

Materi Kuliah – [2]:
Fundamen Matematika

EKUIVALENSI LOGIS

Lizda.iswari@uii.ac.id

MATERI

- ⦿ Ekuivalensi
- ⦿ Hukum-hukum Dasar Ekuivalensi
- ⦿ Pembuktian Ekuivalensi

EKUIVALENSI

- ⊙ Perhatikan 2 contoh pernyataan proposisi berikut:
 - P = Badu anak yang pandai dan rajin menabung.
 - Q = Badu anak yang rajin menabung dan pandai.
- ⊙ Tentukan **formula** dan **tabel kebenaran** dari kedua pernyataan di atas?
- ⊙ Perhatikan **urutan nilai** pada tabel kebenarannya!
 - Apakah hasil observasi Anda?

EKUIVALENSI

◉ Ekuivalen secara logis

- Simbol: \equiv
- Dua buah pernyataan A dan B dikatakan ekuivalen jika dan hanya jika $A \leftrightarrow B$ adalah **tautologi**.

◉ Tautologi adalah nilai **True** untuk **semua kombinasi** komponen pembentuk ekspresi logika.

- Bagaimanakah jika hasilnya adalah **False** untuk semua kombinasi?

◉ Pembuktian ekuivalensi:

- Tabel Kebenaran
- Hukum Ekuivalensi

LATIHAN

⊙ Tentukan apakah pasangan formula berikut adalah ekuivalens atau tidak dengan **Tabel Kebenaran**:

- $\neg A \vee B$ dan $\neg(A \wedge \neg B)$
- $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ dan $(A \wedge B) \rightarrow C$



HUKUM DASAR EKUIVALENSI

- ⦿ Merupakan hukum-hukum dasar yang sudah diketahui kevalidannya dan dapat digunakan untuk membuktikan ekuivalensi secara logis dua buah formula.

HUKUM DASAR EKUIVALENSI

- ◉ Dobel Negasi
- ◉ Identitas
- ◉ Tautologi
- ◉ Kontradiksi
- ◉ Idempoten
- ◉ Distributif
- ◉ Absorpsi
- ◉ De Morgan
- ◉ Komutatif
- ◉ Asosiatif
- ◉ Ekuivalensi Implikasi
- ◉ Ekuivalensi Biimplikasi
- ◉ Kontraposisi
- ◉ Eksportasi

HUKUM DASAR EKUIVALENSI

⊙ Hukum Identitas

- $A \wedge T \equiv A$ (Identity of \wedge)
- $A \vee F \equiv A$ (Identity of \vee)

- $A \vee T \equiv T$ (Zero of \vee)
- $A \wedge F \equiv F$ (Zero of \wedge)

⊙ Hukum Idempotensi

- $A \vee A \equiv A$
- $A \wedge A \equiv A$

⊙ Hukum Dobel Negasi

- $\neg\neg A \equiv A$

⊙ Hukum Tautologi dan Kontradiksi

- $A \vee \neg A \equiv T$ (Tautology)
- $A \wedge \neg A \equiv F$ (Law of Contradiction)

HUKUM DASAR EKUIVALENSI

⊙ Hukum Distributif

- $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
- $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

⊙ Hukum De Morgan

- $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$
- $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$

⊙ Hukum Absorption

- $A \wedge (A \vee B) \equiv A$
- $A \vee (A \wedge B) \equiv A$

- $A \wedge (\neg A \vee B) \equiv A \wedge B$
- $A \vee (\neg A \wedge B) \equiv A \vee B$

SIFAT KOMUTATIF

- ◉ Berlaku untuk dua buah variabel proposisional yang **dapat saling berganti tempat tanpa mengubah nilai kebenarannya.**
- ◉ Operator logika yang dapat digunakan: \wedge , \vee , \leftrightarrow
- ◉ Contoh:
 - $(A \wedge B) \equiv (B \wedge A)$
 - $(A \vee B) \equiv (B \vee A)$
 - $(A \leftrightarrow B) \equiv (B \leftrightarrow A)$

