

Εργασία 3

Εξουδετέρωση Περιοδικής Παρεμβολής Χωρίς Σήμα Αναφοράς

Μπεκιάρης Θεοφάνης
ΑΕΜ:8200

Ερώτημα α)

Όπως βλέπουμε και από τις σημειώσεις του μαθήματος (Lecture 7 σελίδα 4) οι βέλτιστοι συντελεστές του φίλτρου υπολογίζονται χρησιμοποιώντας το διάνυσμα της αυτοσυσχέτισης της εισόδου \underline{r} και όχι του διανύσματος \underline{p} που είναι η ετεροσυσχέτισης της εισόδου του φίλτρου με το επιθυμητό σήμα αναφοράς. Δηλαδή βλέπουμε ότι χρησιμοποιούμε την λύση του φίλτρου Wiener για να παράγουμε στην έξοδο ένα σήμα που προσεγγίζει το σήμα της εισόδου του φίλτρου. Με λίγα λόγια αυτό που προσπαθεί το φίλτρο είναι χρησιμοποιώντας κάθε φορά ένα αριθμό από M (όπου M ο αριθμός συντελεστών του φίλτρου) προηγούμενες τιμές του σήματος εισόδου να παράξει-προβλέψει την επόμενη τιμή του σήματος. Στην συγκεκριμένη περίπτωση μας δίνεται ένα σήμα $s(n)$ που αποτελείται από ένα αρμονικό $x(n)$ και ένα τυχαίο σήμα $u(n)$ (λευκός θόρυβος) και μας ζητείται να αφαιρέσουμε το περιοδικό σήμα. Το φίλτρο θα προσπαθήσει να προβλέψει το σήμα εισόδου και δεδομένου ότι σε αυτό περιέχεται αρμονικό σήμα το φίλτρο εντοπίζει αυτή την περιοδικότητα και παράγει σήμα με την ίδια περιοδικότητα. Προφανώς το τυχαίο σήμα $u(n)$ δεν είναι δυνατόν να προβλεφθεί από το φίλτρο αφού οι τιμές ενός τυχαίου σήματος είναι ανεξάρτητες από προηγούμενες τιμές του και το φίλτρο δεν μπορεί να προβλέψει τις μεταβολές αυτού. Συμπερασματικά χρησιμοποιώντας μόνο το σήμα εισόδου και όχι κάποιο άλλο σήμα αναφοράς, προσεγγίζουμε μέσω της αυτοσυσχέτισης της εισόδου ένα σήμα που προσεγγίζει την περιοδικότητα της εισόδου. Έτσι στην έξοδο του φίλτρου παράγεται το περιοδικό σήμα πληροφορίας $x(n)$ που περιέχεται μέσα στην είσοδο $s(n)$ και όταν αφαιρέσουμε αυτό το σήμα από το σήμα εισόδου το αποτέλεσμα της διαφοράς είναι το επιθυμητό σήμα $u(n)$, δηλαδή καθαρίζουμε το σήμα εισόδου από την περιοδική παρεμβολή που υπάρχει και το καθαρό σήμα εμφανίζεται στην έξοδο $e(n)$.

