

Trigonométrie

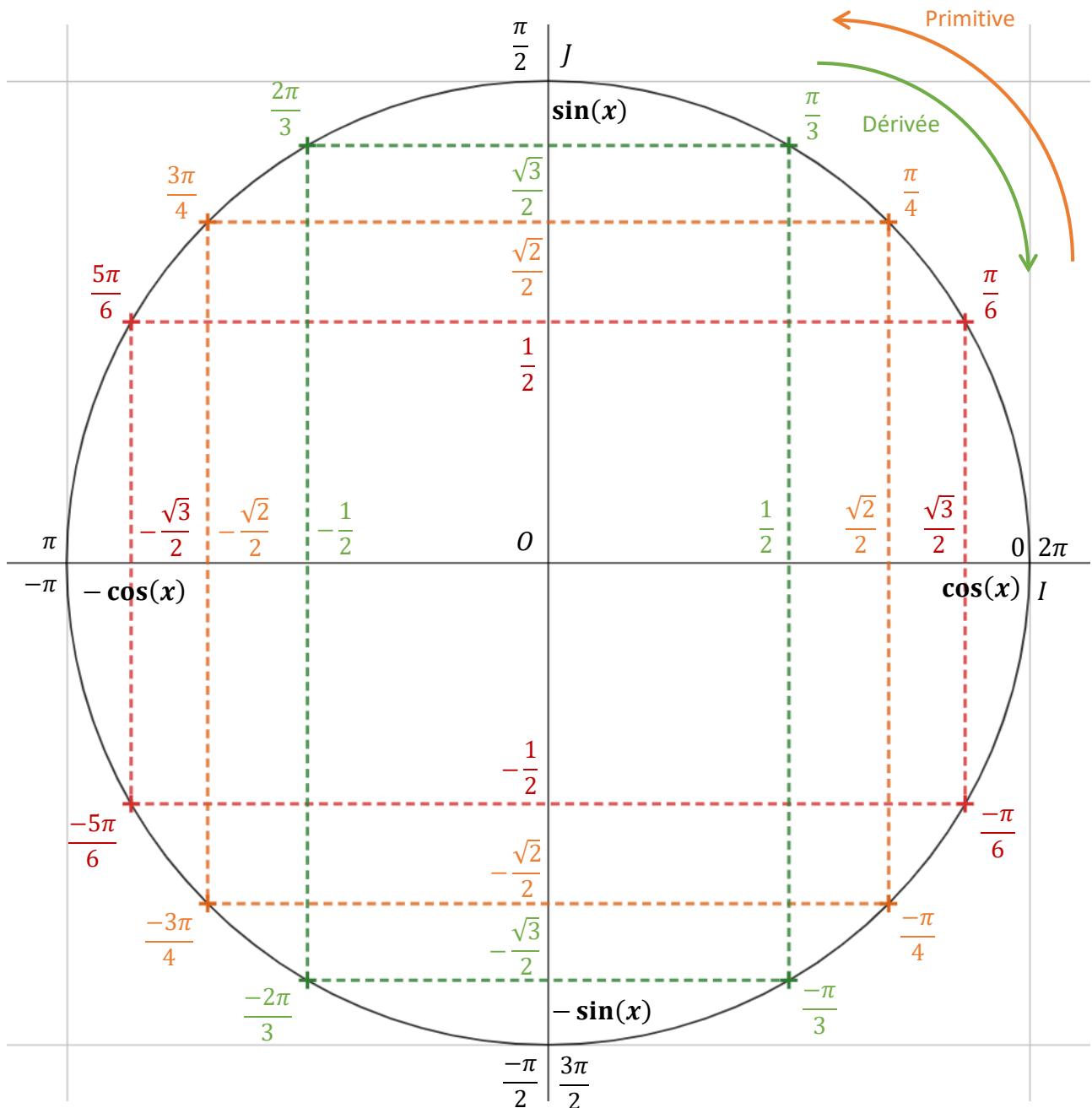
Mathématiques – Terminale

I. Cercle trigonométrique et équations

$$-1 \leq \cos(x) \leq 1$$

$$-1 \leq \sin(x) \leq 1$$

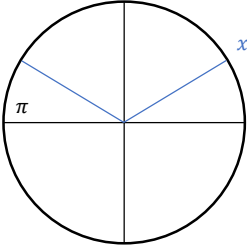
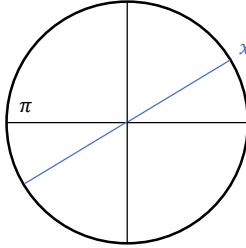
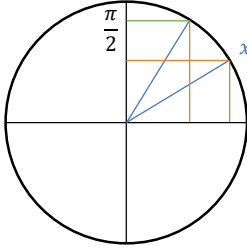
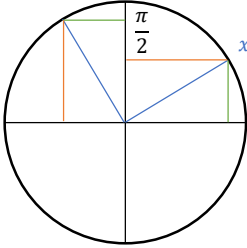
$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$$



$$\cos(x) = \cos(a) \Leftrightarrow x = a + 2k\pi \text{ ou } x = -a + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin(x) = \sin(a) \Leftrightarrow x = a + 2k\pi \text{ ou } x = \pi - a + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

II. Angles associés

 $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$ $\sin(\pi - x) = \sin(x)$	 $\cos(\pi + x) = -\cos(x)$ $\sin(\pi + x) = -\sin(x)$	 $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)$ $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$	 $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x)$ $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x)$
--	---	--	--

III. Propriétés des fonctions sinus et cosinus

- Les fonctions sinus et cosinus sont **continues** et **dérivables** sur \mathbb{R}
- Les fonctions sont périodiques de **période 2π**
- La fonction cosinus est paire (**$\cos -x = \cos x$**), sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées
La fonction sinus est impaire (**$\sin -x = -\sin x$**), sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine du repère

IV. Formules d'addition

Pour tous nombres réels a et b,

$$\begin{aligned}\cos(a + b) &= \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b) \\ \cos(a - b) &= \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin(a + b) &= \sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b) \\ \sin(a - b) &= \sin(a) \cos(b) - \cos(a) \sin(b)\end{aligned}$$

V. Formules de duplication

Pour tout nombre réel a,

$$\begin{aligned}\cos(2a) &= \cos^2(a) - \sin^2(a) \\ &= 2\cos^2(a) - 1 \\ &= 1 - 2\sin^2(a)\end{aligned}$$

$$\sin(2a) = 2 \sin(a) \cos(a)$$

Formules utiles pour linéariser une fonction avant de trouver sa primitive :

$$\cos^2(a) = \frac{1 + \cos(2a)}{2} \text{ et } \sin^2(a) = \frac{1 - \cos(2a)}{2}$$