8.4 Die Natur der Elektrizitätsträger im Hochvakuum

In diesem Abschnitt soll untersucht werden, welche *Ladung* und welche *Masse* die Elektronen besitzen und wie die Elektronen durch äußere Felder in ihrer Bewegung beeinflußt werden können.

Um das Vorzeichen der Ladung festzustellen, benutzen wir das in Abb. 486 im Längsschnitt gezeichnete Glasgefäß. Der am linken Ende befindlichen Glühkathode K steht in etwa 8 cm Entfernung eine in ihrer Mitte durchbohrte Anode A segenüber. Diese Anordnung ist getroffen, damit die Teilchen hinter der Anode in einen feldfreien Bezirk gelangen, d.h. sie treten durch die Öffnung in der Anode mit der Geschwindigkeit hindurch, die sie im Feld zwischen Kathode und

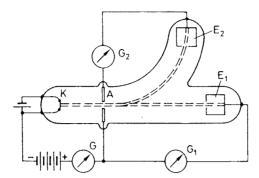


Abb. 486 Versuch zum Nachweis des Vorzeichens der Ladung der von einer Glühkathode ausgehenden Ladungsträger

Anode erlangt haben, und behalten diese unverändert bei. Sie treffen dann auf die als Hohlzylinder, d. h. als Faradaykäfig ausgebildete Elektrode E_1 . Verbindet man E_1 mit einem Elektrometer, so lädt sich dieses negativ auf. Damit ist die erste Frage beantwortet: Die Teilchen tragen negative Ladung. Das folgt auch aus der Bestimmung der Richtung des Stromes, der zwischen E_1 und A entsteht, wenn man diese beiden Elektroden über ein empfindliches Drehspulgalvanometer G_1 verbindet: Die Stromrichtung entspricht einer Bewegung negativer Teilchen von der Kathode zur Anode.

Auch die in der Röhre von A nach E_1 fliegenden Teilchen stellen einen Strom dar, der, wie jeder elektrische Strom, um sich herum ein Magnetfeld erzeugt und durch ein äußeres Magnetfeld wie ein beweglicher Leiter abgelenkt werden kann. Um dies nachzuweisen, besitzt die Versuchsröhre noch eine zweite Elektrode E_2 in einem seitlichen Ansatz. Lassen wir senkrecht zur Röhre und senkrecht zur Zeichenebene in Richtung auf den Beschauer der Abb. 486 ein Magnetfeld auf die durch die Anode hindurchtretenden Teilchen einwirken, so werden sie senkrecht zum Magnetfeld abgelenkt und treffen statt auf E_1 auf die Elektrode E_2 , so daß nun ein zwischen E_2 und A eingeschaltetes Galvanometer G_2 einen Elektronenstrom von A nach E_2 anzeigt.

Daß bei diesem Versuch an Stelle einer flachen Elektrode eine hohlzylindrische E_1 oder E_2 benutzt wird, hat folgenden Grund: Es muß vermieden werden, daß Sekundärelektronen zur Anode zurückfliegen. Weil ihre Zahl die der primären Elektronen übertreffen kann, kann es dadurch zu einer Umkehr des Ladungsvorzeichens von E_1 oder E_2 kommen. Dies läßt sich nur durch Einfangen der Elektronen in einem Hohlzylinder verhindern. Um zu erkennen, ob die von A kommenden Elektronen gerade in die Zylinderöffnung eintreten, überstreicht man die Stirnplatten der Zylinder mit einem Leuchtstoff, der an der Auftreffstelle des Elektronenstrahles aufleuchtet.

Nunmehr soll die Bewegung der Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern untersucht werden. Je nach der Orientierung der Feldrichtung zu der Bewegungsrichtung der Teilchen sind vier verschiedene Fälle möglich.

