένα σύστημα συντεταγμένων. Στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων, έστω:  $L$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας που περιγράφει ένα γραμμικό μετασχηματισμό και  $c_t \in \mathbb{R}^3$  στήλη  $3 \times 1$  με τις συντεταγμένες ενός διανύσματος μετατόπισης  $t$ . Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση:

$$c_{qh} = \text{pointtrans}(c_{ph}, L, c_t)$$

που υλοποιεί σημειακό μετασχηματισμό affine εφαρμόζοντας τον γραμμικό μετασχηματισμό του  $p$  κατά  $L$  και έπειτα την μετατόπιση του κατά  $t$ . Φροντίστε η `pointtrans` να δουλεύει σωστά και στην περίπτωση που τα  $c_{ph}, c_{qh}$  είναι  $4 \times n$  πίνακες με τις συντεταγμένες  $n$  σημείων.

Δ. Έστω  $c_{ph} \in \mathbb{R}^4$  η  $4 \times 1$  στήλη με τις ομογενείς συντεταγμένες ενός σημείου  $p$  ως προς σύστημα συντεταγμένων με αρχή  $o$  και άξονες  $(b_1, b_2, b_3)$ . Έστω  $d_{ph} \in \mathbb{R}^4$  οι ομογενείς συντεταγμένες του ίδιου σημείου ως προς σύστημα συντεταγμένων με αρχή  $o \oplus \mathbf{v}_0$  και άξονες  $(\mathcal{L}(b_1), \mathcal{L}(b_2), \mathcal{L}(b_3))$ , όπου  $\mathcal{L}$  μετασχηματισμός όπως περιγράφηκε παραπάνω. Αν  $c_o \in \mathbb{R}^3$  η  $3 \times 1$  στήλη με τις συντεταγμένες του διανύσματος  $\mathbf{v}_0$  ως προς το αρχικό σύστημα αξόνων, να υλοποιήσετε τη συνάρτηση:

$$d_{ph} = \text{systemtrans}(c_{ph}, L, c_o)$$

Φροντίστε η `systemtrans` να δουλεύει σωστά και στην περίπτωση που τα  $c_{ph}, d_{ph}$  είναι  $4 \times n$  πίνακες με τις συντεταγμένες  $n$  σημείων.

Ε. Αν το  $\mathbf{u}$  είναι στήλη  $3 \times 1$  με τις συντεταγμένες ενός μοναδιαίου διανύσματος και  $\theta$  γωνία σε rad, να υλοποιήσετε τη συνάρτηση

$$R = \text{rotmat}(\theta, \mathbf{u})$$

που υπολογίζει τον πίνακα περιστροφής κατά  $\theta$  περί άξονα που διέρχεται από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων και είναι παράλληλος προς το  $\mathbf{u}$ .

ΣΤ. Έστω  $c_{ph} \in \mathbb{R}^4$  η  $4 \times 1$  στήλη με τις ομογενείς συντεταγμένες ενός σημείου ως προς το WCS,  $\{o, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0\}$ . Έστω ότι μία προοπτική κάμερα έχει κέντρο  $c = o \oplus \mathbf{v}_c$  και μοναδιαία διανύσματα  $\{\mathbf{x}_c, \mathbf{y}_c, \mathbf{z}_c\}$ . Έστω ότι τα  $\mathbf{v}_c, \mathbf{x}_c, \mathbf{y}_c, \mathbf{z}_c$  έχουν συντεταγμένες  $c_v, c_x, c_y, c_z$  αντίστοιχα ως προς το WCS και  $w$  είναι η απόσταση του πετάσματος από το κέντρο (μετρημένη στις μονάδες που χρησιμοποιεί το σύστημα συντεταγμένων της κάμερας). Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση:

$$P = \text{project}(w, c_v, c_x, c_y, p)$$

που παράγει τις προοπτικές προβολές (με  $w = 1$ ) των τρισδιάστατων σημείων και τις επιστρέφει στον πίνακα  $P$  διάστασης  $2 \times n$ . Φροντίστε η `project` να δουλεύει σωστά και στην περίπτωση που το  $p$  είναι  $4 \times n$  πίνακας με τις συντεταγμένες  $n$  σημείων.

Ζ. Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση

$$P = \text{projectKu}(w, c_v, c_K, c_u, p)$$

που παράγει τις προοπτικές προβολές των τρισδιάστατων σημείων του  $p$  όπως και η προηγούμενη αλλά δέχεται ως είσοδο τις συντεταγμένες  $c_K$  και  $c_u$  (σε μη ομογενή μορφή) του σημείου στόχου  $K$  και το μονοδιαίο up vector  $\mathbf{u}$  αντίστοιχα. Το  $c_v$  περιέχει όπως και πριν τις συντεταγμένες του κέντρου της κάμερας ως προς το WCS.

