

उदा. (2) व्याजाच्या काही दराने 8000 रु. मुद्दलावर 3 वर्षांचे व्याज 640 रु. होते, तर त्याच दराने 40,000 रुपयांवर 3 वर्षांचे व्याज किती होईल ?

मुदत तीच आहे. \therefore जितके पट मुद्दल, तितके पट व्याज.

40,000 रु. हे 8000 रुपयांच्या 5 पट आहेत.

\therefore व्याज 640 रुपयांच्या 5 पट होईल.

\therefore व्याज $640 \times 5 = 3200$ रु. होईल.



उदाहरणसंग्रह 72



1. पुढील सारणीत व्याजाचा दर आणि मुद्दल दिले आहे. प्रत्येक बाबतीत 1 वर्षांचे व्याज किती होईल, ते काढा.

उदाहरणे	1	2	3	4	5	6
व्याजाचा दर (द.सा.द.शे.)	10	14	9	6	3	11
मुद्दल (रु.)	6,000	500	15,000	12,000	25,000	8,000

2. सोडवा.

(1) व्याजाच्या काही दराने 5,000 रु. मुद्दलावर 4 वर्षांत 1200 रु. व्याज होते, तर त्याच दराने त्याच मुदतीत 15,000 रु. मुद्दलाचे व्याज किती होईल ?

(2) व्याजाच्या काही दराने 18,000 रु. मुद्दलाचे 2 वर्षांचे व्याज 3,240 रु. होते, तर त्याच दराने त्याच मुदतीचे 6,000 रु. मुद्दलाचे व्याज किती होईल ?

मुद्दल आणि मुदतीनुसार व्याज

उदा. (1) द. सा. द. शे. 8 दराने 5,000 रु. मुद्दलाचे 3 वर्षांचे व्याज किती होईल ?

व्याजाचा दर द. सा. द. शे. 8 आहे, म्हणजे 100 रुपये मुद्दलाचे 1 वर्षांचे व्याज 8 रुपये होते.

प्रथम 5,000 रु. मुद्दलाचे 1 वर्षांचे व्याज काढू. 5,000 रु. हे 100 रुपयांच्या 50 पट आहेत.

\therefore 5,000 रुपयांचे 1 वर्षांचे व्याज 8 रु. च्या 50 पट होईल.

∴ 5,000 रुपयांचे 1 वर्षाचे व्याज $8 \times 50 = 400$ रु.

आता 3 वर्षे ही मुदत 1 वर्ष मुदतीच्या तिप्पट आहे.

∴ 5,000 रुपयांचे 3 वर्षांचे व्याज 400 रुपयांच्या तिप्पट होईल.

∴ 5,000 रुपयांचे 3 वर्षांचे व्याज $400 \times 3 = 1200$ रु.

हे उदाहरण सोडवताना प्रथम मुद्दलाचा आणि नंतर मुदतीचा विचार केला. आधी मुदतीचा आणि नंतर मुद्दलाचा विचार करूनही या प्रकारचे उदाहरण सोडवता येते, हे पुढील उदाहरणावरून लक्षात घ्या.

उदा. (2) द. सा. द. शो. 12 दराने 14,000 रुपयांचे 3 वर्षांचे व्याज काढा. व्याजाचा दर द. सा. द. शो. 12 आहे.

∴ 100 रु. मुद्दलाचे 1 वर्षाचे व्याज 12 रु. होते.

∴ 100 रु. मुद्दलाचे 3 वर्षांचे व्याज 36 रु. होते.

14,000 रु. हे 100 रुपयांच्या 140 पट आहेत.

∴ 14,000 रुपयांचे 3 वर्षांचे व्याज $36 \times 140 = 5040$ रु.

***** उदाहरणसंग्रह 73 *****

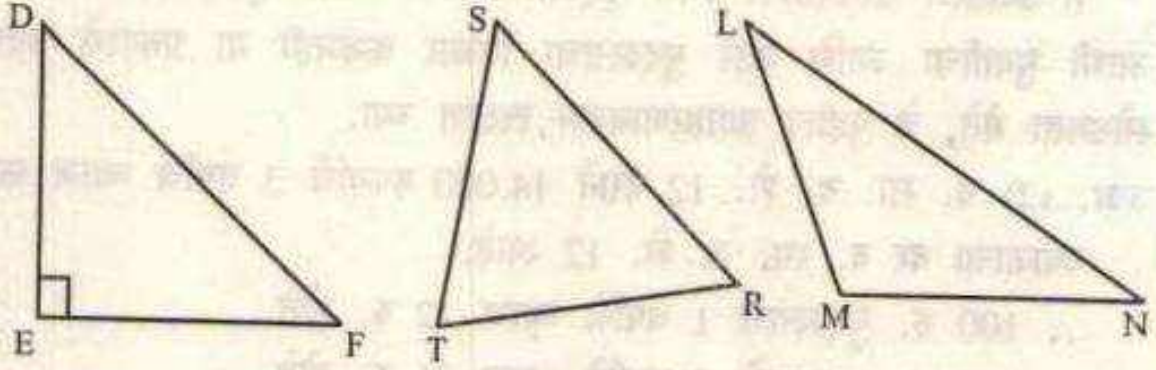
1. पुढील सारणीत मुद्दल, मुदत व व्याजाचा दर या बाबी दिल्या आहेत. त्यावरून व्याज काढा.

उदाहरणे	मुद्दल (रु.)	मुदत (वर्षे)	व्याजाचा दर (द. सा. द. शो.)
1.	400	5	6
2.	1,500	3	4
3.	15,000	4	8
4.	20,000	2	10
5.	3,500	6	5

20. त्रिकोण व त्रिकोणाचे प्रकार

* उजळणी

त्रिकोणाच्या पुढील आकृत्यांचे निरीक्षण करून दिलेला तक्ता पूर्ण करा.



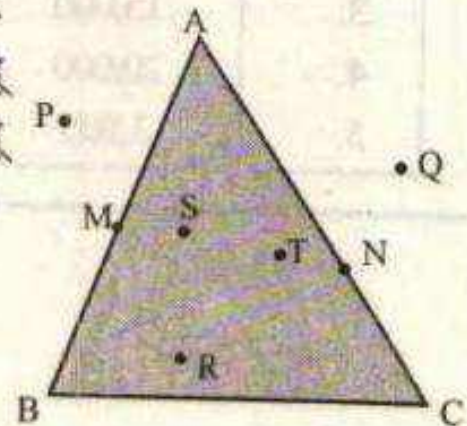
त्रिकोणाचे नाव	त्रिकोणाच्या शिरोबिंदूंची नावे	त्रिकोणाच्या तीन बाजूंची नावे	त्रिकोणाच्या कोनांची नावे
ΔDEF			

त्रिकोणाच्या बाजू व त्रिकोणाचे कोन यांना त्रिकोणाचे घटक म्हणतात.

त्रिकोणाचा अंतर्भाग व बाह्यभाग

त्रिकोण या आकृतीमुळे त्रिकोणाच्या प्रतलातील बिंदूंचे तीन भागांत विभाजन होते. प्रतलातील काही बिंदू त्रिकोणावर, काही बिंदू त्रिकोणाच्या अंतर्भागात व उरलेले बिंदू त्रिकोणाच्या बाह्यभागात असतात.

आकृतीत M व N हे बिंदू त्रिकोण ABC वर आहेत. बिंदू S, R व T त्रिकोण ABC च्या अंतर्भागात आहेत. बिंदू P व Q त्रिकोण ABC च्या बाह्यभागात आहेत.

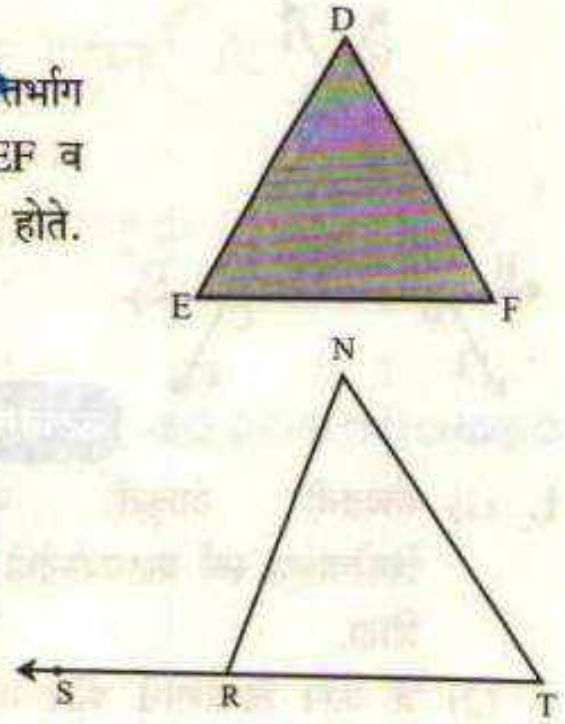


त्रिकोणी क्षेत्र

बाजूच्या आकृतीत ΔDEF चा अंतर्भाग छायांकित करून दाखवला आहे. ΔDEF व त्याचा अंतर्भाग मिळून त्रिकोणी क्षेत्र तयार होते.

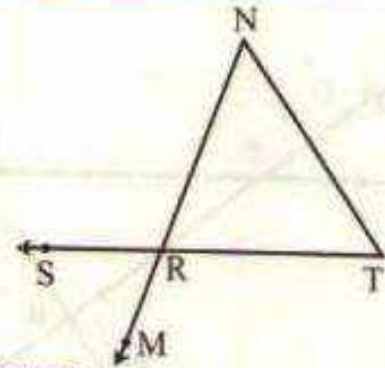
त्रिकोणाचा बाह्यकोन

आकृतीत ΔNTR आहे. किरण TR काढला असता R या शिरोबिंदूजवळ $\angle NRT$ व $\angle NRS$ हे रेषीय जोडीतील कोन तयार होतात. $\angle NRS$ हा ΔNTR चा बाह्यकोन आहे. $\angle NRT$ हा ΔNTR चा आंतरकोन आहे.



त्रिकोणाच्या कोनाशी रेषीय जोडी तयार करणाऱ्या कोनाला त्या त्रिकोणाचा बाह्यकोन म्हणतात.

सोबतच्या आकृतीत किरण NR काढला असता $\angle TRM$ हा ΔNTR चा आणखी एक बाह्यकोन मिळतो, म्हणजेच ΔNTR च्या R या एकाच शिरोबिंदूजवळ दोन बाह्यकोन तयार होतील.

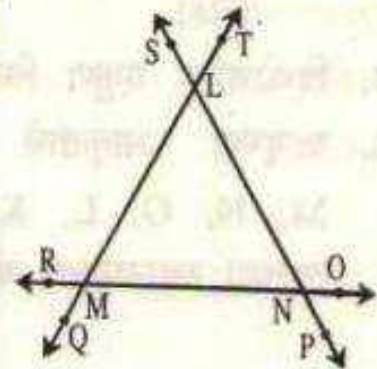


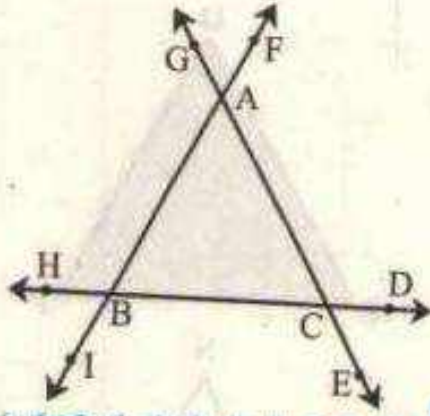
त्याचप्रमाणे ΔNTR च्या N व T या शिरोबिंदूजवळ प्रत्येकी दोन बाह्यकोन तयार होतील.

यावरून त्रिकोणाच्या प्रत्येक शिरोबिंदूजवळ दोन याप्रमाणे त्रिकोणाला एकूण सहा बाह्यकोन असतात.

बाजूच्या आकृतीत ΔLMN च्या एका शिरोबिंदूजवळील दोन बाह्यकोन लिहिले आहेत. राहिलेले बाह्यकोन लिहा.

- (1) $\angle LNO$, (2) $\angle MNP$ (3)
 (4) (5) (6)



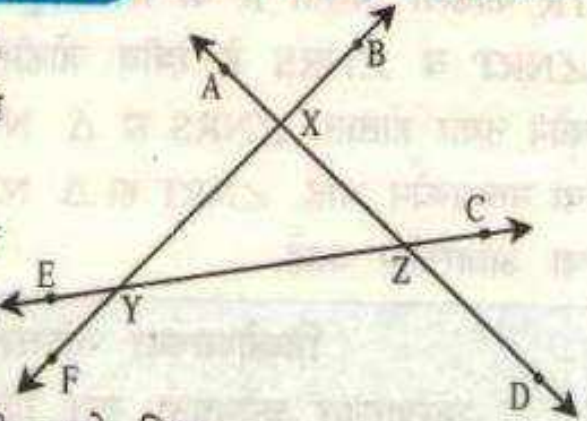


बाजूच्या आकृतीत $\angle DCE$, $\angle HBI$, $\angle GAF$, हे $\triangle ABC$ चे आंतरकोन तसेच बाह्यकोन नाहीत. हे कोन त्रिकोणाच्या कोनांचे विरुद्ध कोन आहेत.

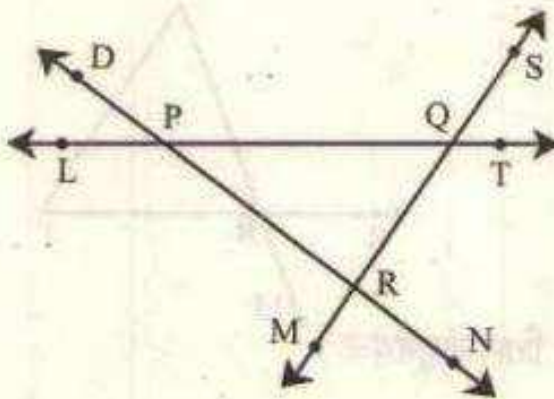
उदाहरणसंग्रह 74

1. (1) सोबतची आकृती पाहा. त्रिकोणाच्या सर्व बाह्यकोनांची नावे लिहा.

(2) जे कोन त्रिकोणाचे कोन नाहीत आणि बाह्यकोनही नाहीत, अशा कोनांची नावे लिहा.



2. खालील आकृतीवरून पुढील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.



(1) शिरोबिंदू P असलेल्या बाह्यकोनांची नावे लिहा.

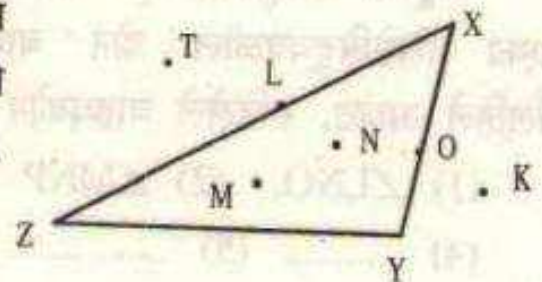
(2) $\angle PRQ$ या कोनाशी रेषीय जोडी तयार करणाऱ्या कोनांची नावे लिहा.

(3) $\angle SQT$ हा $\triangle PQR$ चा बाह्यकोन आहे का? सकारण लिहा.

(4) बाह्यकोन PQS शी रेषीय जोडी तयार करणारा $\triangle PRQ$ चा कोन लिहा.

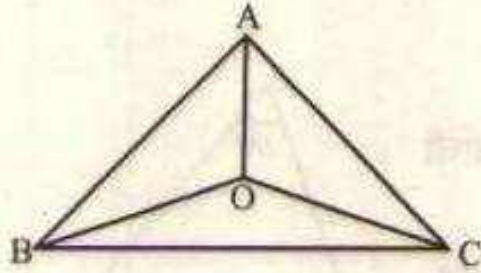
3. त्रिकोणाला एकूण किती बाह्यकोन असतात?

4. बाजूच्या आकृतीचे निरीक्षण करून M, N, O, L, K T बिंदूंची नावे त्यांच्या स्थानानुसार योग्य स्तंभात लिहा.



ΔXYZ च्या अंतर्भागातील बिंदू	ΔXYZ वरील बिंदू	ΔXYZ च्या बाह्यभागातील बिंदू

5. सोबतची आकृती पाहून पुढील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.



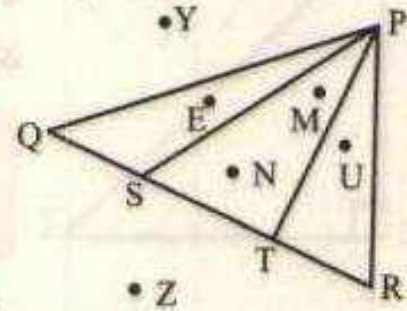
- (1) आकृतीतील सर्व त्रिकोणांची नावे लिहा.
- (2) O हा शिरोबिंदू असलेल्या सर्व त्रिकोणांची नावे लिहा.
- (3) A हा शिरोबिंदू असलेल्या सर्व त्रिकोणांची नावे लिहा.

6. पुढील सूचनांनुसार कृती करा.

- (1) ΔLMN काढा.
- (2) ΔLMN वर D व S बिंदू दाखवा.
- (3) ΔLMN च्या अंतर्भागात P व Q बिंदू दाखवा.
- (4) बिंदू A व B हे ΔLMN च्या बाह्यभागात दाखवा.

7. सोबतच्या आकृतीवरून विचारलेल्या प्रश्नांची उत्तरे द्या.

- (1) बिंदू M व N हे ज्या त्रिकोणांच्या अंतर्भागात आहेत, अशा सर्व त्रिकोणांची नावे लिहा.
- (2) E हा बिंदू ज्या त्रिकोणांच्या बाह्यभागात आहे, त्या त्रिकोणांची नावे लिहा.
- (3) रेष PS ज्यांची सामाईक भुजा आहे असे त्रिकोण कोणते ?
- (4) $\angle PTR$ हा बाह्यकोन असणाऱ्या त्रिकोणांची नावे लिहा.
- (5) बिंदू E, M, N हे कोणत्या त्रिकोणांच्या अंतर्भागात आहेत ?
- (6) $\angle PSQ$ हा बाह्यकोन असणारे त्रिकोण कोणते ?
- (7) आकृतीत सर्व त्रिकोणांच्या बाह्यभागातील बिंदू कोणते ?
- (8) ΔPQS च्या बाह्यभागात, परंतु ΔPTR च्या अंतर्भागात असणारे बिंदू कोणते ?



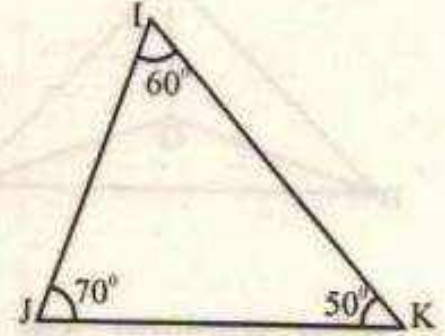
- (9) Δ PST चे बाह्यकोन ओळखा व लिहा.
 (10) \angle PQS हा ज्या त्रिकोणाचा कोन आहे, अशा त्रिकोणांची यादी तयार करा.
 (11) R हा शिरोबिंदू असणारे त्रिकोण कोणते ?
 (12) कोणते बिंदू Δ PST च्या बाह्यभागात आहेत ?

त्रिकोणाचे प्रकार

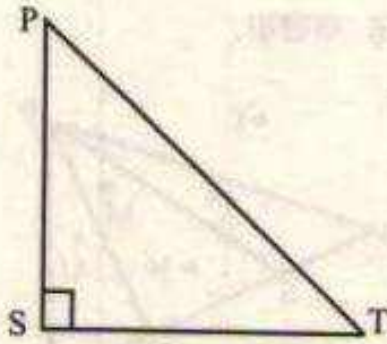
(1) कोनांवरून

बाजूच्या आकृतीवरून Δ IJK च्या कोनांची मापे पाहा.

Δ IJK चा प्रत्येक कोन हा लघुकोन आहे, हे लक्षात येते. Δ IJK हा लघुकोन त्रिकोण आहे.



त्रिकोणाचे तीनही कोन लघुकोन असतील, तर त्या त्रिकोणाला लघुकोन त्रिकोण म्हणतात.

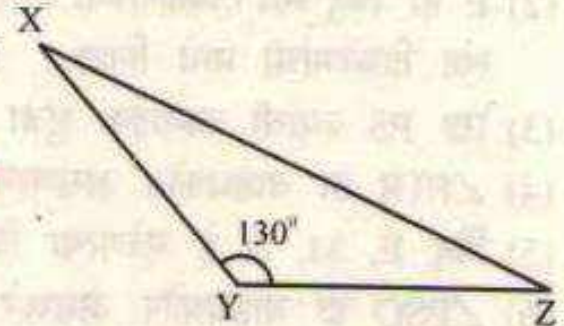


बाजूच्या आकृतीत Δ PST मध्ये \angle PST हा काटकोन आहे. Δ PST हा काटकोन त्रिकोण आहे.

त्रिकोणाचा एक कोन काटकोन असेल, तर त्या त्रिकोणाला काटकोन त्रिकोण म्हणतात.

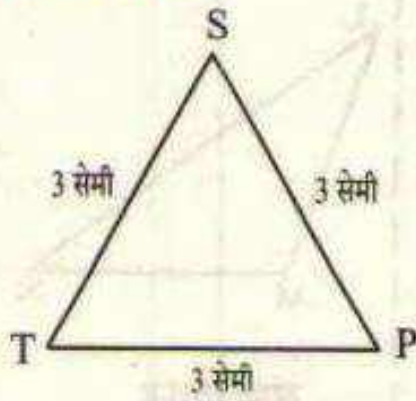
(iii) शेजारच्या आकृतीत Δ XYZ चा \angle XYZ विशालकोन आहे.

