

# SPRING CAMP

## TST2021

presented by Đỗ Phan Thuận

Bộ môn Khoa Học Máy Tính  
Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội



Ngày 25 tháng 2 năm 2021



Bài 1. Alice ở xứ sở 01 — alice

Bài 2. Thành phần liên thông trên cây — CCTREE

Bài 3. Vị trí hạnh phúc — HAPPOS

## Bài 1. Alice ở xứ sở 01

- ▶ Trường hợp tồn tại vị trí số 0 nằm bên trái số 1 thì chắc chắn sẽ luôn tồn tại 1 xâu 01
- ▶ Trường hợp tất cả các số 1 đều nằm bên trái tất cả các số 0, ta sẽ tìm số 1 bên phải nhất và số 0 bên trái nhất, tập trung hỏi vào vòng giữa 2 số này. Cách hỏi là: Nếu vùng này có độ dài lẻ, ta sẽ hỏi vào các vị trí 2, 4, 6, ... Ta có thể hỏi ở bất kì 1 vị trí nào trong các vị trí này, trường hợp độ dài chẵn thì hỏi ở đâu cũng được. Khi hỏi xong nhận kết quả trả về là 0 hay 1 thì ta sẽ cập nhật lại vị trí số 1 bên phải nhất hoặc số 0 bên trái nhất, và đi vào tập trung hỏi trong vùng này theo cách tương tự

Bài 1. Alice ở xứ sở 01 — alice

Bài 2. Thành phần liên thông trên cây — CCTREE

Bài 3. Vị trí hạnh phúc — HAPPOS

## Bài 2. Thành phần liên thông trên cây

Lời giải  $\mathcal{O}(2^N \times N)$

Duyệt từng tập con có thể có của các nút muốn xóa và tính số các thành phần liên thông bằng DFS hoặc BFS

Lời giải  $\mathcal{O}(N)$

Cố định gốc của cây, ví dụ đỉnh 1, tiếp theo áp dụng quy hoạch động từ gốc theo thứ tự duyệt theo chiều sâu của cây. Lưu ý sẽ phải xét chi tiết nhiều trường hợp khác nhau gắn với việc xóa hay không xóa mỗi nút

Bài 1. Alice ở xứ sở 01 — alice

Bài 2. Thành phần liên thông trên cây — CCTREE

Bài 3. Vị trí hạnh phúc — HAPPOS

Subtask 1 (30 điểm):  $n \leq 10$

Subtask 2 (70 điểm):  $10 < n \leq 1000$

## Bài 3. Vị trí hạnh phúc — HAPPOS

- ▶ Cho một cây  $n$  đỉnh đánh số  $1, 2, \dots, n$ , mỗi đỉnh một màu khác nhau trong các màu  $1, 2, \dots, n$ . Cần xác định số thao tác ít nhất trao đổi màu 2 đỉnh kề để tất cả các đỉnh đều có chỉ số và màu như nhau,
- ▶ Cho  $n$  công nhân được bố trí làm việc cạnh nhau theo một sơ đồ hình cây, mỗi công nhân thích một vị trí khác nhau trong số  $n$  vị trí, gọi là vị trí hạnh phúc của mình. Hãy thực hiện ít nhất phép đổi chỗ 2 người cạnh nhau để mỗi người về đúng vị trí hạnh phúc của mình.



## Giả thuyết Chiếc lá hạnh phúc (1991-2019)

“Nếu các lá trên cây mà các màu đúng vị trí hạnh phúc của nó thì tồn tại một cách thao tác tối ưu số bước tráo đổi màu hai đỉnh kề nhau mà không đụng đến những chiếc lá hạnh phúc.”

## Subtask 1 (30 điểm): $n \leq 10$

- ▶ Nhận thấy, cây có tối đa  $10! = 3628800$  trạng thái các đỉnh, ta có thể thực hiện phép loang BFS.
- ▶ Với mỗi cấu hình trên cây, tương ứng với 1 hoán vị, ta quy đổi cấu hình về thứ tự hoán vị trong tập hoán vị.
- ▶ Thực hiện phép loang BFS xuất phát từ cấu hình vị trí hạnh phúc. Tại mỗi thời điểm, thử đổi chỗ 2 người ở 2 đỉnh (đầu mỗi cạnh trong số  $n - 1$  cạnh). Sinh ra tối đa  $n - 1$  cấu hình khác, đánh dấu theo thứ tự hoán vị đó.

## Subtask 2 (70 điểm): $10 < n \leq 1000$

- ▶ Nhận xét, khi một người được đổi chỗ, khoảng cách từ vị trí hiện tại tới vị trí người đó mong muốn tăng hoặc giảm 1 đơn vị. Mỗi lần đổi chỗ 2 người, ta cần làm cho ít nhất 1 người tiến gần tới vị trí cần thiết.
- ▶ Thực hiện một số kỹ thuật heuristic lựa chọn cặp để đổi chỗ như sau:

- 1 Ưu tiên khoảng cách:

Với cạnh  $(u, v)$ , gọi  $x$  là vị trí hạnh phúc của người đang ở  $u$ ;  $y$  là vị trí hạnh phúc người đang ở  $v$ ;  $d_{pq}$  là khoảng cách giữa 2 đỉnh  $p, q$  trên cây.

$$\delta = d_{ux} + d_{vy} - d_{uy} - d_{vx}$$

$\delta$  là lượng giảm đi tổng khoảng cách của các công nhân từ vị trí hiện tại tới vị trí hạnh phúc khi đổi chỗ 2 người ở vị trí  $u, v$ .  $\delta$  sẽ có 3 giá trị  $\{2, 0, -2\}$ . Ta ưu tiên chọn  $\delta \geq 0$  từ lớn tới bé. Sử dụng hàng đợi ưu tiên để cập nhật và lựa chọn giá trị  $\delta$ .

## Subtask 2 (70 điểm): $10 < n \leq 1000$

- ▶ Thực hiện một số kỹ thuật heuristic lựa chọn cặp để đổi chỗ như sau:
  - 2 Ưu tiên xa di chuyển trước:  
Với các cạnh có cùng  $\delta$ , ưu tiên lựa chọn cạnh có  $D = \max(d_{ux}, d_{vy})$  lớn hơn (cạnh có người xa hơn di chuyển trước). Trường hợp có  $\delta = 0$  ưu tiên di chuyển làm giảm  $D$ .
  - 3 Thực hiện tiến hành random thứ tự ưu tiên trong trường hợp 2 mức độ ưu tiên trên không phân biệt được việc chọn cạnh, với mỗi lần ta thêm 1 hằng số ưu tiên random vào một cạnh. Thực hiện nhiều lần với bộ hệ số ưu tiên random, ta chọn phương án tối ưu nhất.

## Cách để full Test 8

- ▶ Test 8 thực chất là cây ghép của nhiều cây của Test 2
- ▶ Để nhận biết được Test 8 có cấu trúc giống Test 2, các bạn có thể xem điểm của mình bằng thuật toán heuristic ở cả 2 Test và tính ngược lại nhờ công thức tính điểm đã cho để ra được số bước chuyển của jury
- ▶ Sau khi full Test 2 theo thuật toán loang, do kích thước nhỏ nên ta có thể quan sát cấu trúc cây từ đó tìm tất cả các cấu trúc cây này trong Test 8