

Analisi Predittiva

CT0429
Primo appello

Gennaio, 2022

Cognome: _____ Nome: _____

Matricola: _____ Firma: _____

ISTRUZIONI (DA LEGGERE ATTENTAMENTE).

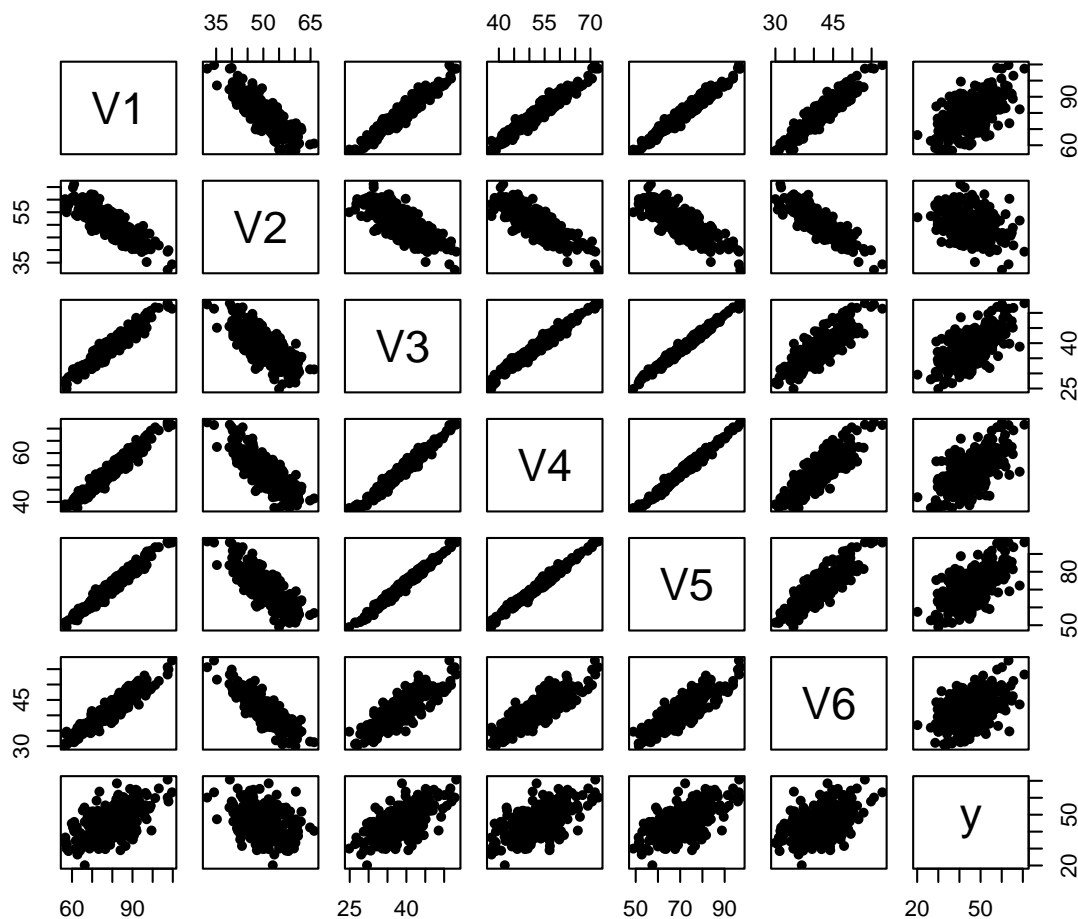
Assicuratevi di aver scritto nome cognome e matricola sia qui che sul file Rmarkdown disponibile su Moodle. Il tempo a disposizione per completare tutto l'esame (la parte scritta e la parte su Moodle) è di **90 minuti**.

Nessuno studente può lasciare l'aula fino a che la docente non avrà verificato che tutti abbiano consegnato sia il compito scritto che il file Rmarkdown. Dopo la consegna attendete che la docente dia il permesso di lasciare l'aula.

