

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC***Đề thi có 06 trang***Môn: TIN HỌC**Thời gian: **300** phút (*không kể thời gian giao đề*)Ngày thi thứ nhất: **30/3/2018****TỔNG QUAN ĐỀ THI NGÀY THỨ NHẤT**

Bài	Tên bài	Tên file chương trình	Hạn chế bộ nhớ
1	Nhảy lò cò	JUMP.*	512 M
2	Đèn trang trí	LAMPS.*	512 M
3	Cung tròn	CIRARC.*	512 M
4	Tổng ngẫu nhiên	RANDSUMS.*	512 M

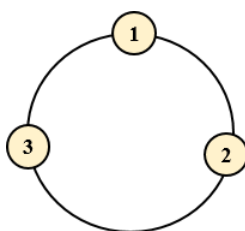
Dấu \* được thay thế bởi PAS hoặc CPP của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Pascal hoặc C++.

Dữ liệu vào từ thiết bị vào chuẩn. Kết quả ghi ra thiết bị ra chuẩn.

*Lập trình giải các bài toán sau đây:*

**Bài 1. (5 điểm) Nhảy lò cò**

Nhảy lò cò là trò chơi dân gian của Việt Nam. Thuở bé Lan rất thích trò chơi này. Vì vậy, khi được học môn “Thiết kế và phân tích thuật toán”, Lan đã đặt ra bài toán khá thú vị liên quan đến một dạng của trò chơi này. Trên mặt phẳng vẽ  $N$  vòng tròn. Các vòng tròn này lại được xếp trên một vòng tròn lớn và được đánh số từ 1 đến  $N$  theo chiều đi vòng quanh vòng tròn lớn thuận chiều kim đồng hồ (xem minh họa ở hình 1 với  $N=3$ ). Hai vòng tròn nhỏ liên tiếp nhau theo một chiều đi vòng quanh vòng tròn lớn được gọi là ở bên cạnh nhau.



**Hình 1.** Trò chơi lò cò trên vòng tròn ( $N=3$ )

Người chơi bắt đầu từ vòng tròn đánh số 1, mỗi bước nhảy người chơi sẽ di chuyển sang một trong hai vòng tròn bên cạnh. Bài toán mà Lan cần giải quyết là: Đếm xem có bao nhiêu cách khác nhau thực hiện  $K$  bước nhảy bắt đầu từ vòng tròn 1 rồi lại quay về vòng tròn 1.

**Yêu cầu:** Giúp Lan giải quyết bài toán đặt ra.

**Dữ liệu:** Vào từ thiết bị vào chuẩn gồm duy nhất một dòng chứa hai số nguyên dương  $N$  và  $K$  được ghi cách nhau bởi dấu cách theo thứ tự là số lượng vòng tròn và số lượng bước nhảy ( $3 \leq N \leq 4000$ ,  $1 \leq K \leq 10^6$ ).

**Kết quả:** Ghi ra thiết bị ra chuẩn một số nguyên là phần dư trong phép chia số lượng cách nhảy tìm được cho  $10^9+7$ .

S

u

b

t

**2 (1.5 điểm):**  $K \leq 10^4$ .

S

**Ví dụ:**

b

t

a

Dữ liệu	Kết quả
3 4	6

**Giải thích:** Có 6 cách thực hiện thỏa mãn điều kiện là:

k 1, 2, 3, 2, 1; 1, 3, 2, 3, 1; 1, 2, 1, 2, 1; 1, 3, 1, 3, 1; 1, 2, 1, 3, 1; 1, 3, 1, 2, 1.

