

## BÀI TẬP CHO ĐỘI TUYỂN APIO2021

Ngày 03/05/2021

Các em làm bài nộp trên trang: <http://programvn.ddns.net/login.php>

Thời gian làm bài: 180 phút

### Bài 1. BÃI ĐỖ XE

### Tên chương trình: PARKING.???

Bãi đỗ xe có hình chữ nhật, được chia thành lưới ô vuông. Kích thước bãi đỗ xe là  $n \times m$  ô. Cửa ra vào ở ô trên trái. Trên bãi đỗ xe có thể có một số ô có các công trình phục vụ công cộng. Toàn bãi chỉ còn đúng một ô trống. Trên sơ đồ, các ô có công trình phục vụ công cộng được đánh dấu bằng ký tự '#', ô trống – ký tự '.', ô có xe – ký tự 'c'. Người phục vụ cần đưa xe ở vị trí đánh dấu bởi ký tự 'X' ra ngoài. Thao tác duy nhất có thể thực hiện được là đưa một xe sang ô kề cạnh nếu ô đó trống.

**Yêu cầu:** Cho  $m, n$  và sơ đồ tình trạng bãi đỗ xe ( $1 \leq m, n \leq 50$ ). Trên sơ đồ có đúng một ô được đánh dấu bằng ký tự '.' Và một ô khác – ký tự 'X'. Hãy xác định số lần thao tác chuyển xe để đưa xe ở vị trí 'X' ra ngoài. Việc đưa xe ra ngoài coi như hoàn thành nếu đưa được nó tới ô trên trái.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản PARKING.INP:

- Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên  $n$  và  $m$ ,
- Mỗi dòng trong  $n$  dòng sau chứa xâu ký tự độ dài  $m$  xác định trạng thái bãi đỗ ở dòng tương ứng.

**Kết quả:** Đưa ra file văn bản PARKING.OUT thông báo “*Impossible*” hoặc một số nguyên – số thao tác chuyển dịch xe cần thực hiện.

**Ví dụ:**

| PARKING.INP |    |
|-------------|----|
| 2           | 3  |
| .           | cX |
| c           | c  |

| PARKING.OUT |
|-------------|
| 7           |

### Bài 2. DÂY NGOẶC

### Tên chương trình: BRACKETS.???

Agnessa lần đầu tiên được làm quen với khái niệm biểu thức số học qua giờ Tin học. Cô bé quan tâm đến việc cái gì sẽ nhận được nếu ta bỏ hết các ký tự khác trong biểu thức ngoại trừ các ký tự ngoặc. Kết quả tìm kiếm trên mạng cho cô bé biết toán học gọi nó là dãy ngoặc và cô bé còn biết thêm thế nào là dãy ngoặc đúng.

Ví dụ  $() (())$  là dãy ngoặc đúng vì nó có thể nhận được từ một biểu thức số học, chẳng hạn  $(2+2):(3-(5-2)+4)$ , còn các dãy ngoặc  $(())$  hoặc  $(())$  là không đúng. Dễ dàng thấy rằng, với 6 dấu

ngoặc mở và đóng, trong đó có 3 ngoặc mở và 3 ngoặc đóng chỉ tồn tại 5 dãy ngoặc đúng:  $((()))$ ,  $((())())$ ,  $(())()$ ,  $(())(())$  và  $(())(())$ .

Agnessa thích thú tìm hiểu các phép biến đổi biểu thức ngoặc đúng, bắt đầu từ việc thêm ngoặc. Cô bé mau chóng nhận ra rằng nếu thêm một ngoặc thì dãy ngoặc không còn đúng, còn nếu thêm 2 ngoặc thì có thể có số dãy vẫn đúng. Ví dụ, với dãy ngoặc đúng  $()()$ , nếu thêm 2 dấu ngoặc ta có thể nhận được các dãy ngoặc đúng  $((())())$ ,  $((())())$ ,  $(())(())$ , và  $(())(())$ . Dễ dàng nhận thấy rằng chỉ có thể nhận được dãy ngoặc đúng nếu thêm một dấu ngoặc mở và một dấu ngoặc đóng. Ví dụ, từ dãy ngoặc đúng đơn giản nhất  $()$  ta có 7 cách thêm 2 dấu ngoặc để có dãy ngoặc đúng mới  $((()))$ ,  $((())())$ ,  $(())(())$ ,  $(())(())$ ,  $(())(())$ ,  $(())(())$ ,  $(())(())$ . Các dấu ngoặc thêm vào được in đậm.