Question 1 (4 points)

Si prenda in considerazione il dataset `df`: i grafici di dispersione per le variabili nel dataset sono mostrati nella figura sottostante. Si desidera predire la variabile `y` usando come predittori le variabili `V1`, `V2`, `V3`, `V4`, `V5`, `V6`.

```
plot(df, pch = 16)
```



Per costruire un modello di regressione multiplo un'analista utilizza in prima istanza un modello (chiamato `fitAll`) in cui tutti i predittori sono inseriti come variabili esplicative. Inoltre stima anche un modello `fitV4` in cui solo la variabile `V4` viene usata come predittore. Informazioni riassuntive sulla stima dei due modelli sono mostrati nella pagina successiva.

```
fitAll <- lm(y~., data = df)
summary(fitAll)
```

Call:

```
lm(formula = y ~ ., data = df)
```

Residuals:

| | Min | 1Q | Median | 3Q | Max |
|--|----------|---------|--------|--------|---------|
| | -18.1723 | -4.0940 | 0.0372 | 4.1096 | 21.4763 |

Coefficients:

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) | |
|-------------|----------|------------|---------|----------|-----|
| (Intercept) | -50.8604 | 14.3392 | -3.547 | 0.000454 | *** |
| V1 | -0.4226 | 0.3567 | -1.185 | 0.236994 | |
| V2 | 0.6375 | 0.1553 | 4.106 | 5.23e-05 | *** |
| V3 | 0.2563 | 0.6587 | 0.389 | 0.697434 | |
| V4 | -0.3347 | 0.4459 | -0.750 | 0.453561 | |
| V5 | 1.3583 | 0.5456 | 2.489 | 0.013351 | * |
| V6 | 0.2098 | 0.3580 | 0.586 | 0.558244 | |

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 6.211 on 293 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.4878, Adjusted R-squared: 0.4773

F-statistic: 46.5 on 6 and 293 DF, p-value: < 2.2e-16

```
fitV4 <- lm(y~V4, data = df)
summary(fitV4)
```

Call:

```
lm(formula = y ~ V4, data = df)
```

Residuals:

| | Min | 1Q | Median | 3Q | Max |
|--|----------|---------|---------|--------|---------|
| | -19.5657 | -4.6950 | -0.5004 | 4.7360 | 23.0933 |

Coefficients:

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) | |
|-------------|----------|------------|---------|----------|-----|
| (Intercept) | 5.72954 | 3.04571 | 1.881 | 0.0609 | . |
| V4 | 0.75756 | 0.05723 | 13.238 | <2e-16 | *** |

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 6.828 on 298 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.3703, Adjusted R-squared: 0.3682

F-statistic: 175.2 on 1 and 298 DF, p-value: < 2.2e-16

- (i) Qual è il valore di R^2 del modello per il modello `fitAll`? Come si può interpretare il valore di R^2 per questo modello?

- (ii) Come si può interpretare il valore del coefficiente angolare relativo alla variabile `V4` nei due modelli stimati?

- (iii) In calce sono indicati dei valori di Variance Inflation Factors (VIFs) per dei modelli stimati. Quale delle due opzioni è più probabile corrisponda ai VIFs per il modello `fitAll` stimato usando i dati mostrati nella Figura? Opzione _____

Opzione 1:

```
car::vif(fitAll)
```

| V1 | V2 | V3 | V4 | V5 | V6 |
|-----------|----------|-----------|-----------|------------|-----------|
| 94.303945 | 5.439288 | 87.504215 | 73.386967 | 188.780574 | 22.216378 |

Opzione 2:

```
car::vif(fitAll)
```

| V1 | V2 | V3 | V4 | V5 | V6 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1.025082 | 1.018174 | 1.006091 | 1.046011 | 1.049240 | 1.022209 |

Question 2 (3 points)

Il gestore di un chiosco di gelati desidera studiare la relazione tra il numero di auto parcheggiate in una giornata nel parcheggio della spiaggia dove è posizionato il chiosco e il fatturato giornaliero (in decine di euro). Le informazioni disponibili al gestore sono salvate nel dataframe `df`. Le seguenti informazioni riassuntive sul dataset sono disponibili:

```
summary(df)
```

```
      numAuto      fatturato
Min.   : 29.0   Min.   : 22.6
1st Qu.:150.2   1st Qu.:112.8
Median :217.5   Median :164.8
Mean   :222.7   Mean   :166.7
3rd Qu.:282.8   3rd Qu.:207.5
Max.   :636.0   Max.   :423.5
```