SIFAT ASOSIATIF

- ◉ Berlaku untuk **penggunaan operator yang sama** pada suatu ekspresi logika.
 - Pemindahan tanda kurung tidak mengubah nilai kebenarannya.
 - Contoh: $((A \wedge B) \wedge C) \equiv (A \wedge (B \wedge C))$
- ◉ Perhatikan **efisiensi** penggunaan tanda kurung!
 - Contoh: $(A \vee \neg B) \wedge (\neg A \wedge C)$ dapat diringkas menjadi $(A \vee \neg B) \wedge \neg A \wedge C$

HUKUM DASAR EKUIVALENSI

⊙ Hukum Komutatif

- $A \wedge B \equiv B \wedge A$
- $A \vee B \equiv B \vee A$
- $A \leftrightarrow B \equiv B \leftrightarrow A$

⊙ Hukum Asosiatif

- $(A \wedge B) \wedge C \equiv A \wedge (B \wedge C)$
- $(A \vee B) \vee C \equiv A \vee (B \vee C)$
- $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C \equiv A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$

HUKUM DASAR EKUIVALENSI

◉ Ekuivalensi Implikasi

- $(A \rightarrow B) \equiv (\neg A \vee B)$

◉ Ekuivalensi Biimplikasi

- $(A \leftrightarrow B) \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

◉ Kontraposisi

- $(A \rightarrow B) \equiv (\neg B \rightarrow \neg A)$

◉ Eksportasi

- $(A \wedge B) \rightarrow C \equiv A \rightarrow (B \rightarrow C)$



PEMBUKTIAN EKUIVALENSI

- ◉ Terdapat dua teknik utama untuk membuktikan ekuivalensi dari 2 buah formula:

- Kesamaan Formula

- Tautologi Biimplikasi

KESAMAAN FORMULA

- ◉ Pembuktian ekuivalensi antara 2 formula → **mengubah** salah satu atau kedua formula menjadi formula lain yang ekuivalens.
- ◉ Pengubahan formula bisa dilakukan terhadap **sisi kiri dan kanan** secara bergantian dan diubah ke dalam bentuk yang **paling sederhana**.
- ◉ Pengubahan formula didasarkan atas **hukum-hukum dasar ekuivalensi** yang sudah diketahui.

KESAMAAN FORMULA

◉ Contoh: Buktikan kesamaan formula berikut adalah ekuivalens dengan hukum-hukum dasar ekuivalensi:

- $\neg(p \wedge (q \vee r)) \equiv (\neg(p \wedge q) \wedge \neg(p \wedge r))$
- $(p \rightarrow (q \vee r)) \equiv ((p \rightarrow q) \vee r)$
- $(p \rightarrow q) \equiv (q \leftrightarrow q \vee p)$



TAUTOLOGI BIIMPLIKASI

- ⦿ Dua buah formula, misal F dan G, dinyatakan **ekuivalens** jika dan hanya jika **$F \leftrightarrow G$** adalah tautologi.
- ⦿ Dengan kata lain: **$F \leftrightarrow G \equiv T$** .

TAUTOLOGI BIIMPLIKASI

⦿ Contoh: buktikan 2 formula berikut apakah ekuivalens secara logis atau tidak dengan teknik **Tautologi Biimplikasi**:

- $(\neg q \vee r)$ dan $\neg(q \wedge \neg r)$
- $(\neg p \rightarrow q)$ dan $(\neg q \rightarrow p)$

INDIKATOR CAPAIAN

- ◉ Setelah materi ini, Mahasiswa diharapkan dapat:
 - Membuktikan ekuivalensi logis dari dua formula logika menggunakan kesamaan antar formula dengan benar.
 - Membuktikan ekuivalensi logis dari dua formula logika menggunakan tautologi biimplikasi dengan benar.