

PHƯƠNG TRÌNH

Cho ba số nguyên a, b, c , trong đó a, b không đồng thời bằng 0, $|a|, |b|, |c| \leq 10^9$. Xét phương trình:

$$ax + by = c$$

Yêu cầu: Tìm một nghiệm (x, y) của phương trình trên, với x, y là các số nguyên thỏa mãn $|x|, |y| \leq 10^{18}$

Dữ liệu: Vào từ file văn bản INTEQN.INP

- ⚙ Dòng 1 chứa số nguyên dương $T \leq 10^4$ là số bộ dữ liệu
- ⚙ T dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa ba số nguyên dương $a, b, c \leq 10^9$ cách nhau bởi dấu cách ứng với một bộ dữ liệu

Kết quả: Ghi ra file văn bản INTEQN.OUT, ứng với mỗi bộ dữ liệu ghi ra hai nghiệm x, y tìm được trên một dòng, nếu phương trình không có nghiệm thỏa mãn điều kiện đặt ra, ghi ra trên dòng đó duy nhất một số 0

Các số trên một dòng của input/output được/phải ghi cách nhau bởi dấu cách

Ví dụ

INTEQN.INP	INTEQN.OUT
3	3 -2
10 7 16	0
2 8 3	1 1
1 2 3	

PHÁT GIẤY THI

Giáo sư X sắp phải đi họp và ông chuẩn bị một bài tập làm văn cho sinh viên làm trong thời gian ông đi vắng. Giáo sư X có m tờ giấy thi để phát cho n sinh viên. Tùy theo trình độ viết dài, viết hổng của từng người, ông xác định chính xác được rằng sinh viên thứ i phải được phát không ít hơn a_i tờ giấy thi.

Yêu cầu: Đếm số cách phát m tờ giấy thi cho n sinh viên theo yêu cầu trên. Hai cách phát giấy thi được gọi là khác nhau nếu tồn tại một sinh viên nhận được số tờ giấy thi khác nhau trong hai cách đó.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản PAPERS.INP

- Dòng 1 chứa hai số nguyên dương $m \leq 10^9; n \leq 10^5$
- Dòng 2 chứa n số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n ($\forall i: a_i \leq 10^9$)

Các số trên một dòng của input file được ghi cách nhau bởi dấu cách

Kết quả: Ghi ra file văn bản PAPERS.OUT một số nguyên duy nhất là số dư của phép chia kết quả tìm được cho 1000000007 ($10^9 + 7$).

Ví dụ

PAPERS.INP	PAPERS.OUT
5 3 1 1 2	3

Giải thích, 3 cách chia có thể là

1	1	3
1	2	2
2	1	2

GIẢI HỆ

Cho 6 số nguyên $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$. Giải hệ hai phương trình nghiệm nguyên với hai ẩn x, y :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Dữ liệu: Vào từ file văn bản INTSLE.INP

- ✿ Dòng 1 chứa số $n \leq 100$ là số bộ dữ liệu.
- ✿ n dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một bộ dữ liệu là 6 số nguyên $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ theo đúng thứ tự cách nhau bởi dấu cách, các số này có giá trị tuyệt đối không quá 10^6 .

Kết quả: Ghi ra file văn bản INTSLE.OUT n dòng, mỗi dòng ghi kết quả ứng với một bộ dữ liệu:

- ✿ Nếu hệ không có nghiệm nguyên, ghi ra NO SOLUTION
- ✿ Nếu hệ có vô số nghiệm nguyên, ghi ra INFINITE
- ✿ Nếu hệ có nghiệm nguyên duy nhất, ghi ra hai số nguyên cách nhau bởi dấu cách lần lượt là giá trị nghiệm x và nghiệm y

Ví dụ

INTSLE.INP	INTSLE.OUT
4	NO SOLUTION
1 2 3 2 4 7	INFINITE
1 2 3 2 4 6	22 14
1 1 36 2 4 100	NO SOLUTION
1 1 1 1 -1 0	

PHƯƠNG TRÌNH DIOPHANTINE

Cho ba số nguyên dương a, b, c . Xét phương trình:

$$ax + by = c$$

Yêu cầu: Tìm số lượng cặp (x, y) là nghiệm của phương trình trên, với x, y là hai số nguyên dương

Dữ liệu: Vào từ file văn bản DIOPHANTINE.INP

- ✿ Dòng 1 chứa số nguyên dương $T \leq 10^4$ là số bộ dữ liệu
- ✿ T dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa ba số nguyên dương $a, b, c \leq 10^9$ cách nhau bởi dấu cách ứng với một bộ dữ liệu

Kết quả: Ghi ra file văn bản DIOPHANTINE.OUT, ứng với mỗi bộ dữ liệu ghi ra một số nguyên duy nhất trên một dòng là số cặp nghiệm nguyên dương của phương trình.