Δ XYZ हा विशालकोन त्रिकोण आहे.



एक कोन विशालकोन असणाऱ्या त्रिकोणाला विशालकोन त्रिकोण म्हणतात.

(2) बाजूंवरून



दिलेल्या आकृतीत Δ STP च्या तीनही बाजू समान लांबीच्या आहेत.

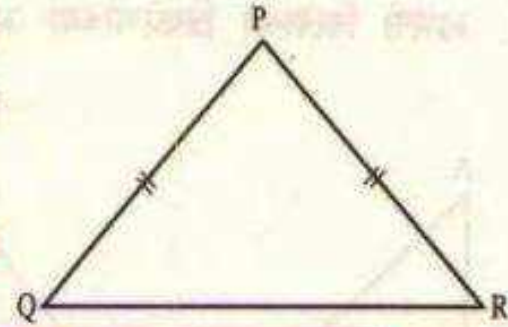
Δ STP हा **समभुज त्रिकोण** आहे.

त्रिकोणाच्या तीनही बाजूंची लांबी समान असेल, तर त्या त्रिकोणाला समभुज त्रिकोण म्हणतात.

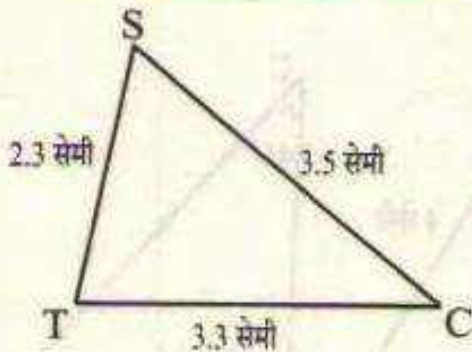
एखाद्या आकृतीच्या बाजूंवर सारख्या खुणा दाखवल्या असतील, तर त्या बाजू समान लांबीच्या असतात. (तसेच समान खुणा असलेल्या कोनांची मापे समान आहेत असे समजतात.)

बाजूच्या आकृतीत Δ PQR च्या बाजू PQ व बाजू PR यांची लांबी समान आहे, हे सारख्या खुणांवरून लक्षात येते.

Δ PQR हा **समद्विभुज त्रिकोण** आहे.



त्रिकोणाच्या दोन बाजूंची लांबी समान असेल, तर अशा त्रिकोणास समद्विभुज त्रिकोण म्हणतात.

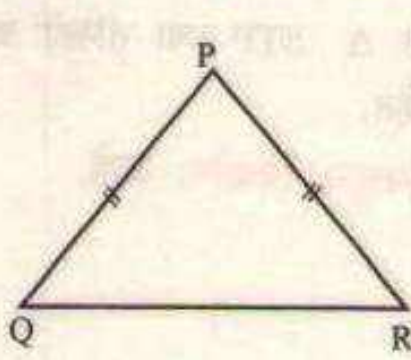


बाजूच्या आकृतीत Δ STC च्या बाजू भिन्न लांबीच्या आहेत.

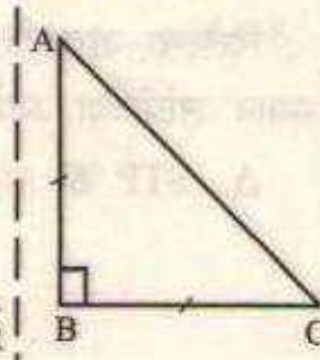
Δ STC हा **विषमभुज त्रिकोण** आहे.

तीनही बाजूंची लांबी वेगवेगळी असणाऱ्या त्रिकोणाला विषमभुज त्रिकोण म्हणतात.

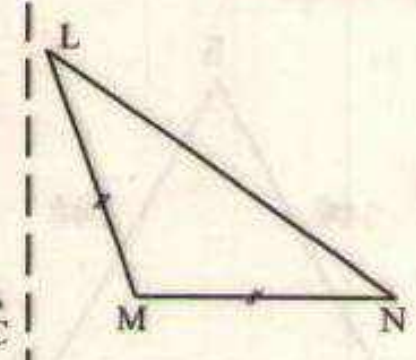
(3) कोन व बाजू यांचा विचार करून



समद्विभुज
लघुकोन त्रिकोण



समद्विभुज
काटकोन त्रिकोण

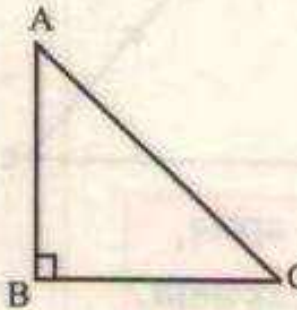


समद्विभुज
विशालकोन त्रिकोण

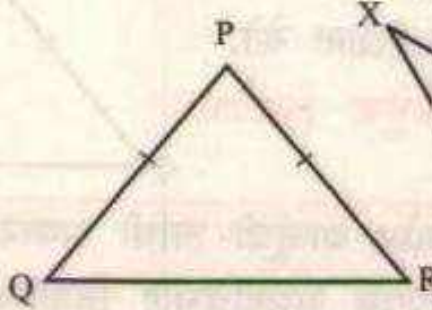
याप्रमाणे विषमभुज लघुकोन त्रिकोण, विषमभुज काटकोन त्रिकोण, विषमभुज विशालकोन त्रिकोण असेही प्रकार होतात.

उदाहरणसंग्रह 75

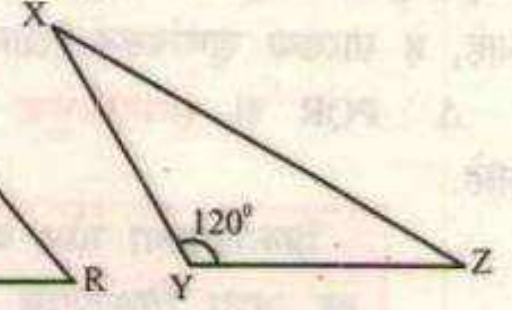
1. खाली दिलेल्या त्रिकोणांच्या आकृत्यांवरून प्रत्येक त्रिकोणाचा प्रकार लिहा.



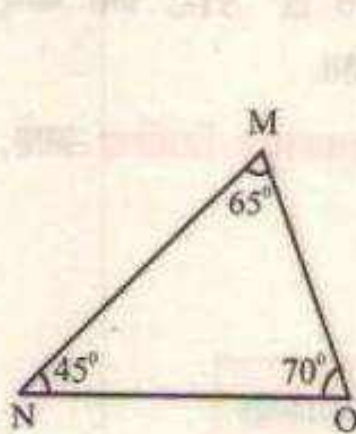
आ. 1



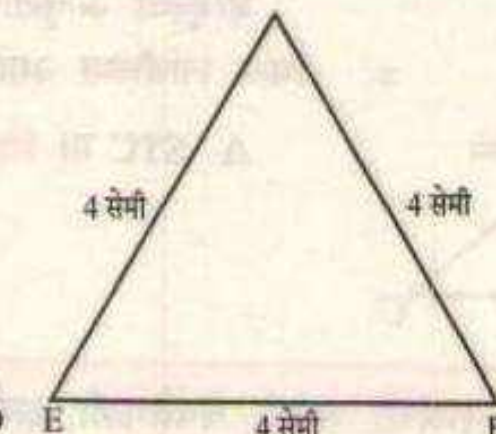
आ. 2



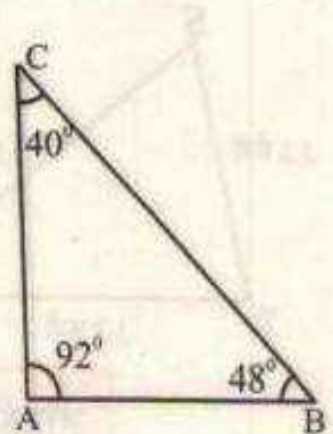
आ. 3



आ. 4



आ. 5



आ. 6

2. पुढील प्रत्येक उदाहरणात दिलेल्या माहितीवरून त्रिकोणाचा प्रकार लिहा.

(1) ΔABC मध्ये $m\angle A = 63^\circ$ आहे. $m\angle B = 52^\circ$ व $m\angle C = 65^\circ$

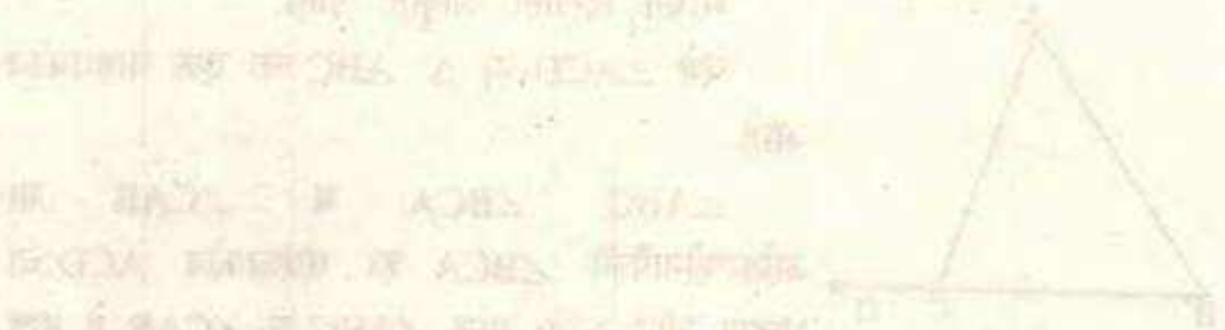
(2) ΔRST मध्ये रेख RS व रेख ST यांची लांबी समान आहे.

(3) ΔLMN मध्ये $\angle LNM$ हा काटकोन आहे.

(4) ΔSDO मध्ये $\angle OSD$ चे माप 135° आहे.

(5) ΔRTO च्या तीनही बाजू समान लांबीच्या आहेत.

(6) ΔDEF च्या बाजू 5.3 सेमी, 4.2 सेमी व 6.6 सेमी लांबीच्या आहेत.



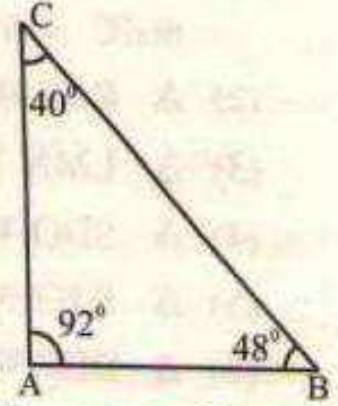
21. त्रिकोणाचे गुणधर्म

त्रिकोणाच्या तीन कोनांचा गुणधर्म

सोबतच्या आकृतीत ΔABC दाखवला आहे. त्याच्या कोनांची मापे 48° , 40° व 92° आहेत.

या तीनही मापांची बेरीज, $48 + 40 + 92 = 180^\circ$ येते.

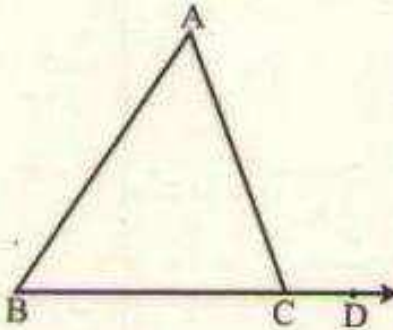
याप्रमाणे तुम्ही स्वतः निरनिराळे त्रिकोण काढा. प्रत्येकाच्या कोनांची मापे मोजून त्यांची बेरीज करा. प्रत्येक त्रिकोणाच्या तीन कोनांच्या मापांची बेरीज 180° येते, असे आढळून येईल.



कोणत्याही त्रिकोणाच्या तीन कोनांच्या मापांची बेरीज 180° असते.

त्रिकोणाच्या बाह्यकोनाचा गुणधर्म

हा गुणधर्म समजण्यासाठी आपण प्रथम असंलग्न किंवा दूरस्थ आंतरकोन म्हणजे काय हे समजून घेऊ.

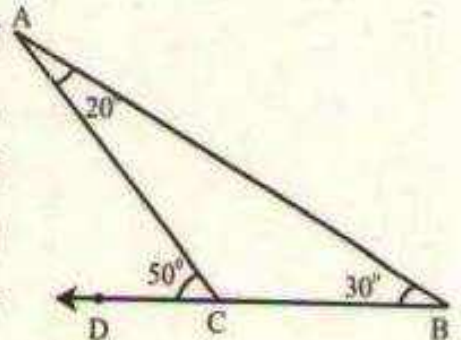


सोबत दिलेली आकृती पाहा.

येथे $\angle ACD$ हा ΔABC चा एक बाह्यकोन आहे.

$\angle ABC$, $\angle BCA$ व $\angle CAB$ या आंतरकोनांपैकी $\angle BCA$ हा बाह्यकोन ACD चा संलग्न कोन आहे; परंतु $\angle ABC$ व $\angle CAB$ हे मात्र बाह्यकोन ACD चे संलग्न कोन नाहीत. या अर्थाने $\angle ABC$ व $\angle CAB$ हे $\angle ACD$ चे असंलग्न किंवा दूरस्थ आंतरकोन आहेत.

आता सोबतची आकृती पाहा. आकृतीत $\angle ACD$ हा ΔABC चा बाह्यकोन आहे. त्रिकोणाचे दूरस्थ आंतरकोन CAB व ABC आणि बाह्यकोन ACD यांची मापे मोजून लिहिली आहेत. या मापांवरून दिसते, की $\angle A$ व $\angle B$ यांच्या मापांची बेरीज $20 + 30 = 50^\circ$



बाह्यकोन ACD चे माप 50° आहे.

यावरून $m\angle A + m\angle B = m\angle ACD$

त्रिकोणाच्या बाह्यकोनाचे माप त्याच्या दूरस्थ आंतरकोनांच्या मापांच्या बेरजेएवढे आहे.

या त्रिकोणाचा आणखी एक बाह्यकोन काढा. या बाह्यकोनाचे माप मोजा. त्याच्या दूरस्थ आंतरकोनांच्या मापांची बेरीज करा. तुम्हाला आढळेल, की त्रिकोणाच्या बाह्यकोनाचे माप त्याच्या दूरस्थ (असंलग्न) आंतरकोनांच्या मापांच्या बेरजेएवढेच आहे.

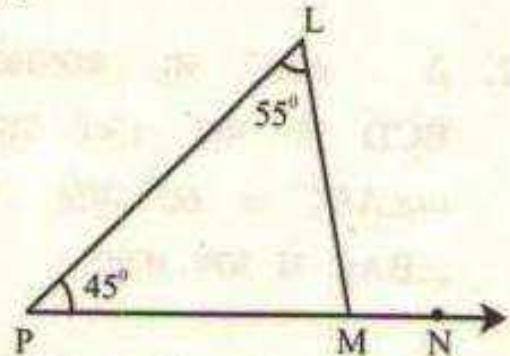
त्रिकोणाच्या कोणत्याही बाह्यकोनाचे माप त्याच्या दूरस्थ आंतरकोनांच्या मापांच्या बेरजेएवढे असते.

उदा. (1) आकृतीत $m\angle L = 55^\circ$, $m\angle P = 45^\circ$ आहे. $\angle LMN$ हा बाह्यकोन आहे, तर $\angle LMN$ चे माप किती ?

त्रिकोणाच्या बाह्यकोनाच्या गुणधर्मावरून

$$\begin{aligned} m\angle LMN &= m\angle P + m\angle L \\ &= 45 + 55 \\ &= 100 \end{aligned}$$

$$\therefore m\angle LMN = 100^\circ$$



उदा. (2) आकृतीत दिलेल्या माहितीवरून $\angle I$ चे माप काढा.

त्रिकोणाच्या तीन कोनांच्या मापांची बेरीज 180° असते.

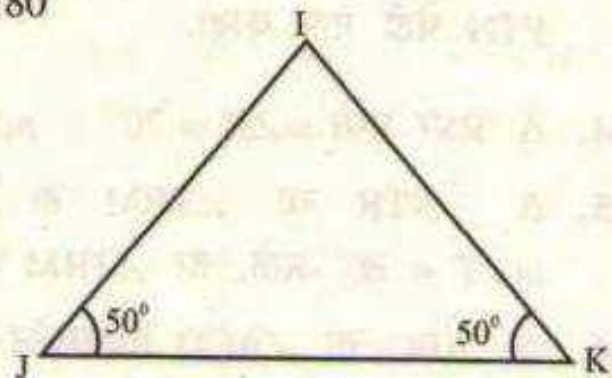
$$\therefore m\angle I + m\angle J + m\angle K = 180$$

$$\therefore m\angle I + 50 + 50 = 180$$

$$\therefore m\angle I + 100 = 180$$

$$\therefore m\angle I = 80$$

$\therefore \angle I$ चे माप 80° आहे.



उदा. (3) आकृतीत ΔNTR चा बाह्यकोन NTS चे माप 60° आहे. $\angle R$ चे माप 35° आहे, तर $\angle N$ चे माप काढा.

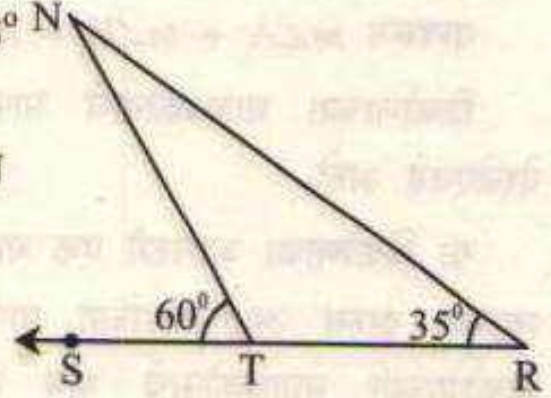
त्रिकोणाच्या बाह्यकोनाच्या गुणधर्मावरून

$$m\angle N + m\angle R = m\angle NTS$$

$$\therefore m\angle N + 35 = 60$$

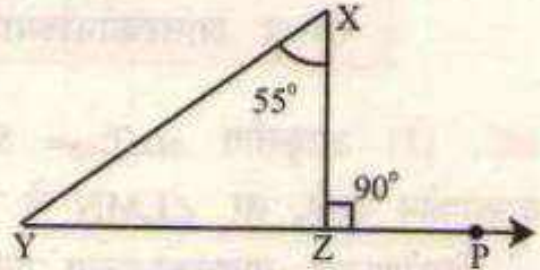
$$\therefore m\angle N = 25$$

$$\therefore \angle N \text{ चे माप } 25^\circ \text{ आहे.}$$

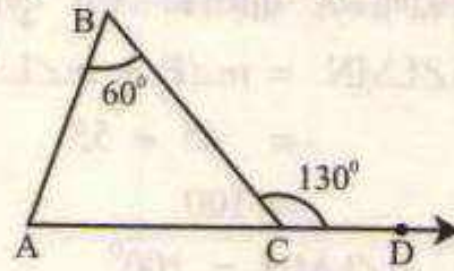


उदाहरणसंग्रह 76

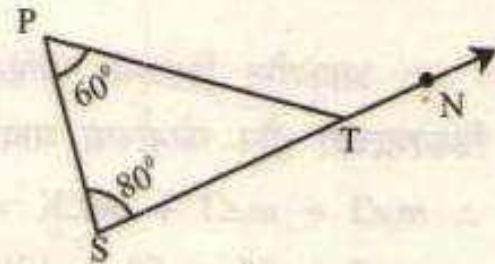
1. ΔXZY चा बाह्यकोन XZP चे माप 90° आहे. $\angle YXZ$ चे माप 55° आहे, तर $\angle XYZ$ चे माप काढा.



2. ΔABC चा बाह्यकोन BCD चे माप 130° आहे. $m\angle ABC = 60^\circ$ आहे, तर $\angle BAC$ चे माप काढा.



3. बाजूच्या आकृतीत दिलेल्या माहितीवरून $\angle PTS$ चे माप काढा. तसेच बाह्यकोन PTN चेही माप काढा.

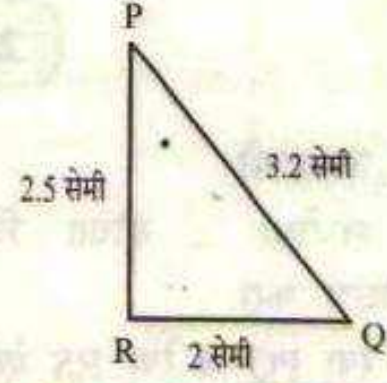


4. ΔRST मध्ये $m\angle R = 70^\circ$, $m\angle S = 30^\circ$ आहे. तर $\angle T$ चे माप काढा.
5. ΔNTR चा $\angle TRM$ हा बाह्यकोन आहे. $m\angle N = 30^\circ$, $m\angle T = 80^\circ$ आहे, तर $\angle TRM$ चे माप काढा.
6. ΔABC चा $\angle ACD$ बाह्यकोन आहे. $\angle A$ व $\angle B$ यांची मापे समान आहेत. जर $m\angle ACD = 140^\circ$, तर $\angle A$ व $\angle B$ यांची मापे काढा.

त्रिकोणाच्या बाजूंसंबंधी गुणधर्म

सोबतची आकृती ΔPQR ची आहे.

ΔPQR च्या बाजू PQ , बाजू QR आणि बाजू PR यांची लांबी मोजून पुढील तक्त्यात लिहिली आहे.