1. Longitudinales elektrisches Feld. Ein Teilchen der Masse m und der Ladung e besitzt nach Durchlaufen der Spannung U eines parallel zur Bewegungsrichtung gerichteten elektrischen Feldes die Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{2 \frac{e}{m} U}; \quad \text{denn} \quad \frac{m}{2} v^2 = e \cdot U. \tag{198}$$

Die Beschleunigung a, die das Teilchen in Richtung des elektrischen Feldes erfährt, ergibt sich aus der Gleichheit der Kräfte:

$$m \cdot a = e \cdot E$$
; d.h. $a = \frac{e}{m} \cdot E$. (199)

Die in den Gleichungen vorkommende Größe e/m heißt die spezifische Ladung des Teilchens; ihre Kenntnis liefert eine wichtige Aussage über die Natur des Teilchens.

Da außer e/m auch v unbekannt ist, müssen wir zur Bestimmung von e/m noch weitere Zusammenhänge zwischen e/m und anderen meßbaren Größen suchen.

2. Transversales elektrisches Feld. Zur Untersuchung des Einflusses eines senkrecht zur Bewegungsrichtung der Teilchen orientierten Feldes benutzen wir die in Abb. 487 im Längsschnitt gezeichnete Röhre. Bei dieser gelangen die von der Kathode K kommenden Elektronen, nachdem sie die Öffnung in der Anode A durchflogen haben, in das elektrische Feld eines Plattenkondensators P₁ P₂. Im Querfeld desselben beschreibt jedes Teilchen eine Parabel, genau wie ein waagerecht geworfener Stein im Schwerefeld der Erde. Nach Verlassen des Kondensatorfeldes fliegt das Teilchen geradlinig in Richtung der Tangente an die Parabel weiter, bis es auf den Fluoreszenzschirm S trifft, wo die Strahlablenkung gegen die unveränderte Flugbahn (ohne Kondensatorfeld) gemessen werden kann. Unter Benutzung des in Abb. 488 angegebenen Koordinatensy-

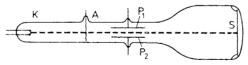


Abb. 487 Röhre zur elektrostatischen Ablenkung der Elektronen

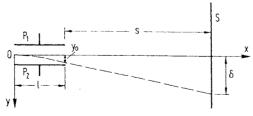


Abb. 488 Zur Ablenkung der Elektronen im Feld eines Plattenkondensators

stems beschreibt das Teilchen in der x-Richtung eine gleichförmige und in der y-Richtung eine beschleunigte Bewegung:

$$x = vt$$
, $y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{e}{m}|E_k|t^2 = \frac{1}{2}\frac{e}{m}\frac{U_k}{d}t^2$.

Dabei bedeutet E_k die Feldstärke im Kondensator, an dessen beiden Platten (Abstand d) die Spannung U_k liegt. Durch Elimination der Zeit t folgt als Bahngleichung des Teilchens im Kondensatorinnern:

$$x^2 = \frac{2md \cdot v^2}{e U_k} y. \tag{200}$$

Dies ist eine Parabel mit dem Parameter $p = \frac{mdv^2}{eU_k}$. Die Gleichung der Tangente im Punkt x = l, $y = y_0$, in dem das Teilchen aus dem Kondensator austritt, lautet daher:

$$xl = p(y + y_0),$$

und, da aus Gl. (200) $y_0 = \frac{e U_k l^2}{2m dv^2}$ folgt, erhalten wir für den Punkt x = s + l, $y = \delta$, in dem die abgelenkten Teilchen auf den Schirm auftreffen, die Gleichung:

$$(s+l)l = \frac{md \cdot v^2}{eU_k} \left(\delta + \frac{eU_k}{2mdv^2} l^2 \right),$$

woraus für die Ablenkung δ auf dem Schirm folgt:

$$\delta = \frac{(e/m) U_{k}}{2 dv^{2}} l(2s+l). \tag{201}$$

Die Ablenkung δ des Strahles durch das Kondensatorfeld ist also der Kondensatorspannung (anders ausgedrückt: der Feldstärke) direkt und dem Quadrat der Geschwindigkeit des Strahles (also der von den Teilchen durchlaufenen Spannung zwischen Kathode und Anode) umgekehrt proportional. Für v liefert die Gl. (201) die Beziehung:

$$v = \sqrt{\frac{e}{m} \frac{l(2s+l)}{2\delta d} U_{\mathbf{k}}} = \sqrt{\frac{e}{m} k U_{\mathbf{k}}}, \qquad (202)$$

wobei $k = \frac{l(2s+l)}{2\delta d}$ ist. Wir gewinnen nichts Neues, da wieder e/m und v als Unbekannte gemeinsam auftreten.

