

ĐỀ THAM KHẢO GIẢI TÍCH 1 - 40 câu

(60 phút, được phép quay lại)

1. Cho chuỗi số $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. Trong các điều kiện sau đây, điều kiện nào cho phép kết luận chuỗi đã cho **phân kỳ**?
 - A. $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| \neq 0$ hoặc giới hạn này không tồn tại.
 - B. Chuỗi trị tuyệt đối $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ có $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = D > 1$ (theo tiêu chuẩn D'Alembert).
 - C. Chuỗi trị tuyệt đối $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ có $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} = C > 1$ (theo tiêu chuẩn Cauchy).
 - D. Cả ba khẳng định trên đều đúng.
2. Chuỗi số $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{3n^2+2}$ là:
 - A. Chuỗi số dương.
 - B. Chuỗi số âm.
 - C. Chuỗi đan dẫu.
 - D. Chuỗi cấp số nhân.
3. Dãy số $\frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{15} + \frac{1}{24} + \dots$ có số hạng tổng quát u_n ($n \geq 1$) là:
 - A. $\frac{1}{n^2+2n}$
 - B. $\frac{1}{n^2+1}$
 - C. $\frac{1}{2n+1}$
 - D. $\frac{1}{n(n+1)}$
4. Vi phân của hàm số $y = \tan(x + \frac{\pi}{4})$ tại $x = 0$ là:
 - A. $dy(0) = dx$
 - B. $dy(0) = 2dx$
 - C. $dy(0) = -2dx$
 - D. $dy(0) = -dx$
5. Đạo hàm cấp 1 của hàm tham số $x = x(t), y = y(t)$ là y'_x bằng:
 - A. $\frac{x'(t)}{y'(t)}$
 - B. $\frac{y'(t)}{x'(t)}$
 - C. $y'(t) - x'(t)$
 - D. $\sqrt{(x')^2 + (y')^2}$
6. Tính vi phân dy của hàm số $y = \ln(\cos 2x)$:
 - A. $dy = -2 \tan 2x dx$
 - B. $dy = 2 \tan 2x dx$
 - C. $dy = \frac{-2}{\cos 2x} dx$
 - D. $dy = \tan 2x dx$
7. Giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x}-1}{x}$ bằng:
 - A. 3
 - B. 1
 - C. 0
 - D. 1/3
8. Giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{1-x}$ bằng:
 - A. $+\infty$
 - B. $-\infty$
 - C. -3
 - D. 0
9. Hàm $f(x)$ liên tục tại x_0 nếu:
 - A. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
 - B. $f(x_0)$ tồn tại
 - C. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$
 - D. $f'(x_0)$ tồn tại
10. Cho $f(x)$ liên tục trên $[a, b]$. Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?
 - A. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$
 - B. $|\int_a^b f(x) dx| \leq \int_a^b |f(x)| dx$
 - C. $\int_a^b f^2(x) dx = (\int_a^b f(x) dx)^2$
 - D. $\int_a^b dx = b + a$
11. Tích phân suy rộng loại 1 $\int_a^{+\infty} f(x) dx$ hội tụ nếu:
 - A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
 - B. Giới hạn $\lim_{A \rightarrow +\infty} \int_a^A f(x) dx$ hữu hạn
 - C. $f(x)$ là hàm số dương
 - D. $f(x)$ bị chặn trên $[a, +\infty)$
12. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2-1}$ là:

- A. TPSR loại 2 điểm bất thường $x = 1$ B. TPSR loại 1
C. TPSR loại 2 điểm bất thường $x = 0$ D. TPSR hỗn hợp
13. Tính tổng chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$:
A. $1/2$ B. 1 C. $1/4$ D. Phân kỳ
14. Chuỗi số $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}+1}{n^2+n}$ là:
A. Chuỗi hội tụ B. Chuỗi phân kỳ C. Chuỗi đan dáu D. Chuỗi có tổng bằng 0
15. Tính tổng chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{5^{n+1}}$:
A. $3/10$ B. $3/25$ C. $1/5$ D. $3/5$
16. Tính vi phân dy của $y = \frac{\ln x}{x}$:
A. $\frac{1-\ln x}{x^2} dx$ B. $\frac{\ln x-1}{x^2} dx$ C. $\frac{1}{x^2} dx$ D. $\frac{1+\ln x}{x^2} dx$
17. Cho $y = e^{-2x}$, tính d^2y :
A. $4e^{-2x}dx^2$ B. $-4e^{-2x}dx^2$ C. $2e^{-2x}dx^2$ D. $-2e^{-2x}dx^2$
18. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x$ thuộc dạng vô định nào?
A. $0 \cdot (-\infty)$ B. $0/0$ C. ∞/∞ D. 1^∞
19. Giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 4x}{x^2}$ bằng:
A. 8 B. 4 C. 2 D. 16
20. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{2/x}$ thuộc dạng vô định:
A. 1^∞ B. 0^0 C. ∞^0 D. Không vô định
21. $F(x) = \sin^2 x$ là một nguyên hàm của hàm nào?
A. $f(x) = \sin 2x$ B. $f(x) = 2 \sin x$ C. $f(x) = \cos 2x$ D. $f(x) = -\sin 2x$
22. Tích phân $\int \frac{dx}{x^2+4}$ bằng:
A. $\frac{1}{2} \arctan \frac{x}{2} + C$ B. $\arctan \frac{x}{2} + C$ C. $\frac{1}{4} \arctan \frac{x}{4} + C$ D. $\ln(x^2 + 4) + C$
23. Chuỗi lũy thừa $\sum a_n x^n$ hội tụ tại $x = 3$ và phân kỳ tại $x = -4$. Khẳng định nào chắc chắn ĐÚNG?
A. Chuỗi hội tụ tại $x = -2$ B. Chuỗi hội tụ tại $x = 4$
C. Chuỗi phân kỳ tại $x = 2$ D. Chuỗi phân kỳ tại $x = -3$
24. Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n \cdot 3^n}$:
A. $[-1, 5]$ B. $(-1, 5)$ C. $(1, 3)$ D. $[1, 5]$
25. Cho $\begin{cases} x = e^t \\ y = t^2 + 1 \end{cases}$. Tính y'_x tại $t = 0$:
A. 0 B. 1 C. 2 D. e
26. Cho $\begin{cases} x = \sin t \\ y = \cos 2t \end{cases}$. Tính y'_x tại $t = \pi/6$:

- A. -2 B. 2 C. $-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$
27. Cho $f(x) = |x - 1| \cdot \cos x$. Tính đạo hàm phải $f'_+(1)$:
- A. $\cos 1$ B. $-\cos 1$ C. 0 D. $\sin 1$
28. Giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$ bằng:
- A. 2 B. 1 C. 0 D. $1/2$
29. So sánh hai VCL $f(x) = x^3 + 2x$ và $g(x) = \sqrt{x^6 + 1}$ khi $x \rightarrow +\infty$:
- A. $f(x) \sim g(x)$ B. $f = o(g)$ C. $g = o(f)$ D. f bậc cao hơn g
30. Tính $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$:
- A. $1/2$ B. 1 C. e D. $1/e$
31. Thể tích vật thể tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 4$ quanh Ox:
- A. 8π B. 4π C. 16π D. 2π
32. Thể tích khối tròn xoay quanh Ox giới hạn bởi $y = x$ và $y = x^2$ là:
- A. $\pi \int_0^1 (x^2 - x^4) dx$ B. $\pi \int_0^1 (x - x^2) dx$ C. $\pi \int_0^1 (x - x^2)^2 dx$ D. $2\pi/15$
33. Bán kính hội tụ của chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2} (x+1)^n$ là:
- A. $1/2$ B. 2 C. 1 D. ∞
34. Xét (I) $\sum \frac{1}{n^2+1}$ và (II) $\sum \frac{n}{n+1}$. Khẳng định ĐÚNG:
- A. (I) hội tụ, (II) phân kỳ B. Cả hai cùng hội tụ
C. Cả hai cùng phân kỳ D. (I) phân kỳ, (II) hội tụ
35. Cho $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x} & x > 0 \\ a+1 & x \leq 0 \end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại $x = 0$:
- A. $a = 1$ B. $a = 2$ C. $a = 0$ D. $a = -1$
36. Cho $y = x(x-1)(x-2)\dots(x-2024)$. Tính $y'(0)$:
- A. $2024!$ B. $-2024!$ C. 0 D. 1
37. Khi $x \rightarrow 0$, so sánh $f(x) = x - \sin x$ và $g(x) = x^3$:
- A. f cùng bậc g B. $f \sim g$ C. $g = o(f)$ D. f bậc cao hơn g
38. Tìm tất cả các giá trị của tham số k để hàm số $f(x) = \begin{cases} (1 + \sin^2 x)^{\frac{2}{x^2}} & x \neq 0 \\ k^2 + 2k + e^2 - 1 & x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$:
- A. $k \in \{0; -2\}$
B. $k = 1$
C. $k \in \{1; -e\}$
D. Không tồn tại k
39. Tính tích phân $I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{x^2+3} dx$:

- A. $I = \sqrt{3} - \frac{\pi\sqrt{3}}{4}$
- B. $I = \sqrt{3} + \frac{\pi}{4}$
- C. $I = \frac{\pi\sqrt{3}}{6}$
- D. $I = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$
40. Cho tích phân suy rộng $I = \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^a \ln^2 x + \sqrt{x^5 + 1}}$. Tìm điều kiện của tham số a để tích phân I luôn hội tụ:
- A. $a > 1$
- B. $a > 0$
- C. Mọi $a \in \mathbb{R}$
- D. $a \geq 2.5$