

procedure

studio di funzione

I passaggi principali per effettuare lo studio di funzione. Ogni volta che viene risolto un punto è necessario riportare l'informazione sul grafico e verificare che sia in accordo con quanto dedotto precedentemente.

1. determinare il **dominio** della funzione f e scriverlo come unione di intervalli $\text{dom} f = I_1 \cup I_2 \cup \dots$
2. determinare **simmetrie** (pari o dispari) o **periodicità** di f
3. studiare il **segno** della funzione ($f(x) \geq 0$) e calcolare, quando possibile, le **intersezioni** con gli assi cartesiani ($y = f(0)$) e risolvere $f(x) = 0$
4. calcolare i **limiti** agli estremi di ciascun intervallo del dominio I_1, I_2, \dots
5. determinare se f ha **asintoti** verticali, orizzontali o obliqui
6. stabilire se la funzione è **continua** e **derivabile**
7. calcolare f' e studiarne il **segno** ($f'(x) \geq 0$). Determinare la **crescenza/decrecenza** di f e i punti di **massimo/minimo** relativi
8. calcolare f'' e studiarne il **segno** ($f''(x) \geq 0$). Determinare la **concavità** di f e i punti di **flesso**
9. determinare $\inf f$ e $\sup f$ stabilendo se sono o meno minmo e massimo **assoluti**. Determinare l'**immagine** di f in base al teorema sull'immagine di funzioni continue
10. disegnare il **grafico** di f in maniera consistente con i calcoli fatti

NOTA: in molti casi non si riescono a svolgere esplicitamente i calcoli per tutti i punti, e si dovrà dedurre l'andamento del grafico solo attraverso i punti svolti

massimi e minimi

massimi e minimi assoluti

un punto M è detto **massimo** se la funzione $f(x)$ è sempre **minore** di quel punto, inoltre esiste almeno un punto x_0 tale che $f(x_0) = M$. In tal caso (x_0, M) è il punto di massimo.

Un punto m è detto **minimo** se la funzione $f(x)$ è sempre **maggiore** di quel punto, inoltre esiste almeno un punto x_0 tale che $f(x_0) = m$.

massimi e minimi relativi

se restringiamo il dominio della funzione $f(x)$ ad un intervallo I allora possiamo parlare di **massimo relativo** e **minimo relativo**.

dove cercare i punti di massimo e minimo?

- bisogna cercare all'interno dei **punti stazionari interni**, ovvero quei punti nei quali si annulla la derivata prima ($f'(x) = 0$)
- bisogna cercare all'interno dei **punti singolari interni**, ovvero quei punti nei quali la derivata prima non esiste ($f'(x) = \text{non esiste}$)
- negli eventuali **punti di frontiera**

procedura

- data la funzione $f(x)$ ne troviamo la derivata prima $f'(x)$
- studiamo il segno della derivata prima $f'(x) \geq 0$: dove la funzione è $++$ è crescente, dove è $--$ è decrescente