1 त्रिकोणाचे नाव	2 एका बाजूची लांबी सेमी	3 दुसऱ्या बाजूची लांबी सेमी	4 तिसऱ्या बाजूची लांबी सेमी	5 पहिल्या दोन बाजूंच्या लांबींची बेरीज सेमी	6 रकाना 4 व 5 तुलना सेमी
ΔPQR	$l(QR) = 2$	$l(PR) = 2.5$	$l(PQ) = 3.2$	4.5	$4.5 > 3.2$
	$l(PR) = 2.5$	$l(PQ) = 3.2$	$l(QR) = 2$	5.7	$5.7 > 2$
	$l(PQ) = 3.2$	$l(QR) = 2$	$l(PR) = 2.5$	5.2	$5.2 > 2.5$

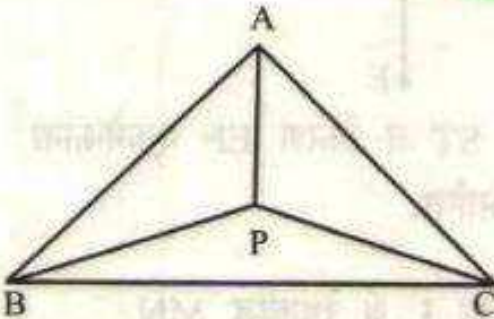
तक्त्यातील स्तंभ क्रमांक 5 व 6 वरून त्रिकोणाच्या दोन बाजूंच्या लांबींची बेरीज तिसऱ्या बाजूच्या लांबीपेक्षा जास्त आहे, असे दिसते.

त्याचप्रमाणे ΔEFG , ΔHKI , ΔANT हे त्रिकोण काढा. त्यांच्या प्रत्येक बाजूची लांबी मोजा आणि वरीलप्रमाणे तक्ते करून ते पूर्ण करा व निष्कर्ष काढा.

त्रिकोणाच्या कोणत्याही दोन बाजूंच्या लांबींची बेरीज ही तिसऱ्या बाजूच्या लांबीपेक्षा जास्त असते.



उदाहरणसंग्रह 77



1. शेजारील आकृतीच्या आधारे पुढील विधाने पूर्ण करा.

(1) $l(AP) + l(BP) > \text{-----}$

(2) $l(AP) + l(CP) \text{-----} l(AC)$

(3) $\text{-----} + l(CP) > l(BC)$

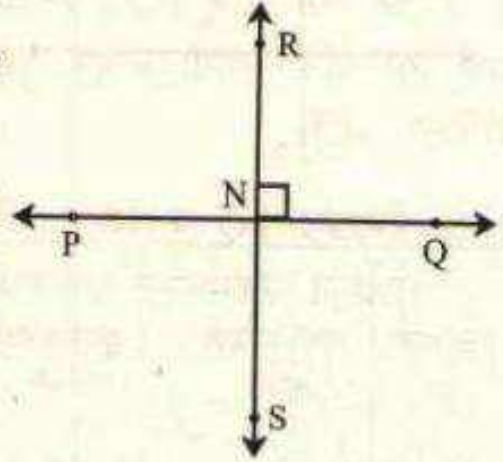
(4) $l(AB) + \text{-----} > l(BC)$

22. भौमितिक रचना

* उजळणी

लंबरेषा : सोबत दिलेल्या आकृतीचे निरीक्षण करा.

रेषा PQ व रेषा RS एकमेकींना N बिंदूत छेदतात. छेदनबिंदू N पाशी $\angle RNQ$, $\angle RNP$, $\angle PNS$ व $\angle SNQ$ असे चार काटकोन तयार होतात.

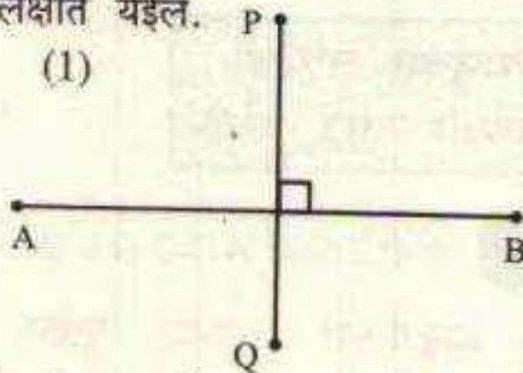


येथे रेषा PQ व रेषा RS एकमेकांशी काटकोन करून छेदतात, म्हणून या रेषा एकमेकींना लंब आहेत.

जर दोन रेषा परस्परांना काटकोनात छेदत असतील, तर त्या रेषा परस्परांना लंब आहेत असे म्हणतात.

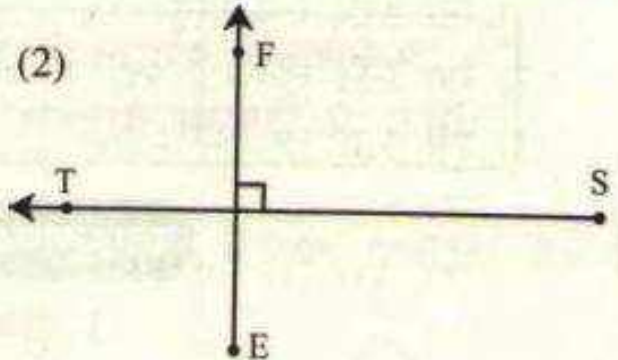
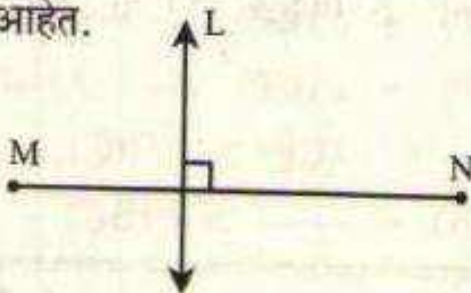
लंबरेषाखंड व लंबकिरण

ज्याप्रमाणे दोन रेषा एकमेकींना लंब असतात त्याचप्रमाणे दोन रेषाखंड किंवा दोन किरण देखील एकमेकांना लंब असतात, हे खालील आकृत्यांवरून तुमच्या लक्षात येईल.



रेख AB व रेख PQ एकमेकांना लंब आहेत.

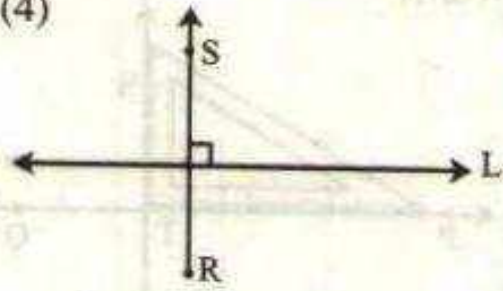
(3)



किरण ST व किरण EF एकमेकांना लंब आहेत.

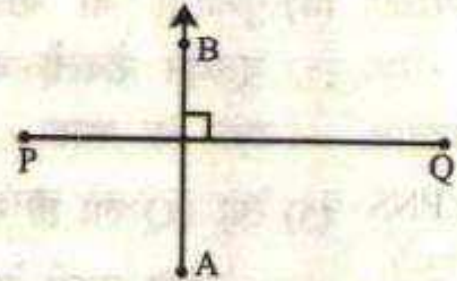
रेषा L व रेषाखंड MN एकमेकांना लंब आहेत.

(4)



रेखा L व किरण RS एकमेकांना लंब आहेत.

(5) रेषाखंड PQ व किरण AB हे देखील एकमेकांना लंब आहेत.



'रेखा AB व रेखा CD एकमेकांना लंब आहेत,' हे थोडक्यात 'रेखा $AB \perp$ रेखा CD' किंवा 'रेखा $CD \perp$ रेखा AB' असे लिहितात.

'रेखा $AB \perp$ रेखा CD' याचे वाचन 'रेखा AB लंब रेखा CD' असे करतात.

तसेच 'किरण $PQ \perp$ रेखा ST' याचे वाचन 'किरण PQ लंब रेखा ST' असे करतात.



उदाहरणसंग्रह 78



1. खाली दिलेली विधाने चिन्ह वापरून लिहा.

- (1) रेखा MR लंब किरण ST
- (2) रेखा LM लंब रेखा PQ
- (3) रेखा HP लंब किरण OK
- (4) रेखा KG लंब रेखा VJ
- (5) रेखा AD लंब रेखा EF

रचना 1 : दिलेल्या रेषेला रेषेबाहेरील बिंदूतून लंबरेखा काढणे.

उदा. : रेखा PQ काढा. रेषेबाहेर S बिंदू घ्या. S बिंदूतून PQ वर लंब काढा.

पद्धत 1. गुण्याचा उपयोग करून

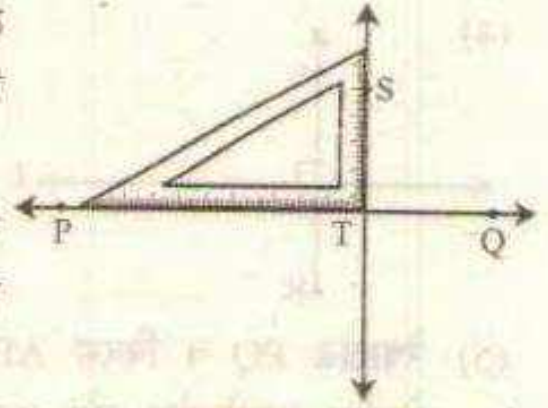
कृती : (1) रेखा PQ काढा.

(2) PQ रेषेबाहेर कोठेही

S बिंदू घ्या.



- (3) गुण्याची काटकोन करणारी एक बाजू रेषा PQ शी आणि दुसरी बाजू S बिंदूशी जुळवून ठेवा.



- (4) गुण्याची जी बाजू S बिंदूशी जुळवून ठेवली त्या बाजूलागत एक रेषा काढा.

- (5) रेषा PQ ला ही रेषा ज्या बिंदूत छेदते त्या बिंदूला T हे नाव द्या.

• अशा प्रकारे रेषा $ST \perp$ रेषा PQ तयार होईल.

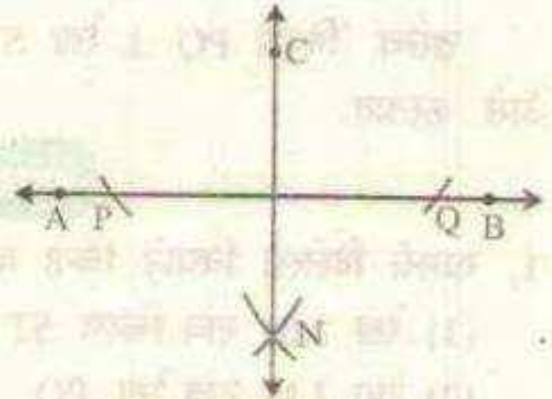
पद्धत 2. कंपासचा उपयोग करून

उदा. रेषा AB ला रेषेबाहेरील C बिंदूतून लंबरेषा काढा.

कृती : (1) रेषा AB काढा.

- (2) AB रेषेबाहेर कोठेही C बिंदू घ्या.

- (3) कंपासमध्ये सोईस्कर अंतर घ्या.



- (4) कंपासचे अणकुचीदार टोक C वर ठेवा आणि रेषा AB ला छेदतील असे दोन कंस काढा. हे कंस रेषा AB ला ज्या बिंदूत छेदतील, त्या बिंदूंना Q व P ही नावे द्या.

- (5) कंपासमध्ये घेतलेले अंतर कायम ठेवा. कंपासचे टोक आधी P वर व नंतर Q वर ठेवून रेषा AB च्या ज्या अंगास बिंदू C असेल त्याच्या विरुद्ध अंगास एकमेकांना छेदणारे दोन कंस काढा. या कंसांच्या छेदनबिंदूस N हे नाव द्या.

- (6) बिंदू C व बिंदू N मधून जाणारी रेषा CN काढा.

• अशा प्रकारे रेषा $CN \perp$ रेषा AB तयार होईल.

1. रेषा XY काढा. रेषेबाहेर S बिंदू घ्या. गुण्याचा वापर करून बिंदू S मधून जाणारी रेषा XY ला लंबरेषा काढा.
2. रेषा AB काढा. रेषेबाहेर कोठेही C बिंदू घ्या. कंपासचा वापर करून बिंदू C मधून जाणारी रेषा AB ला लंबरेषा काढा.

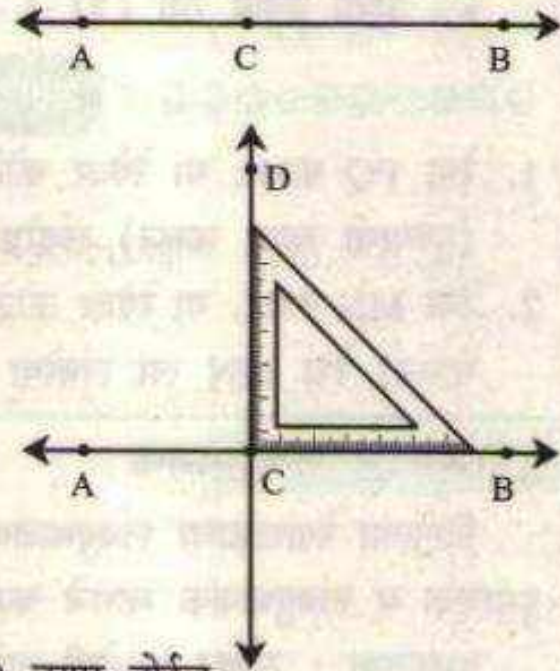
रचना 2 : दिलेल्या रेषेला त्या रेषेवरील बिंदूतून लंबरेषा काढणे

उदा. : रेषा AB काढा. त्या रेषेवर कोठेही C बिंदू घ्या. C बिंदूतून रेषा AB ला लंबरेषा काढा.

पद्धत 1. गुण्याचा उपयोग करून

कृती :

- (1) रेषा AB काढा.
- (2) रेषा AB वर कोठेही C बिंदू घ्या.
- (3) गुण्याची काटकोन करणारी एक बाजू रेषा AB शी जुळवून ठेवा. गुण्याच्या काटकोन करणाऱ्या दोन्ही बाजू ज्या टोकावर मिळतात ते टोक C बिंदूशी जुळवा.
- (4) गुण्याच्या काटकोन करणाऱ्या दुसऱ्या बाजूलागत C मधून जाणारी रेषा CD काढा.



• अशा प्रकारे रेषा $CD \perp$ रेषा AB तयार होईल.

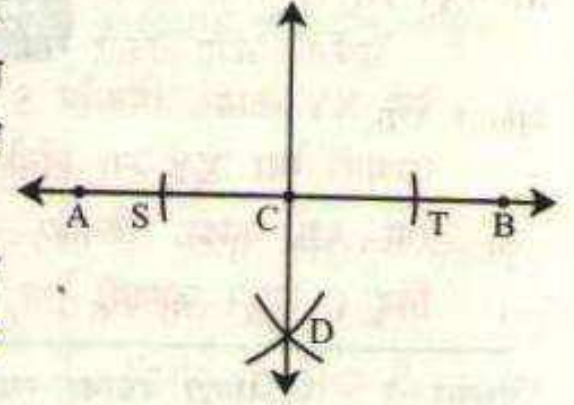
पद्धत 2. कंपासचा उपयोग करून

कृती :

- (1) रेषा AB काढा.
- (2) रेषा AB वर कोठेही बिंदू C घ्या.
- (3) कंपासमध्ये सोईस्कर अंतर घ्या.
- (4) बिंदू C वर कंपासचे अणकुचीदार टोक ठेवा आणि C बिंदूच्या दोन्ही बाजूंना



रेषा AB ला छेदणारे दोन कंस काढा. हे कंस AB रेषेला ज्या दोन बिंदूत छेदतील त्या बिंदूंना S व T ही नावे द्या.



(5) बिंदू S व बिंदू T यांमधील अंतराच्या निम्त्यापेक्षा जास्त अंतर अंदाजाने कंपासमध्ये घ्या.

(6) प्रथम बिंदू S वर व नंतर बिंदू T वर कंपासचे टोक ठेवून रेषा AB च्या एका अंगास एकमेकांना छेदणारे दोन कंस काढा. आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे या कंसांच्या छेदनबिंदूला D हे नाव द्या.

(7) रेषा CD काढा.

• अशा प्रकारे रेषा $CD \perp$ रेषा AB तयार होईल.

***** उदाहरणमंग्रह 80 *****

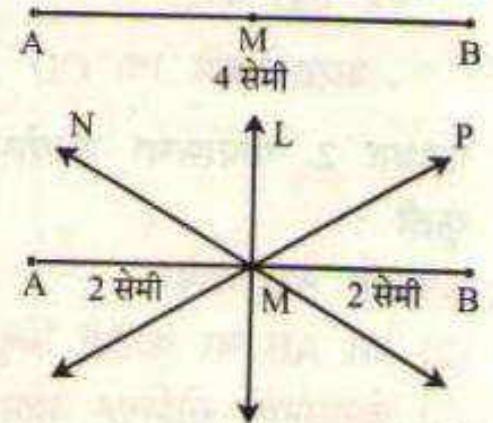
1. रेषा PQ काढा. या रेषेवर कोठेही R बिंदू घ्या. R बिंदूतून रेषा PQ ला (गुण्याचा वापर करून) लंबरेषा काढा.
2. रेषा MN काढा. या रेषेवर कोठेही L बिंदू घ्या. L बिंदूतून (कंपासचा वापर करून) रेषा MN ला लंबरेषा काढा.

दुभाजक व लंबदुभाजक

दिलेल्या रेषाखंडाचा लंबदुभाजक काढणे, या रचनेचा अभ्यास करण्यासाठी दुभाजक व लंबदुभाजक म्हणजे काय हे पाहू.

दुभाजक : सोबत 4 सेमी लांबीचा रेषाखंड काढला आहे. या रेषाखंडावर बिंदू M असा आहे, की रेख AM ची लांबी = रेख MB ची लांबी = 2 सेमी. येथे M हा रेषाखंड AB चा मध्यबिंदू आहे, म्हणजेच बिंदू M हा

रेख AB ला **दुभागतो**. रेषाखंडाचे दोन समान लांबीचे भाग करणे म्हणजेच 'रेषाखंड दुभागणे' होय. वरील आकृतीत रेषाखंड AB चा मध्यबिंदू



M मधून N, L व P या रेषा काढल्या आहेत. या सर्व रेषा रेषाखंड AB च्या दुभाजक आहेत. अशा प्रकारे रेषा AB चे असंख्य दुभाजक काढता येतील, हे लक्षात घ्या.

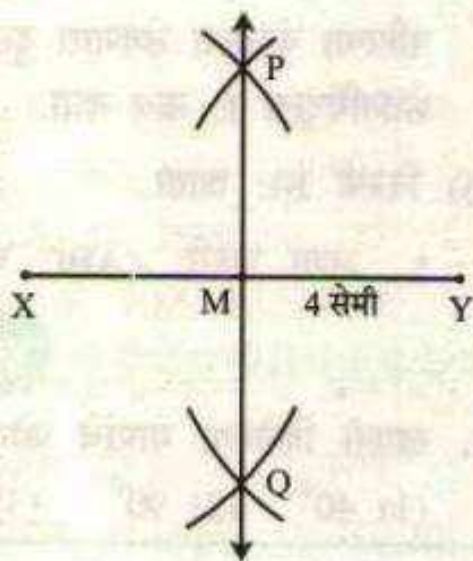
लंबदुभाजक : वरील आकृतीत रेषाखंड AB ला N, L व P यांपैकी कोणत्या रेषा लंब आहेत, हे गुण्याचा वापर करून ठरवा. असे दिसून येईल, की रेषा L \perp रेषा AB तसेच रेषा L ही रेषा AB चा दुभाजक देखील आहे, म्हणून रेषा L ही रेषा AB ची लंबदुभाजक आहे. यावरून कोणत्याही रेषाखंडाचा दुभाजक त्या रेषाखंडाला लंब असेल तर त्याला लंबदुभाजक म्हणतात. लक्षात घ्या, की एका रेषाखंडाला असंख्य दुभाजक असतात, पण लंबदुभाजक मात्र एकच असतो.

रचना 3 : दिलेल्या रेषाखंडाचा लंबदुभाजक काढणे.

उदा. 4 4 सेमी लांबीच्या रेषाखंड XY चा लंबदुभाजक काढा.

कृती :

- (1) 4 सेमी लांबीचा रेषाखंड XY काढा.
- (2) कंपासमध्ये रेषा XY च्या लांबीच्या निम्यापेक्षा जास्त (म्हणजे येथे 2 सेमीपेक्षा जास्त) अंतर घ्या.
- (3) बिंदू X ला केंद्र घेऊन रेषा XY च्या दोन्ही अंगास एकेक कंस काढा.
- (4) कंपासमध्ये तेच अंतर ठेवून व बिंदू Y ला केंद्र घेऊन रेषा XY च्या दोन्ही अंगास, आधी काढलेल्या कंसांना छेदणारे एकेक कंस काढा. छेदनबिंदूंना P व Q नावे द्या.
- (5) रेषा PQ काढा.



• अशा प्रकारे रेषा XY चा लंबदुभाजक PQ तयार होईल.

***** उदाहरणसंग्रह 81 *****

1. खाली दिलेल्या लांबीचे रेषाखंड काढून त्यांचे लंबदुभाजक काढा.

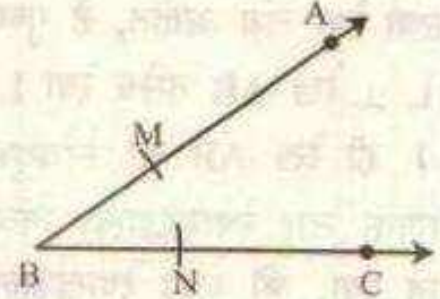
- (1) 8 सेमी (2) 6.5 सेमी (3) 7 सेमी (4) 5.7 सेमी (5) 9.2 सेमी

रचना 4 : दिलेला कोन दुभागणे.

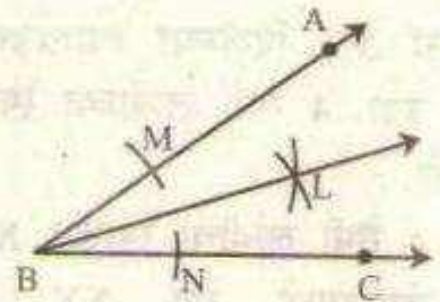
उदा. : कोणत्याही मापाचा $\angle ABC$ काढा. कंपास व पट्टीच्या साहाय्याने $\angle ABC$ चा दुभाजक काढा.

