

# LEPL1203 – APE 3

## Effet Doppler, réflexion et réfraction

*Les solutions de ces exercices sont reprises sur le site moodle de FSAB1203. Ne consultez les solutions qu'après avoir tenté sérieusement de résoudre l'exercice. Sinon, vous n'apprendrez rien d'utile pour le jour de l'examen (et peut-être aussi pour plus tard...)*

### 1 Effet Doppler

Exercices du Young & Freedman :

- 12<sup>ème</sup> édition : 16.43, 16.46, 16.55, 16.79 (les valeurs numériques des solutions sont disponibles pour les questions impaires, p. A9-A21) ;
- 13<sup>ème</sup> édition : 16.45, 16.48, 16.59, 16.79 (les valeurs numériques des solutions sont disponibles pour les questions impaires, p. A9-A21).
- 14<sup>ème</sup> édition : 16.47, 16.48, 16.59, 16.79 (les valeurs numériques des solutions sont disponibles pour les questions impaires, p. A9-A21).

### 2 Polarisation

**Exercice 1.** Considérez une onde plane électromagnétique transversale sinusoïdale se propageant dans la direction  $\vec{1}_z$  (direction des  $z$  croissants), de nombre d'onde  $k = 2\pi/\lambda$ , et de fréquence angulaire  $\omega$ . Le champ électrique  $\vec{E}_1(z, t)$  associé à cette onde est orienté selon la direction  $\vec{1}_y$ , et est d'amplitude  $A$ . Ecrivez une expression mathématique représentant cette onde. Tracez un graphe de la variation du champ électrique en fonction du temps, aux points de l'espace  $(0, 0, 0)$  et  $(1, 4, \lambda/2)$ . Tracez ensuite un schéma du champ électrique à un instant donné dans l'espace (p.ex. quand  $t = 0$ ). Une telle onde est dite polarisée linéairement. Sa direction de polarisation est  $\vec{1}_y$ .

**Exercice 2.** Tracez maintenant un schéma du champ électrique d'une onde de mêmes fréquence, longueur d'onde, phase, et direction de propaga-

tion, mais polarisée linéairement dans la direction  $\vec{1}_x$ , et d'amplitude  $B$  (pour le champ électrique). Ecrivez l'équation mathématique la modélisant.

**Exercice 3.** A présent, tracez une onde identique à ce qui est demandé en 2, mais avec un déphasage de cette nouvelle onde de  $\phi$  par rapport à la précédente. Le champ électrique associé à cette onde est  $\vec{E}_2(z, t)$ . Cette onde est-elle polarisée linéairement ? Quelle est son expression mathématique ?

**Exercice 4.** Considérez maintenant l'onde résultant de la superposition des champs  $\vec{E}_1$  (cfr. 1) et  $\vec{E}_2$  (cfr. 3), soit  $\vec{E}_3(z, t) = \vec{E}_1(z, t) + \vec{E}_2(z, t)$ . Tracez le lieu de l'extrémité du vecteur  $\vec{E}_3$  à un endroit donné de l'espace, parcouru en fonction du temps, pour différentes valeurs de  $\phi$  de 0 à  $2\pi$  par pas de  $\pi/4$ . Prenez  $A = 1$  V/m et  $B = 2$  V/m, p.ex. Tracez ces graphes à la main de manière qualitative. Tracez ensuite un schéma de  $\vec{E}_3(z, 0)$  pour  $\phi = \pi/4$ . Cet état de polarisation est elliptique ; que faut-il faire pour obtenir un état de polarisation circulaire ?

**Exercice 5.** Ecrivez l'expression mathématique du champ électrique d'une onde plane électromagnétique transversale sinusoïdale se propageant vers le bas, de nombre d'onde  $k = 2\pi/\lambda$ , et de fréquence angulaire  $\omega$ . L'onde est polarisée linéairement, et son amplitude est  $A$ . La direction de propagation est située dans le plan  $(\vec{1}_y, \vec{1}_z)$ , et forme un angle de  $30^\circ$  par rapport à l'axe vertical  $(\vec{1}_z)$ . Vous pouvez choisir la direction de polarisation comme bon vous semble.

**Exercice 6.** Même chose, si l'onde est polarisée circulairement.

**Exercice 7 (extrait de l'interrogation de 2004-2005).** Pour chacune des expressions suivantes, indiquez s'il s'agit de l'équation :<sup>1</sup>

- A. d'une onde ;
- B. d'une onde plane ;
- C. d'une onde transverse ;
- D. d'une onde stationnaire ;
- E. d'une onde polarisée linéairement ;
- F. d'une onde polarisée elliptiquement mais non linéairement ;
- G. d'une onde sphérique.

