



BÀI GIẢNG VỀ KỸ THUẬT LẬP TRÌNH VỚI C++

07 BÀI TẬP TỔNG HỢP VỀ SỬ DỤNG CÁC KỸ THUẬT PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THUẬT TOÁN.

- ☞ Quy hoạch động
- ☞ Chia để trị
- ☞ Kỹ thuật tham
- ☞ Kỹ thuật tổng hợp



1☀. Xếp sách

Bác John có n cuốn sách được đánh số từ 1 đến n , n cuốn sách này được xếp thành một chồng. Sau một thời gian dài sử dụng và chưa lần nào xếp lại các cuốn sách một cách gọn gàng nên hiện tại các cuốn sách không nằm theo thứ tự, cuốn $i - 1$ ở trên cuốn i với $i = n, n - 1, \dots, 2$. Bác John muốn sắp xếp lại các cuốn sách theo thứ tự đó, nhưng việc chèn một cuốn sách vào giữa hai cuốn sách nào đó là khó khăn và có thể làm hư sách, vì vậy bác John sẽ rút một cuốn sách nào đó rồi đặt lên đỉnh của chồng sách và cứ làm như vậy cho đến khi chồng sách được sắp xếp.

Yêu cầu: Tính xem, bác John cần ít nhất bao nhiêu lần rút sách.

Dữ liệu cho trong file **SORTBOOK.INP** như sau:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương n ($n \leq 10^6$) là số cuốn sách.
- Dòng sau ghi n số là số hiệu các cuốn sách theo thứ tự từ trên xuống.

Kết quả ghi ra file **SORTBOOK.OUT** như sau:

- Dòng đầu ghi số nguyên k là số lần rút sách ít nhất.
- Dòng thứ hai ghi lần lượt k số hiệu của k cuốn sách được rút.

Ví dụ:

SORTBOOK.INP	SORTBOOK.OUT
4	1
2 3 4 1	1
6	5
1 3 6 5 2 4	5 4 3 2 1



2☀. PSEQ (Đề thi tỉnh lớp 11 – 2018)

Cho một dãy số nguyên $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ và một số nguyên k . Một dãy con a_i, \dots, a_j ($1 \leq i \leq j \leq n$) được gọi là hoàn hảo nếu như $a_i + a_{i+1} + a_{i+2} + \dots + a_j = k$. Hãy đếm xem có bao nhiêu dãy con hoàn hảo từ dãy đã cho.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản PSEQ.INP gồm:

- Dòng đầu tiên chứa số n ($0 < n \leq 10^5$) và số k ($|k| \leq 10^4$) cách nhau bởi dấu cách.
- Dòng tiếp theo chứa n số nguyên a_i ($|a_i| \leq 10^4$), các số nguyên cách nhau ít nhất một dấu cách.

Kết quả: Ghi ra file văn bản PSEQ.OUT một số duy nhất là kết quả tìm được.

Ví dụ:



PSEQ.INP	PSEQ.OUT
5 5 1 2 3 4 5	2

Hạn chế:

- Có 50% số test ứng với $0 < n \leq 10^2$;
- Có 50% số test ứng với $10^2 < n \leq 10^5$.



3☀. Quả Táo

Một công ty đa quốc gia đang hỏi bạn để giúp họ sửa đổi di truyền của một giống táo. Để cho táo phát triển nhanh hơn, có được nhiều quả hơn và các quả to và đẹp hơn. Để làm điều đó, cần phải chèn vào DNA của táo một số kí tự thuộc {'A', 'C', 'G', 'T'} để trong DNA của táo chứa một đoạn gen đặc biệt (tức là sau khi chèn, trong DNA có một xâu con gồm các kí tự liên tiếp bằng gen đặc biệt). DNA của táo được biểu diễn bởi một dãy các kí tự thuộc tập {'A', 'C', 'G', 'T'}. Việc chèn các kí tự vào DNA của táo đều mất một kinh phí nhất định.

Yêu cầu: Cho biết DNA của táo, đoạn gen đặc biệt và chi phí chèn mỗi lại kí tự. Hãy tìm cách chèn các kí tự vào DNA để xuất hiện đoạn gen đặc biệt với tổng chi phí là nhỏ nhất.

Dữ liệu cho trong file **APPLE.INP** như sau:

- Dòng đầu tiên ghi dãy kí tự thuộc tập {'A', 'C', 'G', 'T'} biểu diễn DNA của táo (số kí tự không quá 10000).
- Dòng thứ hai ghi dãy kí tự thuộc tập {'A', 'C', 'G', 'T'} biểu diễn đoạn gen đặc biệt (số kí tự không quá 5000).
- Dòng thứ ba ghi bốn số nguyên thuộc $[0; 1000]$ tương ứng là chi phí khi chèn một kí tự 'A', 'C', 'G', 'T' vào DNA của táo.

Kết quả ghi ra file **APPLE.OUT** gồm một số là tổng chi phí nhất tìm được.

Ví dụ:

APPLE.INP	APPLE.OUT	APPLE.INP	APPLE.OUT	APPLE.INP	APPLE.OUT
GTA CAT 5 7 1 3	10	TATA CACA 3 0 3 0	3	TCGCGAG TGCAG 10 10 15 15	25



4☀. Trò chơi bốc bài

Xét trò chơi giữa hai người: Trên bàn có n lá bài xếp thành một hàng, trên mỗi lá bài có ghi một số nguyên dương Q_i (các lá bài được đánh số từ 1 đến n theo hướng từ trái qua phải). Hai người luân phiên nhau chơi, mỗi người đến lượt mình chọn một trong hai quân bài ngoài cùng (trái nhất hoặc phải nhất) và bốc quân bài đó lên. Trò chơi kết thúc khi không còn quân bài nào trên bàn và người thắng cuộc là người có tổng các số ghi trên các quân bài mình bốc lên lớn hơn (nếu hai người có tổng quân bài bằng nhau thì hòa).