Ví dụ

DIOPHANTINE.INP	DIOPHANTINE.OUT
2	4
2 4 20	1
3 5 16	

Giải thích:

Phương trình $2x + 4y = 20$ có 4 cặp nghiệm là

$$2 \times 2 + 4 \times 4 = 20$$

$$2 \times 4 + 4 \times 3 = 20$$

$$2 \times 6 + 4 \times 2 = 20$$

$$2 \times 8 + 4 \times 1 = 20$$

Phương trình $3x + 5y = 16$ chỉ có một nghiệm $x = 2, y = 2$

ĐONG NƯỚC

Cho một thùng nước và hai gàu mức nước có dung tích lần lượt là A và B . Ban đầu thùng nước rỗng. Một người phải dùng hai gàu mức nước vào/ra thùng với điều kiện khi mức vào hay mức ra đều phải đong đầy gàu. Hãy tìm cách dùng số lần mức nước ít nhất để có được lượng nước là C trong thùng.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản CWATER.INP

- ✿ Dòng 1 chứa số $k \leq 100$ là số test
- ✿ k dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa ba số nguyên dương $A, B, C \leq 10^9$ cách nhau bởi dấu cách tương ứng với một test

Kết quả: Ghi ra file văn bản CWATER.OUT, ứng với mỗi test, ghi ra trên một dòng một số nguyên duy nhất là số lần mức theo phương án tìm được, nếu không thể thực hiện yêu cầu ghi ra số -1.

Ví dụ

CWATER.INP	CWATER.OUT
2	5
15 24 3	5
100 27 8	

Giải thích:

Test case 1: Dùng gàu 24 mức vào 2 lần và dùng gàu 15 đổ ra 3 lần.

Test case 2: Dùng gàu 27 mức vào 4 lần và dùng gàu 100 mức ra 1 lần

ĐOÁN SỐ

Cho 8 số nguyên không âm d_1, d_2, \dots, d_4 và r_1, r_2, \dots, r_4 trong đó $\forall i: 0 \leq r_i < d_i$

Tìm số nguyên dương n bé nhất thỏa mãn: n chia d_i dư đúng r_i ($\forall i: 1 \leq i \leq 4$)

Dữ liệu: Vào từ file văn bản COUNTMOD.INP

- ✿ Dòng 1 chứa số $T \leq 10^4$ là số test.
- ✿ T khối dòng tiếp theo mỗi khối 4 dòng chứa dữ liệu cho 1 test: Dòng thứ i chứa cặp số nguyên d_i, r_i cách nhau bởi dấu cách ($0 \leq r_i < d_i \leq 10^4$)

Kết quả: Ghi ra file văn bản COUNTMOD.OUT, với mỗi test ghi ra một số nguyên dương duy nhất là số n tìm được, trong trường hợp không tồn tại số n thỏa mãn điều kiện, ghi ra số -1.

Ví dụ

COUNTMOD.INP	COUNTMOD.OUT
2	123
20 3	-1
15 3	
21 18	
35 18	
5 1	
5 2	
5 3	
5 4	

00 VÀ 11

Từ xâu nhị phân $S_0 = "1"$, người ta sinh ra các xâu S_1, S_2, \dots, S_n trong đó $S_i = S_{i-1} + \overline{S_{i-1}}$. Ở đây $\overline{S_{i-1}}$ là xâu nhị phân tạo thành từ xâu S_{i-1} bằng cách đảo hết các bit (bit 1 thành bit 0 và bit 0 thành bit 1). Ví dụ:

$$S_0 = "1"$$

$$S_1 = "10"$$

$$S_2 = "1001"$$

$$S_3 = "10010110"$$

$$S_4 = "1001011001101001"$$

Yêu cầu: Cho số nguyên dương n , hãy xác định trong xâu S_n có bao nhiêu vị trí có 2 bit liên tiếp bằng nhau (tức là đếm số lần xuất hiện của xâu "00" và "11" trong S_n)