stems beschreibt das Teilchen in der x-Richtung eine gleichförmige und in der y-Richtung eine beschleunigte Bewegung:

$$x = vt$$
, $y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{e}{m}|E_k|t^2 = \frac{1}{2}\frac{e}{m}\frac{U_k}{d}t^2$.

Dabei bedeutet E_k die Feldstärke im Kondensator, an dessen beiden Platten (Abstand d) die Spannung U_k liegt. Durch Elimination der Zeit t folgt als Bahngleichung des Teilchens im Kondensatorinnern:

$$x^2 = \frac{2md \cdot v^2}{e U_k} y. \tag{200}$$

Dies ist eine Parabel mit dem Parameter $p = \frac{mdv^2}{eU_k}$. Die Gleichung der Tangente im Punkt x = l, $y = y_0$, in dem das Teilchen aus dem Kondensator austritt, lautet daher:

$$xl = p(y + y_0),$$

und, da aus Gl. (200) $y_0 = \frac{e U_k l^2}{2m dv^2}$ folgt, erhalten wir für den Punkt x = s + l, $y = \delta$, in dem die abgelenkten Teilchen auf den Schirm auftreffen, die Gleichung:

$$(s+l)l = \frac{md \cdot v^2}{e U_k} \left(\delta + \frac{e U_k}{2mdv^2} l^2\right),$$

woraus für die Ablenkung δ auf dem Schirm folgt:

$$\delta = \frac{(e/m) U_{\mathbf{k}}}{2 d v^2} l(2s+l). \tag{201}$$

Die Ablenkung δ des Strahles durch das Kondensatorfeld ist also der Kondensatorspannung (anders ausgedrückt: der Feldstärke) direkt und dem Quadrat der Geschwindigkeit des Strahles (also der von den Teilchen durchlaufenen Spannung zwischen Kathode und Anode) umgekehrt proportional. Für v liefert die Gl. (201) die Beziehung:

$$v = \sqrt{\frac{e}{m} \frac{l(2s+l)}{2\delta d} U_k} = \sqrt{\frac{e}{m} k U_k}, \qquad (202)$$

wobei $k = \frac{l(2s+l)}{2\delta d}$ ist. Wir gewinnen nichts Neues, da wieder e/m und v als Unbekannte gemeinsam auftreten.

3. Transversales magnetisches Feld. Da die "Kathodenstrahlen" einen elektrischen Strom darstellen, erfahren sie durch ein Magnetfeld Kräfte. Wie wir schon feststellten, werden sie durch ein transversales Magnetfeld senkrecht zur Feldrichtung und senkrecht zu ihrer Geschwindigkeitsrichtung abgelenkt. Es handelt sich jetzt um die Bestimmung der Bahnkurve der Teilchen. Der Betrag der Kraft dF, mit welcher ein transversales Magnetfeld der Flußdichte |B| = $\mu_0 H$ auf ein Stromelement IdI wirkt, ist nach dem Biot-Savartschen Gesetz:

$$d|F| = |B| \cdot I \cdot dI$$
.

