```
> restart : with(CurveFitting) :
> n := 10 : h := 1/n : eps := 10^(-9) :

> MyCubicSpline := proc(f, x)
  local a, b, c, d, i, pieces, spline;

  local xs := Array(0 ..n, i→ i·h);
  local eqs := [c[0] = 0, c[n] = 0];
  local s := (t, i) → a[i] + b[i]·(x − xs[i]) + c[i]/2 (t − xs[i])^2 + d[i]/6 (t
      − xs[i])^3;
  for i from 1 to n − 1 do
   eqs := [op(eqs), c[i−1]·h + 2(h + h)·c[i] + c[i+1]·h = 6
     ·((f(xs[i + 1]) − f(xs[i]))/h − (f(xs[i]) − f(xs[i − 1]))/h)];
  end do;
  assign(fsolve(eqs));

  for i from 1 to n do
   a[i] := f(xs[i]);
   d[i] := (c[i] − c[i−1])/h;
   b[i] := (f(xs[i]) − f(xs[i−1]))/h + c[i]·h/3 + c[i−1]·h/6;
  end do;

  pieces := [ ];
  for i from 1 to n do
   pieces := [op(pieces), xs[i − 1] ≤ x ≤ xs[i], s(x, i)];
  end do;

  spline := piecewise(op(pieces));
  return spline(t);
```

end proc:

\> $MyBSpline := \mathbf{proc}(f, x)$
local B, i;
local $m := n + 2$;
local $grid := [-2\cdot eps, -eps, seq(i\cdot h, i = 0..n), 1 + eps, 1 + 2\cdot eps]$;
local $f_i := [f(0), f(0), seq(f(i\cdot h), i = 0..n), f(1), f(1)]$;

$$\mathbf{local}\ c := i \rightarrow piecewise\left(i = 1, f_i[1], 1 < i < m, \frac{1}{2}\left(-f_i[i+1] + 4f\left(\frac{\mathrm{grid}[\mathrm{i}+1] + grid[i+2]}{2}\right) - f_i[i+2]\right), i = m, f_i[m+1]\right);$$

$$B[0] := (i, x) \rightarrow \begin{cases} 1 & grid[i] \le x < grid[i+1] \\ 0 & otherwise \end{cases};$$

$$B[1] := (i, x) \rightarrow \frac{x - grid[i]}{grid[i+1] - grid[i]}\cdot B[0](i, x) + \frac{grid[i+2] - x}{grid[i+2] - grid[i+1]}\cdot B[0](i+1, x);$$

$$B[2] := (i, x) \rightarrow \frac{x - grid[i]}{grid[i+2] - grid[i]}\cdot B[1](i, x) + \frac{grid[i+3] - x}{grid[i+3] - grid[i+1]}\cdot B[1](i+1, x);$$

return $sum(c(j)\cdot B[2](j, x), j = 1..m)$;
end proc :

\> *# Сравним реализации сплайнов со встроенными в Maple*

\> $computeErr := \mathbf{proc}(f, interp)$
local i;
local $interval := 0..1$;
local $h := \frac{1}{100}$;
local $xs := [seq(i, i = interval, h)]$;

```
local diff := x → abs(interp(x) − f(x));
local errs := map(diff, xs);
return evalf(max(errs));
end proc:
```

