

BÀI TẬP GIẢI TÍCH 1

Năm học 2025 - 2026

CHƯƠNG 1: GIỚI HẠN VÀ LIÊN TỤC

PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Tính giới hạn

- 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 5} - x)$
- 2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 5x - 1} - \sqrt{x^2 + 3x + 3})$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1 - \sqrt{x}} - \frac{2}{1 - \sqrt[3]{x}} \right)$
- 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} \right)$
- 6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x}}}{\sqrt{x+1}}$
- 7) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \cos \frac{1}{x} \right)$
- 8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x^2} - \cos x}{x^2}$
- 9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5} - \sqrt{4 + \cos x}}{x^2}$
- 10) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x - x^2}{x - 2}$
- 11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1 + x^2}{x \tan x}$
- 12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{\sqrt{1+2x} - 1}$
- 13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sqrt[4]{1+4x^2} - 1}$
- 14) $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{\ln(1 + x \sin x)}$
- 15) $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x} \cdot \sqrt{\cos 2x}}{\sin^2 x}$
- 16) $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \tan \frac{\pi x}{2}$
- 17) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x+2} \right)^{4x}$
- 18) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2+1}{3x^2+5} \right)^{2x^2+x}$
- 19) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+1}{2x^2-5} \right)^{x^2}$
- 20) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^{3x}$
- 21) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 + \sin \pi x)^{\cot \pi x}$
- 22) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x^2)^{\cot^2 x}$
- 23) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt[3]{\cos \sqrt{x}}$

Bài 2. Vô cùng bé, vô cùng lớn

- 1) So sánh các VCB sau:
 - (a) $f(x) = 1 - \cos 2x$ và $g(x) = x$ khi $x \rightarrow 0$.
 - (b) $f(x) = \ln(1 + \sin x)$ và $g(x) = 2x$ khi $x \rightarrow 0$.
 - (c) $f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ và $g(x) = x^2$ khi $x \rightarrow 0$.
 - (d) $f(x) = x - 1$ và $g(x) = \cot \frac{\pi x}{2}$ khi $x \rightarrow 1$.
 - (e) $f(x) = 1 - \cos^2 x$ và $g(x) = \ln(1 + x^2)$ khi $x \rightarrow 0$.

(f) $f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ và $g(x) = \sin x$ khi $x \rightarrow 0$.

(g) $f(x) = \cos \frac{2}{x} - \cos \frac{1}{x}$ và $g(x) = \frac{1}{x}$ khi $x \rightarrow \infty$.

(h) $f(x) = x \cdot \cos \frac{1}{x}$ và $g(x) = x$ khi $x \rightarrow 0$.

2) So sánh các VCL $f(x) = e^x + e^{-x}$, $g(x) = e^x - e^{-x}$ khi

(a) $x \rightarrow +\infty$.

(b) $x \rightarrow -\infty$.

3) Tìm phần chính dạng Cx^α khi $x \rightarrow 0$ của VCB:

(a) $f(x) = \sqrt{1-2x} - 1 + x$.

(c) $f(x) = e^{x^2} - \cos x$.

(b) $f(x) = \tan x - \sin x$.

(d) $f(x) = \sqrt{3} - \sqrt{2 + \cos x}$.

Bài 3. Xét tính liên tục

1) $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{e^{2x} - e^{-x}} & \text{với } x \neq 0 \\ a & \text{với } x = 0 \end{cases}$

4) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} & \text{nếu } x > 0 \\ a + 2\cos x & \text{nếu } x \leq 0 \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ a & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$

5) $f(x) = \begin{cases} (x^2-1)\sin \frac{\pi}{x-1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ a & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$

3) $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{x} & \text{nếu } x > 0 \\ a & \text{nếu } x \leq 0 \end{cases}$

6) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{1+2x}-1}{x} & \text{nếu } x > 0 \\ a + x^2 & \text{nếu } x \leq 0 \end{cases}$

PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x-1}{x^2-1} \right)^{x+1}$

(A) 1.

(B) 2.

(C) 0.

(D) $\frac{1}{4}$.

Câu 2. Tìm các giới hạn $L_1 = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x}}}$ và $L_2 = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x}}}$

(A) $L_1 = \frac{3}{2}$ và $L_2 = \frac{1}{3}$. (B) $L_1 = 0$ và $L_2 = 1$. (C) $L_1 = \frac{1}{2}$ và $L_2 = 1$. (D) $L_1 = 1$ và $L_2 = \frac{1}{2}$.

Câu 3. Tìm các giới hạn $L_1 = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x}}} + \frac{\sin x}{x} \right)$ và $L_2 = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x}}} + \frac{\sin x}{x} \right)$

(A) $L_1 = -\infty$, $L_2 = 2$. (B) $L_1 = 2$, $L_2 = +\infty$. (C) $L_1 = 1$, $L_2 = 2$. (D) $L_1 = 2$, $L_2 = 1$.

Câu 4. Tìm các giới hạn $L_1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1+2^x}{2+3^x} + \frac{\sin x}{x} \right)$ và $L_2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1+2^x}{2+3^x} + \frac{\sin x}{x} \right)$

(A) $L_1 = \frac{1}{2}$, $L_2 = 0$. (B) $L_1 = \frac{3}{2}$, $L_2 = \frac{1}{3}$. (C) $L_1 = 0$, $L_2 = 1$. (D) $L_1 = 0$, $L_2 = \frac{1}{2}$.

Câu 5. Tìm các giới hạn $L_1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1+7^x}{2+5^x} + x \sin \frac{1}{x} \right)$ và $L_2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1+7^x}{2+5^x} + x \sin \frac{1}{x} \right)$

(A) $L_1 = \frac{1}{2}, L_2 = 0.$

(B) $L_1 = +\infty, L_2 = \frac{3}{2}.$

(C) $L_1 = \frac{3}{2}, L_2 = +\infty.$

(D) $L_1 = 1, L_2 = \frac{1}{2}.$

Câu 6. Tìm các giới hạn $L_1 = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + e^{\frac{1}{x}} + x \arctan \frac{1}{x} \right)$ và $L_2 = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(1 + e^{\frac{1}{x}} + x \arctan \frac{1}{x} \right)$

(A) $L_1 = \frac{1}{2}, L_2 = 0.$

(B) $L_1 = +\infty, L_2 = \frac{3}{2}.$

(C) $L_1 = 1, L_2 = +\infty.$

(D) $L_1 = +\infty, L_2 = 1.$

Câu 7. Tìm các giới hạn $L_1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - 2x})$ và $L_2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt{x^2 - 2x})$

(A) $L_1 = \frac{1}{2}, L_2 = 0.$

(B) $L_1 = +\infty, L_2 = \frac{3}{2}.$

(C) $L_1 = 1, L_2 = -\infty.$

(D) $L_1 = 1, L_2 = \frac{1}{2}.$

Câu 8. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{1-x^3} + x)$

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) $+\infty.$

Câu 9. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3 + 3x} - \sqrt{x^2 - 2x})$

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 0.

Câu 10. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 4x + 5} \right)^x$

(A) $e^3.$

(B) $e^4.$

(C) 1.

(D) $e^{-6}.$

Câu 11. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$

(A) $e^3.$

(B) $e^4.$

(C) $e.$

(D) $\sqrt[4]{e}.$

Câu 12. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\cot^2 x}$

(A) $e^{-6}.$

(B) $\frac{1}{\sqrt{e}}.$

(C) $e^4.$

(D) $\sqrt[4]{e}.$

Câu 13. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\frac{2}{x^2}}$

(A) $e^{-9}.$

(B) $\frac{1}{\sqrt{e}}.$

(C) $e^4.$

(D) $\sqrt[4]{e}.$

Câu 14. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin x)^{\cot x}$

(A) $e^{-9}.$

(B) $\frac{1}{\sqrt{e}}.$

(C) $e.$

(D) $\sqrt[4]{e}.$

Câu 15. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 1}{(x-1)^2}$

(A) 1.

(B) $\frac{1}{9}.$

(C) 3.

(D) $\frac{3}{2}.$

Câu 16. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(m + e^x)}{x}, m > 0$

(A) $m.$

(B) $2m.$

(C) $-m.$

(D) 0.

Câu 17. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \tan^4 x)}{x^2 \sin^2 x}$

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) $+\infty$.

Câu 18. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 4^x}{x^2 + x}$

- (A) $\ln \frac{5}{4}$. (B) $\ln \frac{4}{5}$. (C) $\ln 5$. (D) $\frac{3}{2}$.

Câu 19. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(e^{\frac{1}{x}} - e^{\frac{1}{x-1}} \right)$

- (A) 1. (B) -1. (C) 2. (D) 0.

Câu 20. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{1 + e^{\frac{1}{x}}} - \frac{x}{2} \right)$.

- (A) 1. (B) 2. (C) $-\frac{1}{4}$. (D) $\frac{1}{4}$.

Câu 21. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}$.

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) $\frac{3}{2}$.

Câu 22. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(m + e^x)}{x}$, $m > 0$.

- (A) m . (B) 1. (C) $-m$. (D) 0.

Câu 23. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1 - \sqrt{x})(1 - \sqrt[3]{x}) \cdots (1 - \sqrt[n]{x})}{(x - 1)^{n-1}}$, $n \geq 2$.

- (A) $\frac{(-1)^{n-1}}{n!}$. (B) $\frac{(-1)^n}{n!}$. (C) $\frac{(-1)^{n+1}}{n!}$. (D) $\frac{1}{n!}$.