Wenn nun die Strahlen einen Querschnitt dA ausfüllen und n die Teilchenzahl je Volumen ist, so treten in der Zeit t durch den Querschnitt nvdA Teilchen, die den Strom I = nevdA repräsentieren; $I \cdot dI$ ist also gleich

$$Idl = nevdAdl = nevd\tau$$
.

wenn man zur Abkürzung das Volumenelement $dAdl = d\tau$ setzt. Trägt man diesen Wert für Idl in die obige Kraftgleichung ein, so folgt

$$dF = nevBd\tau$$
:

darin ist nun $nd\tau$ die Zahl der Elektronen, die sich im Volumenelement d τ befinden. Folglich ist die Kraft auf ein Teilchen, das das Magnetfeld durchläuft (sog. Lorentz-Kraft):

$$\frac{\mathrm{d}F}{n\mathrm{d}\tau}=evB,$$

bzw. bei beliebigem Winkel zwischen v und B in Vektorschreibweise:

$$\mathbf{F} = e \left[\mathbf{v} \times \mathbf{B} \right]. \tag{203}$$

Wenn die Kraft senkrecht zur Bewegungsrichtung gerichtet ist, also den Betrag der Geschwindigkeit v nicht ändert, so folgt nach den Grundsätzen der Mechanik, daß das Teilchen eine Kreisbahn beschreibt. Der Kraft wird dabei durch die Zentrifugalkraft $\frac{mv^2}{r}$ das Gleichgewicht gehalten, wenn r der Radius der Bahn ist. Also folgt die Beziehung:

$$\frac{mv^2}{r} = e\left[\mathbf{v} \times \mathbf{B}\right]. \tag{204}$$

Wir benutzen zu dem Versuch wieder die in Abb. 487 dargestellte Röhre, nur daß jetzt an Stelle des transversalen elektrischen Feldes ein transversales Magnetfeld benutzt wird, das senkrecht zur Zeichenebene und (daher auch senkrecht zur Bewegungsrichtung) auf einer Strecke l' auf das Teilchen einwirkt. Im Feld beschreibt es einen Teil eines Kreisbogens und verläßt das Feld in Richtung der Tangente. Schließlich trifft es auf den Fluoreszenzschirm S im

Abstand s' auf, wo seine Ablenkung δ' gegenüber der geradlinigen Ausbreitung (ohne Feld) gemessen werden kann. Die Ausrechnung folgt denselben Prinzipien wie beim transversalen elektrischen Feld, und liefert das Ergebnis:

$$\delta' = \frac{(e/m)B}{2v} l'(2s' + l'); \tag{205}$$

dabei ist noch angenommen, daß δ' klein gegen r ist.

Aus den Gleichungen (201) und (205) lassen sich die Größen v und e/m bestimmen. Wählt man l = l' und s = s', so erhält man

$$v = \frac{\delta'}{\delta} \frac{U_k}{d} \frac{1}{B},\tag{206}$$

$$\frac{e}{m} = \frac{2\delta'^2}{\delta} \frac{U_k}{d} \frac{1}{B^2} \frac{1}{l(2s+l)}.$$
 (207)

Da U_k , d, δ' , δ , l, s und B leicht zu messen sind, kann man auf diese Weise die Geschwindigkeit v der Teilchen und ihre spezifische Ladung e/m getrennt bestimmen.

Bei Benutzung eines starken Magnetfeldes von hinreichendem Querschnitt kann der Kathodenstrahl zu einem vollständigen Kreis zusammengebogen werden. Dieser Fall ist in der photographischen Aufnahme Abb. 489 wiedergegeben. Um den Weg des Kathodenstrahles sichtbar zu machen, enthält die Röhre etwas Gas; dann leuchten die von den Elektronen getroffenen Gasmoleküle.