Donnez TOUTES les réponses correctes. Par exemple, si une expression désigne une onde plane transverse polarisée linéairement, indiquez A, B, C et E.

---

1. Ces ondes ne sont pas nécessairement électromagnétiques.

Les symboles  $\vec{1}_x, \vec{1}_y, \vec{1}_z$  désignent les vecteurs d'une base orthonormée,  $t$  le temps,  $\vec{r} = (x, y, z)$  un point de l'espace,  $A, B, C, a, b$ , et  $c$  des constantes réelles non nulles différentes entre elles et dimensionnées correctement, et  $\vec{a}$  est un vecteur dont aucune des composantes n'est nulle.

1.  $\vec{M}(\vec{r}, t) = A.\vec{1}_x \cosh(a.x - b.t)$
2.  $\vec{M}(\vec{r}, t) = A.\vec{1}_x \exp(-((b.t - a.y + b.z)^2)/1, 4)$
3.  $\vec{M}(\vec{r}, t) = A.\vec{1}_x \sin(a.t - b\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$
4.  $M(\vec{r}, t) = \frac{A}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \cdot \sin(a.t - b\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$
5.  $\vec{M}(\vec{r}, t) = A.\vec{1}_x \sin(a.t - b.y) + B.\vec{1}_z \cos(a.t - b.y)$
6.  $\vec{M}(\vec{r}, t) = A.\vec{1}_x \sin(a.t) \cdot \cos(c.z)$
7.  $\vec{M}(\vec{r}, t) = B.\vec{1}_z \sin(c.z + C.t)$

### 3 Réflexion, réfraction

**Exercice 8.** Une onde électromagnétique plane polarisée linéairement se réfléchit sur la surface lisse d'un bloc de polystyrène transparent, d'indice de réfraction 1,5. La direction de polarisation de l'onde incidente est à  $45^\circ$  par rapport au plan d'incidence (c.à.d. le plan contenant la normale à la surface et le vecteur d'onde de l'onde incidente). Dérivez les expressions donnant la direction de polarisation de l'onde transmise et de l'onde réfléchie, mesurée par rapport au plan d'incidence, en fonction de l'angle d'incidence  $\theta_i$  et de l'angle de réfraction  $\theta_t$ . Tracez un graphe donnant les angles entre les directions de polarisation de ces faisceaux et le plan d'incidence, en fonction de l'angle d'incidence  $\theta_i$ .

**Exercice 9 (extrait de l'interrogation de 2003-2004).** Le décor : un lac aux eaux calmes en l'absence de vent, dans la légère pénombre d'un soir tombant. L'air est doux et saturé d'odeurs chaudes et agréables.

Les personnages : ils sont trois : un homme-grenouille muni d'une lampe torche au faisceau directionnel, qui se tient immobile à trois mètres de profondeur sous l'eau du lac. Un pêcheur, Ronny, dans sa barque sur le lac. Et un promeneur, Johnny, dans les collines qui bordent le lac. La vue sur le lac est splendide.

Première sous-question : l'homme-grenouille reconnaît la barque de Ronny, et décide d'envoyer un signal lumineux à son propriétaire pour lui dire bonjour. Il tient sa lampe braquée de façon à ce que le faisceau forme un angle de  $50^\circ$  par rapport à la surface du lac (à ce moment, la lampe se trouve à trois

mètres de profondeur). Le pêcheur Ronny, dont les yeux se situent à un mètre de hauteur par rapport à la surface du lac, reçoit le signal lumineux. Quelle est la distance entre Ronny et l'homme-grenouille (la distance est mesurée parallèlement à la surface du lac), sachant que l'indice de réfraction de l'eau est de 1,33 ?

Seconde sous-question : Ronny et l'homme grenouille ont dérivé ; leurs positions respectives ont changé. Ronny décide alors d'envoyer à son tour un signal lumineux à l'homme-grenouille, pour lui rendre la politesse. Johnny, qui se promène dans les collines à 50 mètres de hauteur par rapport au lac, a la tête tournée vers la scène. Il est dans l'axe du faisceau émis par la lampe de Ronny et réfléchi par le lac, et la lumière réfléchie l'atteint au visage. Cependant, Johnny, qui porte des lunettes de soleil formées de filtres polarisants, ne perçoit pas le faisceau réfléchi. Sachant que la direction de polarisation des lunettes de Johnny est perpendiculaire à la surface du lac, quelle est la distance entre Johnny et Ronny (la distance est mesurée parallèlement à la surface du lac) ?

