

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики

Кафедра Информатики и прикладной математики

Дисциплина: Алгоритмы и структуры данных

Лабораторная работа №4
Нахождение максимального потока транспортной
сети
Вариант №5

Выполнил Григорьев Г.Г., гр. Р3217

Преподаватель: Зинчик А.А.

Санкт-Петербург, 2018 г.

Потоки в сетях

Рассмотрим задачу максимизации потока некоторого продукта по сети. Подобного рода задачи возникают при организации перекачки нефти или газа по трубопроводам, железнодорожного или автомобильного движения, передачи информации по сетям и т.д.

Приведём необходимые определения, формализующие соответствующие предметные области.

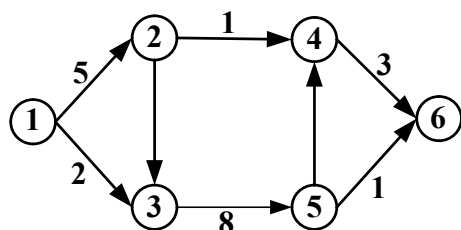
Сетью называется ориентированный граф без циклов с помеченными вершинами и дугами. Числа, которыми помечаются дуги сети, называются **пропускными способностями** дуг.

Примеры вершин сети: перекрёстки дорог, телефонные узлы, железнодорожные узлы, аэропорты, склады и т.д.

Примеры дуг сети: дороги, трубы, телефонные и железнодорожные линии и т.д.

Сеть, у которой существует ровно один **исток**¹ и один **сток**², называется **транспортной сетью**.

Пример транспортной сети:



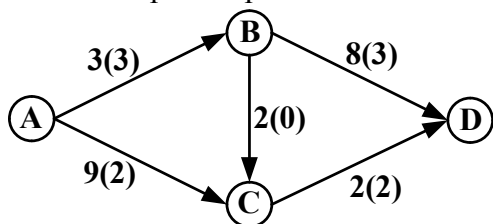
Вершина 1 является истоком, а вершина 6 — стоком.

Потоком в транспортной сети называется неотрицательная функция, определённая на множестве дуг сети, удовлетворяющая двум условиям:

- 1) величина потока по каждой дуге не превосходит её пропускной способности;
- 2) сумма потоков, входящих в каждую вершину сети, за исключением истока и стока, равна сумме потоков, выходящих из вершины.

Величина потока есть сумма потоков, выходящих из истока, или сумма потоков, входящих в сток сети.

Пример потока в транспортной сети:



Без скобок указаны пропускные способности дуг, в скобках — потоки на дугах, A — исток, D — сток сети, величина потока = $3 + 2 = 5$.

Для любой транспортной сети величина потока имеет максимальное значение, которое определяется теоремой Форда – Фалкерсона, которая утверждает, что величина максимального потока в сети равна величине минимального разреза, где

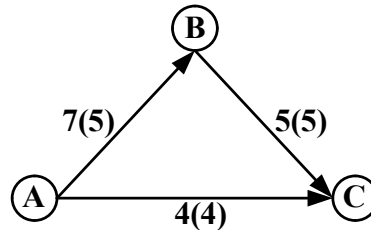
разрезом транспортной сети называется такое множество дуг, удаление которых отделяет исток от стока.

минимальным разрезом транспортной сети называется разрез с минимальной пропускной способностью.

¹ Истоком орграфа называется вершина, в которую не входит ни одна дуга.

² Стоком орграфа называется вершина, из которой не выходит ни одна дуга.

Пример. Транспортная сеть



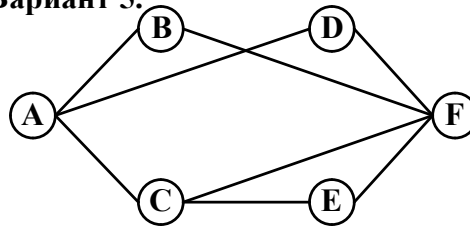
имеет два разреза $\{(A, B), (A, C)\}$ и $\{(A, C), (B, C)\}$. Пропускная способность первого разреза равна 11 (7+4), а второго – 9 (4+5), поэтому максимальный поток в этой транспортной сети равен $9 = \min(11, 9)$. Этот максимальный поток указан в круглых скобках.

Варианты заданий.

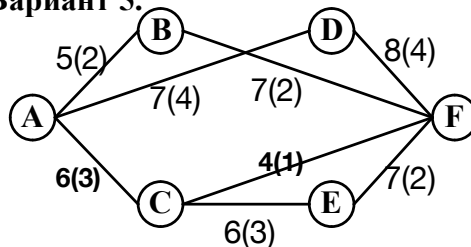
Написать программу для заданного варианта.

1. Самостоятельно задать пропускные способности дуг и построить максимальный поток в транспортной сети.
2. Найти минимальный разрез сети и проверить справедливость теоремы Форда – Фалкерсона.

Вариант 5.



Вариант 5.



Максимальный поток – 18

Минимальный разрез – $\{(A, B), (A, D), (A, C), (C, F)\}$