कृती :

- (1) कोणत्याही मापाचा $\angle ABC$ काढा.
- (2) कंपासचे अणकुचीदार टोक B बिंदूवर ठेवा.
- (3) दोन्ही टोकांत योग्य अंतर घेऊन एक कंस काढा. हा कंस किरण BA व किरण BC यांना ज्या बिंदूत छेदेल त्या बिंदूंना अनुक्रमे M व N नावे द्या.



- (4) कंपासमध्ये तेच अंतर ठेवून व बिंदू M केंद्र घेऊन एक कंस व नंतर बिंदू N केंद्र घेऊन पहिल्या कंसाला छेदणारा दुसरा कंस काढा. छेदनबिंदूला L नाव द्या.



- (5) किरण BL काढा.

• अशा प्रकारे $\angle ABC$ चा कोनदुभाजक किरण BL तयार होईल.

उदाहरणसंग्रह 82

1. खाली दिलेल्या मापांचे कोन काढा. प्रत्येक कोनाचा दुभाजक काढा.

- (1) 40° (2) 90° (3) 120° (4) 55° (5) 105° (6) 146°

रचना 5 : दिलेल्या कोनाएवढा कोन काढणे.

उदा. : $\angle ABC$ एवढा $\angle PQR$ काढा.

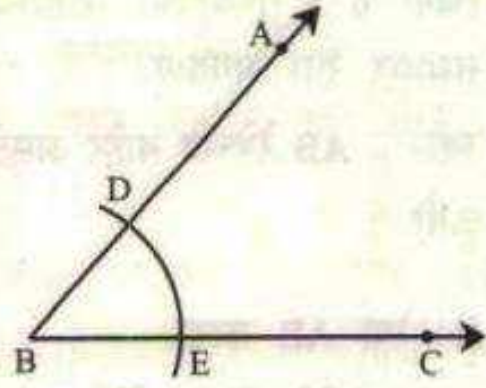
सोबतच्या आकृतीत दिलेला $\angle ABC$ पाहा.

कृती :

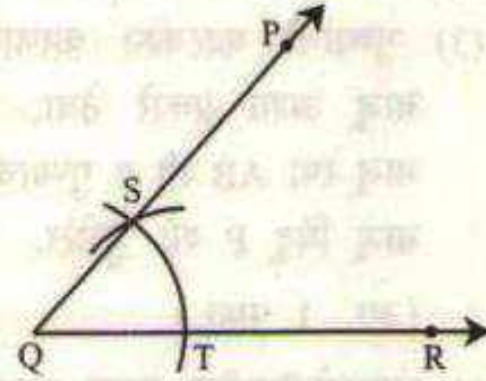
- (1) किरण QR काढा.
- (2) कंपासमध्ये सोईस्कर अंतर घ्या.



(3) कंपासचे टोक $\angle ABC$ च्या बिंदू B वर ठेवा आणि किरण BA व किरण BC यांना छेदणारा कंस काढून या छेदनबिंदूंना D व E नावे द्या.



(4) कंपासमध्ये घेतलेले अंतर कायम ठेवा. बिंदू Q वर कंपासचे टोक ठेवून एक कंस काढा. हा कंस रेषा QR ला ज्या बिंदूत छेदेल त्या बिंदूस T नाव द्या.



(5) आता कंपासचे टोक E बिंदूवर ठेवून कंपासमधील पेन्सिलीचे टोक D वर पडेल इतके अंतर कंपासमध्ये घ्या.

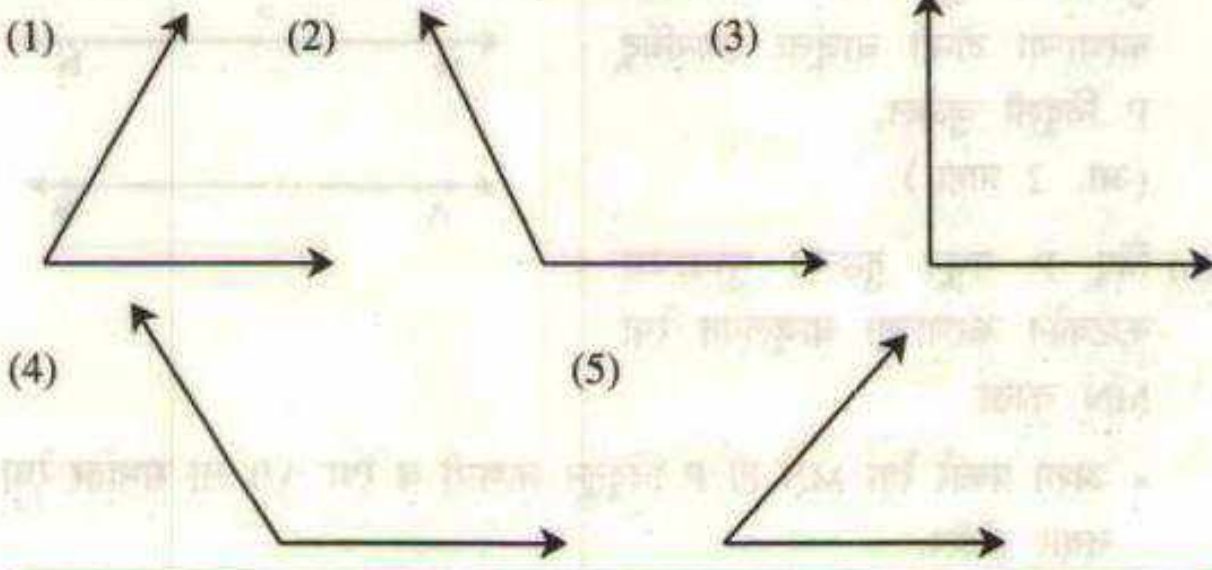
(6) कंपासचे टोक T वर ठेवा आणि पूर्वी काढलेल्या कंसाला छेदणारा दुसरा कंस काढा. दोन्ही कंसांच्या छेदनबिंदूस S नाव द्या.

(7) किरण QS काढा. या किरणावर आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे P बिंदू घ्या.

अशा प्रकारे, दिलेल्या $\angle ABC$ एवढा $\angle PQR$ तयार होईल.

उदाहरणसंग्रह 83

1. खाली दिलेल्या प्रत्येक कोनाएवढा कोन कंपासच्या साहाय्याने काढा.

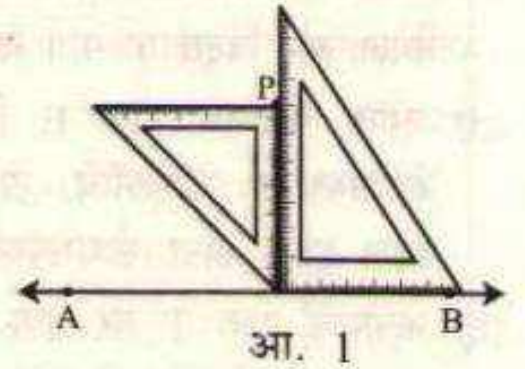


रचना 6 : गुण्यांच्या साहाय्याने दिलेल्या रेषेला त्या रेषेबाहेरील बिंदूतून समांतर रेषा काढणे.

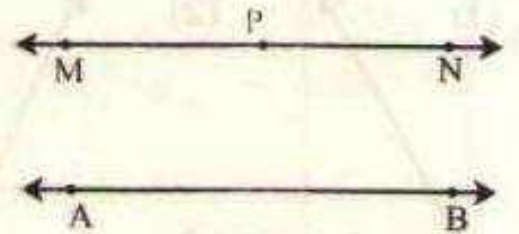
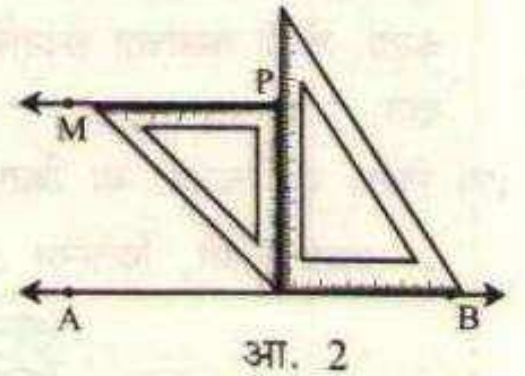
उदा. : AB रेषेच्या बाहेर असलेल्या P बिंदूतून रेषा AB ला समांतर रेषा काढा.

कृती :

- (1) रेषा AB काढा.
- (2) AB रेषेबाहेर P बिंदू घ्या.
- (3) गुण्याची काटकोन करणारी एक बाजू अशा प्रकारे ठेवा, की ही बाजू रेषा AB शी व गुण्याची दुसरी बाजू बिंदू P शी जुळेल.
(आ. 1 पाहा.)



- (4) कंपासपेटीमधील दुसरा गुण्या घ्या. या गुण्याची काटकोन करणारी एक बाजू पहिल्या गुण्याच्या काटकोन करणाऱ्या बाजूस जुळेल अशा प्रकारे ठेवा.
- (5) पहिला गुण्या न हालवता दुसरा गुण्या अशा प्रकारे ठेवा, की दुसऱ्या गुण्याच्या काटकोन करणाऱ्या दोन्ही बाजूंचा छेदनबिंदू P बिंदूशी जुळेल.
(आ. 2 पाहा.)



- (6) बिंदू P मधून दुसऱ्या गुण्याच्या काटकोन करणाऱ्या बाजूलगत रेषा MN काढा.

- अशा प्रकारे रेषा MN ही P बिंदूतून जाणारी व रेषा AB ला समांतर रेषा तयार होईल.

रचना 7 : दोन रेषाखंडांच्या लांबीच्या बेरजेएवढ्या लांबीचा रेषाखंड कर्कटकाच्या साहाय्याने काढणे.

उदा. : रेष MN व रेष CD काढा. यांच्या लांबीच्या बेरजेएवढी लांबी असणारा रेषाखंड कर्कटकाच्या साहाय्याने काढा.

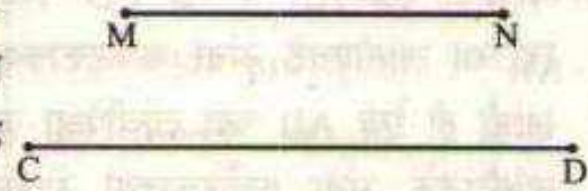
कृती :

प्रथम रेष MN व रेष CD काढा.

या दोन रेषाखंडांच्या लांबीच्या

बेरजेएवढ्या लांबीचा रेषाखंड

काढायचा आहे.



- (1) प्रथम रेषा L काढून तिच्यावर P बिंदू घ्या.
- (2) कर्कटकाच्या दोन्ही टोकांत रेष MN च्या लांबीएवढे अंतर घ्या.
- (3) कर्कटकाच्या टोकांतील अंतर न बदलता त्याचे एक टोक P वर ठेवा व त्याचे दुसरे टोक रेषेवर जेथे पडेल तेथे Q नाव द्या.
- (4) कर्कटकाच्या दोन्ही टोकांत रेष CD च्या लांबीएवढे अंतर घ्या.
- (5) कर्कटकाच्या टोकांतील अंतर न बदलता त्याचे एक टोक Q वर ठेवा. Q च्या ज्या बाजूस P नाही, त्या बाजूस कर्कटकाचे दुसरे टोक रेषा L वर ठेवा. त्या बिंदूस R नाव द्या.



- अशा प्रकारे रेष MN व रेष CD यांच्या लांबीच्या बेरजेएवढी लांबी असलेला रेष PR तयार होईल.

रचना 8 : दोन रेषाखंडांच्या लांबीच्या वजाबाकीएवढी लांबी असणारा रेषाखंड कर्कटकाच्या साहाय्याने काढणे.

उदा. : रेष AB व रेष CD काढा. त्यांच्या लांबीच्या वजाबाकीएवढी लांबी असणारा रेषाखंड काढा.

कृती :

- (1) रेख AB व रेख CD हे असमान लांबीचे रेषाखंड काढा.



- (2) एक रेषा M काढा.

- (3) रेषा M वर E बिंदू घ्या.

- (4) दिलेल्या रेख AB व रेख CD पैकी ज्या रेषाखंडाची लांबी जास्त असेल, त्याच्या लांबीएवढे अंतर कर्कटकाच्या दोन्ही टोकांत घ्या. येथे रेख CD ची लांबी ही रेख AB च्या लांबीपेक्षा जास्त दिसते, म्हणून प्रथम रेख CD च्या लांबीइतके अंतर कर्कटकाच्या टोकांत घ्या.

- (5) कर्कटकाच्या टोकांतील अंतर न बदलता त्याचे एक टोक बिंदू E वर ठेवा व दुसरे टोक रेषा M वर जेथे पडेल तेथे F नाव द्या.



- (6) नंतर कर्कटकाच्या टोकांत रेख AB च्या लांबीएवढे अंतर घ्या.

- (7) कर्कटकाचे एक टोक



बिंदू F वर ठेवा आणि बिंदू E असेल त्याच बाजूस कर्कटकाचे दुसरे टोक रेषा M वर ठेवा. हे टोक जेथे पडेल तेथे H नाव द्या.

- अशा प्रकारे रेख CD व रेख AB यांच्या लांबीच्या वजाबाकीएवढी लांबी असलेला रेख EH तयार होईल.



उदाहरणसंग्रह 84



- रेषा XY काढा. या रेषेबाहेर कोठेही बिंदू R घ्या. बिंदू R मधून जाणारी रेषा XY ला समांतर रेषा ST काढा.
- रेख ST व रेख KL काढा. या दोन्ही रेषाखंडांच्या लांबीच्या बेरजेएवढा रेख DE काढा.
- रेख ST व रेख PQ असमान लांबीचे काढा. त्यांच्या लांबीच्या वजाबाकीएवढी लांबी असलेला रेख MN काढा.

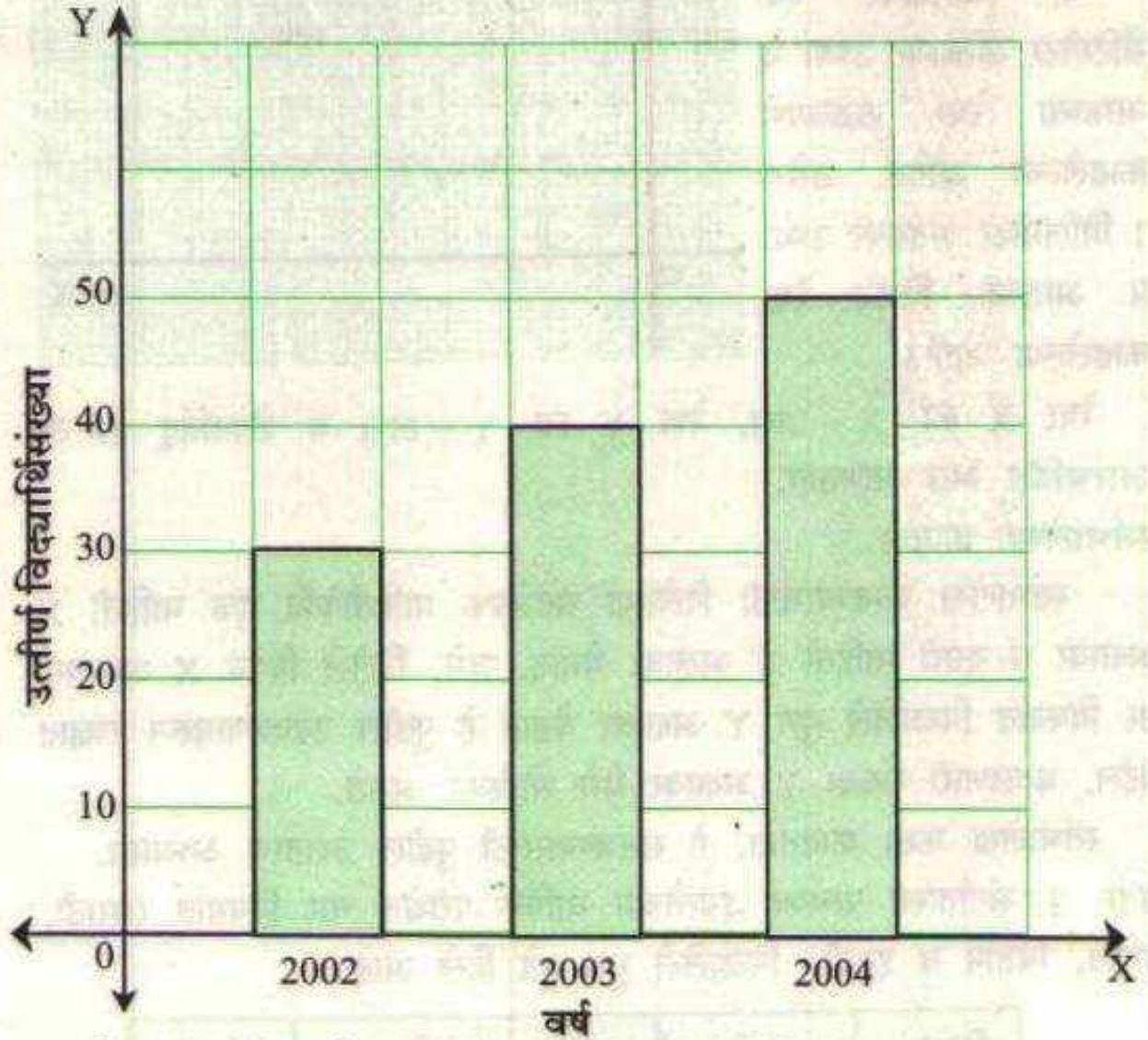
23. स्तंभालेख

* उजळणी

पाचव्या इयत्तेत आपण काही स्तंभचित्रांचा अभ्यास केला आहे.

उदा. नूतन विद्यालयाच्या 2002 ते 2004 या वर्षांत गणित प्रावीण्य परीक्षेत उत्तीर्ण झालेल्या विद्यार्थ्यांची संख्या खालील स्तंभचित्रात दाखवली आहे.

स्तंभचित्राचे निरीक्षण करून पुढील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

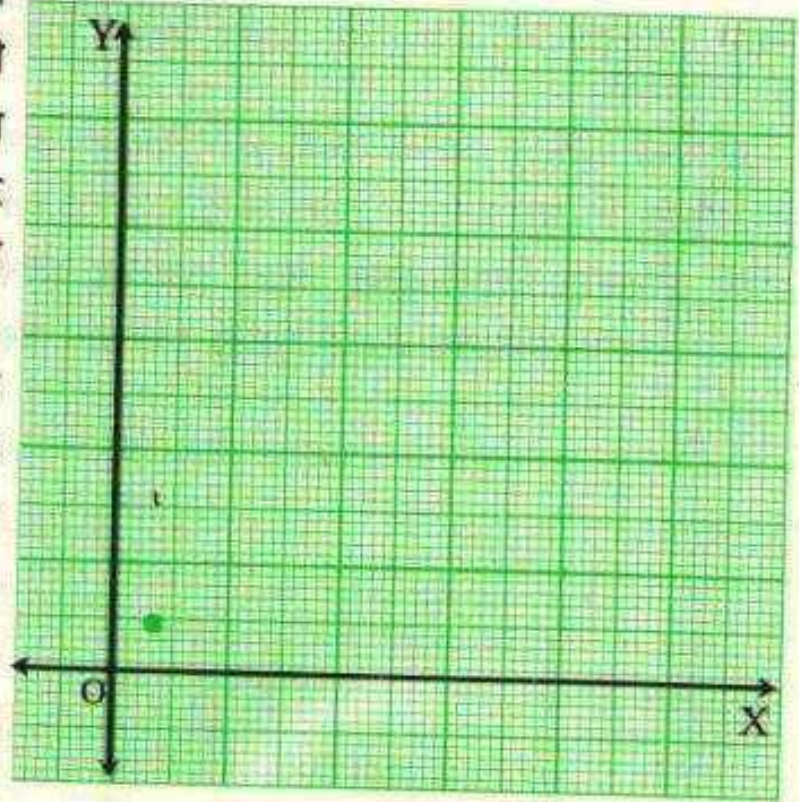


- (1) कोणत्या वर्षी सर्वात कमी विद्यार्थी उत्तीर्ण झाले ?
- (2) 2004 या वर्षी किती विद्यार्थी उत्तीर्ण झाले ?
- (3) 2003 या वर्षी उत्तीर्ण झालेल्या विद्यार्थ्यांपेक्षा 2004 या वर्षी किती जास्त विद्यार्थी उत्तीर्ण झाले ?

आलेख कागदाची ओळख

स्तंभचित्र सहजपणे काढता यावे, यासाठी आलेख कागदाचा उपयोग करतात आणि त्यावर काढलेल्या स्तंभचित्राला स्तंभालेख देखील म्हणतात.

या कागदावर एक सेंटिमीटर अंतरावर उभ्या व आडव्या रेषा ठळकपणे काढलेल्या आहेत. तसेच 1 मिलिमीटर अंतरावर उभ्या व आडव्या फिकट रेषा काढलेल्या आहेत.



रेषा X ला **X - अक्ष**, रेषा Y ला **Y - अक्ष** व छेदनबिंदू **O** ला **आरंभबिंदू** असे म्हणतात.

स्तंभालेख काढणे

स्तंभालेख काढण्यासाठी दिलेल्या सांख्यिक माहितीपैकी एक माहिती X अक्षावर व दुसरी माहिती Y अक्षावर घेतात. जसे, दिलेले विषय X अक्षावर, तर विषयांत मिळालेले गुण Y अक्षावर घेतात हे पुढील उदाहरणावरून लक्षात येईल. बदलणारी संख्या Y अक्षावर घेणे सोईस्कर असते.