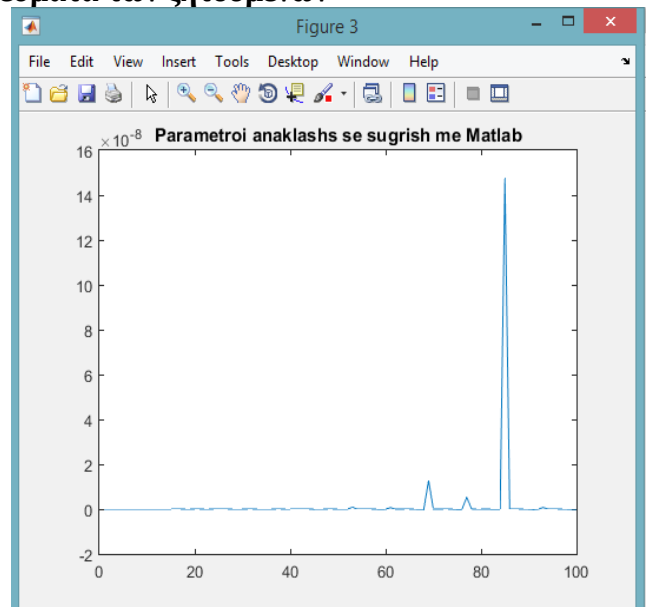
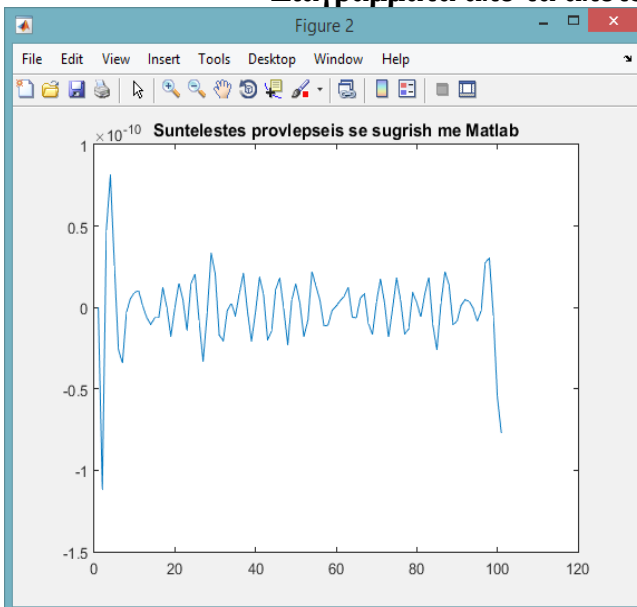
Ερώτημα β)

Το αρχείο με όνομα `wienerSyst.m` περιέχει την υλοποίηση σε κώδικα Matlab του ζητούμενου αυτού του ερωτήματος.

Ερώτημα γ)

