

BI-DML.21 zkoušková písemka

18. 1. 2023 (6. termín)

Příklad 1. (7b) Pro množiny A, B z univerza \mathcal{U} definujte následující pojmy:

1. A je podmnožina B ,
2. A je rovna B ,
3. A je vlastní podmnožina B

Dále nalezněte množiny A, B takové, že A je vlastní podmnožinou B a zároveň mají tyto množiny stejnou mohutnost, nebo ukažte, že takové množiny neexistují.

Příklad 2. (7b) Pomocí pravdivostního ohodnocení definuje pojem logický důsledek. Dále nalezněte formule U, V, W obsahující stejné prvotní formule tak, aby platilo, že formule U je logickým důsledkem formule $(V \Rightarrow W)$.

Příklad 3. (14b) Pomocí principu inkluze a exkluze odvoďte vzorec pro derangements t.j. vzorec pro počet permutací n -prvkové množiny, které nezanechávají žádný prvek na svém místě.

Příklad 4. (13b) Pro která $n \in \mathbb{N}$ platí $n(n+1) < 2^n$? Dokažte matematickou indukcí.

Příklad 5. (13b) Nalezněte všechna řešení $x \in \mathbb{Z}$ soustavy

$$56789^{4321}x \equiv 1 \pmod{99}$$

$$31x \equiv 1 \pmod{113}$$

$$x \equiv 1 \pmod{17}$$