Câu 24. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{mx} - 1}{x \ln x}$.

- (A) $2m$. (B) m . (C) $-m$. (D) $m + 1$.

Câu 25. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 5x + \sin^2 x}{4x + \arcsin^2 x + x^2}$.

- (A) 1. (B) 2. (C) -1. (D) 0.

Câu 26. Cho $f(x) = 1 - \cos x + \ln(1 + \arctan^2 x) + \arcsin^2 x$. Khi $x \rightarrow 0$ thì

- (A) $f(x) \sim x$. (B) $f(x) \sim \frac{3x^2}{2}$. (C) $f(x) \sim \frac{5x^2}{2}$. (D) $f(x) \sim -\frac{x^2}{2}$.

Câu 27. Cho $f(x) = \ln(1 + \tan 3x) + (\sqrt{1 + 2 \sin x} - 1)(\arcsin 2x + x^2)$. Khi $x \rightarrow 0$ thì

- (A) $f(x) \sim 3x$. (B) $f(x) \sim \frac{3x^2}{2}$. (C) $f(x) \sim \frac{5x^2}{2}$. (D) $f(x) \sim -\frac{x^2}{2}$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định bởi phương trình tham số $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = \frac{t^2}{2} \end{cases}$ Khi $x \rightarrow 0$ thì

- (A) $f(x) \sim -\frac{x^2}{2}$. (B) $f(x) \sim \frac{x^2}{2}$. (C) $f(x) \sim \frac{3x^2}{2}$. (D) $f(x) \sim \frac{5x^2}{2}$.

Câu 29. Cho $f(x) = 1 - \cos 2x + \ln(1 + \tan^2 2x) + 2 \arcsin x$. Khi $x \rightarrow 0$ thì

- (A) $f(x) \sim 2x$. (B) $f(x) \sim \frac{3x^2}{2}$. (C) $f(x) \sim \frac{5x^2}{2}$. (D) $f(x) \sim -\frac{x^2}{2}$.

Câu 30. Cho $f(x) = \ln(1+x^2) + (\sqrt{1+2x} - 1)(\arcsin 2x + x^2)$. Khi $x \rightarrow 0$ thì

- Ⓐ $f(x) \sim 3x$. Ⓑ $f(x) \sim \frac{3x^2}{2}$. Ⓒ $f(x) \sim \frac{5x^2}{2}$. Ⓓ $f(x) \sim -\frac{x^2}{2}$.

Câu 31. Xác định m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{nếu } x \neq 0 \\ m, & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

- Ⓐ $m = 1$. Ⓑ $m = 2$. Ⓒ $m = 3$. Ⓓ $m = 0$.

Câu 32. Xác định m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x}{x}, & \text{nếu } x \neq 0 \\ 1 + 2m, & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

- Ⓐ $m = 1$. Ⓑ $m = 2$. Ⓒ $m = 3$. Ⓓ Không tồn tại m .

Câu 33. Xác định m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{(x-1)^2}, & \text{nếu } x < 1 \\ \frac{x^2 + 3x + m}{x^2 + 1}, & \text{nếu } x \geq 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$.

- Ⓐ $m = 1$. Ⓑ $m = 2$. Ⓒ $m = \pi - 4$. Ⓓ $m = -\pi - 4$.

Câu 34. Xác định m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x \sin x + 2 \tan^2 x}{x^2}, & \text{nếu } x < 0 \\ \cos^2 x + 2m, & \text{nếu } x \geq 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

- Ⓐ $m = 0$. Ⓑ $m = 1$. Ⓒ $m = 2$. Ⓓ $m = 3$.

Câu 35. Xác định m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x \arcsin x}{\ln(1+x^2)}, & \text{nếu } x \in (-1; 1) \setminus \{0\} \\ 1 + 3m, & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

- Ⓐ $m = 0$. Ⓑ $m = 1$. Ⓒ $m = 2$. Ⓓ $m = 3$.

Câu 36. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{x-2}, & \text{nếu } x \neq 2 \\ 1 + 2m, & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

- Ⓐ $m = 1$. Ⓑ $m = 2$. Ⓒ $m = 3$. Ⓓ Không tồn tại m .

Câu 37. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+\tan^4 x)}{x \sin x}, & \text{nếu } x \in (-1; 1) \setminus \{0\} \\ m, & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

- Ⓐ $m = 1$. Ⓑ $m = 2$. Ⓒ $m = 0$. Ⓓ Không tồn tại m .

Câu 38. Tìm m để $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1} - \cos x}{x}, & \text{nếu } x \in \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{0\} \\ m, & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

- Ⓐ $m = 0$. Ⓑ $m = 1$. Ⓒ $m = 2$. Ⓓ Không tồn tại m .

CHƯƠNG 2: ĐẠO HÀM VÀ VI PHÂN

PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Tính đạo hàm

1) Tính đạo hàm của các hàm số sau:

(a) $y(x) = x|x|.$

(b) $y(x) = |(x-1)^2(x+1)|.$

(c) $y(x) = |(x+1)^2(x+2)^3|.$

(d) $f(x) = \begin{cases} x(x+1)^2 & \text{với } x \geq 0, \\ -x(x+1)^2 & \text{với } x < 0. \end{cases}$

(e) $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{với } x < 0, \\ 1+x & \text{với } x \geq 0. \end{cases}$

(f) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{nếu } x < 2 \\ 2x - 4 & \text{nếu } x \geq 2 \end{cases}$

(g) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{với } x \leq 2, \\ 9 - 2x & \text{với } x > 2. \end{cases}$

(h) $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3x & \text{nếu } x \leq 0, \\ \ln(1+x) - x & \text{nếu } x > 0. \end{cases}$

(i) $f(x) = \begin{cases} 2^x - 1 & \text{nếu } x \leq 0, \\ \ln(1+x) & \text{nếu } x > 0. \end{cases}$

(j) $f(x) = \begin{cases} \arctan x - x & \text{nếu } x < 0, \\ x^2 + 2x & \text{nếu } x \geq 0. \end{cases}$

(k) $f(x) = \begin{cases} \arctan x & \text{với } x \geq 0 \\ x^2 + x & \text{với } x < 0 \end{cases}$

2) Tính $y'(0)$ bằng định nghĩa. Biết:

$$y = x(x-1)(x-2)\dots(x-2020)(x-2021)$$

3) Tính $f'_+(0), f'_-(0)$ của: $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{1/x}} & \text{nếu } x \neq 0 \\ 0 & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$

4) Tính $y'(x), y''(x)$ của hàm số cho dưới dạng tham số:

(a) $\begin{cases} x = e^t \cos 2t \\ y = e^t \sin 2t \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$

(e) $\begin{cases} x = t + e^t \\ y = t^2 + 2t^3 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$

(d) $\begin{cases} x = 2e^t \cos t \\ y = 3e^t \sin t \end{cases}$

Bài 2. Xét tính khả vi

1) $y = (x + 2)|x - 1|$.

2) $f(x) = \begin{cases} 1 - \cos x & \text{nếu } x \leq 0 \\ \ln(1 + x) & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$

3) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{nếu } x \leq 0 \\ \ln(1 + x) - x & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$

4) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{2} & \text{nếu } x > 0 \\ 0 & \text{nếu } x \leq 0 \end{cases}$

5) $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{4}(x+1)^2 & \text{nếu } x \geq 1 \\ x-1 & \text{nếu } x < 1 \end{cases}$

6) Xét tính khả vi tại $x = 1$ của hàm số:

$$y(x) = \begin{cases} x^2 e^{1-x^2} & \text{nếu } x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{nếu } x > 1 \end{cases}$$

7) Xét tính khả vi tại $x = 0$ của hàm số:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \arctan \frac{1}{x} & \text{nếu } x \neq 0 \\ 0 & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$$

8) Tìm a, b để hàm số sau khả vi trên \mathbb{R}

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 4 & \text{nếu } x < 2 \\ ax + b & \text{nếu } x \geq 2 \end{cases}$$

Bài 3. Đạo hàm cấp cao

1) Tính đạo hàm cấp n của hàm số

(a) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+5x+6}$.

(b) $f(x) = \frac{12x+7}{6x^2+7x+2}$.

(c) $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$.

(d) $f(x) = \ln \sqrt[3]{1-4x}$.

(e) $f(x) = \cos^4 x + \sin^4 x$.

(f) $f(x) = e^{2x}(3x+5)$.

(g) $f(x) = (2x+1)\sin x$.

2) Cho hàm số $f(x) = \ln(1-3x)$. Tính $f^{(n)}(0)$.

3) Cho $y = \frac{x^4}{2-x}$. Tính d^4y .

Bài 4. Áp dụng quy tắc L'Hospital, tính giới hạn

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{x^2}$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x \cdot \sin x}$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \arctan(1+x) - \pi}{x}$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - x}{x^3}$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1 - 2x}{2x^2}$.

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - e^x}{x^2}$.

7) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^3 x}{x}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{1/x^2}$

9) $\lim_{x \rightarrow 0+} (\sin x)^{\tan 2x}$

10) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\pi - 2 \arctan x)$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\sqrt{1+2x} - e^x}$

12) $\lim_{x \rightarrow 0+} x^2 \ln x$

13) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{\pi}{4} - \arctan \frac{x}{x+1} \right)$

16) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} \right)^{\sin x}$

14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt[5]{1+5x} - (1+x)}$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} \right)$

15) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2017}}{e^x}$

PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = \ln(x^2 + e)$ tại điểm có hoành độ $x = 0$.

(A) $y = 0$.

(B) $y = 1$.

(C) $y = x + 1$.

(D) $y = x - 1$.

Câu 2. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^x}{\sin x}$.

(A) $f'(x) = \frac{e^x(\sin x - \cos x)}{\sin^2 x}$.

(B) $f'(x) = \frac{e^x(\sin x + \cos x)}{\sin^2 x}$.

(C) $f'(x) = \frac{e^x(-\sin x + \cos x)}{\sin^2 x}$.

(D) $f'(x) = \frac{e^x}{\cos x}$.

Câu 3. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = (1+x)^x$, $x > 1$.

(A) $f'(x) = (1+x)^x \left[\ln(1+x) + \frac{x}{x+1} \right]$.

(B) $f'(x) = (1+x)^x \left[\ln(1+x) - \frac{x}{x+1} \right]$.

(C) $f'(x) = \ln(1+x) + \frac{x}{x+1}$.

(D) $f'(x) = \ln(1+x) - \frac{x}{x+1}$.

Câu 4. Tính đạo hàm cấp n của hàm số $y = e^{-3x}$.

(A) $y^{(n)}(x) = (-3)^n e^{3x}$.

(B) $y^{(n)}(x) = (-3)^{n+1} e^{-3x}$.

(C) $y^{(n)}(x) = (-3)^{n-1} e^{-3x}$.

(D) $y^{(n)}(x) = (-3)^n e^{-3x}$.

Câu 5. Tính đạo hàm cấp n của hàm số $f(x) = \ln|x+2|$.

(A) $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n n!}{(x+2)^n}$.

(B) $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n (n-1)!}{(x+2)^n}$.

(C) $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{(x+2)^n}$.

(D) $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n-1} (n+1)!}{(x+2)^n}$.

Câu 6. Tính đạo hàm cấp n của hàm số $f(x) = \ln|x^2 - 3x + 2|$.

(A) $f^{(n)}(x) = (-1)^n (n-1)! \left[\frac{1}{(x-1)^n} + \frac{1}{(x-2)^n} \right]$.

(B) $f^{(n)}(x) = (-1)^{n-1} (n-1)! \left[\frac{1}{(x-1)^n} + \frac{1}{(x-2)^n} \right]$.

(C) $f^{(n)}(x) = (-1)^{n-1} (n+1)! \left[\frac{1}{(x-1)^n} + \frac{1}{(x-2)^n} \right]$.

(D) $f^{(n)}(x) = (-1)^{n-1} n! \left[\frac{1}{(x-1)^n} + \frac{1}{(x-2)^n} \right]$.

Câu 7. Tính $y' = \frac{dy}{dx}$ của hàm số $y = y(x)$ cho bởi phương trình tham số $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin^2 t, \end{cases} t \in (0; \pi)$.

(A) $y' = 2 \sin t$.

(B) $y' = 2 \sin t \cos t$.

(C) $y' = 2x$.

(D) $y' = -2x$.

Câu 8. Tính $y' \left(\frac{\pi}{3} \right) = \frac{dy}{dx} \Big|_{x=\frac{\pi}{3}}$ của hàm $y = y(x)$ cho bởi phương trình tham số $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = \frac{t^2}{2}. \end{cases}$

Ⓐ $y' \left(\frac{\pi}{3} \right) = 4\sqrt{3}$. Ⓑ $y' \left(\frac{\pi}{3} \right) = 2\sqrt{3}$. Ⓒ $y' \left(\frac{\pi}{3} \right) = 3\sqrt{3}$. Ⓓ $y' \left(\frac{\pi}{3} \right) = 0$.

Câu 9. Tính $y' = \frac{dy}{dx}$ của hàm $y = y(x)$ cho bởi phương trình tham số $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = \ln t, \end{cases}$ với $t > 0$.

Ⓐ $y'(x) = \frac{t}{1+t^2}$. Ⓑ $y'(x) = -\frac{1+t^2}{t}$. Ⓒ $y'(x) = \frac{1+t^2}{t}$. Ⓓ $y'(x) = -\frac{t}{1+t^2}$.

Câu 10. Tính $y' \left(\frac{\pi}{4} \right) = \frac{dy}{dx} \Big|_{x=\frac{\pi}{4}}$ của hàm $y = y(x)$ cho bởi phương trình tham số $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = \ln t. \end{cases}$

Ⓐ $y' \left(\frac{\pi}{4} \right) = 1$. Ⓑ $y' \left(\frac{\pi}{4} \right) = 2$. Ⓒ $y' \left(\frac{\pi}{4} \right) = 3$. Ⓓ $y' \left(\frac{\pi}{4} \right) = 4$.

Câu 11. Tính vi phân của hàm $y = (3x)^x$.

Ⓐ $dy = (3x)^x (\ln 3x + 3) dx$. Ⓑ $dy = (\ln 3x + 1) dx$.
Ⓒ $dy = (3x)^x (\ln 3x + 1) dx$. Ⓓ $dy = (\ln 3x + 3) dx$.

Câu 12. Tính vi phân dy của hàm $y = \arctan \left(\frac{\ln x}{3} \right)$.

Ⓐ $dy = -\frac{3}{x(9 + \ln^2 x)} dx$. Ⓑ $dy = \frac{3}{x(1 + \ln^2 x)} dx$.
Ⓒ $dy = \frac{1}{x(9 + \ln^2 x)} dx$. Ⓓ $dy = \frac{3}{x(9 + \ln^2 x)} dx$.

Câu 13. Tính vi phân cấp 2 của hàm $y = \ln(1 + x^2)$.

Ⓐ $d^2y = \frac{2x^2 - 2}{(1 + x^2)^2} dx^2$. Ⓑ $d^2y = \frac{2x^2 + 2}{(1 + x^2)^2} dx^2$.
Ⓒ $d^2y = \frac{2 - 2x^2}{(1 + x^2)^2} dx^2$. Ⓓ $d^2y = -\frac{2x^2 + 2}{(1 + x^2)^2} dx^2$.

Câu 14. Tính vi phân cấp 2 của hàm $y = \arctan(x^2)$.

Ⓐ $d^2y = \frac{2 + 6x^4}{(1 + x^4)^2} dx^2$. Ⓑ $d^2y = \frac{2 - 6x^4}{(1 + x^4)^2} dx^2$.
Ⓒ $d^2y = \frac{6x^4 - 2}{(1 + x^4)^2} dx^2$. Ⓓ $d^2y = -\frac{2 + 6x^4}{(1 + x^4)^2} dx^2$.

Câu 15. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[2024]{x} - 1}{\sqrt[2025]{x} - 1}$

Ⓐ $\frac{2024}{2025}$. Ⓑ $\frac{2025}{2024}$. Ⓒ 0. Ⓓ $+\infty$.

Câu 16. Xác định m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - 2x - 1}{\sin^2 x}, & \text{nếu } x \in (-1; 1) \setminus \{0\} \\ 3m - 1, & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

Ⓐ $m = 1$. Ⓑ $m = 2$. Ⓒ $m = 3$. Ⓓ $m = 0$.

Câu 17. Xác định m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-2x} + e^{2x} - 2}{2x^2}, & \text{nếu } x \neq 0 \\ 2m, & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

Ⓐ $m = 0$. Ⓑ $m = 2$. Ⓒ $m = 3$. Ⓓ $m = 1$.

Câu 18. Xác định m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x) - x}{\sin^2 x}, & \text{nếu } -1 < x < 0 \\ m - \frac{1}{2}, & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

- (A) $m = 3$. (B) $m = 2$. (C) $m = 1$. (D) $m = 0$.

Câu 19. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$.

- (A) 1. (B) $\sqrt[3]{e}$. (C) \sqrt{e} . (D) $\frac{3}{2}$.

Câu 20. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x^3 + 8}$.

- (A) $-\frac{1}{144}$. (B) $\frac{1}{144}$. (C) $\frac{1}{36}$. (D) $-\frac{1}{36}$.

Câu 21. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{32+2x} - 2}{\sqrt[4]{x+16} - 2}$.

- (A) $\frac{2}{5}$. (B) $-\frac{2}{5}$. (C) $\frac{4}{5}$. (D) $-\frac{4}{5}$.

Câu 22. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt[5]{1+5x} - 1 - x}$.

- (A) $\frac{2}{5}$. (B) $-\frac{2}{5}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $-\frac{1}{2}$.

Câu 23. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos 2x + x^2)^{\cot^3 x}$.

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) $+\infty$.

Câu 24. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin^2 x)^{\cot^2 x}$.

- (A) e . (B) \sqrt{e} . (C) $\sqrt[3]{e}$. (D) $\sqrt[4]{e}$.

Câu 25. Xác định a, b để hàm số $f(x) = \begin{cases} x(x-1) + 1, & \text{nếu } x \geq 0 \\ ax + b, & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$ có đạo hàm tại $x = 0$.

- (A) $a = -1; b = 1$. (B) $a = 1; b = 1$. (C) $a = -1; b = -1$. (D) $a = 1; b = -1$.

Câu 26. Tính $y''(1) = \frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_{x=1}$ của hàm $y = y(x)$ cho bởi phương trình tham số $\begin{cases} x = \ln t \\ y = t^3, \end{cases}$ với $t > 0$.

- (A) $y''(1) = 9e^2$. (B) $y''(1) = 9e^3$. (C) $y''(1) = 9e$. (D) $y''(1) = 9e^4$.

CHƯƠNG 3: TÍCH PHÂN

PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Ứng dụng của tích phân xác định

1) Tính độ dài của các đường cong sau:

(a) $y = \ln x$, với $1 \leq x \leq e$.

(f) $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$, $a > 0$.

(b) $y = e^x$, $0 \leq x \leq 1$.

(g) $r = a(1 + \cos \varphi)$, $a > 0$.

(c) $y = x^2 - \frac{1}{8} \ln x$; $1 \leq x \leq e$.

(h) $y = \arcsin(e^{-x})$; $0 \leq x \leq 1$

(d) $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2} \ln y$, $1 \leq y \leq e$.

(i) $r = 2\varphi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

(e) $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$; $0 \leq t \leq 2\pi$

(j) $y = \ln(1 - x^2)$, $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$

(k) $y = \ln(\cos x)$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$.

2) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi:

(a) $y = x^2 - 1$ và $y = 3 - x^2$.

(i) $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$.

(b) $y = 1 + 2x - x^2$ và $y = 3 - x$.

(j) $y = -\sqrt{4 - x^2}$ và $x^2 + 3y = 0$.

(c) $y = x^3$, $y = 4x$.

(k) $y = 4 - x^2$ và $y = 2x + 1$.

(d) $x + y = 0$; $y = 3x - x^2$.

(e) $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{2}$, $y = 2x$.

(l) Một cung (một nhịp) Xicloit $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) và trục Ox .

(f) (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

(g) $r = a(1 + \cos \varphi)$; $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $a > 0$.

(h) $y = x^2$, $y = 4x^2$, $y = 4$.

(m) $y = x^3$ ($x \geq 0$), $y = x$ và $y = 2x$.

3) Tính thể tích của vật thể tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi:

(a) $y = 2x - x^2$, $y = 0$ quanh trục Ox .

(b) $y = 4x - x^2$ và $y = x$ quay quanh trục Ox .

(c) $y = x^2$ và $x = y^2$ quanh trục Ox .

(d) $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$, $a > 0$ quanh trục Ox .

(e) $x^2 + (y - 2)^2 = 1$ quanh Ox .

(f) $y = x$, $x = 0$, $y = \sqrt{1 - x^2}$ quanh trục Oy .

(g) $y = \ln x$, $y = 0$, $x = e$, quay quanh trục Ox .

- (h) $x^2 + y^2 = 4x - 3$ quanh trục Oy .
- (i) $x = y^2 - 4$ và $x = 0$ quanh trục Oy .
- (j) $y^2 + x = 9$ và $x = 0$ quanh trục Oy .
- (k) $y = \frac{x^2}{2}$ và $y = \frac{x^3}{8}$ quanh trục Ox .
- (l) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$ quanh trục Oy .

Bài 2. Tính các tích phân suy rộng

$$1) \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2(x+2)}$$

$$10) \int_1^{+\infty} \frac{\arctan x}{x^2} dx$$

$$2) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)^2(x+2)}$$

$$11) \int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$$

$$3) \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{(x^2+1)^3}$$

$$12) \int_1^{+\infty} \frac{x^3}{e^{x^2}} dx$$

$$4) \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^4+1}}$$

$$13) \int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} dx$$

$$5) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(\sqrt{x}+1)^3}$$

$$14) \int_0^{+\infty} \frac{x \cdot \arctan x}{\sqrt{(1+x^2)^3}} dx$$

$$6) \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$$

$$15) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x+10}$$

$$7) \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt[4]{1+x^3}}$$

$$16) \int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$$

$$8) \int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$$

$$17) I = \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$9) \int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx$$

Bài 3. Xét sự hội tụ của tích phân suy rộng

$$1) \int_1^{+\infty} \sqrt{x} \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) dx$$

$$2) \int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x} dx}{x^2 + \sin x}$$

$$3) \int_1^{+\infty} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx$$

$$12) \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{e^{\sin x} - 1} dx$$

$$4) \int_1^{+\infty} \frac{\ln(1+x)}{x^2 \sqrt{x}} dx$$

$$13) \int_0^1 \frac{dx}{e^{\sqrt[4]{x}} - 1}$$

$$5) \int_1^{+\infty} \frac{\arctan x}{x} dx$$

$$14) \int_0^1 \frac{x dx}{\tan x - \sin x}$$

$$6) \int_1^{+\infty} \frac{\arctan x}{x \sqrt{x}} dx$$

$$15) \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{e^{\sin 2x} - 1} dx$$

$$7) \int_1^{+\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{x}\right) dx$$

$$16) \int_0^1 \frac{\sin \sqrt{x}}{e^{\sqrt[3]{x^2}} - 1} dx$$

$$8) \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{x^4 + x^2 + 1}}.$$

$$17) \int_0^1 \frac{\ln(1+\sqrt{x})}{e^{\sin x} - 1} dx$$

$$9) \int_4^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^p}.$$

$$18) \int_0^1 \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{x \sqrt{x}} dx$$

$$10) \int_1^{+\infty} \frac{x}{1+x^p} dx$$

$$19) \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\ln(1+x)} dx$$

$$11) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{\tan x}}$$

$$20) \int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}} - 1}{x} dx$$

PHẦN TRẮC NGHIỆM

I. Tích phân bất định

Câu 1. Tính $I = \int \frac{3}{x+a} dx$.

Ⓐ $I = 3|x+a| + C.$

Ⓑ $I = 3 \ln(x+a) + C.$

Ⓒ $I = -3 \ln(x+a) + C.$

Ⓓ $I = 3 \ln|x+a| + C.$

Câu 2. Tính $I = \int \frac{3}{(x+a)^2} dx$.

Ⓐ $I = -\frac{3}{x+a} + C.$

Ⓑ $I = 3 \ln(x+a) + C.$

Ⓒ $I = \frac{3}{x+a} + C.$

Ⓓ $I = 3|x+a| + C.$

Câu 3. Tính $I = \int \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}.$

Ⓐ $I = \ln \left| \frac{x-1}{x-2} \right| + C.$

Ⓒ $I = \ln \left(\frac{x-1}{x-2} \right) + C.$

Ⓑ $I = \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C.$

Ⓓ $I = \ln \left(\frac{x-2}{x-1} \right) + C.$

Câu 4. Tính $I = \int \sin(3x+1)dx.$

Ⓐ $I = \frac{\cos(3x+1)}{3} + C.$

Ⓒ $I = \cos(3x+1) + C.$

Ⓑ $I = -\frac{\cos(3x+1)}{3} + C.$

Ⓓ $I = -\cos(3x+1) + C.$

Câu 5. Tính $I = \int \cos(5x-2)dx.$

Ⓐ $I = \frac{\sin(5x-2)}{5} + C.$

Ⓒ $I = \sin(5x-2) + C.$

Ⓑ $I = -\frac{\sin(5x-2)}{5} + C.$

Ⓓ $I = -\sin(5x-2) + C.$

Câu 6. Tính $I = \int \frac{dx}{4x-1}.$

Ⓐ $I = \frac{\ln|4x-1|}{4} + C.$

Ⓒ $I = \ln(4x-2) + C.$

Ⓑ $I = \frac{\ln(4x-1)}{4} + C.$

Ⓓ $I = \ln(4x-1) + C.$

Câu 7. Tính $I = \int \frac{e^3}{e^{2x}}dx.$

Ⓐ $I = \frac{e^{3-2x}}{2} + C.$

Ⓑ $I = -\frac{e^{3-2x}}{2} + C.$

Ⓒ $I = e^{3-2x} + C.$

Ⓓ $I = -e^{3-2x} + C.$

Câu 8. Tính $I = \int (2^x + x^2) dx.$

Ⓐ $I = 2^x + x^3 + C.$

Ⓑ $I = 2^x + \frac{x^3}{3} + C.$

Ⓒ $I = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^3}{3} + C.$

Ⓓ $I = \frac{2^x}{\ln 2} + x^3 + C.$

Câu 9. Tính $I = \int \frac{dx}{7x-3}.$

Ⓐ $I = \frac{\ln(7x-3)}{7} + C.$

Ⓒ $I = \ln(7x-3) + C.$

Ⓑ $I = \ln|7x-3| + C.$

Ⓓ $I = \frac{\ln|7x-3|}{7} + C.$

Câu 10. Tính $I = \int 5^{3x+1}dx.$

Ⓐ $I = 5^{3x+1} + C.$

Ⓑ $I = \frac{5^{3x+1}}{3\ln 5} + C.$

Ⓒ $I = 5^{3x} + C.$

Ⓓ $I = \frac{5^{3x+1}}{3} + C.$

Câu 11. Tính $I = \int \sin x \cos x dx.$

Ⓐ $I = -\frac{\cos 2x}{4} + C.$

Ⓑ $I = \cos 2x + C.$

Ⓒ $I = \sin 2x + C.$

Ⓓ $I = -\sin 2x + C.$

Câu 12. Tính $I = \int \sqrt{9^x + 9^{-x} + 2}dx.$

Ⓐ $I = 3^x - 3^{-x} + C.$

Ⓑ $I = 3^x + 3^{-x} + C.$

Ⓒ $I = \frac{3^x - 3^{-x}}{\ln 3} + C.$

Ⓓ $I = \frac{3^x}{\ln 3} + C.$

Câu 13. Tính $I = \int \frac{dx}{x^2 + x - 2}.$

Ⓐ $I = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + C.$

Ⓒ $I = \ln \frac{x-1}{x+2} + C.$

Ⓑ $I = \ln \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + C.$

Ⓓ $I = \ln \frac{x+2}{x-1} + C.$

Câu 14. Tính $I = \int \frac{dx}{x^2 - x - 6}$.

Ⓐ $I = \frac{1}{5} \ln \left| \frac{x-3}{x+2} \right| + C.$

Ⓒ $I = \ln \frac{x-3}{x+2} + C.$

Ⓑ $I = \ln \left| \frac{x-3}{x+2} \right| + C.$

Ⓓ $I = \ln \frac{x+2}{x-3} + C.$

Câu 15. Tính $I = \int \frac{7^2}{7^{5x}} dx.$

Ⓐ $I = \frac{7^{2-5x}}{\ln 7} + C.$

Ⓑ $I = -\frac{7^{2-5x}}{5 \ln 7} + C.$

Ⓒ $I = 7^{5x} + C.$

Ⓓ $I = \frac{7^{1-5x}}{\ln 7} + C.$

Câu 16. Tính $I = \int \frac{2e^x}{\sqrt{2+2e^x+e^{2x}}} dx.$

Ⓐ $I = 2 \ln (e^x + 1 + \sqrt{2+2e^x+e^{2x}}) + C.$

Ⓒ $I = 2 \arcsin (e^x + 1) + C.$

Ⓑ $I = \ln (e^x + 1 + \sqrt{2+2e^x+e^{2x}}) + C.$

Ⓓ $I = 2 \arctan (e^x + 1) + C.$

Câu 17. Tính $I = \int \frac{\ln x}{x^3} dx.$

Ⓐ $I = -\frac{2 \ln x - 1}{4x^2} + C.$

Ⓒ $I = \frac{2 \ln x + 1}{4x^2} + C.$

Ⓑ $I = -\frac{2 \ln x + 1}{x^2} + C.$

Ⓓ $I = -\frac{2 \ln x + 1}{4x^2} + C.$

Câu 18. Tính $I = \int \sin x \cos x e^{\sin x} dx.$

Ⓐ $I = (\sin x + 1) e^{\sin x} + C.$

Ⓒ $I = \frac{\sin 2x e^{\sin x}}{2} + C.$

Ⓑ $I = \sin x e^{\sin x} + C.$

Ⓓ $I = (\sin x - 1) e^{\sin x} + C.$

Câu 19. Tính $I = \int \frac{dx}{\sqrt{x}(x+1)}.$

Ⓐ $I = \arctan \sqrt{x} + C.$

Ⓒ $I = \arcsin \sqrt{x} + C.$

Ⓑ $I = 2 \arctan \sqrt{x} + C.$

Ⓓ $I = \ln \sqrt{x} + C.$

Câu 20. Tính $I = \int \frac{\sin x dx}{\sqrt{\cos^2 x + 4}}.$

Ⓐ $I = \ln (\cos x + 4 + \sqrt{\cos^2 x + 4}) + C.$

Ⓒ $I = -\ln (\cos x + \sqrt{\cos^2 x + 4}) + C.$

Ⓑ $I = \ln (\cos x + 2 + \sqrt{\cos^2 x + 4}) + C.$

Ⓓ $I = \frac{1}{\ln (\cos^2 x + 4)} + C.$

II. Tính tích phân suy rộng

Câu 21. Tính $I = \int_{\sqrt{2}}^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}.$

Ⓐ $I = \pi.$

Ⓑ $I = \frac{\pi}{4}.$

Ⓒ $I = \frac{1}{4}.$

Ⓓ $I = +\infty.$

Câu 22. Tính $I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}.$

Ⓐ $I = \frac{\pi}{2}.$

Ⓑ $I = \frac{\pi}{4}.$

Ⓒ $I = \frac{\pi}{\sqrt{5}}.$

Ⓓ $I = +\infty.$

Câu 23. Tính $I = \int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{1+x^2} dx$.

(A) $I = \frac{\pi^2}{8}$.

(B) $I = \frac{\pi^2}{6}$.

(C) $I = \frac{\pi^2}{4}$.

(D) $I = \frac{\pi^2}{2}$.

Câu 24. Tính $I = \int_e^{e^2} \frac{dx}{x\sqrt[3]{\ln x - 1}}$.

(A) $I = \frac{1}{2}$.

(B) $I = \frac{3}{2}$.

(C) $I = 2$.

(D) $I = +\infty$.

Câu 25. Tính $I = \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$.

(A) $I = 1$.

(B) $I = 3$.

(C) $I = 5$.

(D) $I = +\infty$.

Câu 26. Tính $I = \int_2^4 \frac{dx}{\sqrt{6x - x^2 - 8}}$.

(A) $I = \pi$.

(B) $I = 2\pi$.

(C) $I = 3\pi$.

(D) $I = +\infty$.

Câu 27. Tính $I = \int_0^{\ln 2} \frac{dx}{\sqrt{e^x - 1}}$.

(A) $I = \frac{\pi}{2}$.

(B) $I = \frac{\pi}{3}$.

(C) $I = \frac{\pi}{4}$.

(D) $I = +\infty$.

Câu 28. Tính $I = \int_0^e \frac{dx}{x(1 + \ln^2 x)}$.

(A) $I = \frac{\pi}{2}$.

(B) $I = \frac{\pi}{4}$.

(C) $I = \frac{3\pi}{4}$.

(D) $I = +\infty$.

Câu 29. Tính $I = \int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$.

(A) $I = \pi$.

(B) $I = \frac{\pi}{2}$.

(C) $I = \frac{\pi}{3}$.

(D) $I = +\infty$.

III. Xét sự hội tụ của tích phân suy rộng

Câu 30. Cho $I = \int_{\ln 2}^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)^2 e^x}$ và $J = \int_2^{+\infty} \frac{e^x dx}{\sqrt{x}}$.

(A) I hội tụ; J hội tụ.

(B) I hội tụ; J phân kỳ.

(C) I phân kỳ; J phân kỳ.

(D) I phân kỳ; J hội tụ.

Câu 31. Cho $I = \int_{-1}^0 \frac{1 - \sin^2 x}{(x+1)^2} dx$ và $J = \int_{-1}^0 \frac{1 - \cos 4x}{\sqrt[3]{(x+1)^4}} dx$.

(A) I hội tụ; J hội tụ.

(B) I hội tụ; J phân kỳ.

(C) I phân kỳ; J phân kỳ.

(D) I phân kỳ; J hội tụ.

Câu 32. Cho $I = \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2\sin^2 x}$ và $J = \int_2^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x} - \cos^2 x}$.

- (A) I hội tụ; J hội tụ. (B) I hội tụ; J phân kỳ.
(C) I phân kỳ; J phân kỳ. (D) I phân kỳ; J hội tụ.

Câu 33. Cho $I = \int_1^{+\infty} \frac{1+x^2}{x^3} dx$ và $J = \int_0^1 \frac{dx}{e^{\sqrt[3]{x}} - 1}$.

- (A) I hội tụ; J hội tụ. (B) I hội tụ; J phân kỳ.
(C) I phân kỳ; J phân kỳ. (D) I phân kỳ; J hội tụ.

Câu 34. Cho $I = \int_1^{+\infty} \frac{e^{-x^2}}{x^2} dx$ và $J = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(x+1)}}$.

- (A) I hội tụ; J hội tụ. (B) I hội tụ; J phân kỳ.
(C) I phân kỳ; J phân kỳ. (D) I phân kỳ; J hội tụ.

Câu 35. Cho $I = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt[3]{(1-x^2)^5}} dx$ và $J = \int_0^{+\infty} \sin x dx$.

- (A) I hội tụ; J hội tụ. (B) I hội tụ; J phân kỳ.
(C) I phân kỳ; J phân kỳ. (D) I phân kỳ; J hội tụ.

Câu 36. Cho $I = \int_0^2 \frac{x^5}{\sqrt{(4-x^2)^5}} dx$ và $J = \int_0^{+\infty} \frac{1+e^{-x}}{(x^2+2x+3)^2} dx$.

- (A) I hội tụ; J hội tụ. (B) I hội tụ; J phân kỳ.
(C) I phân kỳ; J phân kỳ. (D) I phân kỳ; J hội tụ.

Câu 37. Cho $I = \int_1^{+\infty} \frac{x}{x^3+1} dx$ và $J = \int_1^{+\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) dx$.

- (A) I hội tụ; J hội tụ. (B) I hội tụ; J phân kỳ.
(C) I phân kỳ; J phân kỳ. (D) I phân kỳ; J hội tụ.

Câu 38. Cho $I = \int_0^1 \frac{x+1}{\sqrt{\sin x}} dx$ và $J = \int_1^{+\infty} \ln\left(1 + \frac{2x}{x^3+1}\right) dx$.

- (A) I hội tụ; J hội tụ. (B) I hội tụ; J phân kỳ.
(C) I phân kỳ; J phân kỳ. (D) I phân kỳ; J hội tụ.

IV. Xác định tham số để tích phân suy rộng hội tụ

Câu 39. Tích phân $I = \int_1^{+\infty} \frac{x^\alpha + 2x}{x^3 + x + 1} dx$ hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $\alpha < 2$. (B) $\alpha > 2$. (C) $\alpha < 3$. (D) $\alpha > 3$.

Câu 40. Tích phân $I = \int_1^{+\infty} \frac{x^2 + x + 1}{x^\alpha + x^4} dx$ hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $\alpha \in \mathbb{R}$. (B) $\alpha > 2$. (C) $\alpha < 3$. (D) $\alpha > 3$.

Câu 41. Tích phân $I = \int_1^{+\infty} \frac{x^2 + x + 1}{x^\alpha + x^3} dx$ hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $\alpha \in \mathbb{R}$. (B) $\alpha > 3$. (C) $\alpha > 2$. (D) $\alpha < 3$.

Câu 42. Tích phân $I = \int_1^{+\infty} \frac{a + \sin x}{\sqrt{x}} dx$ hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $a \neq 0$. (B) $-\frac{1}{2} < a < 1$. (C) $a < 1$. (D) $a = 0$.

Câu 43. Tích phân $I = \int_1^{+\infty} \frac{x \sin(ax)}{x^3 + 1} dx$ hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $a \in \mathbb{R}$. (B) $-\frac{1}{2} < a < 1$. (C) $a < 1$. (D) $a = 0$.

Câu 44. Tích phân $I = \int_{e^3}^{+\infty} \frac{dx}{x (\ln x)^{2a+1}}$ hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $a \in \mathbb{R}$. (B) $-\frac{1}{2} < a < 1$. (C) $a > 0$. (D) $a < 1$.

Câu 45. Tích phân $I = \int_e^{+\infty} \frac{\sqrt{\ln^{a-1} x}}{x} dx$ hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $a \in \mathbb{R}$. (B) $-\frac{1}{4} < a < 1$. (C) $a < -1$. (D) $a > -\frac{1}{4}$.

Câu 46. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{x^{a-1}}{\sqrt{(x^2 + 1) \sin x}} dx$ hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $a \in \mathbb{R}$. (B) $a > \frac{1}{2}$. (C) $\frac{1}{2} < a < 1$. (D) $a < 1$.

Câu 47. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{a + \sin x}{x\sqrt{x}} dx$ hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $a = 0$. (B) $a \neq 0$. (C) $-\frac{1}{2} < a < 1$. (D) $a < 1$.

Câu 48. Tích phân $I = \int_0^2 \frac{x^{2a}}{\sqrt{(x^2 + x)(3 - x)}} dx$ hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $a \in \mathbb{R}$. (B) $a < 1$. (C) $a > -\frac{1}{4}$. (D) $-\frac{1}{4} < a < 1$.

Câu 49. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{x^a}{\sqrt{x(x+1)(2-x)}} dx$ hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $a > -\frac{1}{2}$. (B) $a < \frac{1}{2}$. (C) $a < -1$. (D) a tùy ý.

Câu 50. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{(\sqrt{x+1} - 1) \sin x}{\sqrt[3]{x^a \ln(x+1)}} dx$ phân kỳ khi và chỉ khi

- (A) $0 < a < 8$. (B) $8 < a < 9$. (C) $a \geq 8$. (D) $a \in \mathbb{R}$.

V. Ứng dụng của tích phân

Câu 51. Tính độ dài cung có phương trình tham số $\begin{cases} x = a \cos^3 t; \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$ với $t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, $a > 0$.

- (A) $\frac{3a}{4}$. (B) $\frac{6a}{5}$. (C) $\frac{3a}{2}$. (D) $\frac{9a}{2}$.

Câu 52. Tính độ dài cung $y = \frac{1}{3}(3-x)\sqrt{x}$, $0 \leq x \leq 3$.

- (A) 2. (B) 1. (C) $2\sqrt{3}$. (D) 3.

Câu 53. Tính độ dài cung phẳng $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2n} \ln x$, $0 \leq x \leq e$.

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{1}{4}$. (D) $\frac{e^2 + 1}{4}$.

Câu 54. Tính độ dài cung phẳng có phương trình $r = a(1 + \cos \varphi)$, $a > 0$.

- (A) $2a$. (B) a . (C) $8a$. (D) $3a$.

Câu 55. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 3x$.

- (A) $\frac{9}{2}$. (B) $\frac{7}{2}$. (C) 2. (D) 3.

Câu 56. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $x = y^2$.

- (A) $\frac{2}{3}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) 2. (D) 3.

Câu 57. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $r^2 = a^2 \cos 2\varphi$.

- (A) $\frac{a^2}{2}$. (B) a^2 . (C) $2a^2$. (D) $3a^2$.

Câu 58. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $r = a(1 + \cos \varphi)$; $a > 0$.

- (A) $2a^2$. (B) a^2 . (C) $\frac{3\pi a^2}{2}$. (D) $\frac{\pi a^2}{2}$.

Câu 59. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $\begin{cases} x = a \cos^3 t; \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$ với $t \in [0; 2\pi]$, $a > 0$.

- (A) $\frac{\pi a^2}{8}$. (B) $2a^2$. (C) a^2 . (D) $\frac{3\pi a^2}{8}$.

Câu 60. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $\begin{cases} x = a(t - \sin t); \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$ với $t \in [0; 2\pi]$, $a > 0$ và đường $y = 0$.

- (A) πa^2 . (B) $2a^2$. (C) a^2 . (D) $3\pi a^2$.

Câu 61. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và đường $y = 2x$.

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{4}{3}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{1}{4}$.

Câu 62. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = x$ khi quay quanh trục Ox .

- (A) $\frac{2\pi}{15}$. (B) $\frac{\pi}{15}$. (C) $\frac{\pi}{2}$. (D) $\frac{\pi}{3}$.

Câu 63. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$; đường $y = 0$ khi quay quanh trục Ox .

- (A) $\frac{\pi}{15}$. (B) $\frac{16\pi}{15}$. (C) $\frac{\pi}{2}$. (D) $\frac{\pi}{3}$.

Câu 64. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$; $y = 0$ khi quay quanh trục Oy .

- (A) $\frac{8\pi}{3}$. (B) $\frac{\pi}{3}$. (C) $\frac{\pi}{2}$. (D) $\frac{\pi}{4}$.

Câu 65. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi đường $y = \sin x$; $0 \leq x \leq \pi$ khi quay quanh trục Ox .

- (A) $\frac{\pi^2}{2}$. (B) $\frac{3\pi^2}{2}$. (C) $\frac{\pi}{2}$. (D) $\frac{\pi}{3}$.

Câu 66. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi các đường $y = \sin x$, $y = 0$, $0 \leq x \leq \pi$ khi quay quanh trục Oy .

- (A) π^2 . (B) $\frac{\pi}{2}$. (C) $2\pi^2$. (D) $\frac{\pi}{3}$.

Câu 67. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi đường $\begin{cases} x = a \cos^3 t, \\ y = a \sin^3 t, \end{cases} 0 \leq t \leq 2\pi$ khi quay quanh trục Ox .

- (A) $\frac{32\pi a^3}{105}$. (B) $\frac{2\pi a^3}{105}$. (C) πa^3 . (D) $2\pi a^3$.

Câu 68. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi đường $y = \sqrt{\sin x}$, $0 \leq x \leq \pi$ khi quay quanh trục Ox .

- (A) 1. (B) 2. (C) 2π . (D) π .

Câu 69. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 4$ khi quay quanh trục Ox .

- (A) π . (B) $\frac{176\pi}{3}$. (C) $\frac{\pi}{3}$. (D) $\frac{\pi}{2}$.

Câu 70. Tính thể tích vật thể tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường $\begin{cases} x = a(t - \sin t); \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$

với $t \in [0; 2\pi]$, $a > 0$ và đường $y = 0$ quanh trục Ox .

- (A) $\pi^2 a^3$. (B) πa^2 . (C) $2\pi a^2$. (D) $5\pi^2 a^3$.

Câu 71. Tính thể tích vật thể tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường $\begin{cases} x = a(t - \sin t); \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$

với $t \in [0; 2\pi]$, $a > 0$ và đường $y = 0$ quanh trục Oy .

- (A) $\pi^3 a^3$. (B) $6\pi^3 a^3$. (C) πa^3 . (D) $2\pi a^3$.

CHƯƠNG 4: CHUỖI

PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Xét sự hội tụ của chuỗi số

$$1) \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots$$

$$2) \sum_{n=1}^{+\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$$

$$3) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln n}{n^3 + n^2 + 2}$$

$$4) \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n \ln n}{n^2 - 1}$$

$$5) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{(n+1)^n \cdot 2^n}$$

$$6) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3.5.7 \dots (2n+1)}{2.5.8 \dots (3n-1)}$$

$$7) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n \cdot n!}{n^n}$$

$$8) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^n} \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n^2}$$

$$9) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\tan \frac{1}{3n} - \sin \frac{1}{3n} \right)$$

$$10) \sum_{n=1}^{+\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n\sqrt{n}}\right)$$

$$11) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+1)^{n^2}}{n^{n^2} 3^n}$$

$$12) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln(n+1)}{n^3}$$

$$13) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \ln \left(1 + \frac{1}{n^p}\right)$$

$$14) \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^k n}$$

$$15) \sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 - 1}$$

$$16) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{3n+2}{2n+7} \right)^n$$

$$17) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \cdot \frac{3^n}{n^3}$$

$$18) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{n}{n+1} \right)^n$$

Bài 2. Xét sự hội tụ tuyệt đối, hội tụ tương đối

$$1) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(n\pi)}{(n+1)(n+2)}$$

$$2) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{2^n}{n!}$$

$$3) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln(n^2 + 1)}$$

$$4) \sum_{n=1}^{+\infty} \sin \frac{\pi n^2}{n+1}$$

$$5) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{1+n}{n^2} \right)$$

$$6) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n+1)}$$

$$7) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1})$$

Bài 3. Tìm miền hội tụ của chuỗi hàm

1) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-4)^n \arcsin^n x}{\pi^n (n+1)}$

12) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x+1)^{2n}}{n4^n}$

2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n2^n} \left(\frac{x}{x+1} \right)^n$

13) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n(2n-1)}$

3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-\ln x)^n}{2n+1}$

14) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n9^n}$

4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n n^2}{3^n} e^{nx}$

15) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-2)^n}{n\pi^n} x^n$

5) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(\ln x)^n}$

16) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln n}{n^2+1} x^n$

6) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2x+1} \right)^n$

17) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{1+n}{n^2} \right) x^n$

7) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2 \ln^n x}$

18) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x+1)^n}{2^n(2n+1)}$

8) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{2x+1}{x+2} \right)^n$

19) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n(2n+1)}$

9) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^n$

20) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n(n+2)}$

10) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n(2x-3)^n}$

21) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n (x+2)^n}{\sqrt{n^2+1}}$

11) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n4^n}$

PHẦN TRẮC NGHIỆM

I. Chuỗi số

Câu 1. Chuỗi $\sum_{n=0}^{+\infty} q^n$ hội tụ nếu

Ⓐ $q < 1$.

Ⓑ $|q| < 1$.

Ⓒ $q > 1$.

Ⓓ $q > -1$.

Câu 2. Chuỗi $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{2^n}$

Ⓐ hội tụ và có tổng là 2.

Ⓑ hội tụ và có tổng là 1.

Ⓒ phân kỳ.

Ⓓ hội tụ và có tổng là $\frac{1}{2}$.

Câu 3. Chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n^{p-2}} + \frac{1}{n^{1-q}} \right)$ hội tụ nếu và chỉ nếu

- (A) $p > 3; q > 0$. (B) $p > 3; q < 0$. (C) $p \leq 3; q < 0$. (D) $p \geq 3; q < 0$.

Câu 4. Chuỗi nào trong ba chuỗi sau $S_1 = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{\sin 2}{\pi} \right)^n$; $S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$; $S_3 = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{2n}{n+1} \right)^n$ phân kỳ?

- (A) S_2 và S_3 . (B) S_1 và S_3 .
(C) S_1 và S_2 . (D) Cả ba chuỗi phân kỳ.

Câu 5. Chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + A^2}$ (A là tham số) hội tụ tuyệt đối khi và chỉ khi

- (A) $A \geq 1$. (B) A tùy ý. (C) $A > 2$. (D) $A > 1$.

Câu 6. Tìm p để chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 3}{(n+1)(n^p + 1)}$ (p là tham số) hội tụ

- (A) $p < 2$. (B) $p \geq 2$. (C) $p > 2$. (D) $p > 1$.

Câu 7. Bằng cách so sánh với chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha}$, mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+1}{n^2+3}$ hội tụ. (B) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+1}{n(\sqrt{n^3}+2)}$ hội tụ.
(C) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+1}{5n^2+3}$ hội tụ. (D) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{7n+3}{n(\sqrt{n^5}+1)}$ phân kỳ.

Câu 8. Bằng cách so sánh với chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha}$, mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+1}{n^2 + \ln n}$ hội tụ. (B) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+1}{n(\sqrt{n^3}+5)}$ phân kỳ.
(C) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+1}{5n^2+3}$ hội tụ. (D) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+3}{n^5 + \ln(n+1)}$ hội tụ.

Câu 9. Chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 2n}{(3n+1)n^{\alpha-1}}$ hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $\alpha > 3$. (B) $\alpha < 3$. (C) $\alpha \leq 3$. (D) $\alpha \geq 3$.

Câu 10. Chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 2n}{n^3 + n^\alpha + 1}$ hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $\alpha > 1$. (B) $\alpha < 3$. (C) $\alpha \geq 3$. (D) $\alpha > 3$.

Câu 11. Chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 2n}{n^4 + n^\alpha + 1}$ hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $\alpha > 1$. (B) $\alpha < 3$. (C) $\alpha \in \mathbb{R}$. (D) $\alpha > 3$.

Câu 12. Chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + n^\alpha + 2n}{n^4 + 1}$ hội tụ khi và chỉ khi

- Ⓐ $\alpha > 1$. Ⓑ $\alpha < 3$. Ⓒ $\alpha \geq 3$. Ⓓ $\alpha > 3$.

Câu 13. Chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + n^\alpha + 2}{n^3 + 1}$ phân kỳ khi và chỉ khi

- Ⓐ $\alpha > 2$. Ⓑ $\alpha < 2$. Ⓒ $\alpha \in \mathbb{R}$. Ⓓ Không tồn tại α .

Câu 14. Chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n^{\alpha-1}} + \frac{1}{n^{3-\beta}} \right)$ hội tụ khi và chỉ khi

- Ⓐ $\alpha > 2$ và $\beta < 3$. Ⓑ $\alpha < 2$ và $\beta > 2$. Ⓒ $\alpha > 1$ và $\beta < 3$. Ⓓ $\alpha > 2$ và $\beta < 2$.

Câu 15. Chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n^{\alpha-1}} + 3^n \right)$ phân kỳ khi và chỉ khi

- Ⓐ $\alpha > 2$. Ⓑ $\alpha < 2$. Ⓒ $\alpha > 1$. Ⓓ $\alpha \in \mathbb{R}$.

Câu 16. Chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3}{(q^2 + 1)^n}$ hội tụ khi và chỉ khi

- Ⓐ $q > 1$. Ⓑ $-1 < q < 1$. Ⓒ $q \neq 0$. Ⓓ $0 < q < \sqrt{2}$.

Câu 17. Chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n + q^{2n}}{9^n}$ hội tụ khi và chỉ khi

- Ⓐ $-3 < q < 3$. Ⓑ $-2 < q < 2$. Ⓒ $0 < q < 3$. Ⓓ $q > 3$.

Câu 18. Chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} [(p+1)^{2n} + q^{2n}]$ hội tụ khi và chỉ khi

- Ⓐ $-3 < p < 0$ và $-1 < q < 1$. Ⓑ $-2 < p < 1$ và $0 < q < 1$.
Ⓒ $0 < p < 2$ và $-1 < q < 1$. Ⓓ $-2 < p < 0$ và $-2 < q < 2$.

Câu 19. Xét chuỗi đan dấu $S = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + 3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ S bán hội tụ (hội tụ tương đối). Ⓑ S hội tụ tuyệt đối.
Ⓒ S phân kỳ. Ⓓ S hội tụ tuyệt đối nhưng phân kỳ.

Câu 20. Xét chuỗi đan dấu $S = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n(\sqrt{n^3} + 3)}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ S bán hội tụ (hội tụ tương đối). Ⓑ S hội tụ tuyệt đối.
Ⓒ S phân kỳ. Ⓓ S hội tụ tuyệt đối nhưng phân kỳ.

Câu 21. Xét chuỗi đan dấu $S = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \arctan \frac{n+1}{n+3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ S bán hội tụ (hội tụ tương đối). Ⓑ S hội tụ tuyệt đối.
Ⓒ S phân kỳ theo tiêu chuẩn Leibnitz. Ⓓ S phân kỳ theo điều kiện cần.

Câu 22. Chuỗi đan dấu $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^{\alpha-1}}$ hội tụ khi và chỉ khi

- Ⓐ $\alpha > 2$. Ⓑ $\alpha < 2$. Ⓒ $\alpha > 1$. Ⓓ $\alpha \in \mathbb{R}$.

Câu 23. Chuỗi đan dấu $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n^2 + 1}{n^\alpha + n + 2}$ hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $\alpha > 2$. (B) $\alpha < 2$. (C) $\alpha > 1$. (D) $\alpha \in \mathbb{R}$.

Câu 24. Chuỗi đan dấu $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n^2 + 1}{n^3 + A^2}$ hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $A > 2$. (B) $A < 2$. (C) $A > 1$. (D) $A \in \mathbb{R}$.

Câu 25. Cho chuỗi số $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(p^2 + 3)n^2 + 5}{2^n}$ với p là tham số. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Chuỗi hội tụ với mọi p . (B) Chuỗi phân kỳ với mọi $|p| > 1$.
(C) Nếu $|p| > \sqrt{3}$ thì chuỗi phân kỳ. (D) Chuỗi hội tụ khi và chỉ khi $|p| < 2$.

Câu 26. Chuỗi số $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{pn^2 + n + 1}{2n^2 + 3} \right)^n$ với p là tham số hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $-2 \leq p < 2$. (B) $-2 < p \leq 2$. (C) $-2 < p < 2$. (D) $-2 \leq p < 2$.

Câu 27. Chuỗi số $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{2n^2 + n + 1}{pn^2 + 3} \right)^n$ với p là tham số hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $p \leq -2$ hoặc $p \geq 2$. (B) $p < -2$. (C) $p > 2$. (D) $p < -2$ hoặc $p > 2$.

Câu 28. Chuỗi số $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{pn^2 + n + 1}{2n^3 + 3} \right)^n$ với p là tham số hội tụ khi và chỉ khi

- (A) $-2 \leq p < 2$. (B) $-2 < p \leq 2$. (C) $-2 < p < 2$. (D) $p \in \mathbb{R}$.

