Dérivation

Mathématiques – Première/Terminale Spécialité

# I. Nombre dérivé

Le taux d’accroissement est le coefficient directeur de la droite passant par et .

On dit que est dérivable en si et seulement si le taux d’accroissement de entre et admet comme limite un nombre réel quand tend vers 0.

# II. Tangente

Le nombre dérivé de en est donc par définition le coefficient directeur de la tangente à en .

admet une tangente au point , et cette tangente a pour équation réduire :

# III. Fonction dérivée

Si admet un nombre dérivé pour tout réel d’un intervalle de , on dit que est dérivable sur .

Une autre situation de non dérivabilité est un point où la courbe est « pointue » : on parle de point anguleux. Cela correspond à une situation où le taux d’accroissement admet des limites différentes selon que l’on se rapproche du point par la droite ou par la gauche (exemple : la fonction valeur absolue n’est pas dérivable en 0).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Fonction** | **Définie sur** | **Dérivée** | **Dérivable sur** |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

# IV. Opération sur les dérivées

|  |  |
| --- | --- |
| **Fonction** | **Dérivée** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

# V. Applications

## a. Sens de variation

* est croissante sur si et seulement si pour tout ;
* est décroissante sur si et seulement si pour tout ;
* est constante sur si et seulement si pour tout .

## b. Recherche d’extrema

Si est un extremum de sur , alors

Cependant, l’inverse n’est pas forcément vrai. Si s’annule en **en changeant de signe**, alors est un extremum local de sur .

## c. Convexité

Soit une fonction définie et deux fois dérivable sur un intervalle .

## d. Point d’inflexion

Soit une fonction dérivable sur I, sa courbe représentative dans un repère et . Le point est un **point d’inflexion de**  si cette dernière **traverse sa tangente au point A**. La courbe **change de convexité**.

Le point A est un point d’inflexion de si, et seulement si,  **s’annule en a en changeant de signe**.