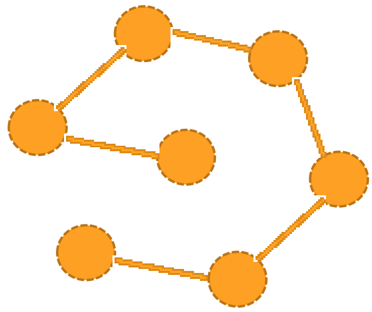
03 BÀI TẬP VỀ CÂY ĐỒ THỊ (TREE)



1☼. Bán kính của cây (1)

Cho một cây $T = (V, E)$ gồm n đỉnh và $n - 1$ cạnh. Các đỉnh được đánh chỉ số từ 1 đến n. Với mỗi cặp đỉnh u, v thuộc cây T, luôn tồn tại duy nhất một đường đi từ đỉnh u đến đỉnh v. Số cạnh trên đường đi đó được gọi là độ dài của đường đi từ đỉnh u đến v. Ta kí hiệu là $d(u, v)$.

Bán kính của cây T được kí hiệu $R(T) = max\{d(u, v)\}$ với u, v là các đỉnh của cây.

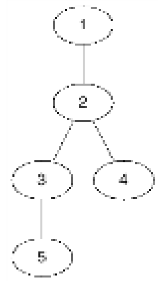
Yêu cầu: Đưa ra *R(T)*.

Dữ liệu cho trong file RadisTree1.Inp gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương n là số đỉnh của cây.
- $n - 1$ dòng sau, mỗi dòng ghi hai đỉnh u, v mô tả một cạnh của cây $(1 \le u \ne v \le n)$.

Kết quả ghi ra file RadisTree1.Out là giá trị $R(T)$.

Ví dụ:

RadisTree1.Inp	RadisTree1.Out	Hình minh họa
5 1 2 2 3 2 4 3 5	3	

Giới hạn:

- Sub1: $n \le 1000$;
- Sub2: $n \le 100000$;

2☼. Bán kính của cây (2)

Cho một cây $T = (V, E)$ gồm n đỉnh và $n - 1$ cạnh. Các đỉnh được đánh chỉ số từ 1 đến n, mỗi cạnh của đồ thị có một trọng số (độ dài). Với mỗi cặp đỉnh u, v thuộc cây T, luôn tồn tại duy nhất một đường đi từ đỉnh u đến đỉnh v. Tổng trọng số của các cạnh trên đường đi đó được gọi là độ dài của đường đi từ đỉnh u đến v. Ta kí hiệu là $d(u, v)$.

Bán kính của cây T được kí hiệu $R(T) = max\{d(u, v)\}$ với u, v là các đỉnh của cây.

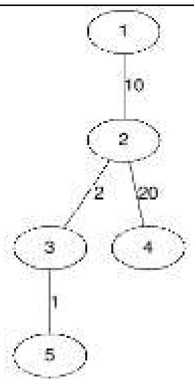
Yêu cầu: Đưa ra *R(T)*.

Dữ liệu cho trong file RadisTree2.Inp gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương n là số đỉnh của cây.
- $n - 1$ dòng sau, mỗi dòng ghi ba số u, v và w mô tả một cạnh (u, v) có độ dài là w. $(1 \le u \ne v \le n; |w| \le 10^6)$.

Kết quả ghi ra file RadisTree2.Out là giá trị $R(T)$.

Ví dụ:

RadisTree2.Inp	RadisTree2.Out	Hình minh họa
5 1 2 10 2 3 2 2 4 20 3 5 1	30	

Giới hạn:

- Sub1: $n \leq 1000$;
- Sub2: $n \leq 100000$;

3☼. Đường đi 0 – 1

Cho cây gồm *n* đỉnh, *n – 1* cạnh. Mỗi cạnh có ghi trọng số là 0 hoặc 1. Với mỗi cặp đỉnh *u*, *v*, tồn tại đường đi *p* duy nhất trên cây từ đỉnh *u* đến đỉnh *v*; $p = u \rightarrow u_1 \rightarrow u_2 \rightarrow \ldots \rightarrow u_k = v$. Đường đi *p* được gọi là đường đi 0 – 1 nếu:

- Hoặc các cạnh trên đường đi đều có trọng số bằng 0.
- Hoặc các cạnh trên đường đi đều có trong số bằng 1.
- Dọc theo đường đi từ *u* đến *v*, các cạnh có trọng số bằng 0 thuộc về một bên, các trọng số bằng 1 thuộc về bên còn lại.

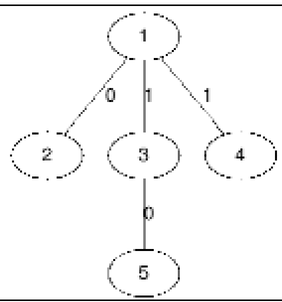
Yêu cầu: Đếm xem có bao nhiêu cặp đỉnh *u*, *v* (*u* < *v*) mà đường đi từ *u* đến *v* là đường đi 0 – 1.

Dữ liệu cho trong file PATH01.Inp gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương *n* là số đỉnh ($n \leq 10^5$) của cây.
- *n - 1* dòng sau, mỗi dòng ghi ba số u, v, c mô tả cạnh (u, v) có trọng số c ($c = 0$ hoặc 1).

Kết quả ghi ra file PATH01.Out là số cặp đỉnh *u, v* mà đường đi từ *u* đến *v* là đường đi 0 – 1.

