HỘI THI TIN HỌC TRỂ
THÀNH PHÓ HÀ NỘI
Lần thứ XXVI - 2021
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI VÒNG CHUNG KẾT BẢNG C - TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian phát đề *Ngày thi:* 18/4/2021

TỔNG QUAN

	Tên bài	File chương trình	Điểm
Bài 1	Robot tặng quà	GROBOT.*	25 điểm
Bài 2	Cắt hình vuông	SQUARE.*	25 điểm
Bài 3	Trò chơi TRIUAN	TRIUAN.*	25 điểm
Bài 4	Trò chơi trên dãy số	SEQGAME.*	25 điểm

Dấu * được thay thế bởi pas/cpp của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Pascal/C++.

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

Bài 1. Robot tặng quà (25 điểm)

Để khuyến khích các bạn trẻ nghiên cứu và chế tạo robot, Thành Đoàn Hà Nội đã tổ chức một hoạt động có tên "ROBOT tặng quả" dành cho các bạn thí sinh của kỳ thi Tin học trẻ. Hoạt động đó diễn ra như sau:

Trên trục số có một robot đặt tại điểm 0 và n bạn đánh số từ 1 tới n, bạn thứ i đứng tại điểm a_i trên trục số (có thể có nhiều bạn đứng cùng một vị trí). Người chơi chính được lựa chọn một số nguyên d (d > 1) và thiết đặt bước nhảy của robot là d. Khi đó, từ một vị trí, robot có thể nhảy tiến hoặc nhảy lùi một khoảng cách đúng bằng d trên trục số, tức là nếu robot đang ở vị trí x, robot chỉ có thể nhảy sang một trong hai vị trí x + d hoặc x - d. Một bạn sẽ được robot tặng quà nếu tồn tại cách di chuyển robot nhảy từ điểm 0 tới vị trí bạn đó sau một số hữu hạn lần nhảy.

Với mong muốn có nhiều bạn được robot tặng quà, em hãy giúp người chơi chính chọn tham số nguyên d > 1 để có nhiều bạn được robot tặng quà nhất, cho biết số bạn được robot tặng quà.

Dữ liệu: Vào từ thiết bị vào chuẩn

- Dòng đầu chứa số nguyên dương $T \le 10^5$ là số bộ dữ liệu
- T nhóm dòng tiếp theo, mỗi nhóm gồm hai dòng mô tả một bộ dữ liệu:
 - Dòng thứ nhất chứa số nguyên dương $n \le 10^6$;
 - Dòng thứ hai chứa n số nguyên a_1,a_2,\dots,a_n cách nhau bởi dấu cách $(|a_i| \le 10^6 \text{ với } 1 \le i \le n)$.

Tổng các giá trị n trong các bộ dữ liệu vào không vượt quá 10^6 .

Kết quả: Ghi ra thiết bị ra chuẩn

Với mỗi bộ dữ liệu, ghi ra một số nguyên duy nhất trên một dòng là số bạn được robot tặng quà theo phương án tìm được.

Ví dụ:

Dữ liệu vào I	Kết quả ra	Giải thích
2 2	2	Bộ dữ liệu thứ nhất
4	3	Chọn d bằng 2, 3, 4 hoặc 5
1 20 12 15		Bộ dữ liệu thứ hai
3		Chọn d bằng 5
5 -5 15		·

Subtask 1 (20% số điểm): $n \le 100$; $|a_i| \le 100$ với $1 \le i \le n$;

Subtask 2 (30% số điểm): $n \le 2000$; $|a_i| \le 2000$ với $1 \le i \le n$;

Subtask 3 (50% số điểm): Không có ràng buộc nào thêm.

Bài 2. Cắt hình vuông (25 điểm)

Cho một số nguyên dương Q và một mảnh giấy rộng. Hãy cắt từ mảnh giấy ra không quá bốn hình vuông, các hình vuông có cạnh là số nguyên để tổng diện tích là lớn nhất nhưng không vượt quá Q. Cụ thể, nếu cắt ra k ($1 \le k \le 4$) hình vuông có các cạnh tương ứng là $a_1, a_2, ..., a_k$ thì $S = a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_k^2 \le Q$ và giá trị (Q - S) càng nhỏ càng tốt, điểm cho phương án tính theo công thức:

$$\begin{cases} 0 & \text{diểm nếu } Q-S \geq 10 \\ (10-(Q-S))\times 10\% & \text{diểm nếu } Q-S < 10 \end{cases}$$

Dữ liệu: Vào từ thiết bị vào chuẩn gồm một dòng chứa một số nguyên dương Q ($Q \le 10^{18}$).