**3 (3.0 điểm):**  $K \leq 10^6$ .

## Bài 2. (5 điểm) Đèn trang trí

Một hệ thống đèn trang trí gồm  $n$  đèn được đánh số từ 1 đến  $n$  và  $n-1$  đoạn dây nối điều khiển, mỗi đoạn nối một cặp hai đèn khác nhau. Hệ thống dây nối điều khiển thỏa mãn tính chất sau đây: Không có đoạn dây nào nối một đèn với chính nó; không có hai đoạn dây nào nối cùng một cặp đèn và hơn nữa không tìm được dãy các đèn  $v_1, v_2, \dots, v_k, v_1$ , trong đó hai đèn liên tiếp là có đoạn dây nối và không có đoạn dây nối nào xuất hiện quá một lần. Tại mỗi thời điểm, mỗi đèn sẽ sáng màu xanh hoặc đỏ. Bộ điều khiển hệ thống đèn có thể thực hiện tác động nhiều lần việc thay đổi trạng thái các đèn, mỗi lần tác động là thay đổi màu của một đèn nào đó và tất cả các đèn có dây nối với nó, cụ thể nếu đèn đang sáng màu xanh sẽ chuyển sang sáng màu đỏ, ngược lại nếu đèn đang sáng màu đỏ sẽ chuyển sang sáng màu xanh.

**Yêu cầu:** Cho biết trạng thái ban đầu về màu của  $n$  đèn và thông tin về các dây nối điều khiển, hãy tìm cách điều khiển để tất cả các đèn sáng màu xanh.

**Dữ liệu:** Vào từ thiết bị vào chuẩn:

- Dòng đầu chứa hai số nguyên dương  $n, T$  lần lượt là số lượng đèn, số trường hợp thử nghiệm;
- Dòng thứ  $k$  trong số  $n-1$  dòng tiếp theo chứa thông tin về đoạn dây nối điều khiển thứ  $k$  bao gồm hai số nguyên  $u_k, v_k$ , trong đó  $u_k, v_k$  là chỉ số của hai đèn là các đầu mút của đoạn dây nối điều khiển thứ  $k$  ( $k = 1, 2, \dots, n-1$ );
- Dòng thứ  $i$  trong số  $T$  dòng cuối cùng chứa  $n$  số  $c_{i1}, c_{i2}, \dots, c_{in}$ , trong đó  $c_{ij}$  là màu của đèn thứ  $j$  trong trường hợp thử nghiệm thứ  $i$  ( $c_{ij} = 1$  nếu đèn  $j$  sáng màu xanh và  $c_{ij} = 0$  nếu đèn  $j$  sáng màu đỏ),  $j = 1, 2, \dots, n$ ;  $i = 1, 2, \dots, T$ .

Hai số liên tiếp trên cùng dòng được ghi cách nhau bởi dấu cách.

**Kết quả:** Ghi ra thiết bị ra chuẩn  $T$  dòng, mỗi dòng là phương án điều khiển tìm được cho trường hợp thử nghiệm tương ứng trong dữ liệu vào, theo khuôn dạng sau: Ghi -1 nếu không tồn tại cách điều khiển thỏa mãn. Ngược lại số đầu tiên của dòng là số  $s$ ; tiếp theo là  $s$  số  $l_1, l_2, \dots, l_s$  mô tả cách điều khiển, trong đó tác động thứ  $h$  ( $h = 1, 2, \dots, s$ ) làm đảo màu của đèn  $l_h$  và các đèn có dây nối với  $l_h$ .

**Subtask 1 (1.5 điểm):**  $n \leq 30, T \leq 5$ .

**Subtask 2 (1.5 điểm):**  $n \leq 300, T \leq 50$ .

**Subtask 3 (2 điểm):**  $n \leq 3000, T \leq 500$ .

**Ví dụ:**

Dữ liệu	Kết quả	Minh họa
4 1 1 2 2 3 3 4 0 1 1 0	2 2 3	

**Giải thích:** Cần thực hiện hai lần tác động đến hệ thống đèn để đạt yêu cầu đặt ra:

- Lần 1 tác động vào đèn 2, làm đảo màu của đèn này và hai đèn 1 và 3. Sau tác động này, đèn 1 sáng màu xanh, 3 đèn còn lại sáng màu đỏ.
- Lần 2 tác động vào đèn 3, làm đảo màu của các đèn 3, 2, 4. Sau tác động này tất cả các đèn sáng màu xanh.