Ví dụ:

PATH01.Inp	PATH01.Out	Hình minh họa
5 1 2 0 1 3 1 1 4 1 3 5 0	9	

Giải thích:

Có các cặp: (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5) (3; 5), (2, 3), (2, 4), (3, 4), (4, 5).

4☼. Tổng khoảng cách từ một điểm đến các điểm còn lại

Cho một cây $T = (V, E)$ gồm n đỉnh và $n - 1$ cạnh. Các đỉnh được đánh chỉ số từ 1 đến n. Với mỗi cặp đỉnh u, v thuộc cây T, luôn tồn tại duy nhất một đường đi từ đỉnh u đến đỉnh v. Số cạnh trên đường đi đó được gọi là độ dài của đường đi từ đỉnh u đến v. Ta kí hiệu là $d(u, v)$.

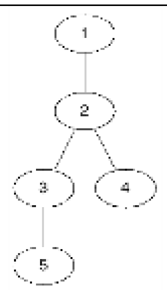
Yêu cầu: Tính tổng $S = \sum_{u=2}^{n} d(1, u)$.

Dữ liệu cho trong file SumDisV1.Inp gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương n là số đỉnh của cây.
- $n - 1$ dòng sau, mỗi dòng ghi hai số u, v mô tả một cạnh của cây.

Kết quả ghi ra file SumDisV1.Out là tổng S.

Ví dụ:

SumDisV1.Inp	SumDisV1.Out	Hình minh họa
5 1 2 2 3 2 4 3 5	8	

Giải thích: $d(1,2) = 1, d(1,3) = 2, d(1,4) = 2, d(1,5) = 3$;

Tổng: 1 + 2 + 2 + 3 = 8.

Giới hạn:

- Sub1: $n \leq 1000$;
- Sub2: $n \leq 100000$;

5☼. Tổng khoảng cách

Cho một cây $T = (V, E)$ gồm n đỉnh và $n - 1$ cạnh. Các đỉnh được đánh chỉ số từ 1 đến n. Với mỗi cặp đỉnh u, v thuộc cây T, luôn tồn tại duy nhất một đường đi từ đỉnh u đến đỉnh v. Số cạnh trên đường đi đó được gọi là độ dài của đường đi từ đỉnh u đến v. Ta kí hiệu là $d(u, v)$.

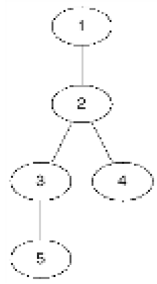
Yêu cầu: Tính tổng khoảng cách giữa các cặp đỉnh của cây T, tức là tính $S = \sum_{1 \le u < v \le n} d(u, v)$.

Dữ liệu cho trong file SumDisTree.Inp gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương n là số đỉnh của cây.
- $n - 1$ dòng sau, mỗi dòng ghi hai số u, v mô tả một cạnh của cây.

Kết quả ghi ra file SumDisTree.Out là tổng S.

Ví dụ:

SumDisTree.Inp	SumDisTree.Out	Hình minh họa
5 1 2 2 3 2 4 3 5	18	

Giải thích: $d(1,2) = 1, d(1,3) = 2, d(1,4) = 2, d(1,5) = 3;$

$d(2,3) = 1, d(2,4) = 1, d(2,5) = 2;$

$d(3,4) = 2, d(3,5) = 1;$

$d(4,5) = 3.$

Vậy tổng bằng: 1 + 2+2+3+1+1+2+2+1+3 = 18.

Giới hạn:

- Sub1: $n \leq 500$;
- Sub2: $n \leq 2000$;

6☼. Đường đi đơn điệu trên cây

Cho cây gồm n đỉnh và $n – 1$ cạnh có trọng số khác nhau. Tìm một cặp đỉnh (u, v) sao cho đường đi từ u đến v: $u \rightarrow u_1 \rightarrow u_2 \rightarrow u_3 \rightarrow . . . \rightarrow u_k = v$ có $a_1, a_2, .., a_k$ tạo thành dãy đơn điệu (tăng hoặc giảm) dài nhất (k lớn nhất); trong đó a_1 là trọng số cạnh (u, u_1), a_2 là trọng số cạnh (u_1, u_2), .. , a_k là trọng số cạnh (u_{k-1}, u_k).

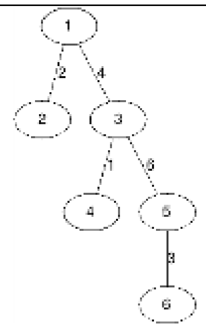
- Dãy $a_1, a_2, .., a_k$ được gọi là đơn điệu tăng nếu $a_1 < a_2 < a_3 < . . . < a_k$.
- Dãy $a_1, a_2, .., a_k$ được gọi là đơn điệu giảm nếu $a_1 > a_2 > a_3 > . . . > a_k$.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản PathIncTree.Inp gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương n ($n \leq 10^5$).
- $n – 1$ dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi 3 số nguyên dương u, v, c mô tả cạnh (u, v) có trọng số c của cây ($1 \leq c \leq 10^6$). Chú ý là, trọng số của $n – 1$ cạnh khác nhau.

Kết quả: ghi ra file PathIncTree.Out là độ dài (số cạnh) của đường đi từ đỉnh u đến v tìm được.

Ví dụ:

PathIncTree.Inp	PathIncTree.Out	Hình minh họa
6 1 2 2 1 3 4 3 4 1 3 5 6 5 6 3	3	 Đường đi đỉnh: 2→ 1 → 3 → 5 có trọng số: 2, 4, 6 tạo thành dãy tăng dần.