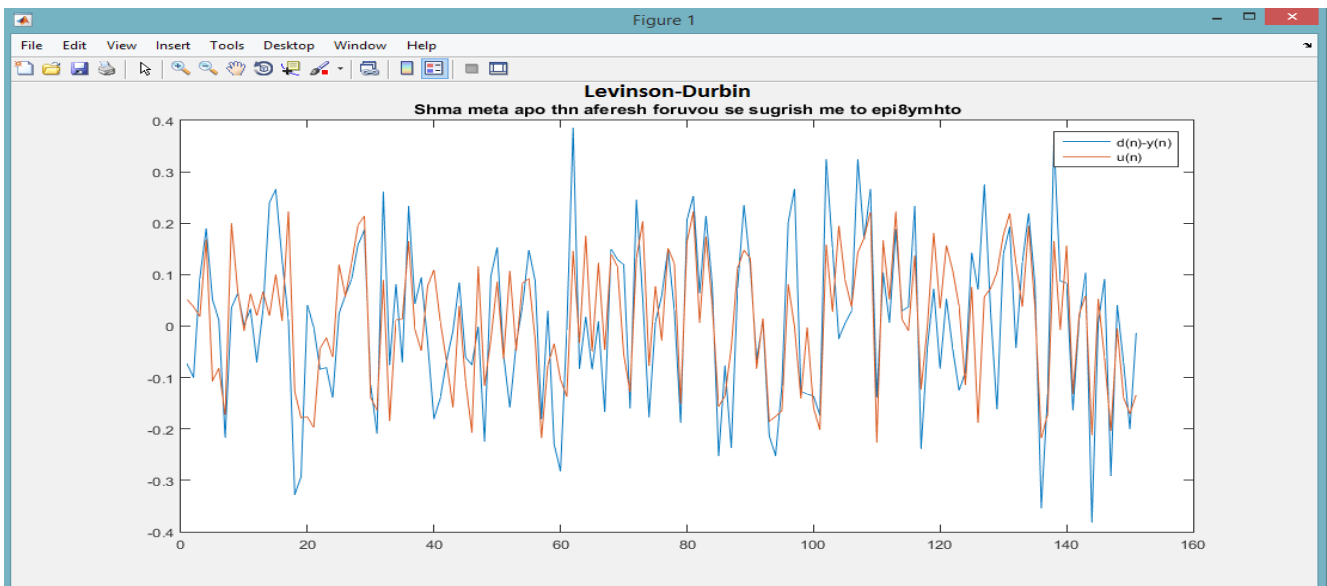
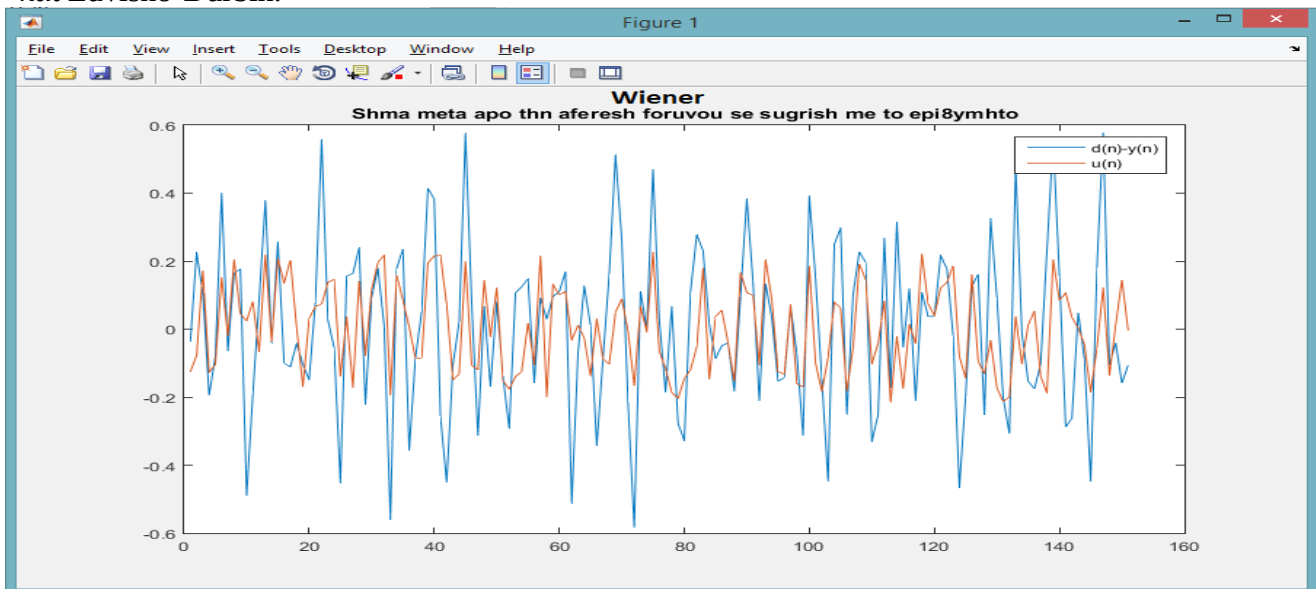
Ο κώδικας σε Matlab περιέχεται στο αρχείο `jointProEst.m`.

Διαγράμματα από τα αποτελέσματα των ζητούμενων



Στα παραπάνω διαγράμματα βλέπουμε την διαφορά των συντελεστών πρόβλεψης και παραμέτρων ανάκλασης που προέκυψαν από την υλοποίηση μας σε σχέση με τις τιμές που παράγει η αντίστοιχη συνάρτηση levinson του Matlab. Παρατηρούμε ότι τα σφάλματα στις τιμές είναι της τάξης του 10^{-10} και 10^{-8} αντίστοιχα, δηλαδή είναι αμελητέα η διαφορά των αποτελεσμάτων. Οι συντελεστές γ υπολογίζονται στο script με την χρήση της σχέσης $L^T \gamma = w_0$.

