



IN THE NAME OF GOD



University of Tehran  
Faculty of Electrical and Computer Engineering

# Signals and Systems

## Computer Assignment #1

Introduction to Wolfram Mathematica

*Professor*

**Dr. Rabiei**

*Prepared by*

**Amir Abbas Ghadiri**

Winter 2025

# فهرست مطالب:

۲	مقدمه .....
۳	بخش اول (رسم سیگنال‌ها) .....
۳	قسمت الف: رسم سیگنال‌ها به کمک توابع پایه و تابع چندضابطه‌ای .....
۳	قسمت ب: عملیات بر روی سیگنال‌ها .....
۴	بخش دوم (بررسی انرژی و توان سیگنال‌ها) .....
۵	بخش سوم (تشخیص متناوب بودن سیگنال‌ها و محاسبه پریود اصلی) .....
۵	بخش چهارم (محاسبه انتگرال‌های شامل ضربه و مشتقات آن) .....
۶	بخش پنجم (شبیه‌سازی تابع دلتای دیراک) .....
۷	نکات تحویل .....

**مقدمه**

هدف از تمرین کامپیوتری اول این است که آشنایی اولیه با نرم‌افزار متمتیکا (Wolfram Mathematica) پیدا کنیم و برخی از مطالب آموخته‌شده در درس سیگنال‌ها و سیستم‌ها را شبیه‌سازی نماییم.

بدین منظور با مسائل متنوعی از جمله:

- (۱) رسم سیگنال‌ها و عملیات ریاضی بر روی آن‌ها
- (۲) بررسی انرژی و توان سیگنال‌ها
- (۳) تشخیص متناوب بودن سیگنال‌ها و محاسبه پریود اصلی
- (۴) محاسبه انتگرال‌های شامل ضربه و مشتقات آن
- (۵) شبیه‌سازی تابع دلتای دیراک

مواجه می‌شویم. این تمرین کامپیوتری نه تنها به درک بهتر مفاهیم تئوری کمک می‌کند، بلکه مهارت‌های عملی در استفاده از ابزارهای محاسباتی را نیز تقویت می‌نماید.

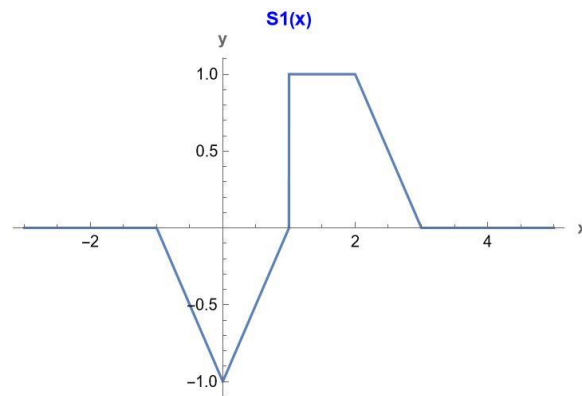
## بخش اول (رسم سیگنال‌ها)

قسمت الف: رسم سیگنال‌ها به کمک توابع پایه و تابع چندضابطه‌ای

(۱) به کمک سیگنال‌های پایه (پله و شیب)، دو سیگنال  $S_1(x)$  و  $S_2(x)$  را رسم کنید.

**\* توجه:** برای تمامی رسم‌های خود، بازه مناسب تغییرات ورودی و خروجی و عنوان نمودار را مشخص کنید.

$$S_2(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < -2, x \geq 3 \\ 1 & , \quad 1 \leq |x| \leq 2 \\ -1 & , \quad -1 < x < 0 \\ x-1 & , \quad 0 \leq x < 1 \\ -x+3 & , \quad 2 \leq x < 3 \end{cases}$$



تصویر ۲- رابطه سیگنال  $S_2(x)$

تصویر ۱- نمودار سیگنال  $S_1(x)$

(۲) اکنون با استفاده از دستور Piecewise و سیگنال‌های دلخواه، دو سیگنال  $S_1(x)$  و  $S_2(x)$  را رسم کنید.

**پرسش:** به نظر شما کدام یک از دو روش بالا آسان‌تر است؟ به کمک مفهوم پاسخ ضربه و خواص آن، توضیح دهید که چرا علاقه‌مندیم سیگنال‌ها را بر اساس سیگنال‌های پایه پله و شیب توصیف کنیم.

قسمت ب: عملیات بر روی سیگنال‌ها

با استفاده از دو سیگنال  $S_1(x)$  و  $S_2(x)$ ، سیگنال‌های زیر را رسم کنید.

1.  $X_1(t) = S_1(t-1) S_2(-t)$

2.  $X_2(t) = S_1(t) S_2(t-1)$

3.  $X_3(t) = \begin{cases} S_1(t+4) * \Pi(t) & , t < 0 \\ S_2(t-2) & , t \geq 0 \end{cases}$  \* is Convolution

4.  $X_4(t) = \sum_{k=-4}^4 S_1(t-2k) S_2(-1-t+2k)$

5.  $X_5(t) = \Pi(X_4(t))$       6.  $X_6(t) = \Lambda(X_4(t-1))$

## بخش دوم (بررسی انرژی و توان سیگنال‌ها)

(۱) توان و انرژی هر یک از سیگنال‌های زیر را به صورت شبیه‌سازی محاسبه کنید و نوع انرژی و توان بودن آن‌ها را اعلام کنید.