Kết quả: Ghi ra thiết bị ra chuẩn theo khuôn dạng:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương k;
- Dòng thứ hai chứa k số nguyên dương $a_1, a_2, ..., a_k$.

Ví dụ:

Dữ liệu vào	Kết quả ra	Giải thích
5	2	Cắt thành hai hình có cạnh tương ứng
	1 2	là 1 và 2. Điểm theo phương án này
		được 100% điểm.

Bài 3. Xếp hình TRIUAN (25 điểm)

Trò chơi Xếp hình TRIUAN là trò chơi trên một hình chữ nhật kích thước $m \times n$ với các quân hình chữ nhật kích thước $l \times 1$. Khi bắt đầu chơi, người chơi sẽ được cho k cặp số w_i , h_i tương ứng là k hình chữ nhật kích thước $w_i \times h_i$ (i = 1, 2, ..., k), nhiệm vụ của người chơi là: lần lượt lấy các quân hình chữ nhật kích thước $l \times 1$ rồi tô màu bằng một trong k màu (được đánh số từ 1 đến k) để xếp kín hình chữ nhật $m \times n$, các quân không được đè lên nhau và trên hình chữ nhật $m \times n$ sau khi xếp xuất hiện đúng k hình chữ nhật, hình chữ nhật thứ i có kích thước $w_i \times h_i$ và được tô bằng màu i (i = 1, 2, ..., k). Hai cách xếp được gọi là khác nhau nếu tồn tại một ô vuông trong hình chữ nhật sao cho trong cách xếp này nó thuộc một quân nằm ngang, trong cách xếp khác nó lại thuộc một quân nằm dọc hoặc ô này được tô bởi hai màu khác nhau trong hai cách xếp.

Yêu cầu: Cho m, n, k, l và kích thước của k hình chữ nhật, hãy đếm số cách xếp của trò chơi.

Dữ liệu: Vào từ thiết bi vào chuẩn có dang:

- Dòng thứ nhất chứa 4 số nguyên m, n, k và l (m, n, $l \le 2000$; $k \le 10$; $\min(m,n) < 2 \times l$);

k dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa hai số nguyên w_i , h_i (i=1, 2,...,k).

Kết quả: Ghi ra thiết bị ra chuẩn một số nguyên là phần dư trong phép chia số lượng cách xếp tìm được cho 10^9+7 .

Dữ liệu vào	Kết quả ra
2 3 1 2	3
3 2	
2 3 2 2	4
2 2	
1 2	

Subtask 1 (50% số điểm): k=1

Subtask 2 (50% số điểm): Không có ràng buộc nào thêm.

Bài 4. Trò chơi trên dãy số (25 điểm)

Hai chị em Hồng, Phúc cùng nhau chơi một trò chơi trên dãy số như sau: Khi bắt đầu chơi, hai chị em được cho một dãy số nguyên dương $a_1, a_2, ..., a_n$ và thay phiên nhau thực hiện hành động xóa số ra khỏi dãy cho tới khi dãy rỗng. Cụ thể, khi đến lượt, người chơi cần thực hiện hành động xóa một số bằng cách chọn số ở đầu dãy hoặc ở cuối dãy để xóa, số điểm đạt được là số vừa chọn. Phúc là người đi trước và muốn lựa chọn cách chơi sao cho tổng điểm trong các lần xóa của mình là lớn nhất. Phúc biết rằng chị Hồng cũng biết cách chơi tối ưu để đạt được nhiều điểm nhất.

Yêu cầu: Cho dãy số nguyên dương $a_1, a_2, ..., a_n$, hãy tính tổng điểm lớn nhất mà Phúc có có thể đạt được khi cả hai chị em đều chơi biết cách chơi tối ưu.

Dữ liệu: Vào từ thiết bị vào chuẩn có khuôn dạng sau:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên n;
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên dương $a_1, a_2, ..., a_n$ $(a_i \le 10^9 \text{ với } 1 \le i \le n)$.

Kết quả: Ghi ra thiết bị ra chuẩn một dòng duy nhất là tổng điểm lớn nhất mà Phúc có có thể đạt được khi cả hai chị em đều chơi biết cách chơi tối ưu.

Ví dụ:

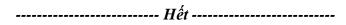
Dữ liệu vào	Kết quả ra
4	6
1 1 5 3	

Subtask 1 (20% số điểm): $n \le 4$;

Subtask 2 (30% số điểm): $n \le 20$;

Subtask 3 (20% số điểm): $n \le 2000$;

Subtask 4 (30% số điểm): $n \le 20000$.



- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.