Dữ liệu: Vào từ file văn bản SAMEBIT.INP

⚙ Dòng 1 chứa số nguyên dương $T \leq 10^5$ là số test

⚙ T dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một số nguyên dương $n \leq 10^9$ ứng với một test

Kết quả: Ghi ra file văn bản SAMEBIT.OUT T dòng, mỗi dòng ghi một số nguyên duy nhất là số dư của kết quả tìm được khi chia cho 123456789

Ví dụ:

SAMEBIT.INP	SAMEBIT.OUT
4	0
1	1
2	2
3	5
4	

CHUYỂN ĐỘNG

Giáo sư X đang dạy các bé trường mầm non SuperKids về chuyển động đều. Thí nghiệm hôm nay được thực hiện trên một mặt bàn hình chữ nhật kích thước $m \times n$ trên đó xác định hệ tọa độ Descartes vuông góc Oxy. Góc trái dưới của mặt bàn nằm ở tọa độ $(0,0)$ còn góc phải trên nằm ở tọa độ (m,n) .

Giáo sư X đặt hai viên bi trên mặt bàn, kích thước và khối lượng các viên bi là không đáng kể, có thể coi là một chất điểm. Giáo sư đẩy hai viên bi cùng lúc tại thời điểm 0, một viên bi hướng từ điểm A tới điểm B và viên bi còn lại hướng từ điểm C tới điểm D. Tốc độ của các viên bi được tính toán kỹ lưỡng sao cho trong 1 giây viên bi thứ nhất đi được quãng đường đúng bằng độ dài đoạn AB còn viên bi thứ hai đi được quãng đường đúng bằng độ dài đoạn CD.

Hai viên bi di chuyển theo đúng nguyên lý của chuyển động đều trong môi trường không có ma sát. Mỗi khi bi đập vào cạnh bàn, nó giữ nguyên tốc độ và đổi hướng (góc phản xạ đúng bằng góc tới), trường hợp bi đập vào góc bàn, nó sẽ di chuyển ngược lại với tốc độ không đổi.

Nhiệm vụ của bạn là giúp các bé xác định thời điểm sớm nhất mà hai viên bi va chạm nhau (tức là thời điểm sớm nhất mà hai viên bi đến cùng một vị trí trên bàn)

Dữ liệu: Vào từ file văn bản MOTION.INP

- ✿ Dòng 1 chứa số $T \leq 10^4$ là số tests,
- ✿ Các dòng sau, mỗi dòng chứa một test, gồm 10 số nguyên $m, n, x_A, y_A, x_B, y_B, x_C, y_C, x_D, y_D$ cách nhau bởi dấu cách, tương ứng là chiều ngang, chiều dọc của bảng, hoành độ và tung độ các điểm A, B, C, D theo đúng thứ tự đó. ($1 \leq m, n \leq 100$; tọa độ các điểm không nằm ngoài bảng, dữ liệu cũng đảm bảo đoạn thẳng AB cũng như đoạn thẳng CD không đi dọc cạnh bàn, các điểm A, B, C, D hoàn toàn phân biệt)

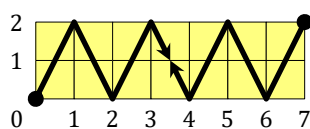
Kết quả: Ghi ra file văn bản MOTION.OUT

Với mỗi test, nếu hai viên bi không thể va chạm, in ra trên một dòng số -1. Nếu không in ra 2 số nguyên dương p và q là tử số và mẫu số của **phân số tối giản** p/q là thời điểm hai viên bi va chạm.

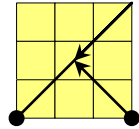
Ví dụ

MOTION.INP	MOTION.OUT
5	7 2
7 2 0 0 1 2 7 2 6 0	3 2
3 3 0 0 3 3 3 0 2 1	-1
4 4 0 2 2 4 3 2 2 2	1 3
4 4 1 0 4 4 3 0 0 4	63 2
9 7 0 0 1 1 9 0 8 7	

Test thứ nhất



Test thứ hai



Test thứ ba:

Quỹ đạo 2 viên bi chỉ chung nhau điểm $(0, 2)$ và $(4, 2)$
Hai viên bi tới những vị trí đó ở thời điểm khác tính chẵn lẻ

Test thứ tư:

