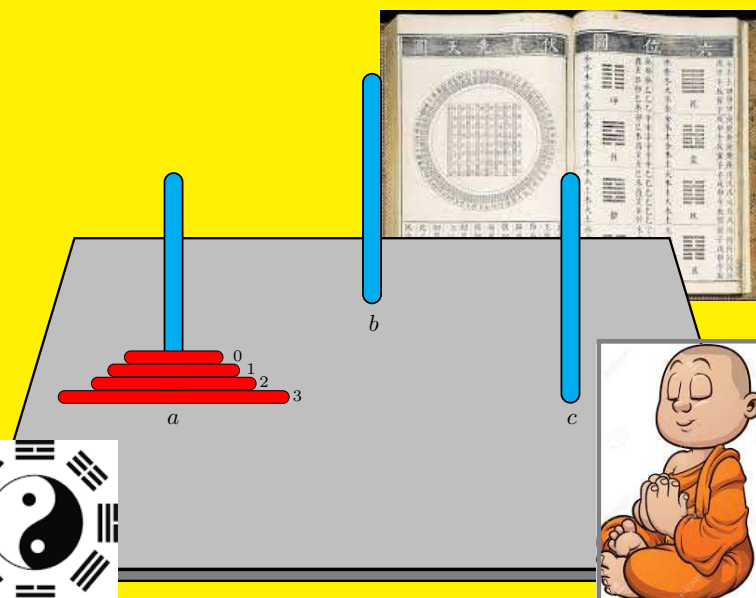


Dois Desafios aos Estudantes de Matemática, Engenharia e Computação

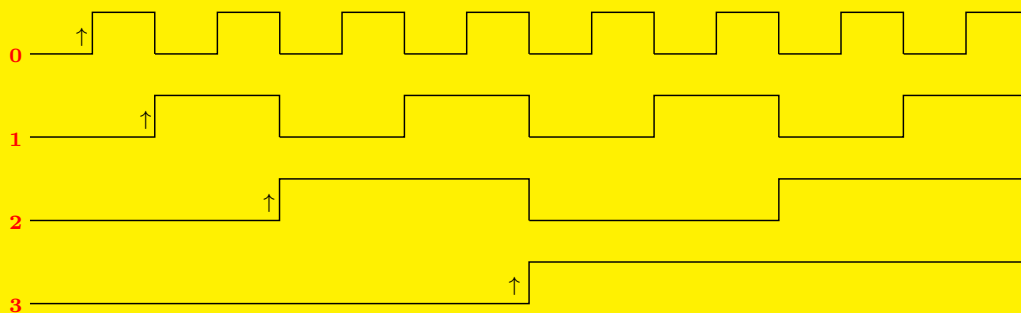
Torre de Hanói e Representação Binária

O número mínimo de movimentos na torre de hanói com n discos é $2^n - 1$. Desenvolva na base binária os inteiros $0, 1, 2, \dots, 2^n - 1$. Apenas para fixar ideias, considere $n = 4$, como na figura abaixo. Numere as colunas desta matriz como $0, 1, 2, 3$; assim como os discos, a partir do menor (topo).

	2^0	2^1	2^2	2^3
0	0	0	0	0
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	1	1	0	0
4	0	0	1	0
5	1	0	1	0
6	0	1	1	0
7	1	1	1	0
8	0	0	0	1
9	1	0	0	1
10	0	1	0	1
11	1	1	0	1
12	0	0	1	1
13	1	0	1	1
14	0	1	1	1
15	1	1	1	1



Cada **coluna** desta matriz corresponde aos movimentos do respectivo disco. A “matriz binária” fornece um algoritmo para vencer na torre de hanói: Considere que os discos são “ativados”(transferidos) na transição $0 \rightarrow 1$ (olhe para cada coluna), veja:



Desafio-1: Prove que este algoritmo funciona para um número qualquer de discos.

Desafio-2: Considere que a , b e c denotam as três hastes, como na figura. Prove que a sequência de movimentos $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow a$ para o menor disco sempre vence.