Inoltre, il gestore stima il seguente modello predittivo per il fatturato:

```
fit <- lm(fatturato ~ numAuto, data = df)
```

```
summary(fit)
```

Call:

```
lm(formula = fatturato ~ numAuto, data = df)
```

Residuals:

```
      Min       1Q  Median       3Q      Max
-51.5  -11.8    0.4   13.1   38.8
```

Coefficients:

```
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   17.810      5.954      3    0.004 **
numAuto         0.669      0.024     28 <2e-16 ***
---

```

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 19 on 58 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.93, Adjusted R-squared: 0.93

F-statistic: 7.6e+02 on 1 and 58 DF, p-value: <2e-16

```
confint(fit)
```

```
              2.5 %      97.5 %
(Intercept) 5.890551 29.7289948
numAuto      0.6202373 0.7176025
```

Il gestore desidera verificare l'evidenza contro l'ipotesi nulla che β_1 (il coefficiente angolare che descrive l'effetto di `numAuto` sul fatturato) abbia valore pari a 0.6, cioè vuole condurre un test di verifica di ipotesi per il sistema di ipotesi:

$$H_0 : \beta_1 = 0.6 \quad VS \quad H_1 : \beta_1 \neq 0.6$$

Question 3 (3 points)

Si prenda in considerazione il seguente modello stimato usando il dataset `df` mostrato nel codice sottostante:

```
fit <- lm(y ~ x1+x2+x1:x2, data = df); coef(fit)
```

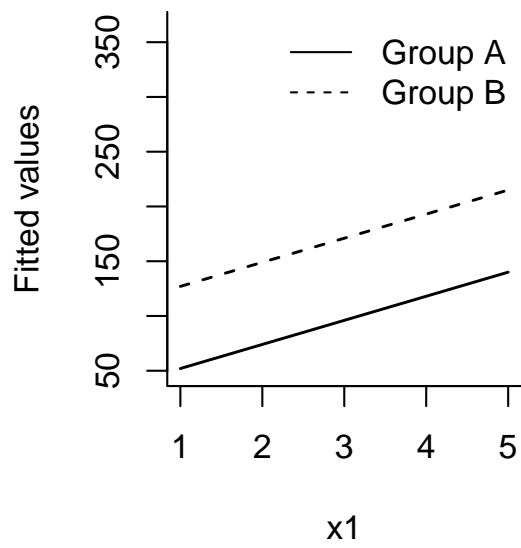
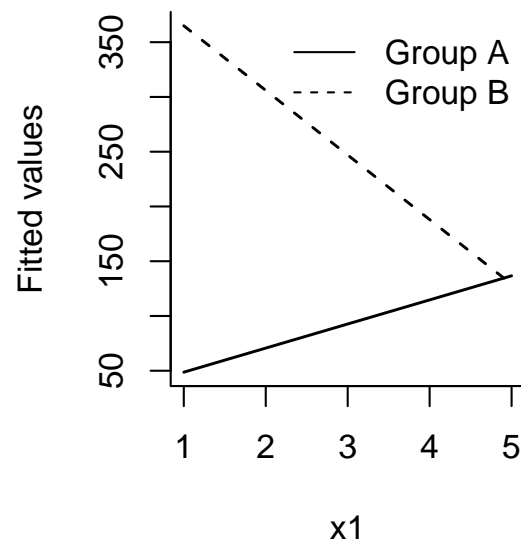
```
(Intercept)          x1          x2b          x1:x2b  
    26.66667    22.00000    397.33333    -81.00000
```

`df`

```
  x1 x2  y  
1  1  a  45  
2  2  a  78  
3  3  a  89  
4  4  b 188  
5  5  b 129
```

- (i) Si dia l'espressione della matrice di disegno X usata nella stima del modello (quello cioè che si otterrebbe usando `model.matrix(fit)`).