Faites un dessin pour vous aider dans le raisonnement.

**Exercice 10 (adapté de l'examen de septembre 2004).** Un chimiste souhaite mesurer des concentrations très faibles d'un soluté<sup>2</sup> dans des solutions<sup>3</sup> réalisées à partir d'un solvant<sup>4</sup> donné. Pour ce faire, il fait appel à un physicien, qui lui propose de mesurer les indices de réfraction de la solution et du solvant pur, respectivement  $n_1$  et  $n_0$ . La différence entre ces deux indices,  $\delta = (n_1 - n_0)$ , est en effet proportionnelle à la concentration du soluté dans la solution.

Les valeurs de  $\delta$  à mesurer étant faibles, de l'ordre de  $10^{-6}$ , le physicien propose d'utiliser un réfractomètre différentiel (un réfractomètre différentiel est un appareil mesurant la différence d'indices de réfraction entre deux liquides d'indices très proches). Un des dispositifs proposés fonctionne à l'aide d'un faisceau de lumière monochromatique émise par un laser de longueur d'onde dans le vide  $\lambda$ . Il s'agit d'un réfractomètre à déflexion. Son principe de fonctionnement est simple (voir le schéma ci-dessous qui donne une vue en coupe du système).

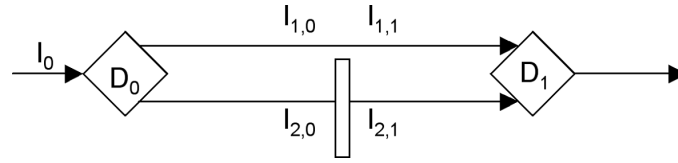
Il s'agit d'un récipient carré en verre, séparé par une paroi diagonale en verre. Le verre est d'épaisseur assez fine pour être négligé. Le côté du carré est  $a$ . Un des compartiments du récipient contient le solvant, l'autre la solution. Le faisceau est défléchi en passant dans la cellule, et atteint un écran situé à

---

2. On donne le nom de soluté à une substance chimique, lorsqu'elle est mise en solution dans un solvant.

3. Une solution est le mélange d'un soluté et d'un solvant.

4. Un solvant est un liquide organique pur.



une distance  $L$  du centre de la cellule. La déflexion  $x$  est mesurée sur l'écran à partir du point où tombe le faisceau quand  $n_1 = n_0$ .

On vous demande :

1. de tracer un schéma décrivant le trajet du faisceau lumineux, et indiquant les principaux angles à prendre en considération ;
2. d'exprimer de manière approchée la déflexion ( $x$ ) en fonction de  $\delta$ ,  $L$ ,  $a$  et  $n_0$ . Cette expression DOIT être une approximation à l'ordre 1 en  $\delta$ , qui est très faible ;
3. d'évaluer la valeur de  $L$  requise pour obtenir une précision absolue de  $10^{-6}$  sur  $\delta$ , sachant que la précision sur la mesure de  $x$  est 1 mm, et que les indices de réfraction sont proches de 1,5 (pour ce calcul, prenez  $a=1$  cm, et  $\lambda=632,8$  nm).

### Exercice 11 (extrait de l'interrogation de 2002-2003 (QCM)).

1. Laquelle parmi les expressions suivantes représente une onde plane monochromatique polarisé elliptiquement, se propageant dans la direction  $\vec{1}_x$  (  $(\vec{1}_x, \vec{1}_y, \vec{1}_z)$  est un repère orthonormé) ?

1.  $3.\vec{1}_y \sin(5x - \omega t)$
2.  $(3.\vec{1}_y + 5.\vec{1}_z) \sin(5x - \omega t)$
3.  $3 \sin(5x - \omega t) \vec{1}_y + 5.\vec{1}_z \sin(5x - \omega t + 1, 2)$
4.  $3 \sin(5x - \omega t) \vec{1}_y + 5.\vec{1}_z \sin(3x - \omega' t)$
5.  $3 \sin(5x - \omega t) \vec{1}_y + 5.\vec{1}_x \cos(5x - \omega t + 1, 2)$
6.  $3 \sin(5z - \omega t) \vec{1}_x + 5.\vec{1}_x \cos(5y - \omega t + 1, 2)$
7. aucune des expressions précédentes ne convient

2. Laquelle parmi les expressions suivantes représente une onde plane électromagnétique polarisée linéairement, de direction de polarisation inclinée à  $45^\circ$  par rapport à  $\vec{1}_y$ , et se propageant dans la direction  $\vec{1}_x$  (  $(\vec{1}_x, \vec{1}_y, \vec{1}_z)$  est un repère orthonormé) ?