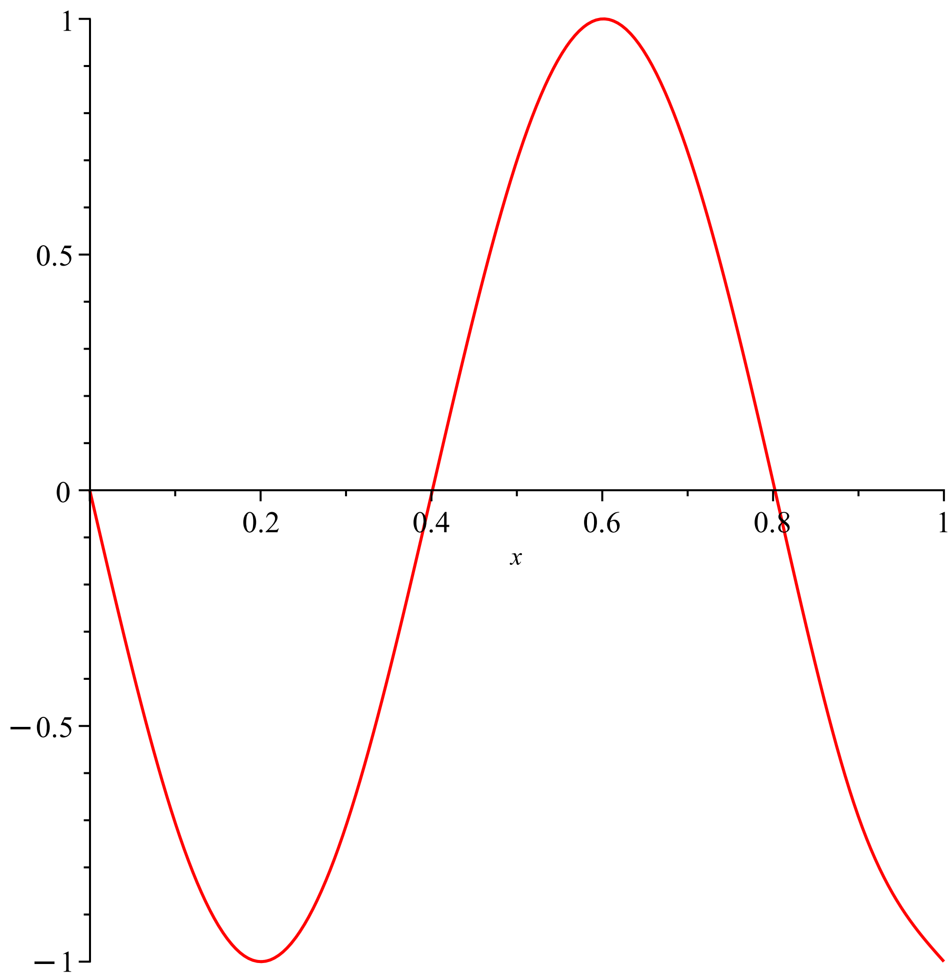
```
> MapleCSpline(f, x) := Spline([seq(i, i = 0 ..1, 0.1)], [seq(f(i), i = 0 ..1, 0.1)], x,
      degree = 3) :
```

Warning, (in MapleCSpline) `i` is implicitly declared local

```
> MapleBSpline(f, x) := BSplineCurve([−2 · eps, −eps, seq(i, i = 0 ..1, 0.1), 1
      + eps, 1 + 2·eps], [f(0), f(0), seq(f(i), i = 0 ..1, 0.1), f(1), f(1)], x, order
      = 3) :
```

Warning, (in MapleBSpline) `i` is implicitly declared local

```
> f(x) := sin(55 x) : plot([MyCubicSpline(f, x), MapleCSpline(f, x) ], x = 0 ..1,
      color = [blue, red]);
```

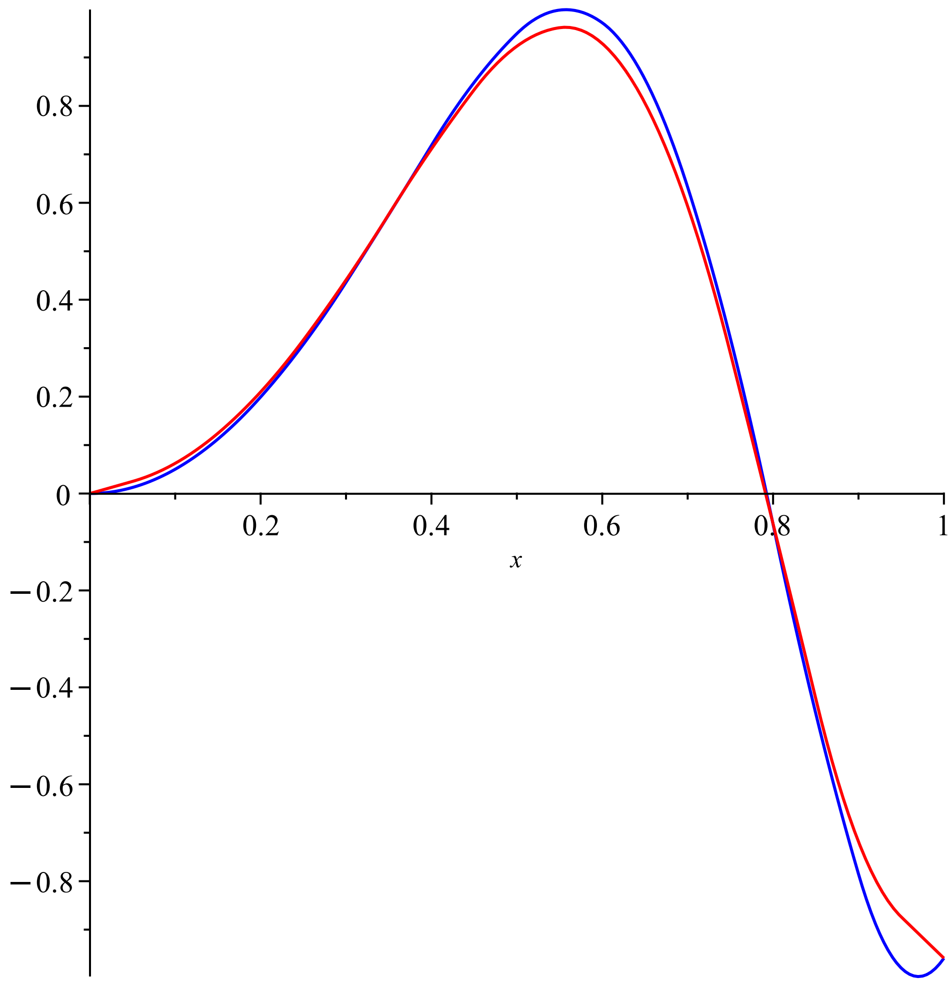



```
> computeErr(x→MyCubicSpline(f, x), x→MapleCSpline(f, x));
```