## Παραδοτέα

- Τα προγράμματα σε μορφή **σχολιασμένου** πηγαίου κώδικα με σχόλια γραμμένα στα **αγγλικά** ή **greeklish**.
- Script επίδειξης με όνομα `demo2a.m` το οποίο να καλείται χωρίς εξωτερικά ορίσματα και να υλοποιεί τα παρακάτω διαδοχικά βήματα:

1. Ορίζει τα σημεία με συντεταγμένες  $p_1 = [0, 0, 0]^T$ ,  $p_2 = [1, 0, 0]^T$ ,  $p_3 = [1, 1, 0]^T$ ,  $p_4 = [0, 1, 0]^T$  ως προς το WCS.
2. Τα μετατοπίζει κατά  $t_1 = [-1, -1, 3]^T$ .
3. Τα περιστρέφει κατά γωνία  $\phi = \pi/2$  rad περί άξονα που διέρχεται από το σημείο με συντεταγμένες  $K = [4, -2, -3]^T$  και έχει κατεύθυνση παράλληλη προς το διάνυσμα  $g = [2, 3, 1]^T$ .
4. Τα μετατοπίζει κατά  $t_1 = [1, 1, -3]^T$ .

Η demo2a.m θα πρέπει να τυπώνει τις συντεταγμένες των σημείων μετά την εκτέλεση κάθε βήματος. Κάθε βήμα θα πρέπει να χρησιμοποιεί τον κατάλληλο συνδυασμό των συναρτήσεων που προδιαγράφονται παραπάνω.

- Script επίδειξης με όνομα demo2b.m το οποίο να καλείται χωρίς εξωτερικά ορίσματα, να διαβάζει το κουνέλι standford\_bunny.plg και να εκτελεί τους παρακάτω μετασχηματισμούς:

1 - 4. Όμοια με τα βήματα του demo2a.m

5. Χρησιμοποιώντας την έξοδο του βήματος 4, να υπολογίζει την προοπτική προβολή των σημείων του κουνελιού για κάμερα με  $c_v = [-10, -20, -30]^T$ ,  $c_x = [1, 0, 0]^T$ ,  $c_y = [0, 1, 0]^T$  και  $w = 1$ .
6. Χρησιμοποιώντας την έξοδο του βήματος 4, να υπολογίζει την προοπτική προβολή των σημείων του κουνελιού για κάμερα με  $c_v = [-40, -10, -40]^T$ ,  $c_K = [10, 10, 10]^T$ ,  $c_u = [0, 0, 1]^T$  και  $w = 1$ .

Χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση readplg.m για να διαβάσετε το αρχικό μοντέλο. Για τα βήματα 1 - 4, το αρχικό wireframe και το αποτέλεσμα μετά από κάθε μετασχηματισμό να το παρουσιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων καλώντας διαδοχικά την plotplg.m. Για τα βήματα 5 και 6 προβάλετε το αποτέλεσμα χρησιμοποιώντας επίσης την plotplg.m αλλά επεκτείνοντας με μηδέν τις συντεταγμένες των δυσδιάστατων σημείων που θα υπολογίσετε.

- Αναφορά με:
  1. Περιγραφή της λειτουργίας και του τρόπου κλήσης των προγραμμάτων,
  2. Περιγραφή των συναρτήσεων και παρουσίαση του αντίστοιχου ψευδοκώδικα,
  3. Τα ενδεικτικά αποτελέσματα που παράγονται από τα demos.

## Υποβολή εργασίας

- Υποβάλετε ένα και μόνο αρχείο, τύπου zip.
- Το όνομα του αρχείου πρέπει να είναι AEM.zip, όπου AEM είναι τα τέσσερα ψηφία του Α.Ε.Μ. του φοιτητή της ομάδας.
- Το προς υποβολή αρχείο πρέπει να περιέχει τα αρχεία κώδικα Matlab και το αρχείο report.pdf το οποίο θα είναι η αναφορά της εργασίας.
- Η αναφορά πρέπει να είναι ένα αρχείο τύπου PDF, και να έχει όνομα report.pdf.
- Όλα τα αρχεία κώδικα πρέπει να είναι αρχεία κειμένου τύπου UTF-8, και να έχουν κατάληξη .m.

- Το αρχείο τύπου zip που θα υποβάλετε δεν πρέπει να περιέχει κανένα φάκελο.
- Για την ονομασία των αρχείων που περιέχονται στο προς υποβολή αρχείο, χρησιμοποιείτε μόνο αγγλικούς χαρακτήρες, και όχι ελληνικούς ή άλλα σύμβολα, πχ “#”, “\$”, “%” κλπ.

**Θα αξιολογηθούν μόνο όσες εργασίες έχουν demos που τρέχουν!**