Trong dãy ngoặc mới dấu mở ngoặc mới nằm ở vị trí  $i$  và dấu ngoặc đóng nằm ở vị trí  $j$ . Hai cách thêm ứng với các cặp  $(i_1, j_1)$  và  $(i_2, j_2)$  gọi là khác nhau nếu  $i_1 \neq i_2$  hoặc  $j_1 \neq j_2$ .

**Yêu cầu:** Cho dãy ngoặc đúng độ dài  $2n$  ( $1 \leq n \leq 50\,000$ ). Hãy xác định số lượng cách thêm khác nhau 2 ngoặc để nhận được dãy ngoặc đúng độ dài  $2n+2$ .

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản BRACKETS.INP gồm một dòng chứa dãy ngoặc đúng độ dài  $2n$ .

**Kết quả:** Đưa ra file văn bản BRACKETS.OUT một số nguyên – số lượng cách thêm khác nhau 2 ngoặc để nhận được dãy ngoặc đúng độ dài  $2n+2$ .

**Ví dụ:**

| BRACKETS.INP | BRACKETS.OUT |
|--------------|--------------|
| $()$         | 7            |

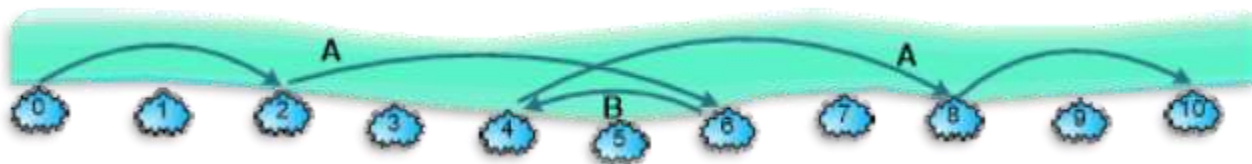
### Bài 3. ĐƯỜNG THỦY

### Tên chương trình: RIVER.???

Dọc theo con sông lớn, ở ven bờ có các làng nằm cách đều nhau đánh số từ 1 đến  $m$ . Khoảng cách giữa 2 làng liên tiếp nhau là 1 dặm.

Hàng ngày Mirko phải lái tàu chở nguyên vật liệu từ làng 0 tới làng  $m$ . Dọc đường Mirko cũng nhận cho khách quá giang đi từ làng này tới làng khác. Hôm nay có  $n$  muốn sử dụng dịch vụ của Mirko. Mirko đã biết ai muốn lên ở đâu và xuống nơi nào. Tàu của Mirko đủ lớn để chở được lượng hành khách cần thiết và anh luôn luôn tìm cách đáp ứng yêu cầu của mọi người sao cho tổng độ dài phải chạy tàu là nhỏ nhất.

Ví dụ,  $m = 10$ , có hành khách **A** lên ở làng 2 và tới làng 8, hành khách **B** lên ở làng 6 và tới làng 4. Khi đó, Mirko, xuất phát từ làng 0 ghé vào làng 2 đón **A**, xuống làng 6 đón **B**, quay lại làng 4 để trả **B**, xuống làng 8 trả **A** và đi tiếp xuống làng 10. Tổng cộng độ dài đường đi sẽ là 14 dặm.



Hãy xác định độ dài đường đi ngắn nhất của Mirko.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản RIVER.INP:

- Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên  $n$  và  $m$  ( $0 \leq n \leq 3 \times 10^5$ ,  $3 \leq m \leq 10^9$ ),
- Mỗi dòng trong  $n$  dòng sau chứa 2 số nguyên xác định làng lên và xuống của một hành khách.