$$1.95474875869239 \times 10^{-10} \tag{1}$$

> # *Результаты интерполяции кубическими сплайнами в моей реализации и в реализации Maple близки к идентичным*

> $f(x) := \sin(5\,x^2)$: *plot*([*MyBSpline*(f, x), *MapleBSpline*(f, x)], $x = 0\,..1$, *color* = [*blue*, *red*]);

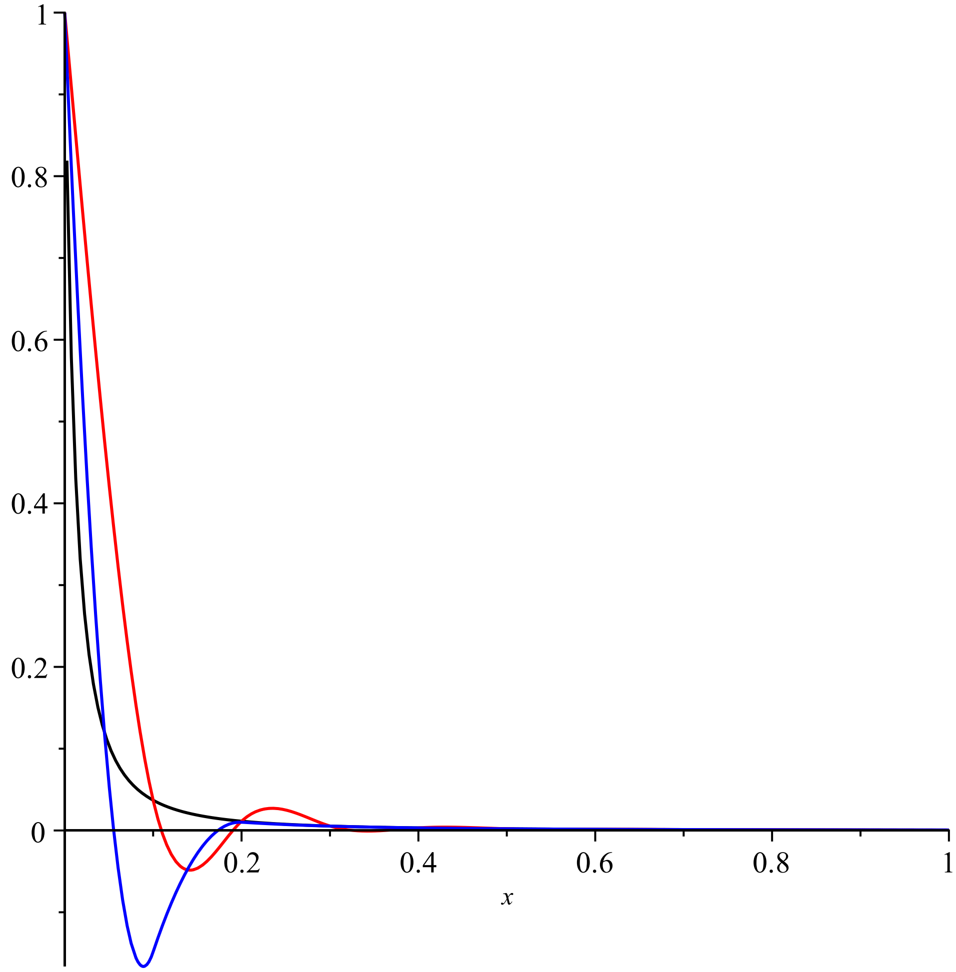


> # *Разница в результатах интерполяции B-сплайнами обусловлена различием в выборе коэффициентов*

> # *В статье https://drlvk.github.io/nm/section-drawbacks-spline-interpolation.html утверждается, что интерполяция сплайнами*
> # *1) может не сохранять монотонность*
> # *2) может давать отрицательные результаты на положительно определенных функциях*
>
> # *Попробуем подтвердить данные утверждения на примере функции ниже*