- (ii) La Figura nella pagina successiva mostra la relazione stimata tra x_1 e y per i due gruppi A e B (l'informazione del gruppo di appartenenza per ogni osservazione è specificata nella variabile x_2). In quale dei due pannelli è più probabile che sia mostrata la relazione stimata dal modello `fit`? Pannello _____

Pannello 1**Pannello 2**

Question 4 (5 points)

Il gestore di un chiosco di gelati desidera studiare la relazione tra il numero di di gelati venduti tra le 14 e le 18 di una giornata e alcuni potenziali predittori: la temperatura della giornata, l'informazione se la giornata è un giorno festivo, il numero di auto presenti nel parcheggio della spiaggia dove è posizionato il chiosco.

Stima quindi tre diversi modelli per cui sono fornite alcune informazioni sintetiche:

```
fit1 <- glm(numGelati ~ numAuto+festivo, data = df, family = poisson)
fit2 <- glm(numGelati ~ numAuto+temperatura, data = df, family = poisson)
fitAll <- glm(numGelati ~ numAuto+temperatura+festivo,
              data = df, family = poisson)

deviance(fit1); deviance(fit2); deviance(fitAll)

[1] 293.5679

[1] 94.42806

[1] 68.08272

logLik(fit1); logLik(fit2); logLik(fitAll)

'log Lik.' -217.192 (df=3)

'log Lik.' -117.6221 (df=3)

'log Lik.' -104.4494 (df=4)

coef(fit1)

      (Intercept)      numAuto festivo festivo
           1.50           2.00           0.24

nd <- data.frame(numAuto = 100, festivo = "feriale", temperatura = 25)

predict(fit, newdata = nd, type = "response")

[1] NA
```

- (i) Usando il modello `fit1` si stimi il numero di gelati venduti in una giornata feriale in cui 100 auto sono presenti nel parcheggio e la temperatura è di 25 gradi (si indichi cioè il valore mancante dell'output di `predict`)
- (ii) Quale modello tra i tre stimati raggiunge un valore di AIC minore?
- (iii) Come è possibile confrontare la bontà di adattamento dei modelli `fit1` e `fit2`? E se invece si desidera confrontare la bontà di adattamento dei modelli `fit1` e `fitA11`? (non è necessario confrontare effettivamente i modelli, basta descrivere come sarebbe possibile confrontarli).

Question 5 (3 points)

In un sito di e-commerce viene monitorato se per una determinata transazione viene esercitata l'opzione di reso: questa informazione è salvata nella variabile `reso`, che ha valore 1 se per la transazione è stata esercitata l'opzione di reso. Un primo modello predittivo mira a verificare se l'ammontare totale del costo della transazione (variabile `totalSpent`) influisce sulla probabilità che venga attivata l'opzione di reso:

```
fit1 <- glm(reso ~ totalSpent, data = df, family = binomial())  
coef(fit1)
```

```
(Intercept)  totalSpent  
-7.60140758  0.03365754
```

Viene poi stimato un altro modello in cui come predittori vengono anche inserite delle variabili che indicano il numero totale di pezzi nell'ordine (`totalPieces`) e l'informazione se la consegna dell'ordine è avvenuta in ritardo (`isDelayed`):

```
fit2 <- glm(reso ~ totalSpent+totalPieces+isDelayed,  
            data = df, family = binomial())
```

I due modelli vengono poi confrontati tramite un test `anova`:

```
anova(fit1, fit2, test = "LRT")
```

Analysis of Deviance Table

```
Model 1: reso ~ totalSpent  
Model 2: reso ~ totalSpent + totalPieces + isDelayed  
  Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)  
1      148      66.619  
2      146      65.354  2    1.2651  0.5312
```

- (i) La Figura nella pagina successiva mostra la relazione stimata tra `totalSpent` e la probabilità che per la transazione venga attivato un reso (cioè $P(\text{reso} = 1)$). In quale dei tre pannelli è più probabile che sia mostrata la relazione stimata dal modello `fit1`? Pannello _____
- (ii) Cosa possiamo evincere dal test `anova` in cui vengono messi a confronto i modelli `fit1` e `fit2`?