### Bài 3. (5 điểm) Cung tròn

Trong lúc ôn tập phần hình học để thi học sinh giỏi tin học, Hải quan sát mối quan hệ giữa các cung được tạo bởi giao của một họ các đường thẳng với một đường tròn như sau:

Cho một đường tròn xác định bởi tọa độ tâm  $(x,y)$ , bán kính  $r$  và  $n$  đường cát tuyến, trong đó đường cát tuyến thứ  $i$  được xác định bởi phương trình  $a_i x + b_i y = c_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Biết rằng không có đường cát tuyến nào đi qua tâm đường tròn. Một đường cát tuyến nếu cắt đường tròn tại 2 điểm  $A, B$  thì cung  $\widehat{AB}$  nhỏ của đường tròn gọi là *cung đặc trưng* của đường cát tuyến đó. Lưu ý nếu đường cát tuyến tiếp xúc với đường tròn thì cung đặc trưng suy biến thành 1 điểm.

Tiếp theo, để khảo sát mối quan hệ giữa các cung, Hải xây dựng đơn đồ thị vô hướng  $G=(V, E)$ , trong đó mỗi đỉnh thuộc tập đỉnh  $V$  tương ứng với một cung đặc trưng của đường tròn, còn tập cạnh  $E$  gồm tất cả các cạnh nối hai đỉnh trong  $V$  mà hai cung đặc trưng tương ứng với chúng có điểm chung. Ta gọi đường đi độ dài  $d$  giữa hai cạnh  $e$  và  $f$  là một dãy các cạnh  $(e, g_1, g_2, \dots, g_d, f)$  sao cho hai cạnh liên tiếp trong dãy này có đỉnh chung. Khoảng cách giữa hai cạnh  $e$  và  $f$  là độ dài đường đi ngắn nhất giữa chúng. Nếu không tồn tại đường đi giữa  $e$  và  $f$  thì khoảng cách giữa chúng được đặt là  $+\infty$ .

Hải muốn tìm tập các cạnh  $E'$  ( $E' \subseteq E$ ) với lực lượng lớn nhất sao cho khoảng cách giữa hai cạnh bất kỳ trong  $E'$  ít nhất là 2. Hải biết rõ đây là bài toán NP-khó trên đơn đồ thị vô hướng tổng quát. Tuy nhiên, đồ thị  $G$  ở đây biểu hiện mối quan hệ giữa các cung trên một đường tròn, nên Hải quyết tâm thử tìm thuật toán hiệu quả để giải quyết bài toán này.

**Yêu cầu:** Hãy giúp Hải giải bài toán trên.

**Dữ liệu:** Vào từ thiết bị vào chuẩn: Dòng thứ nhất chứa số nguyên dương  $T$  ( $T \leq 10$ ) là số lượng bộ dữ liệu. Mỗi nhóm dòng trong  $T$  nhóm dòng tiếp theo mô tả một bộ dữ liệu theo khuôn dạng sau:

- Dòng đầu chứa ba số nguyên  $x, y, r$  lần lượt là tọa độ tâm và bán kính của đường tròn ( $|x|, |y|, r \leq 10^9$ );
- Dòng thứ hai chứa một số nguyên dương  $n$  là số lượng đường cát tuyến;

- Dòng thứ  $i$  trong số  $n$  dòng tiếp theo chứa 3 số nguyên  $a_i, b_i, c_i$  là các tham số của đường cát tuyến thứ  $i$  ( $|a_i|, |b_i|, |c_i| \leq 10^9$ );

Hai số liên tiếp trên cùng dòng được ghi cách nhau bởi dấu cách.

Dữ liệu đảm bảo là trong số các giao điểm của các đường cát tuyến với đường tròn không có hai điểm nào cách nhau ở khoảng cách nhỏ hơn  $10^{-3}$ .

**Kết quả:** Ghi ra thiết bị ra chuẩn  $T$  dòng, mỗi dòng ghi một số nguyên là lực lượng của tập cạnh tìm được đối với bộ dữ liệu tương ứng trong dữ liệu vào.