1.  $3.\vec{1}_y \sin(5x - \omega t)$
  2.  $(3.\vec{1}_y + 3.\vec{1}_z) \sin(5x - \omega t)$
  3.  $3 \sin(5x - \omega t) \vec{1}_y + 3.\vec{1}_z \sin(5x - \omega t + 1, 2)$
  4.  $3 \sin(5x - \omega t) \vec{1}_y + (45/180)\pi.\vec{1}_z \sin(3x - \omega t)$
  5.  $3 \sin(5x - \omega t) \vec{1}_y + 3.\vec{1}_x \cos(5x - \omega t + 1, 2)$
  6.  $3 \sin(5z - \omega t) \vec{1}_x + 3.\vec{1}_x \cos(5y - \omega t + 1, 2)$
  7. aucune des expressions précédentes ne convient
- 

3. Une onde électromagnétique de polarisation elliptique frappe l'interface entre deux corps, le premier étant d'indice de réfraction inférieur au second. L'angle d'incidence est l'angle de Brewster. Quel sera l'état de polarisation de l'onde réfléchie ?

1. nécessairement elliptique
  2. nécessairement linéaire
  3. nécessairement circulaire
  4. indéterminable sans autres données numériques
  5. la question est sans objet parce qu'il n'y a pas d'onde réfléchie
- 

4. Une onde électromagnétique de polarisation linéaire frappe l'interface entre deux corps, le premier étant d'indice de réfraction double par rapport au second. L'angle d'incidence est de  $45^\circ$ . Si  $A$  est l'amplitude du champ incident, laquelle parmi les propositions suivantes est-elle correcte ?

1. l'amplitude de l'onde transmise est proche de  $A$
  2. l'amplitude de l'onde transmise est nulle
  3. l'amplitude de l'onde transmise est proche de  $A/2$
  4. l'amplitude de l'onde transmise est indéterminable
  5. l'amplitude de l'onde réfléchie est nulle
  6. l'amplitude de l'onde réfléchie est indéterminable
- 

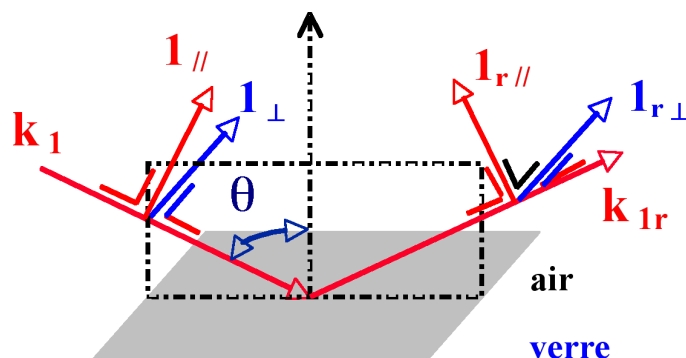
**Exercice 12 (extrait de l'interrogation de 2004-2005).** Un laser envoie un faisceau directionnel de lumière sur la surface d'un bloc de verre (supposé infiniment épais) d'indice de réfraction 1,5. L'angle d'incidence est

de  $56,31^\circ$ . La lumière est une onde sinusoïdale polarisée linéairement, avec la direction de polarisation orientée parallèlement à la surface du verre. L'intensité moyenne du laser est de  $1 \text{ W/m}^2$ . Quelle est l'intensité du faisceau réfléchi ? <sup>5</sup>

**Exercice 13 (extrait de l'interrogation de 2001-2002)** Un faisceau lumineux (onde plane électromagnétique) se propageant dans l'air frappe une lame épaisse de verre sous un angle d'incidence de  $74,4^\circ$ . Le champ électrique associé à l'onde incidente s'écrit, dans le repère orthonormé  $(\vec{1}_\perp, \vec{1}_\parallel)$  (voir le dessin ci-dessous) :

$$\vec{E} = \vec{1}_\perp \cdot \sin(\vec{k}_1 \vec{r} - \omega t) + \vec{1}_\parallel \cdot 2 \cos(\vec{k}_1 \vec{r} - \omega t)$$

où  $\vec{k}_1$  est le vecteur d'onde associé à l'onde incidente. Les vecteurs  $\vec{1}_\parallel$  et  $\vec{1}_\perp$  sont tous deux perpendiculaires au vecteur d'onde de l'onde incidente, et respectivement parallèle et perpendiculaire au plan d'incidence. La longueur d'onde dans l'air est de  $3.10^{-7} \text{ m}$  ; l'indice de réfraction du verre ( $n$ ) est de 1,5 à cette longueur d'onde.