4. Longitudinales Magnetfeld. In einem homogenen Magnetfeld erfahren geladene Teilchen, die parallel zur Feldrichtung verlaufen, keinerlei Ablenkung. Haben aber die Strahlen bei ihrem Eintritt ins Feld einen zur Feldrichtung schiefen Verlauf, so werden sie zu einer die magnetischen Feldlinien spiralförmig umschlingenden Bahn abgelenkt (Abb. 490a). Zerlegt man nämlich die Strahlrichtung in zwei Komponenten parallel und senkrecht zur Feldrichtung, so

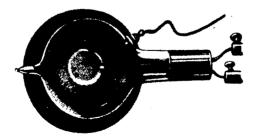


Abb. 489 Wehneltrohr mit Elektronenstrahl, der durch ein Magnetfeld zu einem Kreis zusammengebogen ist

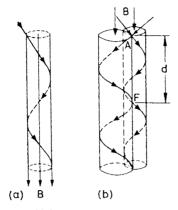


Abb. 490 Elektronenbahnen in einem longitudinalen Magnetfeld

erfährt erstere keine Ablenkung, während letztere zu einer Kreisbahn verformt wird. Aus der Überlagerung der gleichförmigen Geschwindigkeit in Richtung der Feldlinien und der Drehung senkrecht zu ihnen ergibt sich die schraubenförmige Bahn der Teilchen. Je schiefer der Strahl in das Feld eintritt, desto kleiner ist seine Geschwindigkeitskomponente in der Feldrichtung, und desto größer ist der Kreis, der senkrecht zum Feld durchlaufen wird. Bezeichnen wir mit α den Neigungswinkel des Strahles gegen die Feldrichtung und mit v seine Geschwindigkeit, so ist v sin α die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Feldrichtung. Der Radius der Kreisbahn ist also nach Gl. (204):

$$r = \frac{v \sin \alpha}{(e/m) B}.$$

Die Zeit für einen vollständigen Umlauf ist daher:

$$\tau = \frac{2\pi v \sin \alpha}{(e/m) B v \sin \alpha} = \frac{2\pi}{(e/m) B},$$

also unabhängig vom Kreisradius. Das heißt aber, daß alle unter den verschiedenen Winkeln schief gegen die Achse des Feldes eintretenden Teilchen nach Ablauf der gleichen Zeit wieder die Achse schneiden. Alle Teilchen, die mit gleicher Geschwindigkeit in einem Punkt A des Feldes unter verschiedenen Winkeln eintreten, müssen also auch wieder (allerdings, nicht gleichzeitig) durch einen Punkt F hindurchgehen, der in der Feldrichtung um eine Strecke d von A entfernt ist (Abb. 490b). Für d ergibt sich die Beziehung (H. Busch 1922):

$$d = \frac{2\pi}{(e/m)B} v \cos \alpha, \tag{208}$$

ist die Neigung α des Strahles klein, so kann $\cos \alpha = 1$ gesetzt werden, und Gl. (208) vereinfacht sich zu:

$$d = \frac{2\pi v}{(e/m)B}. (208a)$$

Kombiniert man Gl. (208) z.B. mit Gl. (198), so gewinnt man wieder eine vorzügliche Methode zur Bestimmung von v und e/m; man erhält nämlich:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U \cos^2 \alpha}{B^2 d^2} \tag{209a}$$

$$v = \frac{4\pi U \cos \alpha}{dB}. (209b)$$

Treten schließlich die Teilchen in ein magnetisches Feld mit steigender Feldstärke, z. B. in Richtung auf einen Magnetpol ein, so verläuft ihre Bahn spiralförmig auf einem Kegelmantel. Dabei kehrt sich die Bewegungsrichtung schließlich um, so daß der Teilchenstrahl scheinbar reflektiert wird (Abb. 491). In der Natur treten solche spiralförmigen Elektronenstrahlen in den *Polarlichtern* auf. Wenn nämlich die von der Sonne ausgesandten Elektronen in das inhomogene Magnetfeld der Erde gelangen, werden sie längs spiralförmiger Bahnen nach den magnetischen Polen der Erde abgelenkt. Dabei bringen sie beim Eintreten in die oberen sehr verdünnten Schichten der Atmosphäre die dort vorhandenen Gase zum Leuchten und erzeugen so das Polarlicht. Die im vorangehenden beschriebenen Ablenkungen der Kathodenstrahlen lassen sich nach E. Brüche (1930) mittels sogenannter *Fadenstrahlen* sichtbar machen. Setzt man vor eine möglichst punktförmige Glühkathode ein kurzes