Câu 29. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1}$, $S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{2}{5} \right)^n$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ. (B) S_1 hội tụ, S_2 phân kỳ.
(C) S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 30. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{n}$, $S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ. (B) S_1 hội tụ, S_2 phân kỳ.
(C) S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 31. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(3n-1)^2}$, $S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{(n+1)\sqrt{n}}$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ. (B) S_1 hội tụ, S_2 phân kỳ.
(C) S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 32. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^n$, $S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1} \right)^n$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ. (B) S_1 hội tụ, S_2 phân kỳ.
(C) S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 33. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n!}$, $S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n+1)^2 - 1}$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ. (B) S_1 hội tụ, S_2 phân kỳ.
(C) S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 34. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{4n}{3n+1} \right)^n$, $S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+1} \right)^{\frac{n}{2}}$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ. (B) S_1 hội tụ, S_2 phân kỳ.
(C) S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 35. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3}{e^n}$, $S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^{n-1}}{n^n}$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ. (B) S_1 hội tụ, S_2 phân kỳ.
(C) S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 36. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{2^n + 1}$, $S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^{n-1}}{(n+1)!}$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ. (B) S_1 hội tụ, S_2 phân kỳ.
(C) S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 37. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} \arcsin \frac{1}{\sqrt{n}}$, $S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} \sin \frac{1}{n^2}$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ. (B) S_1 hội tụ, S_2 phân kỳ.
(C) S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 38. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right)$, $S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} \ln \frac{n^2 + 1}{n^2}$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ. (B) S_1 hội tụ, S_2 phân kỳ.
(C) S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 39. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{\ln n}$, $S_2 = \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n \ln n}$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ. (B) S_1 hội tụ, S_2 phân kỳ.
(C) S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 40. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$, $S_2 = \sum_{n=10}^{+\infty} \frac{1}{n \ln n \cdot \ln(\ln n)}$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ. (B) S_1 hội tụ, S_2 phân kỳ.
(C) S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 41. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n \ln n}}$, $S_2 = \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n \ln n + \sqrt{\ln^3 n}}$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ. (B) S_1 hội tụ, S_2 phân kỳ.
(C) S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 42. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$, $S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ. (B) S_1 hội tụ, S_2 phân kỳ.
(C) S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 43. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \cos \frac{\pi}{n}\right)$, $S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^n}$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ. (B) S_1 hội tụ, S_2 phân kỳ.
(C) S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 44. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^n n!}{n^n}$, $S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{3n^2 + n + 2}{5n^2 + 2n + 1}\right)^n$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ. (B) S_1 hội tụ, S_2 phân kỳ.
(C) S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 45. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$, $S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ tuyệt đối. (B) S_1 bán hội tụ, S_2 hội tụ tuyệt đối.
(C) S_1 hội tụ tuyệt đối, S_2 bán hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 46. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{6n-5}$, $S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ tuyệt đối. (B) S_1 phân kỳ, S_2 bán hội tụ.
(C) S_1 hội tụ tuyệt đối, S_2 bán hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 47. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{2^n}$, $S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{n+3}{n\sqrt{n+1}-1}$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ tuyệt đối. (B) S_1 bán hội tụ, S_2 hội tụ tuyệt đối.
(C) S_1 hội tụ tuyệt đối, S_2 bán hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

Câu 48. Cho hai chuỗi số $S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{\ln n}{n}$, $S_2 = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \tan \frac{1}{n\sqrt{n}}$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) S_1, S_2 cùng hội tụ tuyệt đối. (B) S_1 bán hội tụ, S_2 hội tụ tuyệt đối.
(C) S_1 hội tụ tuyệt đối, S_2 bán hội tụ. (D) S_1, S_2 cùng phân kỳ.

II. Chuỗi hàm

Câu 49. Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{3^n + 1} (x-1)^n$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) $[-1; 3]$. (B) $(-1; 3]$. (C) $(-2; 4)$. (D) $[-2; 4]$.

Câu 50. Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{3^n + 1} (x - 2)^n$. Chọn khẳng định đúng.

Ⓐ $[-1; 5]$. Ⓑ $(-1; 5]$. Ⓒ $(-1; 5)$. Ⓓ $\{2\}$.

Câu 51. Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + 2}{n!} (x - 3)^n$. Chọn khẳng định đúng.

Ⓐ $[0; 6]$. Ⓑ $(-0; 6]$. Ⓒ $(0; 6)$. Ⓓ \mathbb{R} .

Câu 52. Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n} (x - 1)^n$. Chọn khẳng định đúng.

Ⓐ $[-1; 3]$. Ⓑ $(0; 2]$. Ⓒ $(0; 2)$. Ⓓ $[-1; 3)$.

Câu 53. Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 1} (x - 1)^n$. Chọn khẳng định đúng.

Ⓐ $[-1; 3]$. Ⓑ $(-1; 3]$. Ⓒ $(0; 2)$. Ⓓ $[0; 2]$.

Câu 54. Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n2^n} (x - 5)^n$. Chọn khẳng định đúng.

Ⓐ $[2; 8]$. Ⓑ $(3; 7]$. Ⓒ $(2; 8)$. Ⓓ $[3; 7]$.

Câu 55. Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n \ln n} (x - 5)^n$. Chọn khẳng định đúng.

Ⓐ $[2; 8]$. Ⓑ $(4; 6]$. Ⓒ $(2; 8)$. Ⓓ $[4; 6)$.

Câu 56. Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{3n} \right)^n (x - 5)^n$. Chọn khẳng định đúng.

Ⓐ $[3; 7]$. Ⓑ $(3; 7]$. Ⓒ $(2; 8)$. Ⓓ $[2; 8]$.

Câu 57. Cho chuỗi lũy thừa $S = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n (n+2)^2 x^n$ với hai mệnh đề

(a) S hội tụ tuyệt đối khi $-1 < x < 1$

(b) S phân kỳ khi $|x| \geq 1$

Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ (a), (b) đều đúng. Ⓑ (a) đúng, (b) sai. Ⓒ (a) sai, (b) đúng. Ⓓ (a), (b) đều sai.

Câu 58. Cho chuỗi lũy thừa $S = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n}$ với hai mệnh đề

(a) S hội tụ tuyệt đối khi $-1 < x < 1$

(b) S bán hội tụ khi $x = -1$

Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ (a), (b) đều đúng. Ⓑ (a) đúng, (b) sai. Ⓒ (a) sai, (b) đúng. Ⓓ (a), (b) đều sai.

Câu 59. Cho chuỗi lũy thừa $S = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n}$ với hai mệnh đề

(a) S hội tụ tuyệt đối khi $-1 < x < 1$

(b) S bán hội tụ khi $x = 1$

Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ (a), (b) đều đúng. Ⓑ (a) đúng, (b) sai. Ⓒ (a) sai, (b) đúng. Ⓓ (a), (b) đều sai.

Câu 60. Cho chuỗi lũy thừa $S = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n^2}$ với hai mệnh đề

(a) S hội tụ tuyệt đối khi $-1 \leq x \leq 1$

(b) S phân kỳ khi và chỉ khi $x < -1$

Chọn khẳng định đúng nhất

Ⓐ (a), (b) đều đúng. Ⓑ (a) đúng, (b) sai. Ⓒ (a) sai, (b) đúng. Ⓓ (a), (b) đều sai.

Câu 61. Cho chuỗi lũy thừa $S = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n^2}$ với hai mệnh đề

(a) S hội tụ tuyệt đối khi $-1 \leq x \leq 1$

(b) S phân kỳ khi và chỉ khi $x > 1$

Chọn khẳng định đúng nhất

Ⓐ (a), (b) đều đúng. Ⓑ (a) đúng, (b) sai. Ⓒ (a) sai, (b) đúng. Ⓓ (a), (b) đều sai.

———— HẾT ————

ĐÁP ÁN CHƯƠNG 1

1. A	2. B	3. C	4. D	5. B	6. D	7. C	8. A	9. B	10. D
11. C	12. B	13. A	14. C	15. B	16. D	17. A	18. A	19. B	20. C
21. D	22. B	23. A	24. B	25. C	26. C	27. A	28. B	29. A	30. C
31. A	32. D	33. C	34. B	35. A	36. D	37. C	38. B		

ĐÁP ÁN CHƯƠNG 2

1. B	2. A	3. A	4. D	5. C	6. B	7. D	8. A	9. C	10. B
11. C	12. D	13. C	14. B	15. B	16. A	17. D	18. D	19. A	20. B
21. C	22. D	23. A	24. B	25. A	26. B				

ĐÁP ÁN CHƯƠNG 3

1. D	2. A	3. B	4. B	5. A	6. A	7. B	8. C	9. D	10. B
11. A	12. C	13. A	14. A	15. B	16. A	17. D	18. D	19. B	20. C
21. B	22. C	23. A	24. B	25. B	26. A	27. A	28. C	29. B	30. B
31. C	32. B	33. D	34. A	35. C	36. D	37. A	38. A	39. A	40. A
41. B	42. D	43. A	44. C	45. C	46. B	47. A	48. C	49. A	50. C
51. C	52. C	53. D	54. C	55. A	56. B	57. B	58. C	59. D	60. D
61. B	62. D	63. B	64. A	65. A	66. C	67. A	68. C	69. B	70. D
71. B									

ĐÁP ÁN CHƯƠNG 4

1. B	2. A	3. B	4. A	5. B	6. C	7. B	8. D	9. A	10. D
11. C	12. B	13. C	14. D	15. B	16. C	17. A	18. A	19. A	20. B
21. D	22. C	23. A	24. D	25. A	26. C	27. D	28. D	29. C	30. D
31. A	32. A	33. A	34. C	35. A	36. C	37. C	38. C	39. D	40. B
41. D	42. B	43. A	44. C	45. B	46. B	47. C	48. B	49. C	50. D
51. D	52. B	53. D	54. B	55. D	56. C	57. A	58. A	59. B	60. B
61. B									