Yêu cầu: Cho biết người đi đầu có chắc thắng không?



Dữ liệu cho trong file **GAME.INP** như sau:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương T là số testcase ($T \leq 10$);
- Với mỗi testcase gồm hai dòng;
- Dòng thứ nhất ghi số nguyên dương n ($n \leq 1000$);
- Dòng thứ hai ghi n số nguyên dương ($Q_i \leq 10^9$).

Kết quả ghi trong file **GAME.OUT** gồm T dòng, mỗi dòng là **YES** nếu người đi trước tương ứng với testcase đó là chắc thắng, ngược lại ghi **NO**.

Ví dụ:

GAME.INP	GAME.OUT
2 3	NO
1 5 3	YES
4	
1 6 2 3	



5☀. Phần thưởng (VOI2020)

Alice vừa đoạt giải quán quân trong một kì thi lập trình danh giá. Ban tổ chức trao thưởng thông qua một trò chơi như sau: Có n thẻ xếp trên một hàng dài, trên mỗi thẻ viết một số nguyên dương. Ban tổ chức cho phép Alice thực hiện nhiều bước để chọn đúng ra k cặp thẻ, mỗi bước thực hiện theo một trong các quy tắc sau:

1. Chọn 2 thẻ đầu hàng;
2. Chọn 2 thẻ cuối hàng;
3. Chọn 1 thẻ đầu hàng và 1 thẻ cuối hàng;
4. Loại 1 thẻ đầu hàng ra khỏi hàng;
5. Loại 1 thẻ cuối hàng ra khỏi hàng.

Sau mỗi bước, nếu chọn được hai thẻ thì loại 2 thẻ đó ra khỏi hàng và Alice nhận được số tiền thưởng bằng giá trị tuyệt đối của hiệu hai số ghi trên hai thẻ đó.

Yêu cầu: Hãy giúp Alice tìm cách chơi chọn đúng k cặp thẻ để đạt được tổng số tiền thưởng là lớn nhất.

Dữ liệu: vào từ file BONUS.INP gồm:

- Dòng thứ nhất chứa hai số nguyên dương n và k ($2 \times k \leq n$).
- Dòng thứ hai ghi n số nguyên dương là giá trị ghi trên từng thẻ, mỗi thẻ một số tương ứng lần lượt từ đầu hàng. Các số có giá trị không quá 10^9 .

Kết quả: Ghi ra file BONUS.OUT một số nguyên duy nhất là tổng số tiền thưởng lớn nhất tìm được.

Ràng buộc:

- Có 40% số test ứng với $n \leq 300; k \leq 2$;
- Có 40% số test khác ứng với $n \leq 30, 2 \times k = n$;
- 20% số test còn lại ứng với $n \leq 300$.

Ví dụ:



BONUS.INP	BONUS.OUT
6 2	12
1 3 10 2 1 4	

Giải thích:

- Bước 1: Chọn hai thẻ cuối hàng là 1 và 4. Nhận được $|4 - 1| = 3$.
 - Bước 2: Loại thẻ cuối hàng có giá trị 2;
 - Bước 3: Chọn thẻ đầu hàng và cuối hàng có giá trị 1 và 10. Nhận được $|10 - 1| = 9$.
- Tổng số tiền nhận được: $3 + 9 = 12$.

**6. Biến đổi dãy số**

Cho dãy số nguyên **X** gồm N số hạng X_1, X_2, \dots, X_N . Ban đầu $X_1 = X_2 = \dots = X_N = 0$.

Cho dãy số nguyên **A** gồm N số hạng A_1, A_2, \dots, A_N .

Ta cần biến đổi dãy **X** thành dãy **A**, tức là $X_i = A_i$ với $i = 1, 2, 3, \dots, N$ bằng cách thực hiện:

Mỗi lần thực hiện: Chọn một chỉ số i ($1 \leq i < N$), thay X_{i+1} thành $X_i + 1$.

Yêu cầu: Xác định xem, có thể biến đổi dãy **X** thành dãy **A** được hay không? Nếu biến đổi được, tìm số lần biến đổi ít nhất cần thực hiện.

Dữ liệu cho trong file RefSeq.Inp gồm:

- Dòng 1 ghi số nguyên dương N .
- Dòng 2 ghi N số nguyên A_1, A_2, \dots, A_N .

Kết quả ghi ra file RefSeq.Out là số lần biến đổi ít nhất cần thực hiện để đưa dãy **X** thành dãy **A**. Nếu không có cách để biến đổi thì ghi -1.

Ví dụ:

RefSeq.Inp	RefSeq.Out
4	3
0 1 1 2	
3	-1
1 2 1	

Giải thích:

Ban đầu: **X** = (0, 0, 0, 0);

Lần 1: Chọn chỉ số 3: $X_3 = X_2 + 1 \rightarrow \mathbf{X} = (0, 0, 1, 0)$;

Lần 2: Chọn chỉ số 2: $X_2 = X_1 + 1 \rightarrow \mathbf{X} = (0, 1, 1, 0)$;

Lần 3: Chọn chỉ số 4: $X_4 = X_3 + 1 \rightarrow \mathbf{X} = (0, 1, 1, 2) = \mathbf{A}$.

Giới hạn: $N \leq 10^5$; $0 \leq A_i \leq 10^9$;