Zylinderröhrchen als Anode, so gelingt es, bei passender Anodenspannung und Heizung das sonst kegelförmig auseinanderstrebende Strahlbündel zu



Abb. 491 Elektronenbahn in einem inhomogenen Magnetfeld

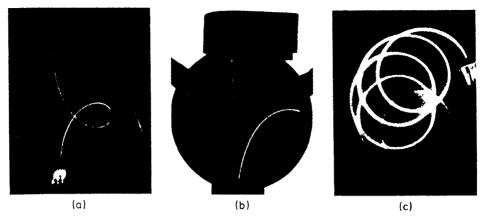


Abb. 492 Durch Gas konzentrierte Elektronenstrahlen. Die von den Elektronen getroffenen Gasmoleküle leuchten und machen die Bahn sichtbar. (a) Elektronenstrahl im Feld eines Permanentmagneten; (b) Elektronenstrahl mit und ohne Magnetfeld; (c) Elektronen werden in ein homogenes Magnetfeld hineingeschossen. Aufnahmen v. E. Brüche

einem Faden von etwa ¹/₄ mm² Querschnitt zusammenzuhalten. Die Bahn dieses Strahles läßt sich in der Röhre bis auf mehrere Meter Länge dadurch sichtbar machen, daß man etwas Gas in die Röhre bringt; dann wird der Weg des Strahles durch das Aufleuchten der von den Teilchen getroffenen Gasmoleküle deutlich sichtbar. (Das Zusammenhalten der Teilchen in dem Strahl wird durch die Rückwirkung der beim Zusammentreffen mit den Gasmolekülen entstehenden Raumladungen bedingt.) Die Abb. 492 zeigt einige Beispiele derartiger Fadenstrahlen in verschiedenen Magnetfeldern.

Ergebnisse. Die Gl. (198) gestattet eine Bestimmung der spezifischen Ladung e/m der zu untersuchenden Teilchen, wenn man die Geschwindigkeit v derselben direkt bestimmen kann. Dies ist zuerst E. Wiechert (1899) gelungen, indem er die Zeit, die die Teilchen zum Durchlaufen einer bestimmten Strecke benötigen, mitder Schwingungsdauer eines Hertzschen Oszillators verglich. Trotz den damals sehr großen Schwierigkeiten der Messung – es gab weder eine Methode zur Erzeugung ungedämpfter elektrischer Schwingungen noch zur Erzeugung hinreichend hoher Vakua in den Röhren – hatte Wiechert vollen Erfolg; je nach der angelegten Spannung fand er für v Werte zwischen $^{1}/_{10}$ und $^{1}/_{3}$ der Lichtgeschwindigkeit, also für irdische Verhältnisse enorm groß. Daraus folgte ein ungefährer Wert von $e/m = 2 \cdot 10^{8}$ As/g. Vergleicht man diesen Wert mit dem größten Wert

von e/m, der bei der Elektrolyse auftritt, nämlich für Wasserstoff = $\frac{96487 \text{ As}}{1,008 \text{ g}}$, so

erkennt man, daß während 1 Gramm H + eine Ladung von rund 10 5 As mit sich führt, die hier auftretenden Teilchen pro Gramm rund die zweitausendfache Ladung tragen. Das heißt also: Entweder muß jedes Teilchen eine viel größere