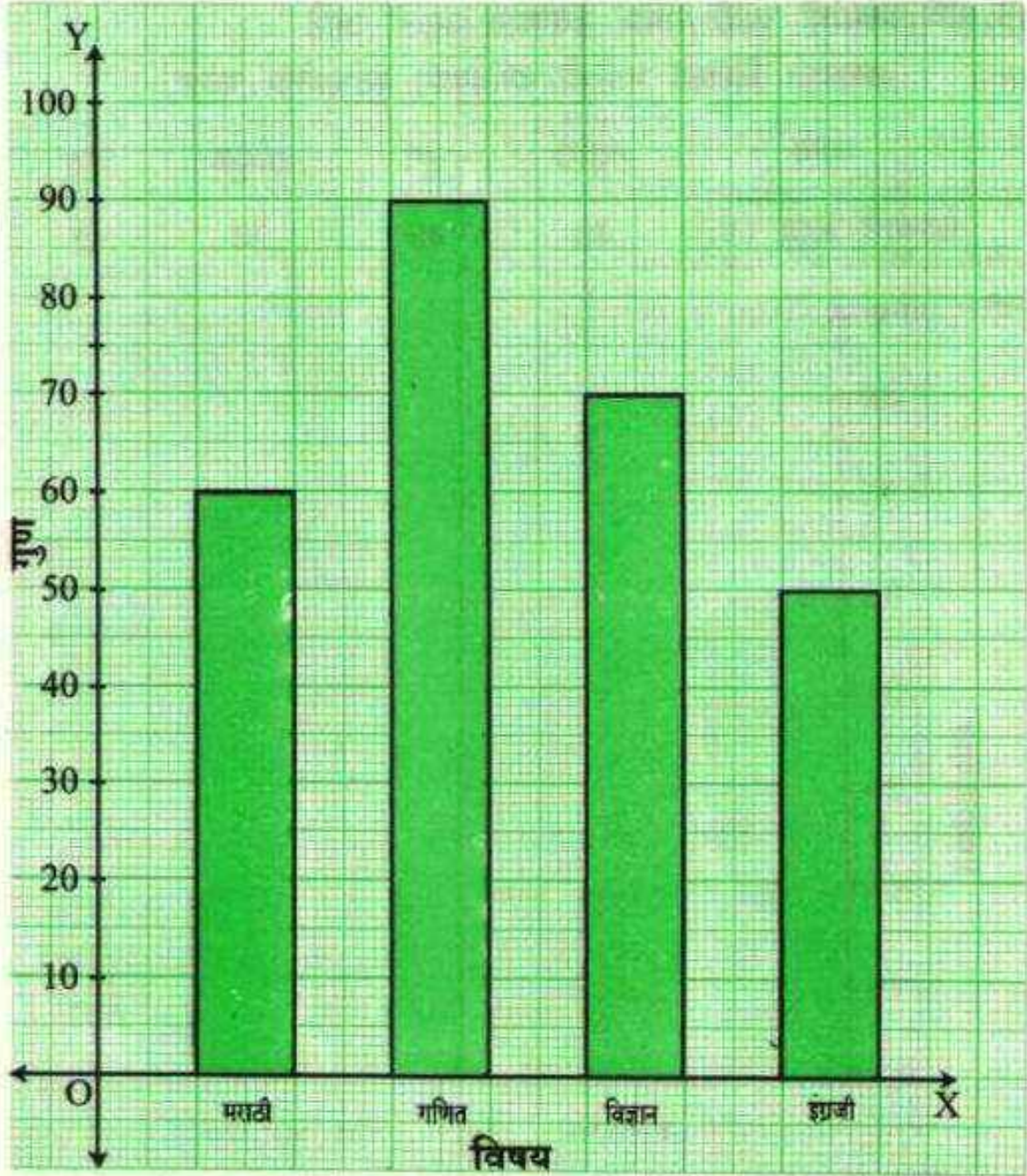
स्तंभालेख कसा काढतात, हे समजण्यासाठी पुढील उदाहरण अभ्यासा.

उदा. 1. संगीताला पाचव्या इयत्तेच्या वार्षिक परीक्षेत चार विषयांत (मराठी, गणित, विज्ञान व इंग्रजी) मिळालेले गुण पुढे दिले आहेत.

विषय	मराठी	गणित	विज्ञान	इंग्रजी
गुण	60	90	70	50

येथे गुण Y अक्षावर व विषय X अक्षावर घेतले आहेत.

उदाहरणात दिलेल्या माहितीचा स्तंभालेख सोबत काढून दाखवला आहे. त्याचे निरीक्षण करा. या स्तंभालेखात पुढील बाबी लक्षात येतील.

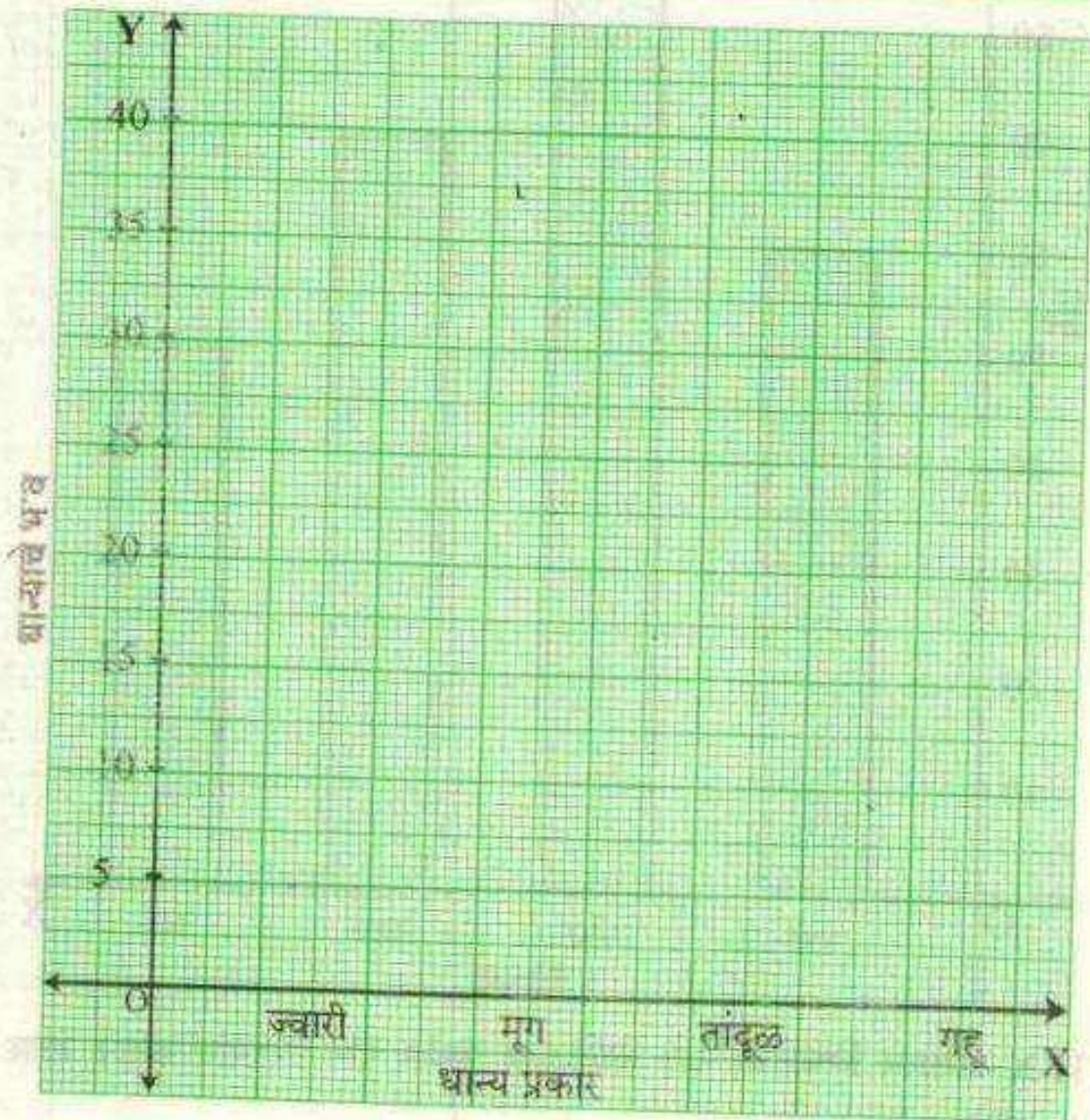


- (1) X अक्षावर विषयांची नावे लिहिताना प्रत्येक दोन विषयांत समान अंतर ठेवले आहे.
- (2) Y अक्षावर गुण लिहिताना प्रत्येक सेंटिमीटर अंतरावर 0, 10, 20, -----, 90 याप्रमाणे गुण लिहिले आहेत.
- (3) मराठी विषयात 60 गुण मिळाले, म्हणून मराठी विषयाचा स्तंभ 6 सेमी उंचीचा घेण्यात आला आहे.

- (4) याच पद्धतीने इतर विषयांत मिळालेल्या गुणांनुसार प्रत्येक स्तंभाची उंची घेण्यात आली आहे.
- (5) सर्व स्तंभांची जाडी समान ठेवण्यात आली आहे.

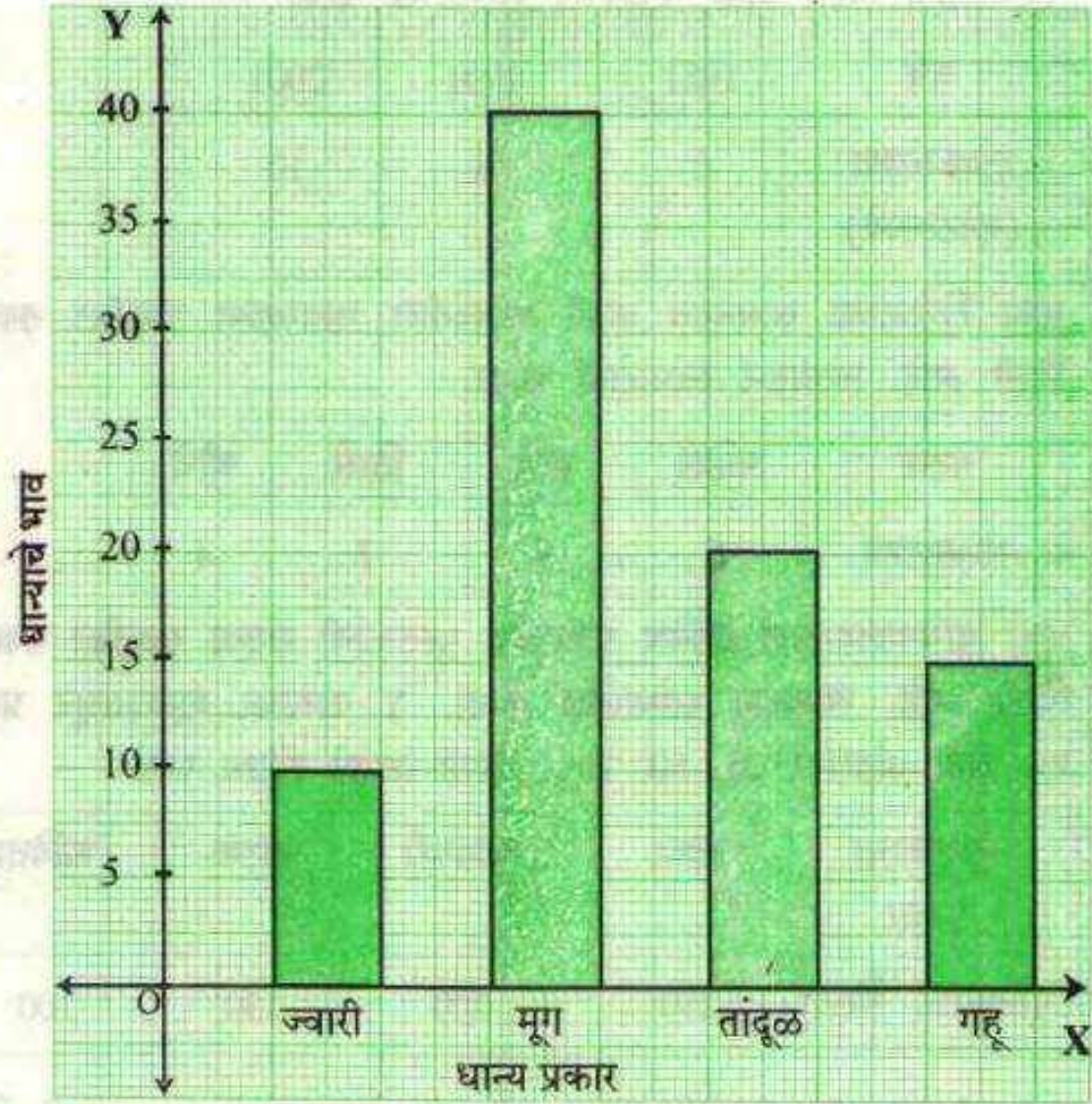
उदा. 2. तक्त्यात दिलेली माहिती दर्शवणारा स्तंभालेख काढा.

धान्य	ज्वारी	मूग	तांदूळ	गहू
धान्याचे भाव (रु.)	10	40	20	15



- (1) उदाहरणात धान्याचे एकूण चार प्रकार आहेत. दोन स्तंभांमध्ये एक सेमी अंतर ठेवायचे आहे. त्यासाठी X अक्षावर आरंभबिंदूपासून एकूण आठ खुणा केल्या आणि आरंभबिंदूपासून एक सेमी अंतरावर एकानंतर एक धान्यांची नावे लिहिली.

- (2) उदाहरणात दिलेले धान्याचे भाव लक्षात घेऊन Y अक्षावर आरंभबिंदूपासून एक सेमी अंतराने 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 या संख्या लिहिल्या.



- (3) X अक्षावरील धान्याचा प्रकार व Y अक्षावरील धान्याचा भाव विचारात घेऊन X अक्षावर प्रत्येक धान्यप्रकारासाठी विशिष्ट उंचीचे स्तंभ काढले. स्तंभ आकर्षक दिसण्यासाठी ते छायांकित केले आहेत. अशा प्रकारे वरील उदाहरणातील माहिती दर्शवणारा स्तंभालेख तयार झाला.

1. पुढील तक्त्यात निरनिराळ्या वर्षी केलेल्या जनगणनेनुसार महाराष्ट्राची लोकसंख्या दिली आहे. त्यावरून स्तंभालेख काढा.

वर्षे	1981	1991	2001
लोकसंख्या (कोटीमध्ये)	6	8	10

2. एका क्रिकेटच्या सामन्यात काही षटकांतील धावसंख्या खालील तक्त्यात दिली आहे. त्यावरून स्तंभालेख काढा.

षटक	पहिले	दुसरे	तिसरे	चौथे
धावसंख्या	6	8	7	4

3. एका वाचनालयातील विविध प्रकारच्या पुस्तकांची संख्या खालील तक्त्यात दिली आहे. त्यावरून स्तंभालेख काढा. Y अक्षावर शून्यापासून प्रत्येक एक सेमी अंतरावर 25, 50, 75,... अशा क्रमाने संख्या घ्या.

पुस्तकाचा प्रकार	कथा	कादंबरी	नाटक	कविता
पुस्तकांची संख्या	250	200	150	100

4. भारतातील काही राज्यांची सन 1981 ची शेकडा साक्षरता खाली दिली आहे. त्यावरून स्तंभालेख काढा.

राज्य	महाराष्ट्र	गोवा	गुजरात	आंध्रप्रदेश
साक्षरता (शेकडा)	45	65	40	60

5. पंकज, धीरज व नीरज या कंपन्यांच्या दुचाकी वाहनांची एक लीटर पेट्रोलमध्ये वाहन किती अंतर जाते, अशी क्षमता दिली आहे. त्यावरून स्तंभालेख काढा.

कंपनीचे नाव	पंकज	धीरज	नीरज
एक लीटरमधील क्षमता (किमीमध्ये)	60	80	50

6. वडगावमध्ये सन 2006 यावर्षी पुढील सारणीत दर्शवल्याप्रमाणे पाऊस पडला. त्यावरून स्तंभालेख काढा.

महिना	जून	जुलै	ऑगस्ट	सप्टेंबर
पाऊस (सेमी)	5	20	15	10



24. क्षेत्रफल

* उजळणी

मागील इयत्तेत आयत, चौरस यांचे क्षेत्रफल आलेख कागदाच्या साहाय्याने कसे काढतात, हे आपण शिकलो आहोत.

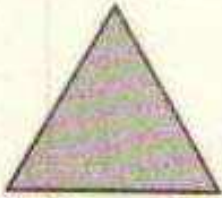
आयत, चौरस, त्रिकोण इत्यादी बंदिस्त आकृत्या आहेत.

बंद आकृतीचे प्रामुख्याने तीन भाग पडतात.

- (1) त्या आकृतीची कडा
- (2) आकृतीचा आतील भाग (अंतर्भाग)
- (3) आकृतीचा बाहेरील भाग (बाह्यभाग)



खालील बंदिस्त आकृत्या पाहा. आकृत्यांचा अंतर्भाग छायांकित केला आहे. आकृतीचा अंतर्भाग व तिची कडा, दोन्ही मिळून तयार होणारा भाग म्हणजेच आकृतीचे क्षेत्र.



त्रिकोणाकृती क्षेत्र



आयताकृती क्षेत्र



वर्तुळाकृती क्षेत्र



चौरसाकृती क्षेत्र

आकृतीने सपाट पृष्ठभागावरील व्यापलेली जागा, म्हणजेच त्या आकृतीचे क्षेत्र होय. या क्षेत्राचे माप म्हणजेच त्याचे क्षेत्रफल होय.

थोडक्यात, जेव्हा फक्त कडेच्या लांबीशी संबंधित उदाहरण सोडवायचे असेल तेव्हा परिमिती काढावी लागेल. उदा., कुंपणाची लांबी, धावलेले अंतर, फेरे इत्यादी. जेव्हा संपूर्ण पृष्ठभागाचे माप लक्षात घ्यावे लागते, तेव्हा क्षेत्रफल काढावे लागते. उदा., फरशी बसवणे, मुरूम पसरणे, शेतात पेरणी करणे, सतरंजी घालणे, छताला किंवा भिंतीला रंग लावणे इत्यादी.

क्षेत्रफल काढण्यासाठी आपण पाचव्या इयत्तेत दोन सूत्रे वापरली आहेत, जर आयताची लांबी = l , रुंदी = b व चौरसाची बाजू = x असेल,

तर आयताचे क्षेत्रफल = लांबी \times रुंदी = $l \times b$

चौरसाचे क्षेत्रफल = बाजू \times बाजू = बाजू² = x^2

उदा. (1) आयत ABCD ची लांबी 15 सेमी व रुंदी 8.5 सेमी असल्यास आयत ABCD चे क्षेत्रफल काढा.

दिलेल्या बाबी : आयताची लांबी (l) = 15 सेमी

आयताची रुंदी (b) = 8.5 सेमी

आयताचे क्षेत्रफल = $l \times b$

$$= 15 \times 8.5$$

$$= 127.5 \text{ चौसेमी}$$

उदा. (2) 37 मी बाजू असलेल्या चौरसाचे क्षेत्रफल काढा.

दिलेल्या बाबी : चौरसाची बाजू (x) = 37 मी

चौरसाचे क्षेत्रफल = x^2

$$= 37^2$$

$$= 37 \times 37$$

$$= 1369 \text{ चौमी}$$

***** उदाहरणसंग्रह 86 *****

1. आयताची लांबी व रुंदी दिली आहे. सूत्राचा उपयोग करून आयताचे क्षेत्रफल काढा.

- (1) 12 सेमी, 10 सेमी (2) 40 मी, 15 मी (3) 15 सेमी, 8 सेमी
(4) 25 मी, 11 मी (5) 13 सेमी, 9 सेमी (6) 12.5 मी, 10 मी

2. चौरसाच्या बाजूची लांबी दिली आहे. सूत्राचा उपयोग करून चौरसाचे क्षेत्रफल काढा.

- (1) 6 सेमी (2) 9 सेमी (3) 11 मी (4) 10 सेमी (5) 23 सेमी
(6) 1.2 मी (7) 3.5 मी (8) 3.1 मी (9) 0.5 मी (10) 2.7 सेमी

शाब्दिक उदाहरणे

उदा. (1) 5 मी लांब व 3 मी रुंद असलेल्या खोलीला फरशी बसवायची आहे. त्यासाठी 25 सेमी बाजू असलेल्या चौरसाकृती आकाराच्या किती फरश्या लागतील ?

दिलेल्या बाबी : खोलीची लांबी (l) = 5 मी

खोलीची रुंदी (b) = 3 मी

फरशीची बाजू (x) = 25 सेमी

विचारलेल्या बाबी : फरश्यांची संख्या

काय करावे लागेल : फरश्यांची संख्या काढण्यासाठी, खोलीचे क्षेत्रफळ व एका फरशीचे क्षेत्रफळ काढावे लागेल आणि खोलीच्या क्षेत्रफळाला एका फरशीच्या क्षेत्रफळाने भागावे लागेल. फरशीची बाजू सेंटिमीटर या एककात आहे, म्हणून खोलीची लांबी व रुंदी आपण सेंटिमीटर या एककात काढू.