**Kết quả:** Đưa ra file văn bản RIVER.OUT một số nguyên – độ dài đường đi ngắn nhất.

**Ví dụ:**

| RIVER.INP | RIVER.OUT |
|-----------|-----------|
| 2 10      | 14        |
| 2 8       |           |
| 6 4       |           |

#### Bài 4. ĐƯỜNG ĐI

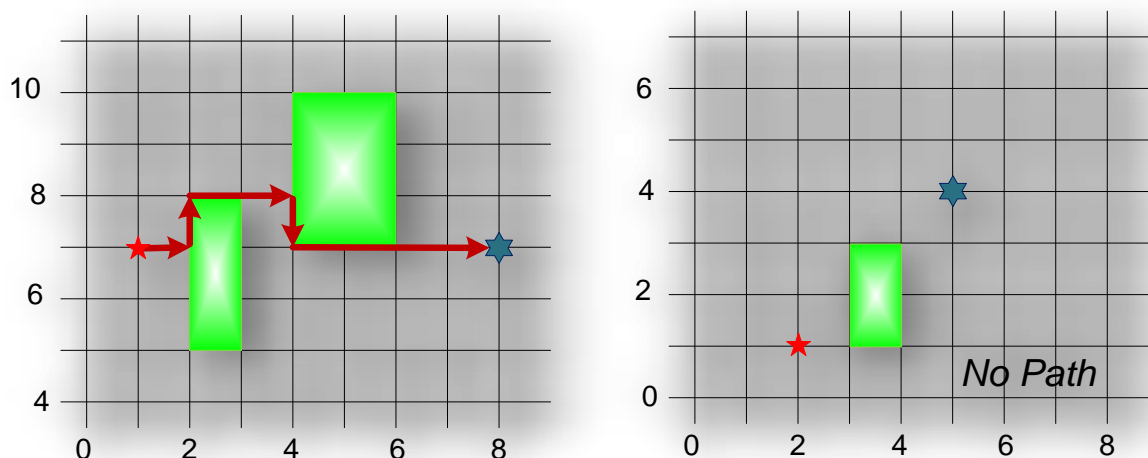
#### Tên chương trình: DEEPATH.???

TooDee là xứ sở 2 chiều dạng lưới ô vuông tương tự như hệ tọa độ Đề các nổi tiếng. Đây là nơi sinh sống của các sinh vật Dee, những sinh vật nhỏ bé như ong nhưng mà là sinh vật vật 2 chiều và có xã hội văn minh cao. Nơi ở của Dee tạo thành các làng có hình chữ nhật, cạnh song song với đường biên (trục tọa độ) của đất nước, tức là từ bắc xuống nam, từ tây sang đông. Tọa độ đỉnh hình chữ nhật là nguyên.

Giao thông trong TooDee được tổ chức rất độc đáo. Các thiết bị đặc biệt giúp Dee định hướng, xuất phát từ điểm có tọa độ nguyên, bay song song với trục tọa độ theo các quy tắc sau:

- Từ điểm  $(x_s, y_s)$  sang 1 trong 4 điểm kề  $(x_s+1, y_s)$ ,  $(x_s-1, y_s)$ ,  $(x_s, y_s+1)$ ,  $(x_s, y_s-1)$ ,
- Không được bay vào trong các làng,
- Chỉ có thể đổi hướng ở các điểm là đỉnh hay cạnh của làng,
- Từ điểm ban đầu có thể bay theo hướng tùy ý.

Hôm nay là ngày sinh nhật của con gái bộ trưởng Bộ Tài nguyên và môi trường. Cuối buổi làm việc ở điểm có tọa độ  $(x_o, y_o)$  cô muốn bay về nhà ở điểm có tọa độ  $(x_h, y_h)$  càng sớm càng tốt. Thời gian bay từ một điểm sang điểm bên cạnh là 1 giây. Hãy xác định thời gian ít nhất cần thiết để bay về nhà hoặc chỉ ra “**No Path**” nếu không có cách bay (Bạn đừng lo, trong trường hợp này sẽ có phương tiện giao thông công cộng đảm bảo, nhưng sẽ phải chờ đợi lâu đấy!).



**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản DEEPATH.INP:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên  $T$  – số lượng tests trong file ( $1 \leq T \leq 20$ ),
- Mỗi test cho trên một nhóm dòng, bắt đầu từ dòng trống, các dòng tiếp theo trong nhóm là như sau:
  - Dòng đầu tiên chứa 4 số nguyên  $x_o, y_o, x_h, y_h$ ,
  - Dòng thứ 2 chứa số nguyên  $n$  – số lượng làng ( $0 \leq n \leq 1\,000$ ),
  - Mỗi dòng trong  $n$  dòng sau chứa 4 số nguyên  $u, v, p$  và  $q$  xác định tọa độ 2 đỉnh đối  $(u, v)$  và  $(p, q)$  của một làng. Các tọa độ có giá trị tuyệt đối không vượt quá  $10^9$ .