> $f(x) := \dfrac{1}{(42\,x+1)^2}$:

> $plot\big([\,f(x), MyCubicSpline(f, x), MyBSpline(f, x)\,], x = 0\,..1, color = [\,black, red, blue\,]\big);$



> $computeErr\big(f, x \rightarrow MyCubicSpline(f, x)\big)$; $computeErr\big(f, x \rightarrow MyBSpline(f, x)\big)$;

$$0.4640643718$$

$$0.2567142492 \qquad \textbf{(2)}$$

> *# Действительно, интерполяция сплайнами может нарушать монотонность, а также давать отрицательные значения на положительных функциях*

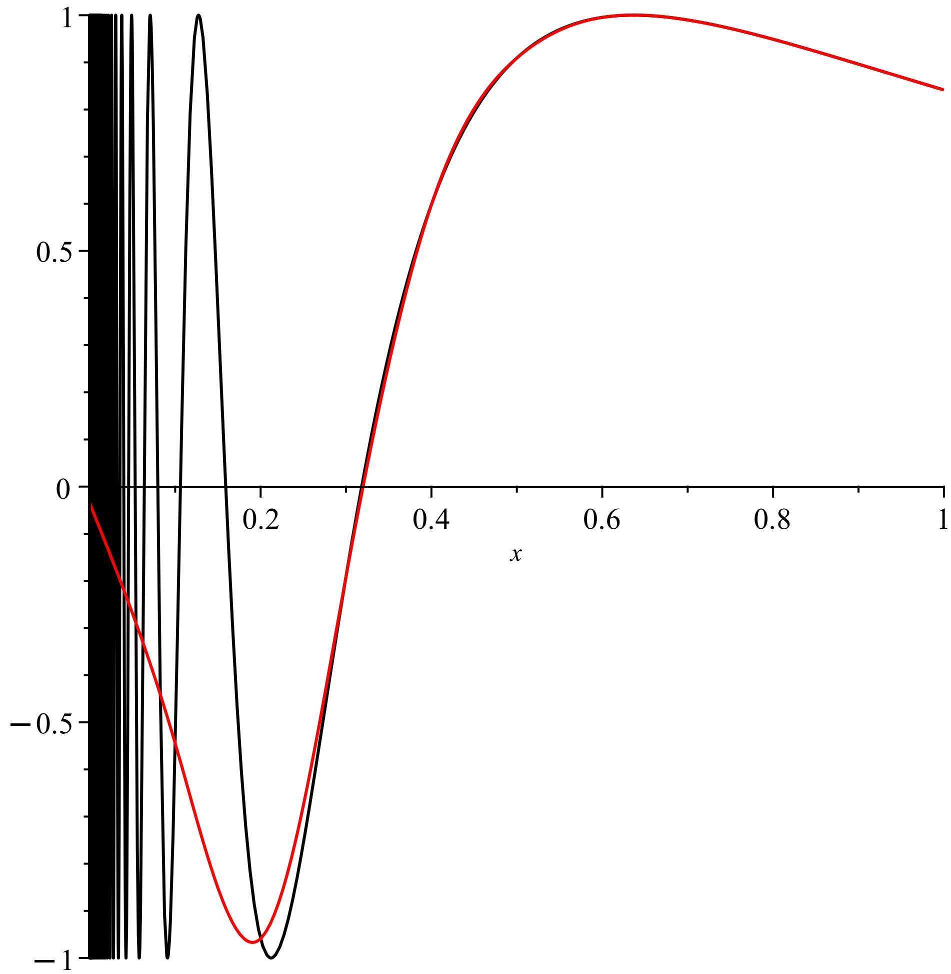
> *# В статье https://proven-reserves.com/CubicSplines.php утверждается*
 # "The cubic splines interpolation algorithm does not work well for interpolation when the x values are large and have a large distance between them.
 # Under these circumstances, cubic splines interpolation becomes very unstable making interpolations incorrect by many orders of magnitude."

Проверим данное утверждение на следующей осциллирующей функции

> $f(x) := \sin\left(\dfrac{1}{x - 10^{-5}}\right)$

$$f := x \mapsto \sin\left(\frac{1}{x - \frac{1}{100000}}\right) \tag{3}$$

> $plot(\,[\,f(x), MyCubicSpline(f, x)\,], x = 0\,..1, color = [\,black, red, blue\,]\,);$



> $computeErr(\,f, x \rightarrow MyCubicSpline(\,f, x)\,)\,;$

$$1.723828332 \tag{4}$$

> *# Действительно, интерполяция кубическими сплайнами на быстро осциллирующей функции дает результаты с большой ошибкой*