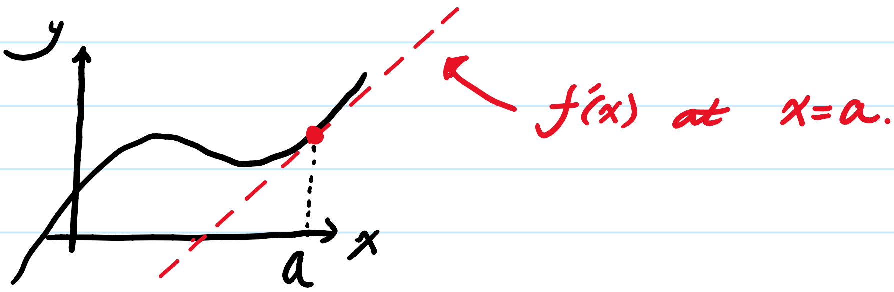
Gradient, Partial differentiation

2022년 3월 31일 목요일 오후 2:38

Differentiation.

$y=f(x)$: y값이 x값에 의해 결정된다.

$$\frac{df}{dx} \equiv \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \quad \text{or} \quad f'(x)$$



Taylor expansion 고려시, $f(x+h) \simeq f(x) + f'(x)h$

$$df \equiv f(x+h)-f(x) = f'(x)h.$$

Partial differentiation.

$z=f(x,y) \rightarrow df=?$

x는 x에서 x+h, y는 y에서 y+k만큼 이동!

$$df \equiv f(x+h, y+k) - f(x,y)$$

$$= f(x+h, y+k) - f(x, y+k) + f(x, y+k) - f(x,y)$$

$$= \frac{f(x+h, y+k) - f(x, y+k)}{h} \cdot h$$

$$+ \quad \frac{f(x, y+k) - f(x,y)}{k} \cdot k$$

$$\lim_{\substack{k \to 0 \\ h \to 0}} df = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot h + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot k$$ 가 됩니다.

이를 $\nabla f \cdot d\mathbf{r}$ 로 표현할 수도 있는데,

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} e_x + \frac{\partial f}{\partial y} e_y$$: Gradient of f.

$$d\mathbf{r} = h e_x + k e_y$$: infinitesimal path vector

입니다.

$$f(x+h, y+k) = f(x,y) + \underbrace{\nabla f \cdot d\mathbf{r}}$$

$$= |\nabla f| |d\mathbf{r}| \cos\theta$$

$\Rightarrow \nabla f \parallel dir$ 이면 가장 큰 폭으로 변한다.