**Subtask 1 (1.0 điểm):**  $n \leq 10$ .

**Subtask 2 (1.0 điểm):**  $n \leq 50$ .

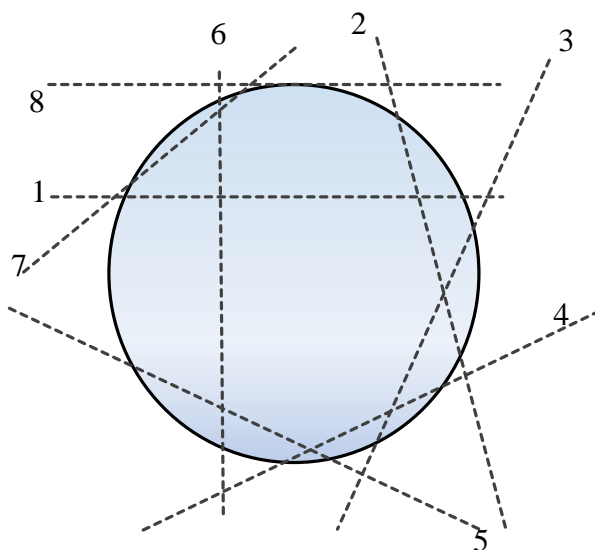
**Subtask 3 (1.5 điểm):**  $n \leq 500$ .

**Subtask 4 (1.5 điểm):**  $n \leq 50000$ .

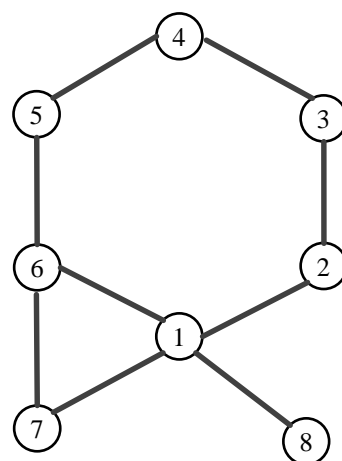
**Ví dụ:**

Dữ liệu	Kết quả
1 0 0 5 8 0 1 2 11 3 40 7 -3 29 1 -2 10 -1 -2 9 1 0 -2 -6 7 42 0 1 5	2

**Giải thích:** Hình 2 dưới đây minh họa cho ví dụ. Một lời giải cần tìm có thể là  $E' = \{(5, 6), (2, 3)\}$ .



2a)



2b)

**Hình 2.** 2a) Đường tròn và 8 đường cát tuyến; 2b) Đồ thị quan hệ 8 cung đặc trưng

#### Bài 4. (5 điểm) Tổng ngẫu nhiên

Được biết Hồng đang theo học chuyên đề về các thuật toán xử lý dữ liệu lớn, Sơn đề nghị Hồng luyện tập với bài toán sau đây:

Cho  $N$  số nguyên  $H_1, H_2, \dots, H_N$ . Cần thực hiện dãy gồm  $Q$  truy vấn, mỗi truy vấn thuộc một trong hai dạng sau đây:

1. Thêm vào một số mới  $X_i$ .
2. Sắp xếp dãy số hiện có (kể cả các số ban đầu và các số được thêm vào cho đến thời điểm hiện tại) theo thứ tự không giảm và tính tổng  $K$  phần tử với chỉ số  $i_1, i_2, \dots, i_K$  trong dãy đã sắp xếp thu được.

Các chỉ số trong truy vấn dạng 2 được cho bởi dãy số tựa ngẫu nhiên được xác định bởi 4 thông số nguyên  $K, F, A, B$  theo quy tắc sau đây: Giả sử dãy hiện tại có  $M$  số nguyên (kể cả những số đã cho ban đầu lẫn các số được thêm vào cho đến thời điểm thực hiện truy vấn). Dãy chỉ số có  $K$  phần tử, phần tử đầu tiên là bằng phần dư trong phép chia  $F$  cho  $M$ . Mỗi chỉ số tiếp theo là bằng phần dư trong phép chia cho  $M$  của tổng chỉ số đứng trước được nhân với  $A$  và  $B$ . Một cách hình thức chính xác, dãy chỉ số được xác định theo qui tắc sau:

- $i_1 = F \% M$ ;
- $i_j = (i_{j-1} * A + B) \% M$ , với  $j = 2, 3, \dots, K$ .

Giả thiết rằng: Dãy phần tử được sắp xếp được đánh chỉ số bắt đầu từ 0. Lưu ý là các số  $i_1, i_2, \dots, i_K$  không nhất thiết phải khác nhau từng đôi.

