Funzione Potenza

E' una funzione definita come segue:

$$ f(x) = x^n= \underbrace{x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{n} $$

Dominio e Immagine

$$ D = \mathbb{R}, \quad I = \begin{cases} [0; +\infty], & pari \ \mathbb{R}, & dispari \end{cases} $$

Proprietà

- $x^0 = 1$
- $x^1 = x$
- $1^x = 1$
- $x^{n+m} = x^nx^m$
- $x^{nm} = (x^n)^m$
- $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$
- $x^\frac{1}{n} = \sqrt[n]{x}$

Funzione Esponenziale

A differenza della funzione potenza, la funzione **esponenziale** è una funzione che assume valori sempre positivi.

$$ f(x) = a^x $$

Dominio e Immagine

$$ D = \mathbb{R}, \quad I = [0; +\infty] $$

Proprietà

- se $a > 1$ la funzione è crescente
- se $0 < a < 1$ la funzione è decrescente
- se $a = 1$, allora $f(x) = 1$ è costante
- $a^0 = 1$
- $a^1 = a$
- $a^{x_1+x_2} = a^{x_1} + a^{x_2}$
- $a^{xb} = (a^b)^x$
- $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$

Funzione Logaritmo

è la funzione inversa della funzione esponenziale.

Dominio e Immagine

$$ D =]0;+\infty[, \quad I = \mathbb{R} $$

Proprietà

- se $a > 1$ la funzione è crescente
- se $0 < a < 1$ la funzione è decrescente
- $log_a(1) = 0$
- $log_a(a) = 1$
- $log_a(\alpha \cdot \beta) = log_a(\alpha) + \log_a(\beta)$
- $log_a(\frac{\alpha}{\beta}) = log_a(\alpha) - log_a(\beta)$
- $log_a(\alpha^\beta) = \beta log_a(\alpha)$

consigli esercizi

creare sistema da una disequazione con logaritmi

Nel momento in cui sto svolgendo una disequazione con i logaritmi dobbiamo assicurarci che il logaritmo sia definito (argomento >0). Per fare ciò devo creare un sistema di disequazioni nelle quali controllo che cosa succede anche nel caso negativo.

Supponiamo di avere una disequazione del tipo $log(\frac{f(x)}{g(x)}) > 0$

E' necessario controllare

1. Gli argomenti del logaritmo sono positivi
2. Che cosa succede nel caso in cui numeratore o denominatore diventano negativi

E' per questo motivo che devo creare i sistemi

$$ \begin{cases} f(x) > 0 \ g(x) > 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} f(x) < 0 \ g(x) < 0 \end{cases} $$

Funzioni Trigonometriche

seno e coseno

Data una circonferenza gonoiometrica γ (centro nell'origine e raggio 1), qualsiasi angolo α (si inizia a misurare da x positivo e si gira in senso antiorario) interseca la circonferenza γ nel punto $P(\cos(\alpha), \sin(\alpha))$.

proprietà seno e coseno

- dalla definizione $-1 \le cos(\alpha) \le 1, -1 \le cos(\alpha) \le 1$
- per il teorema di Pitagora $cos(\alpha)^2 + sin(\alpha)^2 = 1$
- seno e coseno sono periodici di periodo 2π
- simmetrie $cos(-\alpha) = cos(\alpha), sin(-\alpha) = -sin(\alpha)$
- somma seno: $sin(\alpha + \beta) = sin(\alpha)cos(\beta) + cos(\alpha)sin(\beta)$
- somma coseno: $cos(\alpha + \beta) = cos(\alpha)cos(\beta) - sin(\alpha)sin(\beta)$

tangente

Rappresente il punto di intersezione tra la retta passante per l'origine e la retta $x=1$ $$ tan(\alpha) = \frac{sin(\alpha)}{cos(\alpha)} $$

dominio e immagine

$$ D= \mathbb{R} - {\frac{\pi}{2}+k\pi}, \quad I = \mathbb{R} $$

Il dominio è l'insieme dei reali tranne il punto $\frac{\pi}{2}$ che rappresenta la retta verticale.