Assignment1

从聪 201928015029010 计算机应用技术 2019.9.16

Exercise.4(a)

由题非齐次方程可得增广矩阵,并化为行阶梯形式,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 6 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
$$= E_{[A|b]}$$

由上式可知, x₂ 和 x₄ 是自由变量, 将其带入原方程可得

$$x_1 = 1 - 2x_2 - x_4$$

$$x_2 \text{ is "free"}$$

$$x_3 = 2 - x_4$$

$$x_4 \text{ is "free"}$$

由此可得此非齐次线性方程组的通解是:

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 2x_2 - x_4 \\ x_2 \\ 2 - x_4 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Exercise.4(b)

由题非齐次方程可得增广矩阵,并化为行阶梯形式,

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & | & 4 \\ 4 & 2 & 1 & | & 6 \\ 6 & 3 & 1 & | & 8 \\ 8 & 4 & 1 & | & 10 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & | & 4 \\ 0 & 0 & 1 & | & 2 \\ 0 & 0 & 2 & | & 4 \\ 0 & 0 & 3 & | & 6 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & | & 2 \\ 0 & 0 & 1 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} = E_{[A|b]}$$

_

由上式可知, y 是自由变量, 将其带入原方程可得

$$x = \frac{1}{2}(2 - y)$$
$$y \text{ is "free"}$$
$$z = 2$$

由此可得此非齐次线性方程组的通解是:

$$x = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}y \\ y \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$