Ladung als eine Elementarladung tragen, oder aber die Masse dieses Teilchens muß rund zweitausendmal kleiner sein als die des Wasserstoffatoms, d. h. als die kleinste Atommasse, die die Chemie kennt. Diesen Schluß zog als erster in voller Klarheit bereits Wiechert. In der Folgezeit ist die Wiechertsche Methode von F. Kirchner (1932) mit den modernen Möglichkeiten zu einer Präzisionsmethode ausgebildet worden, die genaue Werte von v und e/m für die Kathodenstrahlteilchen liefert. Auch die Methode von H. Busch – Gl. (209) – und die Ausmessungen der Ablenkungen in elektrischen und magnetischen Feldern – Gl. (206) und (207) – liefern die gleichen Ergebnisse. Der genaueste heute geltende Wert ist für Teilchen, die eine Spannung U von nicht mehr als 1000 Volt durchlaufen haben:

$$\frac{e}{m} = 1,7588047 \cdot 10^8 \,\text{C/g} \,. \tag{210}$$

Setzt man für e den heute geltenden Wert für die Größe der Elementarladung ein, der sich z. B. mit der Millikanschen Schwebemethode experimentell genau bestimmen läßt:

$$e = 1.6021892 \cdot 10^{-19} \,\mathrm{C}$$

so findet man für die Masse der Kathodenstrahlteilchen, die wir nunmehr mit den Elektronen identifizieren dürfen, den Wert:

$$m = 9,109534 \cdot 10^{-28} \,\mathrm{g}$$

Da die Masse eines Wasserstoffatoms $1,67 \cdot 10^{-24}$ g beträgt, haben die Elektronen nur eine solche von $^{1}/_{1836}$ eines H-Atoms. Die Elektronen sind also mit keinem bekannten Atom oder Molekül identisch.

Die Überraschung, die dieses zuerst von Wiechert ausgesprochene Ergebnis auslöste, beruhte nicht darauf, daß die Kathodenstrahlteilchen überhaupt eine Masse haben. Das hatte man erwartet, weil man damals glaubte, es handele sich bei ihnen um geladene Atome oder Moleküle. Überraschend war die Erkenntnis, daß es eine so viel kleinere Masse gibt, als die Chemie uns lehrt. Wenn also die ganze Auffassung überhaupt richtig ist, daß es sich bei Gasentladungen um Bewegung von Korpuskeln handelt – und daran kann angesichts der großen Erfolge dieser Auffassung nicht gezweifelt werden –, so wird man gezwungen anzunehmen, daß eine elektrische Ladung eine winzige Masse haben muß. Gilt dies nämlich für die Elektronen, so natürlich auch für jede Elektrizitätsmenge, die ja aus Elektronen besteht. Heute weiß man, daß dies ein spezieller Fall eines ganz allgemeinen Gesetzes ist, wonach jedem Energiebetrag eine freilich außerordentlich kleine Masse äquivalent ist.

Voraussetzung für die obigen Schlußfolgerungen ist, daß alle Elektronen gleiche Masse und Ladung besitzen und daß jedes Teilchen eine Elementarladung trägt. Daß die erste Bedingung erfüllt ist, folgt z.B. daraus, daß bei den Ablenkungsversuchen die auf dem Fluoreszenzschirm erhaltenen Auftreffpunkte eben-

so scharf wie die des unabgelenkten Strahles sind. Das ist nur möglich, wenn v und e/m für alle bei dem Versuch beteiligten Partikel den gleichen Wert besitzen. Daß schließlich jedes Teilchen eine Elementarladung trägt, wird außer durch die direkten Messungen u.a. auch durch die Tatsache gestützt, daß Elektronen, die aus dem Vakuum in ein Gas übertreten, stets nur einwertige Ionen bilden.

Die im vorhergehenden mitgeteilten Resultate gelten ganz allgemein, wie auch immer die Elektronen erzeugt werden: Die Zahlen sind unabhängig sowohl vom Elektrodenmaterial wie von dem Füllgas der Röhre. Das beweist auf jeden Fall, daß in jedem Atom Elektronen vorhanden sind. Heute ist diese Auffassung allgemein bekannt; damals war diese Erkenntnis eine Sensation.