1. Donnez les fréquences, longueurs d'onde et vitesses de l'onde, dans le vide et dans le verre.
2. Quelle est la polarisation de l'onde incidente ?
3. Donnez une expression (avec une évaluation numérique des amplitudes pertinentes) pour le champ électrique réfléchi, dans le repère orthonormé  $(\vec{1}_{r\perp}, \vec{1}_{r\parallel})$  (défini sur le schéma ci-dessus). Les vecteurs  $\vec{1}_{r\parallel}$  et  $\vec{1}_{r\perp}$  sont tous deux perpendiculaires au vecteur d'onde de l'onde réfléchie, et respectivement parallèle et perpendiculaire au plan d'incidence.

5. Sachant que l'intensité est proportionnelle au carré de l'amplitude du champ électrique (comme vous le verrez plus tard) — Cette remarque ne figurait évidemment pas dans la question originale...

4. Quelle est la polarisation de l'onde réfléchie ?
5. A partir de ce faisceau lumineux et de cette lame de verre, pourrait-on obtenir une onde réfléchie polarisée linéairement parallèlement au plan d'incidence, et si oui, pour quelle valeur de l'angle d'incidence ?
6. A partir de ce faisceau lumineux et de cette lame de verre, pourrait-on obtenir une onde réfléchie polarisée linéairement perpendiculairement au plan d'incidence, et si oui, pour quelle valeur de l'angle d'incidence ?

**Exercice 14 (extrait de l'examen de juin 2010)** Un cristal biréfringent mince d'épaisseur  $d$  est utilisé pour modifier l'état de polarisation d'une onde lumineuse de 500 nm de longueur d'onde dans le vide.

Le fonctionnement de ce dispositif est le suivant : lorsqu'une onde l'atteint perpendiculairement à ses grandes faces, tout se passe *comme si* le champ était décomposé en deux composantes parallèles chacune à un des axes optiques du cristal. Ces deux composantes se propagent indépendamment dans le cristal avec leurs propres vitesses, et se recombinent à la sortie pour former l'onde transmise. Le cristal est coupé pour avoir deux axes optiques dans le plan du dispositif, et les axes optiques sont perpendiculaires. Les indices de réfraction associés aux deux axes optiques sont, respectivement,  $n_1 = 1,4475$  et  $n_2 = 1,4525$ . Le cristal est placé dans le vide.

1. Quelle épaisseur doit avoir la lame cristalline pour qu'une onde incidente polarisée linéairement à  $45^\circ$  par rapport aux axes optiques en émerge polarisée circulairement ? L'angle d'incidence est de  $0^\circ$ .
2. Dans ces conditions, quel sera l'état de polarisation de l'onde émergente si l'onde incidente est polarisée linéairement à  $30^\circ$  par rapport à un des axes optiques ? (on vous demande simplement de donner le type de polarisation, pas une équation complète, mais en justifiant votre réponse) ;
3. Quelle est la proportion d'énergie réfléchie par la face avant lorsque l'onde incidente l'atteint ? (pour ce calcul, utilisez simplement un indice de réfraction moyen, et toujours un angle d'incidence de  $0^\circ$ ).

## 4 Autres exercices d'intérêt

Les exercices suivants de Young & Freedman :

- 12<sup>ème</sup> édition : 15.6-15.13, 15.49-15.51, 15.59, 15.62 ; 33.3-33.12, 33.19-33.21, 33.27-33.29 ; 33.44-33.50 ; 33.55 (les valeurs numériques des solutions sont disponibles pour les questions impaires, p. A9-A21) ;



- 13<sup>ème</sup> édition : 15.7-15.14, 15.51-15.53, -, 15.68 ; 33.3-33.12, 33.19-33.21, 33.31-33.33 ; 33.46-33.51 ; 33.55 (les valeurs numériques des solutions sont disponibles pour les questions impaires, p. A9-A21).