रीत

$$\text{खोलीचे क्षेत्रफळ} = l \times b$$

$$\text{खोलीची लांबी, } l = 5 \text{ मी} = 500 \text{ सेमी}$$

$$\text{खोलीची रुंदी, } b = 3 \text{ मी} = 300 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{खोलीचे क्षेत्रफळ} = 500 \times 300$$

$$= 150000 \text{ चौसेमी}$$

$$\text{एका चौरसाकृती फरशीचे क्षेत्रफळ} = x \times x$$

$$= 25 \times 25$$

$$= 625 \text{ चौसेमी}$$

$$\text{फरश्यांची संख्या} = \frac{\text{खोलीचे क्षेत्रफळ}}{\text{एका फरशीचे क्षेत्रफळ}}$$

$$= \frac{150000}{625}$$

$$= 240$$

दिलेल्या खोलीसाठी 240 फरश्या लागतील.

उदा. (2) रंग देण्याचा खर्च प्रत्येक चौरस मीटरला 26.50 रु. आहे. 6 मी लांबी व 3 मी रुंदी असणाऱ्या आयताकार छताला रंग लावण्याचा खर्च काढा.

दिलेल्या बाबी : आयताकार छताची लांबी (l) = 6 मी

छताची रुंदी (b) = 3 मी

रंग देण्याचा खर्च प्रत्येक चौरस मीटरला 26.50 रु.

विचारलेल्या बाबी : छताला रंग लावण्याचा खर्च

काय करावे लागेल : छताला रंग लावण्याचा खर्च काढण्यासाठी छताचे क्षेत्रफळ काढून त्या क्षेत्रफळाला प्रति चौरस मीटरला येणाऱ्या खर्चाने गुणावे लागेल.

रीत

$$\text{छताचे क्षेत्रफळ} = l \times b$$

$$= 6 \times 3$$

$$= 18 \text{ चौमी}$$

$$\text{दर चौरस मीटरला येणारा खर्च} = 26.50 \text{ रु.}$$

$$18 \text{ चौरस मीटरला येणारा खर्च} = 26.50 \times 18$$

$$= 477.00 \text{ रु.}$$

छताला रंग लावण्याचा खर्च 477 रु. येईल.

उदाहरणसंग्रह 87

1. आयताकार वाफ्याची लांबी 5 मी व रुंदी 3 मी आहे, तर वाफ्याचे क्षेत्रफळ काढा.
2. एका बागेची लांबी 12 मी व रुंदी 9 मी आहे, तर बागेचे क्षेत्रफळ काढा.
3. खोलीची रुंदी 5 मी व लांबी 5.2 मी आहे, तर खोलीची पूर्ण जमीन झाकण्यासाठी लागणाऱ्या सतरंजीचे क्षेत्रफळ काढा.
4. एक चौरस मीटर भूखंडाची किंमत 600 रु. असल्यास 35 मी लांब व 20 मी रुंद अशा आयताकार भूखंडाची किंमत काढा.
5. एका चौरसाकार मैदानाची प्रत्येक बाजू 100 मी आहे. मैदान सपाट करण्याचा खर्च दर चौरस मीटरला 5 रुपये आहे, तर मैदान सपाट करण्यास किती खर्च येईल ?

6. भिंतीला रंग लावण्याचा खर्च दर चौरस मीटरला 15 रु. आहे, तर 5 मी लांब व 3 मी उंच भिंतीला रंग लावण्यास किती खर्च येईल ?
7. रतनलालला शेताचे दोन समान भाग करायचे आहेत. शेताची लांबी 160 मी व रुंदी 120 मी आहे, तर प्रत्येक भागाचे क्षेत्रफळ किती ?
8. एका चौरसाकृती दिवाणखान्याची बाजू 6 मी लांबीची आहे. त्या दिवाणखान्यात जमिनीवर सतरंजी घालायची आहे. दर चौरस मीटरला 40 रु. प्रमाणे सतरंजीची किंमत किती होईल ?
9. प्लायवुडचा भाव दर चौरस मीटरला 100 रु. असल्यास 2.5 मी लांब व 1 मी रुंद प्लायवुडची किंमत किती ?
10. 25 मी लांब व 15 मी रुंद असलेल्या सभागृहात एका बाजूला 10 मी लांबीचा व 4 मी रुंदीचा ओटा घातला आहे. ओटा सोडून उरलेल्या सभागृहाचे क्षेत्रफळ काढा.
11. खेळाचे एक मैदान 120 मी लांब व 52 मी रुंद आहे. दुसरे मैदान 110 मी लांब व 62 मी रुंद आहे, तर कोणते मैदान मोठे आहे ?

.....

.....

25. घनफळ



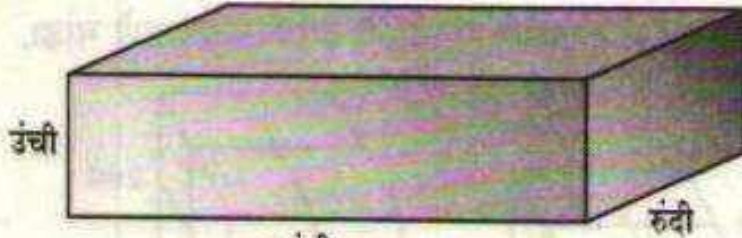
वरील प्रत्येक आकृती प्रतलातील काही जागा व्यापते. त्या व्यापलेल्या जागेच्या मापाला आपण क्षेत्रफळ म्हणतो. क्षेत्रफळ चौरस एककात मोजतात. वरील सर्व आकृत्या प्रतलीय आहेत.

पुढील आकृत्यांचे निरीक्षण करा. त्या प्रतलीय नाहीत.



वरील सर्व आकृत्या अवकाशातील काही जागा व्यापतात.

वस्तूने अवकाशातील व्यापलेल्या जागेच्या मापाला **घनफळ** म्हणतात.



वरील दोन आकृत्यांना इष्टिकाचिती असे म्हणतात. कंपासपेटी, डस्टर, पुस्तक ही इष्टिकाचितीची काही उदाहरणे तुमच्या परिचयाची आहेत.



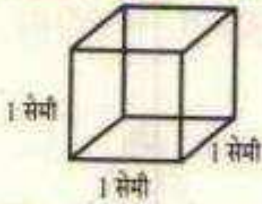
सोबतच्या आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे इष्टिकाचितीची लांबी, रुंदी, उंची समान असते, तेव्हा तिला **घन** म्हणतात.



साबणापेक्षा विटेने अवकाशात व्यापलेली जागा जास्त आहे, म्हणजेच साबणाच्या घनफळापेक्षा विटेचे घनफळ जास्त आहे.

प्रत्येक आकृतीचे घनफळ किती आहे, हे शोधण्यासाठी प्रमाणित एकक असणे आवश्यक आहे.

घनफळाचे प्रमाणित एकक



सोबत दिलेली घनाची आकृती पाहा. या घनाची लांबी, रुंदी व उंची प्रत्येकी 1 सेमी आहे. त्याने अवकाशात व्यापलेली जागा 1 घनसेंटिमिटर असते.

1 घनसेंटिमिटर, थोडक्यात 1 घसेमी असे लिहितात.

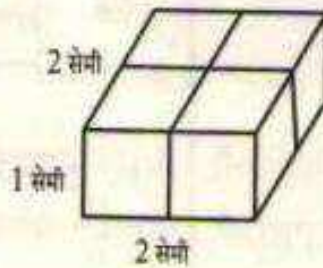
ज्या घनाची लांबी, रुंदी व उंची प्रत्येकी 1 मीटर असते, त्याचे घनफळ 1 घनमीटर असते. हे थोडक्यात 1 घमी असे लिहितात.

घनफळ मोजण्याची प्रमाणित एकके **घनसेंटिमिटर** व **घनमीटर** ही आहेत.

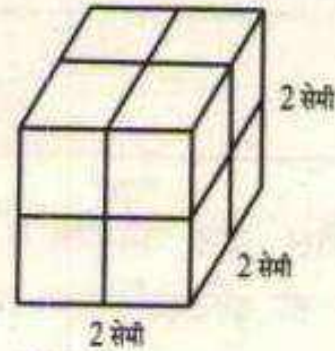
घनाचे घनफळ काढण्याचे सूत्र

कृती 1

1 सेमी बाजू असणारे चार घन घ्या. ते आकृती (1) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे मांडा.



आ. 1



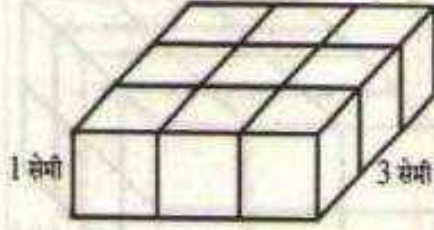
आ. 2

पुन्हा असे चार घन घेऊन त्या मांडलेल्या चार घनांवर आकृती (2) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे रचा. आता या सगळ्यांचा मिळून एक नवीन घन तयार झाला. त्याची लांबी, रुंदी, उंची प्रत्येकी 2 सेमी आहे. येथे 1 घसेमी घनफळाचे एकूण 8 घन वापरले आहेत, म्हणून या नवीन घनाचे घनफळ 8 घसेमी आहे.

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 \text{ हे लक्षात घ्या.}$$

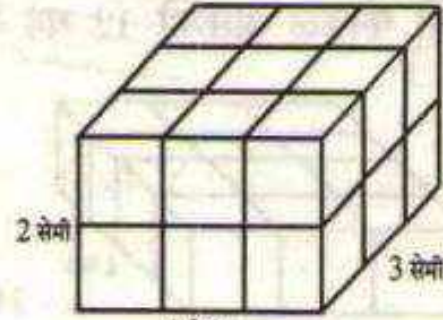
कृती 2

1 घसेमी घनफळ असणारे 9 घन आकृती (1) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे मांडा.



3 सेमी

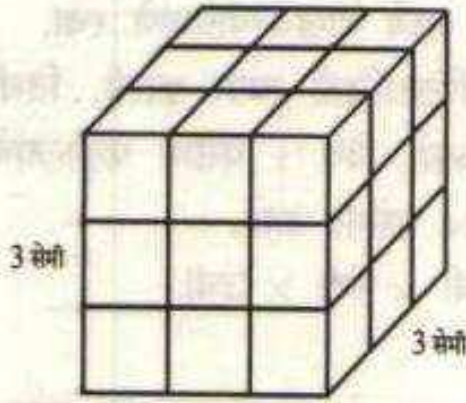
आ. 1



3 सेमी

आ. 2

पुन्हा असे 9 घन घ्या. ते आकृती (2) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे रचा.



3 सेमी

आता रचलेल्या घनांवर पुन्हा 9 घन घेऊन आकृती (3) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे रचा. या सगळ्यांचा मिळून एक नवीन घन तयार झाला.

त्याची लांबी, रुंदी, उंची प्रत्येकी 3 सेमी आहे. येथे 1 घसेमी घनफळाचे एकूण 27 घन वापरले आहेत, म्हणून या नवीन घनाचे घनफळ 27 घसेमी आहे.

$$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3 \text{ हे लक्षात घ्या.}$$

वरील दोन्ही कृतींवरून असे लक्षात येते, की

$$\text{घनाचे घनफळ} = \text{बाजू} \times \text{बाजू} \times \text{बाजू} = \text{बाजू}^3$$

$$\text{घनाची बाजू} / \text{असल्यास त्याचे घनफळ} = l^3$$



उदाहरणसंग्रह 88



1. घनाच्या बाजू खालीलप्रमाणे असताना घनफळ काढा.

(1) 2 मी (2) 5 मी (3) 8 सेमी (4) 4 सेमी (5) 10 सेमी

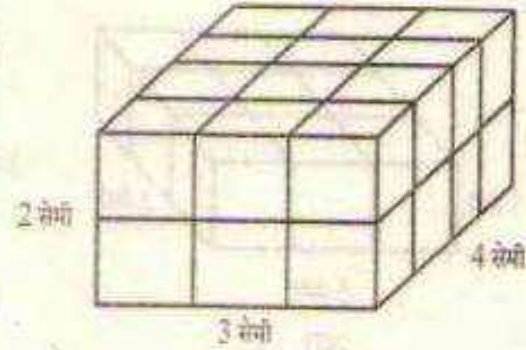
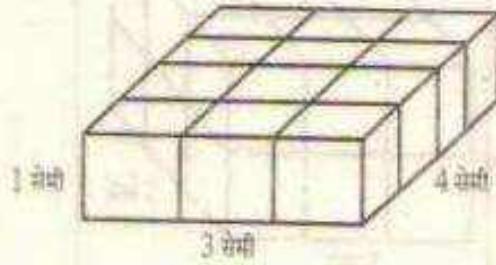
2. खोलीची प्रत्येक बाजू 4 मी असल्यास तिच्यात किती घनमीटर हवा असेल ?

3. 2 सेमी बाजूचे किती घनाकार ठोकळे एकमेकांवर रचून 20 सेमी बाजू असणारा घन तयार होईल ?

इष्टिकाचितीचे घनफळ

कृती 1

1 घसेमी घनफळ असणारे 12 घन आकृती (1) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे मांडा.



आ. 1

आ. 2

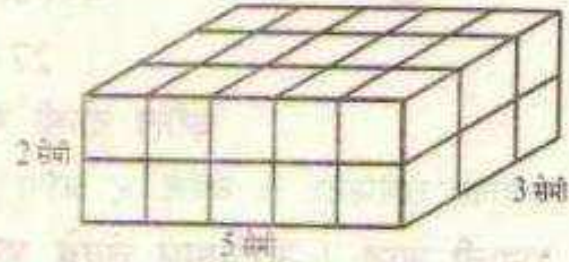
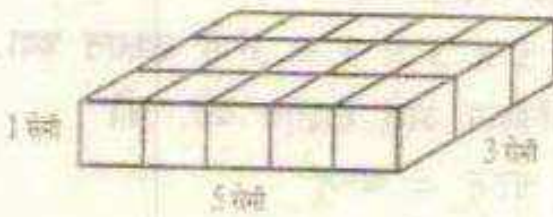
पुन्हा असे 12 घन घ्या व ते आकृती (2) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे रचा.

आता या सगळ्यांची मिळून एक नवीन इष्टिकाचिती तयार झाली. तिची लांबी 4 सेमी, रुंदी 3 सेमी व उंची 2 सेमी आहे. येथे 1 घसेमी घनफळाचे 24 घन वापरले आहेत, म्हणून तिचे घनफळ 24 घसेमी आहे.

लक्षात घ्या, $24 = 4 \times 3 \times 2 = \text{लांबी} \times \text{रुंदी} \times \text{उंची}$

कृती 2

1 घसेमी घनफळ असणारे 15 घन आकृती (1) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे मांडा.



आ. 1

आ. 2

पुन्हा असे 15 घन घेऊन त्या मांडलेल्या 15 घनांवर आकृती (2) मध्ये दाखवल्याप्रमाणे रचा. या सगळ्यांची मिळून एक नवीन इष्टिकाचिती तयार झाली.

तिची लांबी 5 सेमी, रुंदी 3 सेमी व उंची 2 सेमी आहे. येथे 1 घसेमी घनफळाचे 30 घन वापरले आहेत, म्हणून तिचे घनफळ 30 घसेमी आहे.

लक्षात घ्या, $30 = 5 \times 3 \times 2 = \text{लांबी} \times \text{रुंदी} \times \text{उंची}$

कृती 1 व 2 वरून असे लक्षात येते, की इष्टिकाचितीची लांबी l , रुंदी b व उंची h असल्यास इष्टिकाचितीचे घनफळ $= l \times b \times h$

उदा. (1) एका इष्टिकाचितीची लांबी 6 सेमी, रुंदी 4 सेमी व उंची 3 सेमी असल्यास तिचे घनफळ किती ?

$$\begin{aligned}\text{इष्टिकाचितीचे घनफळ} &= l \times b \times h \\ &= 6 \times 4 \times 3 \\ &= 72 \text{ घसेमी}\end{aligned}$$

उदा. (2) एका विटेची लांबी 20 सेमी, रुंदी 10.5 सेमी व उंची 8 सेमी असल्यास तिचे घनफळ किती ?

$$\begin{aligned}\text{विटेचे घनफळ} &= \text{इष्टिकाचितीचे घनफळ} \\ &= l \times b \times h \\ &= 20 \times 10.5 \times 8 \\ &= 20 \times 84.0 \\ &= 1680.0 \text{ घसेमी}\end{aligned}$$

उदा. (3) इष्टिकाचिती साबणाचे घनफळ 150 घसेमी आहे. त्याची लांबी 10 सेमी आणि रुंदी 5 सेमी आहे, तर उंची किती आहे ?

$$\text{इष्टिकाचितीचे घनफळ} = l \times b \times h$$

$$150 = 10 \times 5 \times h$$

$$150 = 50 \times h$$

$$3 = h$$

साबणाची उंची = 3 सेमी

उदा. (4) 5 मी लांब, 2.5 मी उंच व 0.5 मी रुंदी असलेली भिंत बांधायची आहे. यासाठी 25 सेमी लांबी, 10 सेमी रुंदी व 10 सेमी उंचीच्या किती विटा लागतील ?

भिंतीची लांबी 5 मी म्हणजे 500 सेमी

उंची 2.5 मी म्हणजे 250 सेमी

रुंदी 0.5 मी म्हणजे 50 सेमी

$$\therefore \text{भिंतीचे घनफळ} = l \times b \times h$$

$$= 500 \times 50 \times 250$$

$$\text{एका विटेचे घनफळ} = l \times b \times h$$

$$= 25 \times 10 \times 10$$

विटांची संख्या काढण्यासाठी भिंतीच्या घनफळास एका विटेच्या घनफळाने भागावे लागेल.

$$\therefore \text{विटांची संख्या} = \frac{500 \times 250 \times 50}{25 \times 10 \times 10} = 2500$$



अभ्यास : ४०



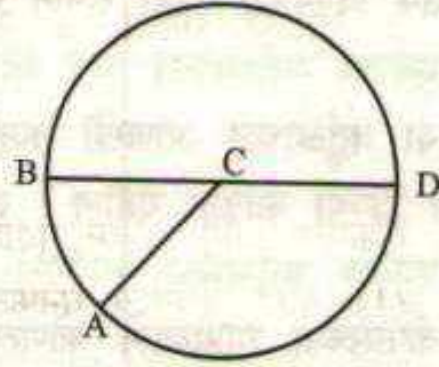
1. रिकाम्या जागा भरून पुढील विधाने पूर्ण करा.
 - (1) इष्टिकाचितीचे घनफळ = _____ \times _____ \times _____
 - (2) एका इष्टिकाचिती आकाराच्या डब्यात 40 घन तंतोतंत मावले आहेत. घनाची प्रत्येक बाजू 1 सेमी आहे, तर डब्याचे घनफळ = _____
2. एका काडीपेटीची लांबी 5 सेमी, रुंदी 3 सेमी व उंची 1 सेमी असल्यास तिचे घनफळ किती ?
3. पाण्याच्या टाकीची लांबी 5 मी, रुंदी 3 मी व उंची 1 मी आहे, तर तिचे घनफळ किती ?
4. 5 मी लांब, 2.5 मी रुंद व 1.5 मी खोल खड्डा खणल्यास त्यातून किती घनमीटर माती निघेल ?
5. 1 घमी म्हणजे किती घनसेंटीमीटर ?
6. पावसाचे पाणी साठवण्यासाठी एका वसाहतीत 2.5 मी लांब, 2 मी रुंद व 3 मी उंच मापाची पाण्याची टाकी तयार करून घेतली, तर त्या टाकीत किती घमी पाणी मावेल ?
7. किसनने 2 मी लांब, 1.2 मी रुंद व 1.8 मी उंच धान्याची कोठी तयार करून घेतली, तर कोठीचे घनफळ किती ?
8. 4 मी लांबी, 3 मी उंची व 0.4 मी रुंदी असलेली एक भिंत बांधायची आहे. ही भिंत बांधण्यासाठी 20 सेमी लांबी, 12 सेमी रुंदी व 10 सेमी उंचीच्या किती विटा लागतील ?



26. वर्तुळ

उजळणी

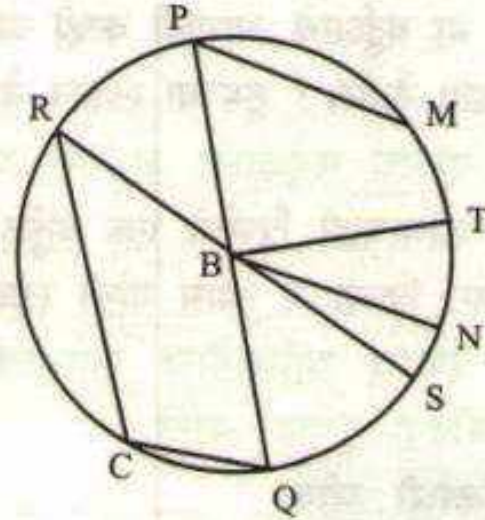
सोबत दिलेली वर्तुळाची आकृती पाहा.
या वर्तुळाचे केंद्र C असून त्याची रेख CA ही त्रिज्या व रेख BD हा व्यास आहे. व्यासाची लांबी ही त्रिज्येच्या लांबीच्या दुप्पट असते. कंपासच्या मदतीने दिलेल्या त्रिज्येचे वर्तुळ काढता येते.



उदाहरणसंग्रह 90

1. B केंद्र असलेल्या वर्तुळाची सोबतची आकृती पाहा व पुढील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

- (1) आकृतीमधील सर्व त्रिज्या व व्यास यांची नावे लिहा.
- (2) वर्तुळावरील सर्व बिंदूंची नावे लिहा.
- (3) खालील विधाने बरोबर आहेत, की चूक हे पुढील कंसात लिहा.
 - (a) रेख PM हा व्यास आहे. ()
 - (b) रेख RS व्यास आहे. ()
 - (c) रेख CQ त्रिज्या आहे. ()
 - (d) रेख RC व्यास नाही. ()



2. खाली काही वर्तुळांच्या त्रिज्या दिल्या आहेत. त्यांचे व्यास किती ?