Παρακάτω βλέπουμε τα διαγράμματα με το σήμα εξόδου $e(n)$ μετά από την απομάκρυνση του περιοδικού σήματος και το επιθυμητό σήμα $u(n)$ και για τις δύο υλοποιήσεις αλγορίθμων Wiener και Luvishno-Durbin.



Παρατηρούμε ότι τα σήματα της εξόδου $e(n)$ και για τις δύο υλοποιήσεις προσεγγίζουν πάρα πολύ καλά το επιθυμητό σήμα εξόδου όσον αφορά τις μεταβολές του (πάνω-κάτω), παρόλα αυτά υπάρχει μία μικρή διαφοροποίηση στο πλάτος των σημάτων. Και για τις δύο περιπτώσεις το μέσο τετραγωνικό σφάλμα της διαφοράς του σήματος $u(n)$ από το $e(n)$ με την χρήση του Matlab για σήμα εισόδου μεγέθους 100000 υπολογίζεται στην τάξη του 10^{-3} . Βλέπουμε δηλαδή ότι για ένα σήμα εισόδου μεγάλου μεγέθους το σήμα $e(n)$ που παράγουμε προσεγγίζει με πολύ ικανοποιητική ακρίβεια το επιθυμητό σήμα $u(n)$ και για τις δυο περιπτώσεις κάνοντας τους δύο αλγόριθμους ισάξιους ως προς την ποιότητα των αποτελεσμάτων που παράγουν.

Forward/Backward prediction power errors

Από τις σημειώσεις βλέπουμε ότι τα δύο αυτά σφάλματα είναι ίσα και μπορούν να υπολογιστούν από την σχέση της σελίδα 4 της διαφάνειας 7 του μαθήματος. Η διαφορά τους από το σφάλμα που επιστρέφει η συνάρτηση `levinson` του Matlab είναι της τάξης του 10^{-13} και για τις δύο υλοποιήσεις Wiener και Levinson-Durbin. Προφανώς οι αναπαράσταση των σφαλμάτων δεν έχει καμία σημασία να γίνει σε διάγραμμα και γιαυτό έχει ορίσει απλά να εκτυπώνεται το σφάλμα στην κονσόλα μετά από την εκτέλεση των αντίστοιχων scripts.

Ερώτημα δ)

Ο αλγόριθμος Levinson-Durbin με χρήση αναδρομής-επανάληψης κάνει επίλυση ενός γραμμικού συστήματος $\underline{x} * A = \underline{y}$ όπου ο A Toeplitz τετραγωνικός πίνακας. Σε αντίθεση με την γνωστή μέθοδο Gauss-Jordan-elimination επίλυσης γραμμικών συστημάτων η οποία για ένα σύστημα M αγνώστων έχει πολυπλοκότητα $O(M^3)$, ο αλγόριθμος Levinson-Durbin για την επίλυση του ίδιου συστήματος παρουσιάζει πολυπλοκότητα $O(M^2)$. Εμείς στην ουσία χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο για την εύρεση των βέλτιστων συντελεστών από την εξίσωση $\underline{w} * R = \underline{p}$ (αφού ο R είναι Toeplitz) έχοντας μόνο ένα υπολογιστικό κόστος της τάξης του $O(M^2)$ αντί της άμεσης επίλυσης με κόστος $O(M^3)$. Επομένως θα επιλέξουμε το φίλτρο Levinson-Durbin για τον υπολογισμό των συντελεστών που έχει το μικρότερο υπολογιστικό κόστος $O(M^2)$.

Ερώτημα ε)

Ο κώδικας με την υλοποίηση Levinson-Durbin για την αφαίρεση του αρμονικού σήματος από το τραγούδι βρίσκεται στο script με όνομα `tragoudi.m` στο οποίο παίρνουμε απλά ένα τυχαίο απόσπασμα του τραγουδιού και όχι όλο το τραγούδι για λόγους ταχύτητας και ευχρηστίας. Το τραγούδι που βρίσκεται πίσω από την αρμονική παρεμβολή είναι το [Sidney Bechet - Joshua Fit The Battle of Jericho](#).