**\* توجه:** لزوماً نیاز نیست بازه انتگرال‌گیری را از منفی بی‌نهایت تا مثبت بی‌نهایت در نظر بگیرید و با توجه به رفتار سیگنال می‌توانید بازه انتگرال‌گیری را انتخاب کنید.

1.  $X_1(t) = A e^{-at} u(t)$  ,  $Re\{a\} > 0$

2.  $X_2(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$

3.  $X_3(t) = \frac{1}{1 + |t|^3}$       4.  $X_4(t) = \frac{u(t-4)}{\sqrt[4]{t}}$

5.  $X_5(t) = e^{-3t} \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) u(t)$

6.  $X_6(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(t-6k)$  when  $X(t) = \left(1 - \Pi\left(\text{sinc}\left(\frac{\pi t}{4}\right)\right)\right) \text{sinc}\left(\frac{\pi t}{4}\right)$

(۲) درستی نکات زیر را با ارائه مثال مناسب نشان دهید.

**\* نکته ۱:** برای محاسبه انرژی یا توان کل یک سیگنال، می‌توان سیگنال را به بازه‌های زمانی جداگانه تقسیم کرده و انرژی و توان کل هر قسمت را محاسبه و در آخر با هم جمع نمود.

$$E\{x(t)\} = \sum_i E_i \quad , \quad P\{x(t)\} = \sum_i P_i$$

$E_i$  ها و  $P_i$  ها انرژی و توان قسمت‌های جداگانه از سیگنال  $x(t)$  است.

**\* نکته ۲:** اگر دو سیگنال مختلف، فقط در یک قسمت کراندار با دوره زمانی محدود با هم تفاوت داشته باشند، توان کل آن‌ها یکسان خواهد بود.

$$x(t) \rightarrow P\{x(t)\} = P\{y(t)\} \text{ فقط در یک قسمت کراندار و دوره محدود، تفاوت دارند}$$

**\* نکته ۳:** اگر سیگنال  $x(t)$  یک سیگنال کراندار باشد به طوری که  $\lim_{t \rightarrow -\infty} x(t) = A$  و  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = B$  آنگاه توان کل آن برابر است با:

$$P_{total} = \frac{A^2 + B^2}{2}$$

## بخش سوم (تشخیص متناوب بودن سیگنال‌ها و محاسبه پریود اصلی)

(۱) متناوب بودن یا نبودن سیگنال‌های زیر را بررسی نمائید و پریود اصلی سیگنال‌های متناوب را گزارش کنید.

\* **توجه:** برای تشخیص متناوب بودن، از دستور Manipulate استفاده کنید. در سیگنال‌هایی که دامنه آن‌ها از از منفی بی‌نهایت تا مثبت بی‌نهایت تعریف شده‌است، بازه رسم کردن را محدودتر انتخاب کنید.

(۲) برای سیگنال‌هایی که متناوب بدست آمدند، دوره تناوب اصلی را به صورت دستی نیز محاسبه کنید.

1.  $X_1(t) = \cos(3t) + \sin(5t)$

2.  $X_2(t) = \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) \cos\left(\frac{\pi t}{5}\right)$

3.  $X_3(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} u(t-2k) u(2k-t+1)$

4.  $X_4(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} u(t-2k) u(2k-t+1)$

5.  $X_5(t) = \text{Odd}\{\sin(t)u(t)\}$

6.  $X_6(t) = \text{Odd}\{\cos(t)u(t)\}$

7.  $X_7(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Lambda\left(t - \frac{3k}{5}\right)$

8.  $X_8(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} e^{-|t-2n|}$

(۳) اکنون بررسی کنید که آیا سیگنال زیر متناوب است یا خیر، در صورت متناوب بودن، پریود اصلی آن را بیان کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$$Y(t) = X_1(t) + X_2(t)$$

**پرسش)** بررسی نمائید در چه صورت مجموع دو سیگنال متناوب، همچنان متناوب خواهد بود؟ (به بیان دیگر چه رابطه‌ای باید بین دوره تناوب سیگنال‌ها برقرار باشد). در صورت برقراری شرط لازم، دوره تناوب چقدر است؟

## بخش چهارم (محاسبه انتگرال‌های شامل ضربه و مشتقات آن)

با استفاده از خواص تابع ضربه، انتگرال‌های زیر را هم به صورت تئوری و هم شبیه‌سازی بدست آورید.