- (1) 7 सेमी (2) 5 सेमी (3) 2 मी (4) 2.5 सेमी

3. खाली दिलेल्या त्रिज्यांची वर्तुळे कंपासच्या साहाय्याने काढा.

- (1) 4 सेमी (2) 5 सेमी (3) 3.5 सेमी (4) 4.5 सेमी (5) 2 सेमी

त्रिज्या व व्यास यांचे गुणधर्म

कोणत्याही त्रिज्येचे एक वर्तुळ काढा. या वर्तुळाच्या पाच-सहा त्रिज्या काढा. कर्कटकाच्या साहाय्याने या त्रिज्यांची लांबी मोजा. असे दिसून येईल, की या सर्व त्रिज्यांची लांबी समान आहे.

- एकाच वर्तुळाच्या सर्व त्रिज्या समान लांबीच्या असतात.

या वर्तुळाच्या आणखी काही त्रिज्या काढा. या वर्तुळात जास्तीत जास्त किती त्रिज्या काढता येतील ? तुमच्या लक्षात येईल, की

- एकाच वर्तुळाला असंख्य त्रिज्या असतात.

कंपासच्या साहाय्याने कोणत्याही त्रिज्येचे आणखी एक वर्तुळ काढा. या वर्तुळात पाच-सहा व्यास काढा.

कर्कटक वापरून या सर्व व्यासांची लांबी मोजा. असे दिसून येईल, की या सर्व व्यासांची लांबी समान आहे.

- एकाच वर्तुळाचे सर्व व्यास समान लांबीचे असतात.

या वर्तुळाचे आणखी काही व्यास काढा. असे जास्तीत जास्त किती व्यास काढता येतील ? तुमच्या लक्षात येईल, की असे असंख्य व्यास काढता येतील.

- एकाच वर्तुळाला असंख्य व्यास असतात.

कोणत्याही त्रिज्येचे एक वर्तुळ काढा. या वर्तुळात काही त्रिज्या व व्यास काढा. त्रिज्या व व्यास यांची लांबी मोजा. असे आढळून येते, की

एकाच वर्तुळातील व्यासाची लांबी ही त्या वर्तुळाच्या त्रिज्येच्या लांबीच्या दुप्पट असते.

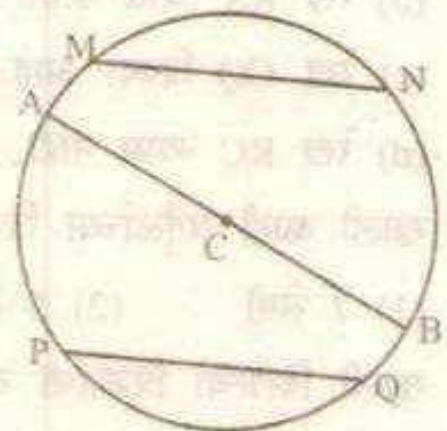
वर्तुळाची जीवा

सोबत दिलेल्या वर्तुळाची आकृती पाहा. या वर्तुळाचे केंद्र C आहे. वर्तुळावर M, A, P, Q, B व N बिंदू आहेत.

M व N या दोन्ही बिंदूंना जोडणारा रेषाखंड MN आहे.

A व B बिंदूंना जोडणारा रेषाखंड AB आहे.

P व Q बिंदूंना जोडणारा रेषाखंड PQ आहे. रेषा MN, रेषा AB व रेषा PQ या सर्व वर्तुळाच्या जीवा आहेत.



वर्तुळावरील कोणत्याही दोन बिंदूंना जोडणाऱ्या रेषाखंडास जीवा म्हणतात.

येथे जीवा AB अशी आहे, की ती वर्तुळकेंद्र C मधून जाते, म्हणून जीवा AB ही वर्तुळाचा व्यासदेखील आहे. जीवा MN व जीवा PQ या वर्तुळ-केंद्रातून जात नाहीत, म्हणून त्या व्यास नाहीत.

● वहीत अशाच प्रकारची आकृती काढा. सर्व जीवांची लांबी मोजा. असे दिसून येते, की **व्यास ही सर्वात जास्त लांबीची जीवा असते.**

● कोणत्याही त्रिज्येचे वर्तुळ वहीत काढा. त्या वर्तुळात काही जीवा काढा. त्या वर्तुळात जास्तीत जास्त किती जीवा काढता येतील ? तुमच्या लक्षात येईल, की **एकाच वर्तुळाला असंख्य जीवा असतात.**

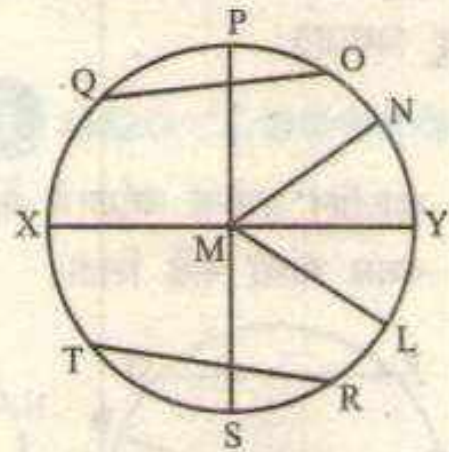
उदा. सोबतच्या आकृतीमधील वर्तुळकेंद्र, त्रिज्या, जीवा व व्यास यांची नावे लिहा.

वर्तुळकेंद्र : बिंदू M

त्रिज्या : रेख MN, रेख ML, रेख MY
रेख MX, रेख MP, रेख MS,

जीवा : रेख QO, रेख TR, रेख PS,
रेख XY

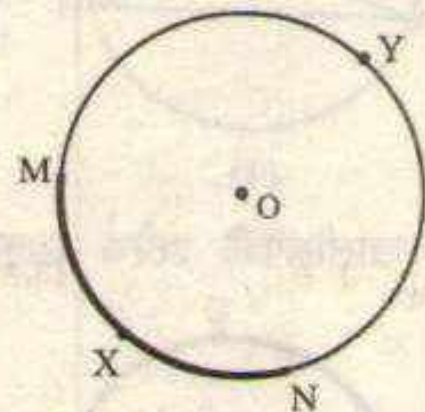
व्यास : रेख XY, रेख PS



वर्तुळकंस

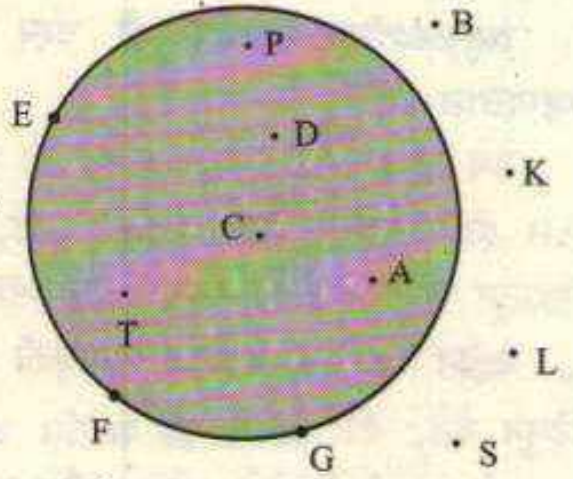
सोबत दिलेली वर्तुळाची आकृती पाहा. या वर्तुळावर M व N हे दोन बिंदू घेतले आहेत. या दोन बिंदूंमुळे वर्तुळाचे दोन भाग झाले आहेत. प्रत्येक भागास **वर्तुळकंस** किंवा **कंस** म्हणतात. येथे दोन कंस झाले आहेत. 'कंस MN' या नावाने यांपैकी नेमका कोणता कंस हे स्पष्ट होत नाही.

ते स्पष्ट होण्यासाठी प्रत्येक कंसावर आणखी एक बिंदू घेतला आहे. येथे बिंदू X एका कंसावर व बिंदू Y दुसऱ्या कंसावर घेतला आहे. त्या बिंदूंचा वापर करून कंसाला तीन अक्षरी नाव देता येते. येथे कंस MXN किंवा कंस NXM व कंस MYN किंवा कंस NYM हे दोन कंस आहेत.



वर्तुळाचा अंतर्भाग व बाह्यभाग

शेजारील C केंद्र असलेले वर्तुळ पाहा. येथे आकृतीमधील E, F व G हे बिंदू वर्तुळावर आहेत. छायांकित केलेल्या भागास वर्तुळाचा **अंतर्भाग** म्हणतात. येथे P, D, T, C , व A हे बिंदू वर्तुळाच्या अंतर्भागात आहेत.



जो भाग छायांकित केलेला नाही, त्यास वर्तुळाचा **बाह्यभाग** म्हणतात. येथे B, K, L व S हे बिंदू वर्तुळाच्या बाह्यभागात आहेत.

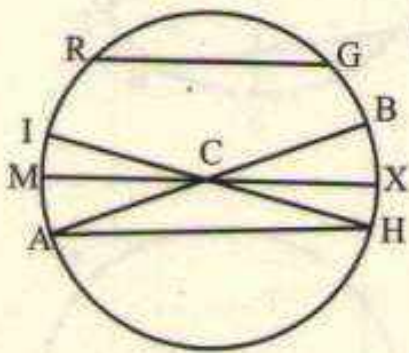
वर्तुळाच्या अंतर्भागात, वर्तुळावर, तसेच वर्तुळाच्या बाह्यभागात असंख्य बिंदू असतात.



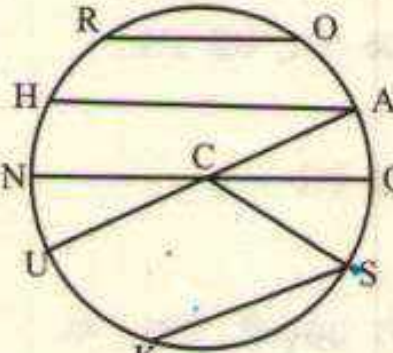
उदाहरणसंग्रह 91



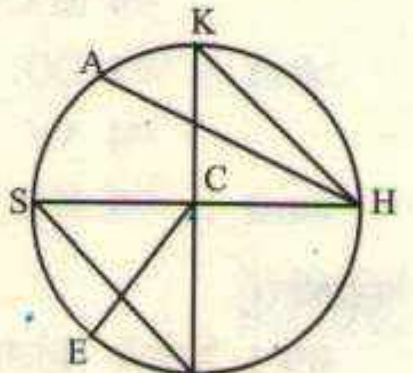
- खालील प्रत्येक वर्तुळाचे केंद्र C आहे. प्रत्येक वर्तुळाची त्रिज्या, जीवा व व्यास यांची नावे लिहा.



(1)

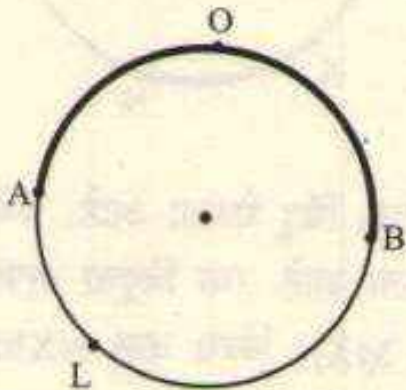


(2)

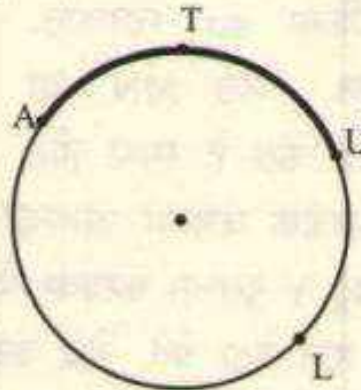


(3)

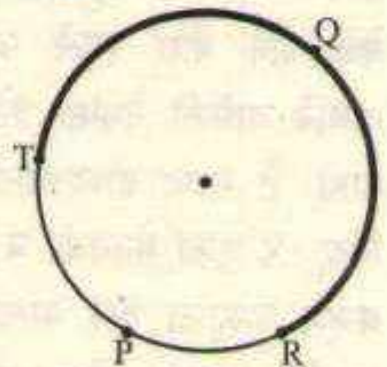
- खालीलपैकी प्रत्येक आकृतीमधील कंसांची नावे लिहा.



(1)

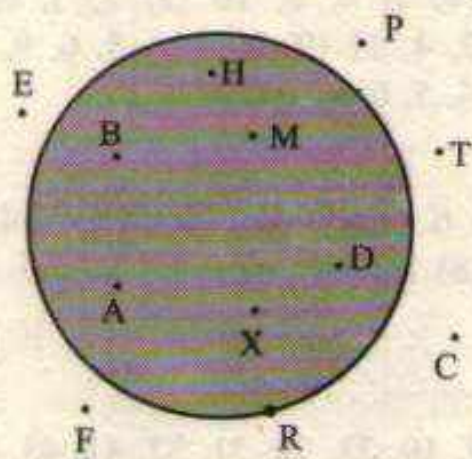


(2)

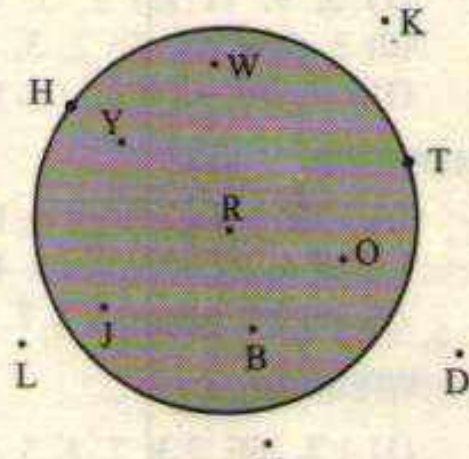


(3)

3. खालील प्रत्येक वर्तुळाच्या अंतर्भागातील, बाह्यभागातील व वर्तुळावरील बिंदूंची नावे लिहा.



(1)



(2)

उत्तर सूची

उदाहरणसंग्रह 1

1. (1) 3, 9, 11 (2) 3, 5, 9 (3) 3, 9 (4) 2, 4, 5, 10 (5) 2, 3, 6, 9
(6) 3, 5, 9, 11 (7) 2, 3, 4, 6, 9 (8) 2, 4, 11 (9) 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10
(10) 2, 3, 4, 6, 9 (11) 3, 9 (12) 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11

उदाहरणसंग्रह 2

1. (1) 1, 2, 3, 6 (2) 1, 3, 5, 15 (3) 1, 2, 3, 6, 9, 18 (4) 1, 23 (5) 1, 2, 4, 7,
14, 28 (6) 1, 3, 5, 9, 15, 45 (7) 1, 71 (8) 1, 5, 17, 85 (9) 1, 2, 4, 5, 10,
20, 25, 50, 100 (10) 1, 7, 13, 91

उदाहरणसंग्रह 3

1. (1) 1 2. एक, 2 3. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47,
53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. एकूणसंख्या 25 4. (1) संयुक्त (2) मूळ
(3) मूळ (4) संयुक्त (5) मूळ (6) संयुक्त (7) संयुक्त (8) मूळ (9) संयुक्त (10) संयुक्त
(11) संयुक्त (12) संयुक्त (13) संयुक्त (14) मूळ (15) मूळ 5. 101, 103, 107, 109,
113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193,
197, 199. 6. नाही. $21 = 7 \times 3$. 21 ने भाग जात नाही कारण 7 ने भाग जात
नाही. 7. 101, 997.

उदाहरणसंग्रह 4

1. 3, 5 ; 5, 7 ; 11, 13 ; 17, 19 ; 29, 31 ; 41, 43 ; 59, 61 ; 71, 73
2. 27, 35 ; 4, 5 ; 17, 19 ; 21, 16

उदाहरणसंग्रह 5

1. (1) $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ (2) $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
(3) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11$ (4) $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$ (5) $5 \times 5 \times 37$
(6) $5 \times 11 \times 13$ (7) $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 17$ (8) $11 \times 19 \times 41$

उदाहरणसंग्रह 6

1. (1) 2 (2) 3 (3) 6 (4) 15 (5) 10 (6) 14 (7) 30 (8) 24

उदाहरणसंग्रह 7

1. (1) 10 (2) 14 (3) 15 (4) 72 (5) 58 (6) 25 (7) 3 (8) 7 (9) 1 (10) 21
(11) 45 (12) 1
2. (1) 12 (2) 15 (3) 9 (4) 23 (5) 11 (6) 18

उदाहरणसंग्रह 8

1. (1) 12 (2) 30 (3) 24 (4) 36 (5) 28 (6) 195
2. (1) 63 (2) 44 (3) 210 3. (1) 30 (2) 48 (3) 102

उदाहरणसंग्रह 9

1. (1) 24 (2) 120 (3) 60 (4) 180 (5) 180 (6) 180 (7) 195 (8) 3528 (9) 1365
(10) 990 (11) 12600 (12) 4320
2. (1) 50, 750 (2) 96, 192 (3) 1, 1184 (4) 44, 264 (5) 45, 2025 (6) 1, 82110

उदाहरणसंग्रह 10

1. (1) 24 (2) 1280 (3) 80 (4) 80 (5) 10 (6) 56 (7) 180 (8) 120 (9) 9
(10) 225 (11) 293 (12) 1940 (13) 78 (14) 54 (15) 2
2. (1) $18 + (6 + 3)$ (2) $4 \times (13 + 2) + 40$ (3) $(100 + 20) + 5$
(4) $100 + (20 + 5)$ (5) $13 - (9 + 2)$ (6) $30 - (10 - 10)$
(7) $(30 - 10) + 10$ (8) $50 - (35 + 15)$

उदाहरणसंग्रह 11

1. (1) $x - 5$ (2) $5 - x$ (3) $x + 6$ (4) $\frac{x}{24}$ (5) $\frac{24}{x}$
(6) $4x$ (7) $4x$ (8) x (9) $10x$ (10) $\frac{100}{x}$ किग्रॅ

उदाहरणसंग्रह 12

1. (1) आयताची परिमिती $= 2l + 2b$ (2) चौरसाची परिमिती $= 4a$
(3) त्रिकोणाची परिमिती $= a + b + c$ (4) $p = s - c$
2. (1) $a \times b = b \times a$ (2) $n \times 1 = n$

उदाहरणसंग्रह 13

1. (1) रेषा LM, रेषा MN, रेषा NO (2) रेषा OT, रेषा OY, रेषा TY, रेषा OZ,
रेषा WV, किरण OX, किरण OV, किरण ZX, किरण OW

उदाहरणसंग्रह 14

1. एकरेषीय बिंदू : X, Y, Z नैकरेषीय बिंदू : T, Y, Z
2. T बिंदूतून जाणाऱ्या असंख्य रेषा काढता येतील. 3. तीन रेषा काढता येतील.
4. S व R या दोन बिंदूंना सामावणारी एक आणि एकच रेषा काढता येईल.
5. एकरेषीय बिंदू : L, M, K ; B, M, D
नैकरेषीय बिंदू : L, M, B ; K, M, B ; K, L, B ; L, M, D ;
K, M, D ; K, L, D ; B, L, D ; B, K, D

उदाहरणसंग्रह 15

1. (1) रेषा PQ, रेषा QR, रेषा QS (2) रेषा PS, रेषा SR, रेषा QS
2. (1) (B, C, D) (2) (A, B, C), (A, C, D), (A, B, C, D), (A, B, D)
(3) रेषा AB, रेषा AC, रेषा AD. संपातबिंदू : A

उदाहरणसंग्रह 16

- (1) $\angle UVW$ (2) $\angle PQR$
- (1) $m\angle XYZ = 49^\circ$, $m\angle UVW = 90^\circ$ (2) $m\angle ABC = 25^\circ$, $m\angle PQR = 107^\circ$

आकृती	कोनावरील बिंदू	कोनाच्या अंतर्भागातील बिंदू	कोनाच्या बाह्यभागातील बिंदू
(1)	S, X, N, U, T	L, W	A, P
(2)	E, F, G	Z, M	A, Y, V

उदाहरणसंग्रह 17

- (1) 53° (2) 42° (3) 35° (4) 11° (5) 22° (6) 80° (7) 65° (8) 50° (9) 1° (10) 73°
- (1) 115° (2) 156° (3) 90° (4) 133° (5) 101° (6) 122° (7) 26° (8) 55° (9) 40° (10) 15°
- कोटिकोनांच्या जोड्या : $26^\circ, 64^\circ$; $50^\circ, 40^\circ$; $45^\circ, 45^\circ$; $35^\circ, 55^\circ$
पूरककोनांच्या जोड्या : $69^\circ, 111^\circ$; $90^\circ, 90^\circ$; $163^\circ, 17^\circ$; $168^\circ, 12^\circ$
- (1) 60° (2) 120° (3) 120°
- (1) $\angle AOD$ (2) 120° (3) $\angle BOD$ आणि $\angle AOC$
(4) 60° (5) 30° (6) 60° (7) $\angle BOC, \angle AOD$

दिलेला कोन	60°	45°	78°	10°	25°	80°	37°
कोटिकोन	30°	45°	12°	80°	65°	10°	53°

दिलेला कोन	32°	90°	110°	137°	165°	129°	65°
पूरककोन	148°	90°	70°	43°	15°	51°	115°

- (1) 53° (2) 70° (3) 48° (4) 45°

उदाहरणसंग्रह 18

- आ. (1) मध्ये कारण रेषा Z दोन भिन्न बिंदूत छेदते.
- संगतकोनांच्या जोड्या : $\angle KGB$ व $\angle GMP$, $\angle BGM$ व $\angle PMT$
 $\angle KGS$ व $\angle GMV$, $\angle SGM$ व $\angle VMT$
व्युत्क्रमकोनांच्या जोड्या : $\angle SGM$ व $\angle GMP$, $\angle BGM$ व $\angle GMV$
आंतरकोनांच्या जोड्या : $\angle BGM$ व $\angle GMP$, $\angle SGM$ व $\angle VMG$

