

Suites arithmétiques et géométriques

Mathématiques – Première spécialité

1. Suites arithmétiques

a. Définition

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + r$$

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_p + (n - p) \times r, \text{ pour tout } p \in \mathbb{N}$$

$$\text{Cas particulier : } \forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_0 + nr$$

b. Somme des termes consécutifs

On considère $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 .

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2}$$

c. Variations

On considère (u_n) une suite arithmétique de raison r .

- Si $r > 1$ alors (u_n) est strictement croissante
- Si $r = 0$ alors (u_n) est constante
- Si $r < 0$ alors (u_n) est strictement décroissante

2. Suites géométriques

a. Définition

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = q \times u_n$$

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_p \times q^{n-p}, \text{ pour tout } p \in \mathbb{N}$$

$$\text{Cas particulier : } \forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_0 \times q^n$$

b. Somme des termes consécutifs

On considère $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0 .

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

c. Variations

On considère $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison $q > 0$ et de premier terme u_0 .

Si $u_0 > 0$:

- Si $0 < q < 1$ alors (u_n) est strictement décroissante
- Si $q > 1$ alors (u_n) est strictement croissante
- Si $q = 1$ alors (u_n) est constante égale à u_0

Si $u_0 < 0$:

- Si $0 < q < 1$ alors (u_n) est strictement croissante
- Si $q > 1$ alors (u_n) est strictement décroissante
- Si $q = 1$ alors (u_n) est constante égale à u_0

Si $u_0 = 0$ alors (u_n) est constante nulle.