

06

BÀI TẬP TỔNG HỢP



<mark>.</mark> Đường đi qua điểm Trắng – Đen

Trên một đường thẳng nằm ngang có n điểm phân biệt. Các điểm được đánh số từ 1 đến n theo hướng từ trái sang phải. Mỗi điểm trên đường thẳng được tô trắng hoặc màu đen.

Yêu cầu: Tính số cặp điểm (i,j), $1 \le i < j \le n$, sao cho trong các điểm i,i+1,...,j có ít nhất một điểm được tô màu trắng và ít nhất một điểm được tô màu đen.

Dữ liệu cho trong file BlackWhite.Inp gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương *n* là số điểm.
- Dòng thứ 2 ghi n số nguyên c_1 , c_2 , ..., c_n thuộc tập $\{0, 1\}$ mô tả màu của n điểm. Nếu $c_i = 0$ thì điểm i được tô màu trắng, nếu $c_i = 1$ thì điểm i được tô màu đen.

Kết quả ghi ra file **BlackWhite.Out** là số cặp điểm (i,j), $1 \le i < j \le n$, sao cho trong các điểm i, i+1,...,j có ít nhất một điểm được tô màu trắng và ít nhất một điểm được tô màu đen. *Ví dụ*:

BlackWhite.Inp		BlackWhite.Out		
5		8		
00110				
<u> </u>	_(2)	3	4	_(5)_
1	1	2	2.	3

Giới hạn:

- Sub 1: $n \le 1000$;
- Sub 2: $n \le 100000$;



2. Điểm màu trên đường thẳng

Trên một đường thẳng nằm ngang có n điểm phân biệt. Các điểm được đánh số từ 1 đến n theo hướng từ trái sang phải. Mỗi điểm trên đường thẳng được tô một màu mà mã của màu đó được mã hóa thành một số thuộc tập $\{1,2,...,n\}$. Điểm thứ i được tô bởi màu có mã là c_i .

Yêu cầu: Với mỗi màu k, (k = 1, 2, ..., n), hãy tính số cặp điểm (i, j), $1 \le i \le j \le n$ sao cho trong các điểm i, i + 1, ..., j có ít nhất một điểm được tô màu có mã là k. Số cặp điểm này ta kí kiệu là S(k).

Dữ liệu cho trong file ColourPoint.Inp gồm:

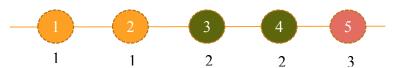
- Dòng đầu ghi số nguyên dương *n*.
- Dòng thứ 2 ghi n số nguyên dương c_1, c_2, \ldots, c_n là mã của các màu được tô cho n điểm.

Kết quả ghi ra file **ColourPoint.Out** gồm n dòng. Dòng thứ i ghi giá trị S(i).

Ví du:



ColourPoint.Inp	ColourPoint.Out	
5	9	
1 1 2 2 3	11	
	5	
	0	
	0	



Giới hạn:

- **Sub 1:** $n \le 500$;
- **Sub 2:** $n \le 5000$;
- **Sub 3:** $n \le 500000$;



Cho cây T = (V, E) gồm n đỉnh. Các đỉnh được đánh số thứ tự từ 1 đến n. Các đỉnh được tô màu trắng hoặc màu đen.

Yêu cầu: Tính số cặp đỉnh (u, v) mà đường đi từ u đến v có ít nhất một đỉnh được tô màu trắng và có ít nhất một điểm được tô màu đen.

Dữ liệu cho trong file BlackWhiteTree.Inp gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương *n* là số dĩnh của cây.
- n-1 dòng sau, mỗi dòng ghi hai số nguyên dương u, v mô tả một cạnh của cây.
- Dòng cuối ghi n số nguyên c_1 , c_2 , ..., c_n thuộc tập $\{0, 1\}$ mô tả màu của n điểm. Nếu $c_i = 0$ thì điểm i được tô màu trắng, nếu $c_i = 1$ thì điểm i được tô màu đen.

Kết quả ghi ra file **BlackWhiteTree.Out** là số cặp đỉnh (u, v) mà đường đi từ u đến v có ít nhất một đỉnh được tô màu trắng và có ít nhất một điểm được tô màu đen. Chú ý là, cặp (u, v) và cặp (v, u) được xem là một.