1.  $\int_{-\infty}^{+\infty} \left( e^{-3t} \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) + \Lambda\left(\frac{t}{2} - 1\right) \right) \delta'(t - 0.5) dt$

2.  $\int_{-\infty}^{+\infty} \left( (t^2 + 2) \delta''(t + 1) + (e^{-|t|} + t^2 + 2) \delta(e^{-|t|} + t^2 + 1) \right) dt$

3.  $\int_0^{+\infty} (t^2 + 1) (\delta'(2t - 6) + \delta(t^2 - 1)) dt$

## بخش پنجم (شبیه‌سازی تابع دلتای دیراک)

قصد داریم تابع دلتای دیراک را تعریف کنیم؛ بدین منظور سیگنال‌های زیر را در نظر بگیرید:

$$1. X_1(t, \varepsilon) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{\varepsilon}\right)^2$$

$$2. X_2(t, \varepsilon) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{4\varepsilon} \Pi\left(\frac{t}{4\varepsilon}\right)$$

$$3. X_3(t, \varepsilon) = \begin{cases} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \left(1 - \frac{|t|}{\varepsilon}\right) & |t| \leq \varepsilon \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$4. X_4(t, \varepsilon) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} e^{-\frac{t}{\varepsilon}} u(t)$$

$$5. X_5(t, \varepsilon) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{t}{|\varepsilon|}\right)}{\pi t} \quad (Q6) \quad (HW1)$$

$$6. X_6(t, \varepsilon) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{|\varepsilon|}{\pi(t^2 + \varepsilon^2)} \quad (Q6) \quad (HW1)$$

(۱) ابتدا برای سیگنال  $X_1$  تا  $X_4$ ، شروط مورد نیاز برای تحقق تابع دلتای دیراک را به صورت تئوری بررسی کنید.

**\* توجه:** می‌توانید از بررسی تئوری شرایط زیر برای تحقیق تابع دلتای دیراک استفاده کنید:

$$\forall t \neq 0 \rightarrow \delta(t) = 0 \quad \text{and} \quad \int_{0^-}^{0^+} \delta(t) dt = 1$$

اکنون می‌خواهیم با دستور جدید Animate آشنا بشویم.

همانطور که دیدیم، با دستور Manipulate می‌توان تغییرات حاصل از چند پارامتر را در خروجی سیگنال مشاهده کرد ولی این تغییرات به صورت دستی انجام می‌گیرد. برای اینکه تغییرات به صورت خودکار انجام شود از دستور Animate استفاده می‌کنیم.

حال می‌خواهیم با تغییر پارامتر  $\varepsilon$ ، نحوه تغییر سیگنال‌های بالا را به صورت انیمیشن مشاهده کنیم.

(۲) از دستور Animate استفاده کرده و صحت نتایج بدست آمده را با نتایج تئوری مقایسه کنید.

**\* توجه:** محدوده تغییرات  $\varepsilon$  و بازه خروجی را به گونه‌ای انتخاب کنید که تغییرات به خوبی قابل مشاهده باشد.

در نهایت خروجی‌های تولید شده برای هر سیگنال را به کمک دستور Export در قالب gif ذخیره نمایید و در پوشه آپلودی قرار دهید.

## نکات تحویل

- (۱) مهلت تحویل تمرین کامپیوتری تا واپسین ساعات ۱۰ فروردین ماه می باشد.
- (۲) انجام این تمرین کامپیوتری به صورت انفرادی است.
- (۳) برای انجام این تمرین تنها مجاز به استفاده از نرم افزار Wolfram Mathematica هستید.
- (۴) در صورت وجود تقلب در هر بخش، از تمامی افراد شرکت کننده در آن نمره کسر خواهد شد.
- (۵) در صورتی که از منبعی برای هر بخش استفاده می شود، حتماً لینک مربوط به آن در گزارش آورده شود. وجود شباهت بین منبع و پیاده سازی در صورت ذکر منبع بلامانع است.
- (۶) دقت شود که معیار اصلی نمره دهی، گزارش کار شما خواهد بود، بنابراین وقت کافی را برای نوشتن آن اختصاص دهید. برای هر سوال قسمتی در گزارش کار خود ایجاد کنید و شکل ها و توضیحات مورد نیاز را قرار دهید. همچنین نتایج و تحلیل های شما در گزارش کار، در روند نمره دهی تأثیرگذار است.
- (۷) در نهایت کد های تحویلی هر بخش را در یک فایل nb. قرار دهید. همچنین بخش های هر سوال را به کمک Section ها از هم جدا کنید (در آخر، ۵ فایل nb. آماده برای آپلود خواهید داشت).
- (۸) لطفاً گزارش، فایل های شبیه سازی و سایر ضمائم مورد نیاز را با ترتیب نام گذاری زیر به صورت یک فایل زیپ در صفحه سامانه درس بارگذاری کنید:

SS\_CA1\_[Last name]\_[Student number].zip

- (۹) در صورت وجود هر گونه ابهام یا مشکل می توانید از طریق تلگرام یا ایمیل با من در تماس باشید:

• امیرعباس قدیری ([aaghadiri1400@gmail.com](mailto:aaghadiri1400@gmail.com)) (@AA\_Ghadiri)

ارادتمد شما،

موفق باشید.