**Yêu cầu:** Hãy viết chương trình giúp Hồng giải quyết bài toán đặt ra.

**Dữ liệu:** Dòng thứ nhất chứa số nguyên dương  $T$  ( $T \leq 5$ ) là số lượng bộ dữ liệu. Mỗi nhóm dòng trong  $T$  nhóm dòng tiếp theo mô tả một bộ dữ liệu theo khuôn dạng sau:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương  $N$  và  $Q$  tương ứng là số lượng phần tử trong dãy ban đầu và số lượng truy vấn;
- Dòng thứ hai chứa dãy  $N$  số nguyên  $H_1, H_2, \dots, H_N$ ,  $1 \leq H_1, H_2, \dots, H_N \leq 10^9$ ;
- Dòng thứ  $i$  trong số  $Q$  dòng tiếp theo mô tả truy vấn thứ  $i$  trong số  $Q$  truy vấn cần thực hiện: Dòng này bắt đầu bởi chữ cái latin in hoa “A” hoặc “B” tương ứng với truy vấn dạng 1 hoặc 2. Nếu là truy vấn dạng 1 thì tiếp đến là dấu cách và số nguyên  $X_i$  ( $1 \leq X_i \leq 10^9$ ) là số cần được thêm vào dãy đang xét. Còn nếu là truy vấn dạng 2 thì tiếp đến là dấu cách và 4 số nguyên  $K_i, F_i, A_i, B_i$  xác định thao tác cần được thực hiện để trả lời truy vấn này,  $1 \leq F_i, A_i, B_i \leq 1000, 1 \leq K_i \leq 10^4$ .

Hai số liên tiếp trên cùng dòng được ghi cách nhau bởi dấu cách.

**Kết quả:** Ghi ra thiết bị ra chuẩn  $T$  dòng, mỗi dòng là đáp số cho một bộ dữ liệu tương ứng bao gồm dãy số nguyên là dãy các câu trả lời cho các truy vấn dạng 2 theo thứ tự xuất hiện ở dữ liệu vào.

**Subtask 1 (0.5 điểm):** Các số  $N$  và  $Q$  thỏa mãn:  $1 \leq N \leq 10^3, 1 \leq Q \leq 10^3$ .

**Subtask 2 (1.5 điểm) :** Các số  $N$  và  $Q$  thỏa mãn:  $1 \leq N \leq 10^4, 1 \leq Q \leq 20000$ .

**Subtask 3 (3.0 điểm):** Các số  $N$  và  $Q$  thỏa mãn:  $1 \leq N \leq 10^5, 1 \leq Q \leq 20000$ .

**Ví dụ:**

Dữ liệu	Kết quả
2	55 160
2 3	64 1477 510 679 99 17 1236
42 13	
B 2 2 1 1	
A 17	
B 5 2 5 6	
10 13	
42 13 7 11 5 666 13 17 20 6	
B 3 6 7 8	
B 13 1 11 9	
A 23	
B 13 1 11 9	
A 23	
A 8	
B 3 3 3 3	
B 7 17 9 11	
A 12	
B 1 8 3 5	
A 31	
A 28	
B 77 17 11 13	

**Giải thích:** Trong ví dụ thứ nhất: Dãy xuất phát có 2 phần tử 42, 13. Cần thực hiện 3 truy vấn:

- Truy vấn thứ nhất đòi hỏi tính tổng các phần tử với các chỉ số là 0 và 1 của dãy thu được bởi việc sắp xếp lại dãy đã cho theo thứ tự không giảm 13, 42, do đó, tổng này là bằng  $13 + 42 = 55$ ;
- Truy vấn thứ hai đòi hỏi thêm 17 vào dãy số, ta thu được dãy mới là: 13, 42, 17;
- Truy vấn thứ ba đòi hỏi tính tổng các phần tử với các chỉ số 2, 1, 2, 1, 2 trong dãy hiện tại được sắp xếp là 13, 17, 42, do đó, tổng này là bằng  $42 + 17 + 42 + 17 + 42 = 160$ .

----- **HẾT** -----

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*
- *Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*