Ví dụ:

BlackWhiteTree.Inp	BlackWhiteTree.Out	Hình minh họa
5	7	
1 2		
1 3		
2 4		(2)(3)
2 5		\mathcal{A}
0 0 0 1 1		4 5
		Ta có 7 cặp điểm:
		(1;4), (1;5), (2; 4), (2; 5),
		(3;4), (3; 5), (4; 5).

Giới hạn:

- Sub 1: $n \le 1000$;
- Sub 2: $n \le 100000$;





<mark>4☆.</mark> Tô màu đỉnh trên cây (1)

Cho cây T=(V,E) gồm n đỉnh. Các đỉnh được đánh số thứ tự từ 1 đến n. Trên mỗi đỉnh i có ghi một số nguyên a[i].

Bạn được tô màu **hai đỉnh** của đồ thị. Khi đó điểm của cách tô màu bằng tổng các số ghi trên các đỉnh: Hoặc được *tô màu*, hoặc có một *đỉnh kề được tô màu*.

Yêu cầu: Hãy tìm cách tô màu hai đỉnh của đồ thị để được điểm nhiều nhất.

Dữ liệu cho trong file ColourV1.Inp gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương *n* là số đỉnh của đồ thị.
- n-1 dòng sau, mỗi dòng ghi hai số nguyên u và v mô tả một cạnh của cây.
- Dòng cuối cùng ghi n số nguyên a_1 , a_2 , ..., a_n là các số ghi trên các đỉnh đồ thị.

Kết quả ghi ra file ColourV1.Out là số điểm lớn nhất có thể tô được.

Ví du:

ColourV1.Inp	ColourV1.Out	Hình minh họa
10	230	1 10
1 2		
2 3		2 100
3 4		
4 5		10
2 6		3 6 7 -10 -10
2 7		
4 8		4 10
8 9		
9 10		5 8 -10
10 100 10 10 20 -10 -10 -10 100 10		20
		9 100
		10 10
		Tô màu 2 đỉnh: 3 và 10.
		Diểm: a[2] + a[3] + a[4] +
		a[9] + a[10] = 100 +
		10 + 10 + 100 + 10 =
		230.

Giới hạn:

- $|a_i| \le 10^6$; i = 1, 2, ..., n;
- Sub1: $2 \le n \le 20$;
- Sub2: $2 \le n \le 100000$;





<mark>5♥.</mark> Đường đi qua những điểm màu

Cho cây T = (V, E) gồm n đỉnh. Các đỉnh được đánh số thứ tự từ 1 đến n. Mỗi đỉnh trên cây được tô màu. Các màu được mã hóa bởi các số thuộc tập $\{1, 2, ..., n\}$. Đỉnh thứ i được tô bởi màu có mã là c_i .

Yêu cầu: Với mỗi màu có mã là t, t = 1, 2, ..., n. Tính xem có bao nhiều cặp đỉnh (u, v) mà đường đi từ đỉnh u đến đỉnh v trên cây T luôn qua ít nhất một điểm được tô màu có mã là t. Ta kí hiệu số cặp đỉnh này là S(t). Chú ý là, cặp đỉnh (u, v) và (v, u) được xem là một, u có thể bằng v.

Dữ liệu cho trong file ColourPath.Inp gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương *n* là số đỉnh của cây.
- n-1 dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi hai số nguyên u, v mô tả một cạnh của cây.
- Dòng cuối cùng ghi n số nguyên c₁, c₂,..., c_n thuộc tập {1, 2,...,n} tương ứng là mã của màu được tô các đỉnh 1, 2, ..., n.

Kết quả ghi ra file **ColourPath.Out** gồm n dòng. Dòng thứ t, t = 1, 2, ..., n ghi số nguyên S(t). Vi du:

ColourPath.Inp	ColourPath.Out	Hình minh họa
5	11	1 1
1 2	11	1
2 3	0	2 4 2
1 4	0	
3 5	5	3 2
1 1 2 2 5		
		5 5
		Với màu 5: Ta có các cặp
		đỉnh: (1;5), (2; 5), (3; 5), (4;
		5), (5; 5).