

**ĐỀ THI KHÔNG CHÍNH
THỨC**

KỶ THI VUI NĂM 2020

Môn: TIN HỌC

Thời gian: **180** phút (*không kể thời gian giao đề*)

Ngày thi: **03/11/2020**

(*Đề thi có 04 trang và gồm 3 bài*)

TỔNG QUAN ĐỀ THI

Bài	Tên bài	File chương trình	File dữ liệu vào	File kết quả
1	Tổng các ước	SUMDIV.*	SUMDIV.INP	SUMDIV.OUT
2	Tô màu	COLOR.*	COLOR.INP	COLOR.OUT
3	Đoạn thẳng	SEGMENT.*	SEGMENT.INP	SEGMENT.OUT

Dấu * được thay thế bởi PAS hoặc CPP của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Pascal hoặc C++.

Lập trình giải các bài toán sau đây:

Bài 1. Tổng các ước (7 điểm)

Số nguyên dương d được gọi là ước của số nguyên dương n nếu n chia hết cho d . Ví dụ, các ước của 9 là 1, 3 và 9; các ước của 10 là 1, 2, 5 và 10.

Yêu cầu: Cho hai số nguyên dương a và b ($a \leq b$). Hãy tính tổng của tất cả các số nguyên dương là ước của ít nhất một số trong khoảng từ a tới b (bao gồm cả a và b).

Dữ liệu: Vào từ file văn bản SUMDIV.INP:

- Gồm một dòng chứa hai số nguyên dương a và b ($1 \leq a \leq b \leq 10^9$);

Các số trên cùng một dòng cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả: Ghi ra file văn bản SUMDIV.OUT một số nguyên duy nhất là tổng của tất cả các số nguyên dương là ước của ít nhất một số trong khoảng từ a tới b .

Ràng buộc:

- Có 20% số lượng test ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn điều kiện: $b \leq 1000$.
- 25% số lượng test khác ứng với 25% số điểm của bài thỏa mãn điều kiện: $b - a \leq 1000$.
- 25% số lượng test khác ứng với 25% số điểm của bài thỏa mãn điều kiện: $b \leq 10^6$.
- 30% số lượng test còn lại ứng với 30% số điểm của bài không có điều kiện gì thêm.

Ví dụ:

SUMDIV.INP	SUMDIV.OUT	Giải thích
9 12	63	Các số là ước của ít nhất một số trong đoạn $[9, 12]$ là: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11 và 12 (7 và 8 không nằm trong danh sách này vì cả 9, 10, 11 và 12 đều không chia hết cho 7 hoặc 8). $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 9 + 10 + 11 + 12 = 63$.
7 7	8	Các số là ước của 7 là 1 và 7. Ta có $1 + 7 = 8$.

Bài 2. Tô màu (7 điểm)

Cho một đồ thị có hướng gồm có n đỉnh và m cạnh, các đỉnh của đồ thị được đánh số từ 1 tới n . Ban đầu, mỗi một trong n đỉnh đã được tô bởi một trong 3 màu: trắng, đỏ hoặc xanh. Có r đỉnh màu đỏ, b đỉnh màu xanh và $n - r - b$ đỉnh màu trắng.

Nam có một chiếc bút màu đen có thể dùng để tô màu cho các đỉnh của đồ thị. Đầu tiên, Nam dùng nó để tô màu đen đề lên đỉnh 1, đỉnh 1 sẽ có màu đen. Sau đó, Nam lần lượt thực hiện tô màu đen cho các đỉnh khác theo quy tắc:

- chọn một đỉnh u có màu đen
- chọn một đỉnh v chưa được tô đen mà có cạnh nối từ u tới v
- thực hiện việc tô màu đen đề lên đỉnh v , đỉnh v sẽ có màu đen.

Nam muốn tô màu sao cho cả 2 điều kiện sau đây đều được thỏa mãn:

1. Nếu ban đầu có ít nhất một đỉnh màu đỏ, ít nhất một trong số các đỉnh màu đỏ đấy phải được tô đen.
2. Nếu ban đầu có ít nhất một đỉnh màu xanh, ít nhất một trong số các đỉnh màu xanh đấy phải được tô đen.

Yêu cầu: Hãy xác định số đỉnh ít nhất mà Nam cần tô đen để 2 điều kiện trên được thỏa mãn (không tính đỉnh 1 được Nam tô đen đầu tiên).