**Kết quả:** Đưa ra file văn bản DEEPATH.OUT, kết quả mỗi test đưa ra trên một dòng, chứa một số nguyên hoặc thông báo “**No Path**”.

**Ví dụ:**

| DEEPATH . INP | DEEPATH . OUT |
|---------------|---------------|
| 2             | 9             |
| 1 7 7 8       | No Path       |
| 2             |               |
| 2 5 3 8       |               |
| 4 10 6 7      |               |
| 2 1 5 4       |               |
| 1             |               |
| 3 1 4 3       |               |

## Bài 5. CHUYỀN BƯU PHẨM

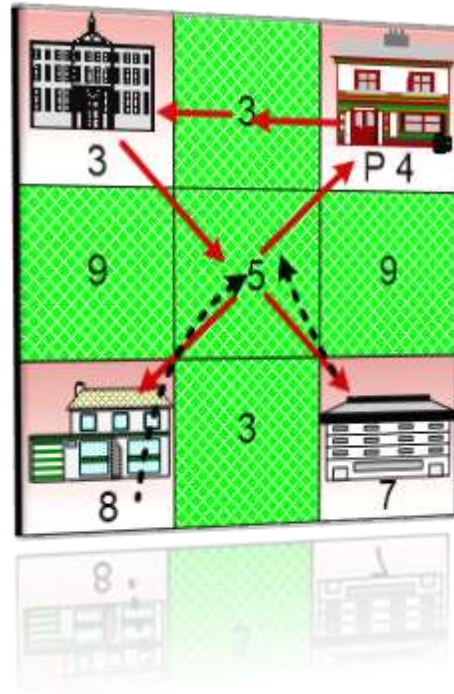
## Tên chương trình: MAILMAN.???

Steve là nhân viên bưu điện ở một làng nhỏ miền núi. Toàn bộ địa hình khu vực có thể biểu diễn dưới dạng lưới ô vuông kích thước  $n \times n$  ô, mỗi ô khá bằng phẳng, ô  $(i, j)$  có độ cao trung bình là  $h_{ij}$ . Ở một ô là trạm bưu điện duy nhất của làng (đánh dấu là “P”), những ô còn lại hoặc là đồng cỏ (đánh dấu là “.”) hoặc có một nhà ở (đánh dấu là “K”).

Mỗi sáng Steve có nhiệm vụ mang thư báo, bưu phẩm từ trạm bưu điện đến giao từng nhà trong khu vực và quay trở lại trạm bưu điện sau khi phát xong gói bưu phẩm cuối cùng.

Từ một ô Steve có thể đi sang ô kề cạnh hoặc kề đỉnh. Steve không ngại đường xa, chỉ ngại nhất phải lên dốc cao vì vậy đã chọn một lộ trình đảm bảo chênh lệch giữa nơi cao nhất và nơi thấp nhất trên đường đi là nhỏ nhất.

Yêu cầu: Cho  $n$  các  $h_{ij}$  và bản đồ khu vực ( $1 \leq h_{ij} \leq 106$ ,  $2 \leq n \leq 50$ ,  $i, j = 1 \div n$ ). Trong khu vực có ít nhất một nhà và có đúng một trạm bưu điện. Hãy xác định chênh lệch độ cao giữa nơi cao nhất và nơi thấp nhất trên đường đi của Steve.



Dữ liệu: Vào từ file văn bản MAILMAN.INP:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên  $n$ ,
- Dòng thứ  $i$  trong  $n$  dòng tiếp theo chứa xâu độ dài  $n$  mô tả khu vực, các ký tự của xâu thuộc tập  $\{P, K, .\}$ ,
- Dòng thứ  $j$  trong  $n$  dòng tiếp theo chứa  $n$  số nguyên  $h_{j1}, h_{j2}, \dots, h_{jn}$ .

Kết quả: Đưa ra file văn bản MAILMAN.OUT một số nguyên – kết quả tìm được.

Ví dụ:

| MAILMAN.INP | MAILMAN.OUT |
|-------------|-------------|
| 3           | 5           |
| K.P         |             |
| ...         |             |
| K.K         |             |
| 3 3 4       |             |
| 9 5 9       |             |
| 8 3 7       |             |