3. (1) $m\angle MGK = 85^\circ$ (2) $m\angle VHD = 95^\circ$ (3) $m\angle PHG = 95^\circ$ (4) $m\angle HGS = 85^\circ$
 4. (1) $m\angle EFB = 70^\circ$ (2) $m\angle GFY = 70^\circ$ (3) $m\angle BCG = 55^\circ$

उदाहरणसंग्रह 19

1. (1) $273 + 100 = 373$ (2) $800 + 593 = 1393$
 (3) $150 + 650 = 800$ (4) $5450 + 2950 = 8400$
 2. (1) $48 \times 10 = 480$ (2) $90 \times 67 = 6030$ (3) $100 \times 213 = 21300$
 (4) $3109 \times 100 = 310900$ (5) $1000 \times 568 = 568000$ (6) $400 \times 408 = 163200$

उदाहरणसंग्रह 20

1. (1) $9 \times 3 + 9 \times 14$ (2) $25 \times 23 + 25 \times 16$ (3) $20 \times 58 + 20 \times 109$
 2. (1) $15 (3 + 7)$ (2) $9 (38 + 12)$ (3) $125 (69 + 31)$
 3. (1) 450 (2) 12,500 (3) 2,97,000 (4) 4,050
 4. (1) 2,601 (2) 5,625 (3) 10,404

उदाहरणसंग्रह 21

1.	क्रमांक	घातांक रूप	गुणाकार रूप	पाया	घातांक
(1)	1^3	$1 \times 1 \times 1$		1	3
(2)	3^7	$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$		3	7
(3)	7^9	$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$		7	9
(4)	2^6	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$		2	6
(5)	3^4	$3 \times 3 \times 3 \times 3$		3	4
(6)	4^3	$4 \times 4 \times 4$		4	3
(7)	2^8	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$		2	8
(8)	15^2	15×15		15	2
(9)	3	3		3	1
(10)	10^5	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$		10	5

2. (1) 6^4 (2) 2^4 (3) 7^2 (4) 3^5 (5) 6^3 (6) 9^3
 3. (1) $11 \times 11 \times 11 \times 11$ (2) 6×6 (3) $10 \times 10 \times 10 \times 10$
 (4) $5 \times 5 \times 5$ (5) $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$

उदाहरणसंग्रह 22

1. (1) 729 (2) 216 (3) 64 (4) 1 (5) 625 (6) 64 (7) 1,00,000
 (8) 1,00,00,000 (9) 2401 (10) 64

उदाहरणसंग्रह 23

1. (1) 5^3 (2) 2^5 (3) 5^4 (4) 3^5 (5) 10^2 (6) 10^7 (7) 9^2 (8) 3^4

उदाहरणसंग्रह 24

1. (1) 25 (2) 100 (3) 256 (4) 625 (5) 12,100

उदाहरणसंग्रह 25

1. (1) 36 (2) 121 (3) 196
(4) 4225 (5) 3025 (6) 324
(7) 4489 (8) 11,881 (9) 14,641
(10) 12,544 (11) 8281 (12) 40,000

उदाहरणसंग्रह 26

1. (1) 7,225 (2) 3,025 (3) 5,625 (4) 9,025 (5) 13,225 (6) 42,025
(7) 34,225 (8) 11,025

उदाहरणसंग्रह 27

1. (1) 21 (2) 24 (3) 55 (4) 88 (5) 102
(6) 108 (7) 125 (8) 105 (9) 121 (10) 99

उदाहरणसंग्रह 28

1. (1) 48.382 (2) 26.69 (3) 2516.3 (4) 546.068 (5) 16062.8
(6) 7.5276 (7) 3278.1001 (8) 91.48 (9) 1309.4
(10) 39.93 (11) 20.8495 (12) 1522.6624

उदाहरणसंग्रह 29

1. (1) 3.29 (2) 290.57 (3) 1610.9852 (4) 366.133 (5) 184.72
(6) 103.9 (7) 10.39 (8) 9.513 (9) 3.171 (10) 4.24
(11) 0.727 (12) 0.05604

उदाहरणसंग्रह 30

1. (1) 6.9 (2) 62.1 (3) 690 (4) 435.2 (5) 199
(6) 1.99 (7) 43.25 (8) 180 (9) 1962
(10) 66.66 (11) 256.5 (12) 305.5

उदाहरणसंग्रह 31

1. (1) 10:9 ; 9:10 (2) 7:22 ; 22:7 (3) 2:5 ; 5:2
(4) 7:11 ; 11:7 (5) 13:17 ; 17:13
2. (1) सातास नऊ (2) दहास सहा (3) तिसास दहा (4) पाचास बीस (5) एकास चार
3. (1) 5:2 (2) 1:3 (3) 5:9 (4) 2:5 (5) 2:1 (6) 1:5 (7) 7:9 (8) 1:2

उदाहरणसंग्रह 32

1. 4:3 2. 5:3
 3. (1) 1:4 (2) 9:10 (3) 5:3 (4) 1:2 (5) 5:3 (6) 1:4
 4. (1) 3:8 (2) 5:1 (3) 5:3 (4) 1:4

उदाहरणसंग्रह 33

1. 12 2. 36 3. 6

उदाहरणसंग्रह 34

1. (1) आहेत (2) आहेत (3) नाहीत 2. (1) 3 (2) 40 (3) 4 (4) 6

उदाहरणसंग्रह 35

1. 85 रु. 2. 225 रु. 3. 5250 रु. 4. 5600 किमी 5. 625 ग्रॅम 6. 8 किमी

उदाहरणसंग्रह 36

1.

क्रमांक	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
नफा(रु.)	40	—	45	—	820	150	—
तोटा (रु.)	—	50	—	20	—	—	80

उदाहरणसंग्रह 37

1. 45 रु. नफा 2. 10 रु. तोटा 3. 2.50 रु. नफा
 4. 50 रु. नफा 5. 84 रु 6. 144 रु

उदाहरणसंग्रह 38

1. 160 रु. 2. 3 रु. 3. 3,87,500 रु. 4. 110 रु.

उदाहरणसंग्रह 39

1. (1) 30 सेमी (2) 18.4 मी (3) 21.4 सेमी 2. 48 सेमी 3. 20 सेमी 4. 20.3 मी

उदाहरणसंग्रह 40

1. 50 मी 2. 6 मी 3. 1060 मी 4. 750 रु 5. 17 मी

उदाहरणसंग्रह 41

1. 15 सेमी 2. 20 सेमी 3. 24 मी 4. 20 सेमी 5. 20 मी 6. 4 मी 7. 40 सेमी

उदाहरणसंग्रह 42

1. (1) + 2 (2) - 6 (3) - 10 (4) 0 (5) + 18 (6) - 23
 2. (1) ऋण नऊ (2) धन पाच (3) ऋण अठ्ठावीस (4) ऋण शंभर (5) धन एक्याऐंशी

- (6) ऋण चार (7) ऋण एक (8) धन एक (9) धन बाहत्तर
 (10) ऋण अठ्ठेचाळीस (11) धन पासष्ट (12) ऋण पंचाण्णव
3. 0 च्या डावीकडील संख्या : $-9, -28, -100, -4, -1,$
 $-48, -95$

0 च्या उजवीकडील संख्या : $+5, +81, +1, +72, +65$

4. (1) 0 (2) +1 (3) G (4) J (5) -2 (6) +2

उदाहरणसंग्रह 43

1. (1) < (2) < (3) > (4) < (5) > (6) <
 (7) > (8) < (9) > (10) < (11) < (12) <
2. (1) +5, +6, +7 (2) -4, -5, -6, -7, -8
 (3) -3, -2, -1, 0, +1 (4) -8 (7) +7
3. पूर्णांक संख्यासमूहातील सर्वात लहान आणि सर्वात मोठी संख्या लिहिता येत नाही.

उदाहरणसंग्रह 44

1. (1) 38 (2) 23 (3) 0 (4) 5 (5) 14
2. (प्रथम मोठी किंमत, नंतर फरक, या क्रमाने).
 (1) 8, 2 (2) 8, 2 (3) 11, 9 (4) 20, 5 (5) 45, 10
 (6) 45, 13 (7) दोन्ही किमती समान, 0 (8) 4, 4
3. (1) -2 (2) 2 (3) +22 (4) -22 (5) +15 (6) -15
 (7) -59 (8) +59 (9) -50 (10) -4 (11) +50 (12) +4
 (13) -8 (14) -20 (15) -20 (16) +20 (17) +20 (18) +19
 (19) +19 (20) 0 (21) 0 (22) 0 (23) 0 (24) 0

उदाहरणसंग्रह 45

1. (1) -5 (2) +2 (3) +15 (4) -27 (5) -10

उदाहरणसंग्रह 46

1. (1) 13 मधून -8 ही संख्या वजा करणे, म्हणजे 13 मध्ये -8 ची विरुद्ध संख्या मिळविणे.
 (2) -4 मधून -11 ही संख्या वजा करणे, म्हणजे -4 मध्ये -11 ची विरुद्ध संख्या मिळविणे.
 (3) 6 मधून -6 ही संख्या वजा करणे, म्हणजे 6 मध्ये -6 ची विरुद्ध संख्या मिळविणे.
 (4) 9 मधून 9 ही संख्या वजा करणे, म्हणजे 9 मध्ये 9 ची विरुद्ध संख्या मिळविणे.

- (5) - 5 मधून - 5 ही संख्या वजा करणे, म्हणजे - 5 मध्ये - 5 ची विरुद्ध संख्या मिळविणे.
- (6) 14 मधून 0 ही संख्या वजा करणे, म्हणजे 14 मध्ये 0 ची विरुद्ध संख्या मिळविणे.
- (7) 0 मधून 14 ही संख्या वजा करणे, म्हणजे 0 मध्ये 14 ची विरुद्ध संख्या मिळविणे.
- (8) 0 मधून - 14 ही संख्या वजा करणे, म्हणजे 0 मध्ये - 14 ची विरुद्ध संख्या मिळविणे.
- (9) 20 मधून 12 ही संख्या वजा करणे, म्हणजे 20 मध्ये 12 ची विरुद्ध संख्या मिळविणे.

2. (1) 3 (2) - 3 (3) 13 (4) - 13 (5) - 7
 (6) 7 (7) - 25 (8) 25 (9) 10 (10) - 10
 (11) 0 (12) 0 (13) 7 (14) 74 (15) - 34
 (16) 14 (17) 85 (18) 35 (19) 100 (20) - 54

उदाहरणसंग्रह 47

1. (1) - 36 (2) - 24 (3) 75 (4) 280 (5) 76 (6) - 915
 2. (1) 3 (2) 19 (3) 15 (4) 15 (5) 6 (6) - 3 (7) - 6

उदाहरणसंग्रह 48

1. (1) - 2 (2) 170 (3) 40 (4) - 5 (5) 0 (6) - 2

उदाहरणसंग्रह 49

1. (1) - 11 (2) - 2 (3) 25 (4) 3
 2. (1) 11 (2) 11 (3) - 18 (4) - 18 (5) - 80
 (6) - 80 (7) 77 (8) 52 (9) - 25
 3. (1) - 90 (2) - 90 (3) - 192 (4) - 192 (5) 8 (6) 8 (7) - 9 (8) - 9
 4. (1) - 8 (2) - 8 (3) 15 (4) 15

उदाहरणसंग्रह 50

1.	क्रमांक	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
	सहगुणक	15	1	$\frac{25}{7}$	$\frac{1}{2}$	- 9	- 5
	चल	p	y	x	p	$- a, x$	b

उदाहरणसंग्रह 51

1. (1) $5x, -8x; -7y, 6y, -y; -3m, m; 2z, 5z$
(2) $4x^2, -10x^2; -7y^3, -y^3, 5y^3$
(3) $2x^2yz, 7yzx^2; xyz^2, -6xyz^2; xzy, -xyz$

उदाहरणसंग्रह 52

1. (1) त्रिपदी (2) एकपदी (3) द्विपदी (4) त्रिपदी (5) एकपदी
(6) एकपदी (7) एकपदी (8) द्विपदी (9) त्रिपदी

उदाहरणसंग्रह 53

1. (1) 1 (2) 3 (3) 1 (4) 36 (5) 18 (6) 15
2. (1) 12 (2) 9 (3) 54 (4) 48 (5) 15
3. (1) 26 (2) 5 (3) 21 (4) 7 4. (1) 34 (2) 4 (3) 30 (4) 20

उदाहरणसंग्रह 54

1. (1) $19c$ (2) $12bc^2$ (3) xyz (4) $-10a^2b^2$ (5) $9p^2q$ (6) $-13a^3$
2. (1) $15x$ (2) $7y^2$ (3) $9a^2bc$ (4) 0

उदाहरणसंग्रह 55

1. (1) $15x + 7y$ (2) $23m^2n - 9nm$ (3) $12a^2b + 13ab^2$ (4) $5a^2 + 19b^2 + c^2$
(5) $4m - 8n$ (6) $3ab - 2bc$ (7) $11d^2 + 10d$ (8) $20x^2 - 10y^2$ (9) $4a + b + c$
(10) $4a^3 - 5a^2 + 3a$

उदाहरणसंग्रह 56

1. (1) $11p + 12q$ (2) $10m^2 + 18n^2$ (3) $2a^2 + 3b^2$
(4) $10b + 3c + d$ (5) $2x + 3y + 3z$ (6) $-3p + 7q + 4c$
2. (1) $4xy + 8yz + 10zx$ (2) $4x + 13y - z$
(3) $3a^2b - 15b^2c + 11c^2a$ (4) $7mn + 14ab + 8abc$

उदाहरणसंग्रह 57

1. (1) $2x^2 + 19y$ (2) $9mn + 2ab$ (3) $5x - 9y + 3z$
(4) $11x^2 + 8y^2 - 7z^2$ (5) $y^2z^2 - 2z^2x^2$

उदाहरणसंग्रह 58

1. उदा. क्र. (1), (2) व (4) मधील चौकटीत '=' हे चिन्ह येईल.

उदाहरणसंग्रह 59

1. (1) गुणाकार गुणधर्म (2) बेरीज गुणधर्म (3) भागाकार गुणधर्म (4) वजाबाकी गुणधर्म

उदाहरणसंग्रह 60

1. (1) समीकरण (2) समीकरण (3) समानता (4) समीकरण (5) समीकरण (6) समानता

(2) मुद्दल = 8,000 रु., व्याज = 480 रु., मुदत = 6 महिने

(3) मुद्दल = 6,00,000 रु., व्याज = 2,40,000 रु., मुदत = 5 वर्ष

उदाहरणसंग्रह 70

- (1) जिजामाता सहकारी पतसंस्थेकडून एखाद्याने 1 वर्षासाठी 100 रु. कर्जाऊ घेतले. तर वर्षाअखेरीस त्याने त्या पतसंस्थेला व्याज म्हणून 12 रुपये द्यावेत.
- (2) राजगड सहकारी बँकेकडून एखाद्या शेतकऱ्याने 1 वर्षासाठी 100 रु. कर्जाऊ घेतले. तर वर्षाअखेरीस त्याने त्या बँकेला व्याज म्हणून 8 रुपये द्यावेत.
- (3) जिल्हा मध्यवर्ती बँकेकडून सर्जेरावांनी 1 वर्षासाठी 100 रु. कर्जाऊ घेतले, तर वर्षाअखेरीस त्यांनी त्या बँकेला व्याज म्हणून 10 रुपये द्यावेत.

उदाहरणसंग्रह 71

- (1) 40 (2) 36 (3) 100 (4) 36 (5) 14 (6) 28 2. (1) 3,600 रु. (2) 9,900 रु.

उदाहरणसंग्रह 72

- (1) 600 रु. (2) 70 रु. (3) 1350 रु. (4) 720 रु. (5) 750 रु. (6) 880 रु.
- (1) 3,600 रु. (2) 1,080 रु.

उदाहरणसंग्रह 73

- (1) 120 रु. (2) 180 रु. (3) 4800 रु. (4) 4000 रु. (5) 1050 रु.

उदाहरणसंग्रह 74

- (1) $\angle AXY$, $\angle BXZ$, $\angle CZX$, $\angle DZY$, $\angle FYZ$, $\angle EYX$
(2) $\angle AXB$, $\angle EYF$, $\angle CZD$
- (1) $\angle DPQ$ व $\angle LPR$ (2) $\angle PRM$ व $\angle QRN$
(3) नाही, कारण तो कोन त्रिकोणाच्या कोनाशी रेषीय जोडी तयार करीत नाही.
(4) $\angle PQR$ 3. सहा

4.	ΔXYZ च्या अंतर्भागातील बिंदू	ΔXYZ वरील बिंदू	ΔXYZ च्या बाह्यभागातील बिंदू
	M, N	L, O	T, K

- (1) ΔABC , ΔABO , ΔACO , ΔBOC (2) ΔOAC , ΔOAB , ΔOBC
(3) ΔAOB , ΔAOC , ΔABC
- (1) ΔPQR , ΔPQT , ΔPRS , ΔPST (2) ΔPST , ΔPSR , ΔPTR
(3) ΔPSQ व ΔPST , (4) ΔPTS , ΔPTQ

- (5) ΔPQT , ΔPQR
 (7) बिंदू Y, Z
 (9) $\angle PSQ$ व $\angle PTR$
 (11) ΔPQR , ΔPSR , ΔPTR

- (6) ΔPST , ΔPSR
 (8) बिंदू U
 (10) ΔPQS , ΔPQT , ΔPQR
 (12) बिंदू Y, E, U, Z, Q, R

उदाहरणसंग्रह 75

1. आ. 1 काटकोन त्रिकोण आ. 2 समद्विभुज त्रिकोण
 आ. 3 विशालकोन त्रिकोण आ. 4 लघुकोन त्रिकोण
 आ. 5 समभुज त्रिकोण आ. 6 विशालकोन त्रिकोण
 2. (1) लघुकोन त्रिकोण (2) समद्विभुज त्रिकोण (3) काटकोन त्रिकोण
 (4) विशालकोन त्रिकोण (5) समभुज त्रिकोण (6) विषमभुज त्रिकोण

उदाहरणसंग्रह 76

1. 35° 2. 70° 3. 40° , 140° 4. 80° 5. 110° 6. 70° , 70°

उदाहरणसंग्रह 77

1. (1) $\angle (AB)$ (2) $>$ (3) $\angle (BP)$ (4) $\angle (AC)$

उदाहरणसंग्रह 78

1. (1) रेखा $MR \perp$ किरण ST (2) रेखा $LM \perp$ रेखा PQ
 (3) रेखा $HP \perp$ किरण OK (4) रेखा $KG \perp$ रेखा VJ
 (5) रेखा $AD \perp$ रेखा EF

उदाहरणसंग्रह 86

1. (1) 120 चौसेमी (2) 600 चौमी (3) 120 चौसेमी
 (4) 275 चौमी (5) 117 चौसेमी (6) 125 चौमी
 2. (1) 36 चौसेमी (2) 81 चौसेमी (3) 121 चौमी (4) 100 चौसेमी (5) 529 चौसेमी
 (6) 1.44 चौमी (7) 12.25 चौमी (8) 9.61 चौमी (9) 0.25 चौमी (10) 7.29 चौसेमी

उदाहरणसंग्रह 87

1. 15 चौमी 2. 108 चौमी 3. 26 चौमी 4. 4,20,000 रु. 5. 50,000 रु. 6. 225 रु.
 7. 9,600 चौमी 8. 1440 रु. 9. 250 रु. 10. 335 चौमी 11. दुसरे मैदान

उदाहरणसंग्रह 88

1. (1) 8 घमी (2) 125 घमी (3) 512 घसेमी (4) 64 घसेमी (5) 1000 घसेमी
 2. 64 घमी 3. 1000 ठोकळे

उदाहरणसंग्रह 89

1. (1) लांबी, रुंदी, उंची (2) 40 घसेमी 2. 15 घसेमी 3. 15 घमी 4. 18.75 घमी
5. 1000000 घसेमी 6. 15 घमी 7. 4.32 घमी 8. 2000 बिटा

उदाहरणसंग्रह 90

1. (1) त्रिज्या : रेख BP, रेख BT, रेख BN, रेख BS, रेख BQ, रेख BR
व्यास : रेख PQ, रेख RS (2) बिंदू : R, P, M, T, N, S, Q, C
(3) (a) चूक (b) बरोबर (c) चूक (d) बरोबर
2. (1) 14 सेमी (2) 10 सेमी (3) 4 मी (4) 5 सेमी

उदाहरणसंग्रह 91

1. (1) त्रिज्या : रेख CB, रेख CX, रेख CH, रेख CI, रेख CM, रेख CA
जीवा : रेख RG, रेख AB, रेख IH, रेख MX, रेख AH
व्यास : रेख AB, रेख MX, रेख IH
(2) त्रिज्या : रेख CA, रेख CQ, रेख CS, रेख CU, रेख CN
जीवा : रेख RO, रेख AH, रेख AU, रेख NQ, रेख KS
व्यास : रेख AU, रेख NQ
(3) त्रिज्या : रेख CH, रेख CK, रेख CS, रेख CE, रेख CR
जीवा : रेख KH, रेख AH, रेख KR, रेख SH, रेख SR
व्यास : रेख RK, रेख SH
2. (1) कंस AOB व कंस ALB
(2) कंस ATU व कंस ALU
(3) कंस TQR व कंस TPR
3. (1) वर्तुळाच्या अंतर्भागातील बिंदू : A, B, H, M, X, D
वर्तुळाच्या बाह्यभागातील बिंदू : P, T, C, F, E
वर्तुळावरील बिंदू : R
(1) वर्तुळाच्या अंतर्भागातील बिंदू : B, J, R, O, Y, W
वर्तुळाच्या बाह्यभागातील बिंदू : L, M, D, K
वर्तुळावरील बिंदू : H, T

