

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики

Кафедра Информатики и прикладной математики

Дисциплина: Алгоритмы и структуры данных

Лабораторная работа №2
Нахождение кратчайших путей в графе
Вариант №5

Выполнил Григорьев Г.Г., гр. Р3217

Преподаватель: Зинчик А.А.

Санкт-Петербург, 2018 г.

Постановка задачи

Пусть $G = (V, E, W)$ – ориентированный граф без петель со взвешенными ребрами, где множество вершин $V = \{1, \dots, n\}$, множество ребер $E \subseteq V \times V$, $|E| = m$, и весовая функция $W(u, v)$ каждому ребру $(u, v) \in E$ ставит в соответствие его вес – неотрицательное число. Требуется найти кратчайшие пути от заданной вершины $s \in V$ до всех остальных вершин.

Если исходный граф не является ориентированным, то для использования описанных ниже алгоритмов следует превратить его в ориентированный, заменив каждое его ребро $\{u, v\}$ на два ребра (u, v) и (v, u) того же веса.

Решением задачи будем считать два массива:

- массив $\text{dist}[1..n]$, ($\text{dist}[i]$ – кратчайшее расстояние от вершины s до вершины i).
- массив $\text{up}[1..n]$, ($\text{up}[i]$ – предпоследняя вершина в построенном кратчайшем пути из вершины s в вершину i).

В описываемых ниже алгоритмах “ $+\infty$ ” может быть заменено на любое число, превосходящее длину любого кратчайшего пути из вершины s в любую другую вершину графа G .

Предлагается попарное сравнение различных алгоритмов нахождения кратчайших путей от вершины $s \in V$ до всех остальных вершин в графе $G = (V, E)$, имеющем n вершин и m ребер.

Варианты выбора пары алгоритмов А и В для сравнения:

Вариант $d=1, \dots, 10$, $d=5$

А – алгоритм Дейкстры, реализованный на основе 6–кучи,

В – алгоритм Дейкстры, реализованный на основе 7–кучи;

Задание.

1. Написать программу, реализующую алгоритм А и алгоритм В.
2. Написать программу, реализующую алгоритм А и алгоритм В, для проведения экспериментов, в которых можно выбирать:
 - число n вершин и число m ребер графа,
 - натуральные числа q и r , являющиеся соответственно нижней и верхней границей для весов ребер графа.

Выходом данной программы должно быть время работы T_A алгоритма А и время работы T_B алгоритма В в секундах.

3. Провести эксперименты на основе следующих данных:

- 3.1. $n = 100, \dots, 10^4$ с шагом 100, $q = 1$, $r = 10^6$, количество ребер:
 - а) $m \approx n^2/10$, б) $m \approx n^2$ (нарисовать графики функций $T_A(n)$ и $T_B(n)$ для обоих случаев);

4. Сформулировать и обосновать вывод о том, в каких случаях целесообразно применять алгоритм А, а в каких – алгоритм В.

