

Học chung TST2021 buổi 4

Trịnh Hữu Gia Phúc

11/03/2021

Đề bài gồm có 02 trang.

A - Xâu không con bé nhất

Một xâu con của một xâu S là một xâu mà có thể đạt được từ S bằng cách xóa đi một số kí tự trong S và giữ nguyên vị trí các kí tự còn lại. Ví dụ, `arc`, `artistic`, `"` (xâu rỗng) đều là xâu con của `artistic`; trong khi `abc` và `ci` thì không là xâu con.

Bạn được cho một xâu A chỉ bao gồm các chữ cái tiếng Anh in thường. Tìm xâu ngắn nhất trong các xâu chỉ bao gồm các chữ cái tiếng Anh in thường mà không phải là một xâu con của A . Nếu có nhiều hơn một xâu thỏa mãn, hãy tìm xâu có thứ tự từ điển nhỏ nhất trong số chúng.

Giới hạn và ví dụ xem trên web chấm bài.

B - Tránh va chạm

Có một đồ thị có N đỉnh và M cạnh. Có 2 người ở trên đồ thị này, Takahashi và Aoki. Cạnh thứ i trong số các cạnh nối giữa đỉnh U_i và V_i . Thời gian để đi qua cạnh này là D_i , bất kể hướng đi và người đi.

Takahashi rời đỉnh S cùng lúc Aoki rời đỉnh T . Takahashi đi đến đỉnh T trong khi Aoki đi đến đỉnh S . Cả hai người cùng đi sao cho thời gian đi là ngắn nhất có thể. Tìm số cặp đường đi ngắn nhất sao cho Takahashi và Aoki không bao giờ gặp nhau (trên một đỉnh hoặc trên một đường đi) trong suốt quá trình di chuyển. Vì kết quả có thể rất lớn, in ra kết quả modulo $10^9 + 7$.

Giới hạn và ví dụ xem trên web chấm bài.

C - Tô bốn màu

Ta có một lưới ô vuông gồm H dòng và W cột. Gọi ô (i, j) là ô thứ j trên hàng thứ i (từ trái sang phải, từ trên xuống dưới). Định nghĩa khoảng cách giữa hai ô (i_1, j_1) và (i_2, j_2) là $|i_1 - i_2| + |j_1 - j_2|$. Snuke sẽ tô mỗi ô vuông bằng một trong bốn màu: Đỏ, vàng, lục hoặc lam (red, yellow, green, blue).

Với một số nguyên cho trước d , anh ta muốn thỏa mãn điều kiện sau:

- Không tồn tại hai ô nào có khoảng cách đúng bằng d mà cùng màu.

Hãy tìm một cách tô các ô vuông thỏa mãn yêu cầu. Có thể chứng minh được rằng luôn có cách để tô.

Giới hạn và ví dụ xem trên web chấm bài.

D - Bảng tra cứu

John có Q đoạn liên tiếp các số $2K$ -bit $[l_i, r_i]$ và một số 16-bit v_i cho mỗi đoạn. ($0 < i < Q$). John muốn cài đặt một hàm F để chuyển đổi từ số $2K$ bit về số 16-bit sao cho số nằm trong mỗi đoạn được đổi thành giá trị của đoạn đó. Nói cách khác:

$$F(x) = v_i, \text{ với mọi } 0 \leq i < Q \text{ và mọi } x \in [l_i, r_i]$$

Giá trị của F với các giá trị khác của x xem như không quan trọng. John muốn hàm F của anh ta chạy nhanh, nên quyết định sử dụng một mảng để tra cứu. Tuy vậy, một mảng chứa các giá trị $2K$ -bit sẽ quá lớn, nên John dự tính sẽ dùng hai mảng `LSBTable` và `MSBTable`. Hàm F dự định sẽ được cài đặt như sau:

$$F(x) = \text{LSBTable}[\text{lowKBits}(x)] \& \text{MSBTable}[\text{highKBits}(x)]$$

Nói cách khác, hàm trả về kết quả là phép "bitwise and" của kết quả sau khi tra cứu K bit bé nhất trong mảng `LSBTable` và K bit lớn nhất trong mảng `MSBTable`.

John cần sự trợ giúp của bạn. Cho K, Q và Q đoạn $[l_i, r_i]$ và các giá trị v_i , tìm hai mảng `LSBTable` và `MSBTable` bất kì có thể dùng để tạo ra F , hoặc kết luận rằng không thể tạo ra F bằng cách đã cho.

Giới hạn và ví dụ xem trên web chấm bài.
