concavità, convessità e flessi

derivata di ordine superiore

una funzione $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ si dice derivabile due volte se:

- f è derivabile
- f' è derivabile allora $f'' : A \rightarrow \mathbb{R}$ è data da $f''=(f')'$

in modo analogo sono definite le derivate di ordine superiore.

insiemi di funzioni derivabili

indicato con $C^k(I)$ l'insieme (o la **classe**) delle funzioni derivabili k volte con derivata k-esima continua in I.

$$ C^0(I)={ f : I \rightarrow \mathbb{R} \ | \ f \text{ continua} } $$

$$ C^1(I)={ f : I \rightarrow \mathbb{R} \ | \ f \ \text{derivabile e } \ f' \text{ continua} } $$

$$ C^k(I)={ f : I \rightarrow \mathbb{R} \ | \ f \ \text{derivabile k volte e } \ f^{(k)} \text{ continua} } $$

$$ C^\infty(I)={ f : I \rightarrow \mathbb{R} \ | \ f \ \text{derivabile k volte} } $$

funzioni convesse e concave

data $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ diremo che f è:

- **convessa** in I se per ogni punto x_1, x_2 la retta passante per $P_1=(x_1, f(x_1))$ e $P_2=(x_2, f(x_2))$ si trova sotto al grafico di f
- **concava** in I se la retta per P_1 e P_2 è sotto il grafico di f

il seguente teorema ci permette di capire se una funzionè concava o convessa:

- se $f''(x) \ge 0$ allora f è **convessa** in I
- se $f''(x) \le 0$ allora f è **concava** in I
- se $f''(x_0) \gt 0, x_0 \in I$ allora f è **localmente convessa** in I
- se $f''(x_0) \lt 0, x_0 \in I$ allora f è **localmente concava** in I
- se x_0 è punto di flesso allora $f''(x_0) = 0$

studio di funzione

Questo capitolo è stato inserito all'interno del file delle procedure

funzioni infenitesime

- una funzione è **infinitesima** in x_0 se $\lim_{x \to x_0}f(x) = 0$
- due funzioni f e g entrabme infinitesimi di x_0 si dicono **infinitesimi simultanei** in x_0
- siano f e g due infinitesimi simultanei in x_0, si dice che f e g hanno lo stesso ordine di infinitesimo se esiste $l \gt 0$ tale che $\lim_{x \to x_0}|\frac{f(x)}{g(x)}| = l$

  - se $l = 0$ allora si dice che f ha ordine infinitesimo superiore a g
  - se $l = +\infty$ allora si dice che f ha ordine infinitesimo inferiore a g
  - altrimento i due infinitesimi non sono confrontabili

polinomio di Taylor

data una funzione f derivabile n volte in x_0, si dice **polinomio di Taylor** di ordine n nella funzione f relativo al punto x_0 il seguente polinomio:

$$ T_{n,x_0}= \frac{f(x_0)}{0!}+\frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0)+ \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n $$