Suites arithmétiques et géométriques

Mathématiques Spécialité – 1ère

1. Suites arithmétiques

a. Définition

$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + r$
$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_p + (n-p) \times r$, pour tout $p \in \mathbb{N}$
Cas particulier : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_0 + nr$

b. Somme des termes consécutifs

On considère $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0.

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2}$$

c. Variations

On considère (u_n) une suite arithmétique de raison r.

- Si $r > 1$ alors (u_n) est strictement croissante
- Si $r = 0$ alors (u_n) est constante
- Si $r < 0$ alors (u_n) est strictement décroissante

2. Suites géométriques

a. Définition

$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = q \times u_n$
$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_p \times q^{n-p}$, pour tout $p \in \mathbb{N}$
Cas particulier : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_0 \times q^n$

b. Somme des termes consécutifs

On considère $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0.

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

c. Variations

On considère $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison $q > 0$ et de premier terme u_0.

Si $u_0 > 0$:

- Si $0 < q < 1$ alors (u_n) est strictement décroissante
- Si $q > 1$ alors (u_n) est strictement croissante
- Si $q = 1$ alors (u_n) est constante égale à u_0

Si $u_0 < 0$:

- Si $0 < q < 1$ alors (u_n) est strictement croissante
- Si $q > 1$ alors (u_n) est strictement décroissante
- Si $q = 1$ alors (u_n) est constante égale à u_0

Si $u_0 = 0$ alors (u_n) est constante nulle.