Dữ liệu: Vào từ file văn bản COLOR.INP:

- Dòng đầu tiên chứa 4 số nguyên không âm n, m, r, b ($1 \leq n \leq 10^5, m \leq 10^6, 1 \leq r + b \leq n$);
- Dòng thứ hai chứa $r + b$ số nguyên dương phân biệt không quá n trong đó r số đầu tiên là các đỉnh ban đầu được tô đỏ và b số cuối cùng là các đỉnh ban đầu được tô xanh;
- m dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa 2 số nguyên dương u, v ($u, v \leq n, u$ khác v) cho biết có một cạnh có hướng nối từ đỉnh u tới đỉnh v .

Các số trên cùng một dòng cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả: Ghi ra file văn bản COLOR.OUT gồm một số nguyên duy nhất là số lượng đỉnh ít nhất cần tô đen (không tính đỉnh 1), hoặc in ra -1 nếu không tồn tại cách tô thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Ràng buộc:

- Có 20% số lượng test ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn điều kiện: $r = 0, b = 1$.
- 20% số lượng test khác ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn điều kiện: $r = 0$.
- 20% số lượng test khác ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn điều kiện: $r = 1, b = 1$.
- 40% số lượng test còn lại ứng với 40% số điểm của bài không có điều kiện gì thêm.

Ví dụ:

COLOR . INP	COLOR . OUT
3 4 1 1 2 3 1 2 2 3 2 1 3 1	2
3 4 1 1 2 3 1 2 2 1 3 1 3 2	-1

Bài 3. Đoạn thẳng (6 điểm)

Trên trục thực cho n đoạn thẳng được đánh số từ 1 tới n , đoạn thẳng thứ i ($1 \leq i \leq n$) nối điểm có tọa độ nguyên $x = a_i$ và điểm có tọa độ nguyên $x = b_i$ ($a_i < b_i$). Một điểm được gọi là thuộc đoạn thẳng thứ i ($1 \leq i \leq n$) nếu tọa độ của nó nằm trong khoảng $[a_i, b_i]$.

Yêu cầu: Cho biết n đoạn thẳng và một số nguyên dương k . Hãy viết một chương trình trả lời q truy vấn, truy vấn thứ j ($1 \leq j \leq q$) cho biết hai số nguyên c_j và d_j , bạn cần xác định giá trị L lớn nhất sao cho tồn tại hai số nguyên u, v thỏa mãn:

- $c_j \leq u < v \leq d_j$ và $v - u = L$;
- Tồn tại *không quá* k đoạn thẳng trong số n đoạn thẳng được cho sao cho mọi điểm có tọa độ x trong khoảng $[u, v]$ đều thuộc ít nhất một trong các đoạn thẳng đó.

Nếu không tồn tại u, v nào, $L = 0$.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản SEGMENT.INP:

- Dòng đầu tiên chứa 3 số nguyên dương n, q, k ($1 \leq k \leq n \leq 100000, 1 \leq q \leq 100000$);
- n dòng tiếp theo, dòng thứ i ($1 \leq i \leq n$) chứa hai số nguyên a_i và b_i ($0 \leq a_i < b_i \leq 10^9$).

- q dòng cuối cùng, dòng thứ j ($1 \leq j \leq q$) chứa hai số nguyên c_j và d_j ($0 \leq c_j < d_j \leq 10^9$).

Các số trên cùng một dòng cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả: Ghi ra file văn bản SEGMENT.OUT gồm q dòng, dòng thứ j ($1 \leq j \leq q$) là giá trị L lớn nhất cho truy vấn thứ j .

Ràng buộc:

- Có 20% số lượng test ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn điều kiện: $k = 1$; $n, q \leq 2000$.
- 20% số lượng test khác ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn điều kiện: $k = 1$.
- 20% số lượng test khác ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn điều kiện: $k = 2$.
- 20% số lượng test khác ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn điều kiện: $k \leq 30$.
- 20% số lượng test còn lại ứng với 20% số điểm của bài không có điều kiện gì thêm.

Ví dụ:

SEGMENT . INP	SEGMENT . OUT	Giải thích
3 4 1	4	Truy vấn 1: chọn $[u, v] = [1, 5]$
6 8	3	Truy vấn 2: chọn $[u, v] = [2, 5]$
1 5	2	Truy vấn 3: chọn $[u, v] = [4, 6]$
4 6	2	Truy vấn 4: chọn $[u, v] = [6, 8]$
1 10		
2 6		
4 7		
5 9		

SEGMENT . INP	SEGMENT . OUT	Giải thích
4 3 2	3	Truy vấn 1: chọn $[u, v] = [2, 5]$
2 5	4	Truy vấn 2: chọn $[u, v] = [6, 10]$
6 8	3	Truy vấn 3: chọn $[u, v] = [8, 11]$
9 11		
8 10		
1 8		
6 11		
8 11		