Aber die Überraschungen sind noch nicht zu Ende. Denn bei genaueren Messungen, die zuerst W. Kaufmann (1901–1906) anstellte, ergab sich, daß bei immer größeren Geschwindigkeiten der Elektronen die spezifische Ladung e/m kleiner wurde. Da man nicht gut annehmen kann, daß die Ladung der Elektronen sich ändert, bedeutet das, daß ihre Masse mit wachsender Geschwindigkeit zunimmt. Die Tabelle 14 zeigt dies; die erste Spalte enthält die beschleunigende Spannung U in V, die zweite, bzw. dritte die gemessene Geschwindigkeit v in km/s und in Bruchteilen der Lichtgeschwindigkeit ($\beta = v/c$), die vierte die gemessene spezifische Ladung e/m in C/g, die fünfte die Masse der Elektronen. (Die beiden letzten Zeilen der Tabelle bei sehr hohen Spannungen sind nicht gemessen, sondern nach der weiter unten folgenden Gl. (211) berechnet.)

Tab. 14 Die Abhängigkeit der Elektronenmasse von der Geschwindigkeit der Elektronen

Durchlaufene Spannung <i>U</i> in V	Geschwindig- keit v in km/s	Bruchteil β der Lichtge- schwindigkeit	Spezifische Ladung e/m in C/g	Elektronen- masse m in g
0,01	59,3	0,0002	1,76 · 108	$9,11 \cdot 10^{-28}$
0,1	$18.7 \cdot 10^{1}$	0,0006	1,76	9,11
1	$59,3 \cdot 10^{1}$	0,0019	1,76	9,11
10	$18,7 \cdot 10^{2}$	0,0062	1,76	9,11
100	$59,3 \cdot 10^{2}$	0,0198	1,76	9,11
1000	$18,7 \cdot 10^{3}$	0,0623	1,76	9,12
10000	$58,4 \cdot 10^{3}$	0,195	1,72	9,29
105	$16.4 \cdot 10^4$	0,547	1,44	10,9
10^{6}	$28,2 \cdot 10^4$	0,941	0,59	26,9
3,1 · 106	$29,7 \cdot 10^4$	0,990	0,25	64,2

Man erkennt aus der Tabelle, daß bis zu einer Spannung von 1000 Volt alles so verläuft, wie bisher geschildert; insbesondere erkennt man durch Prüfung der Spalten 1 und 2 die Gültigkeit der Gleichung (198). Sobald man mit der Spannung höher geht, bleibt die Geschwindigkeit v hinter dem berechneten Wert zurück; entsprechend nimmt e/m ab. Man bezeichnet die Elektronenmasse un-

554

terhalb der Spannung 1000 Volt, d.h. in einem Bereich, in dem sie nahezu konstant ist, als **Ruhemasse** m_e ; die veränderliche Masse m läßt sich dann in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v durch die Formel darstellen:

$$m = \frac{m_e}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},\tag{211}$$

worin c die Lichtgeschwindigkeit bedeutet. Die Gleichung ist eine Folgerung der Relativitätstheorie. Sie ist durch Messungen bis zu Werten von $\beta = v/c = 0.85$ mit einer Genauigkeit von $1^{0}/_{00}$ bestätigt. Nach dieser Formel ist in Übereinstimmung mit der Erfahrung die Elektronenmasse bis zu Geschwindigkeiten von rund 10^{4} km/s praktisch konstant, um bei einer höheren, experimentell erreichten Geschwindigkeit von $25.5 \cdot 10^{4}$ km/s ($\beta = 0.85$) auf das rund 2.8 fache anzuwachsen. Die ausgezogene Kurve in Abb. 493 gibt eine graphische Darstellung des Verlaufes von m/m_e in Abhängigkeit von v/c auf Grund der von der Theorie geforderten Gl. (211). Gleichzeitig sind die von den oben genannten Forschern gefundenen Meßwerte eingetragen: sie zeigen die vorzügliche Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment.

Besonders hervorzuheben ist, daß die Massenveränderlichkeit nach unserer heutigen Auffassung nicht auf die Elektronenmassen beschränkt ist, sondern allgemein für Massen jeder Art und Größe gilt. Nur kommen in der gewöhnlichen Mechanik keine Geschwindigkeiten vor, bei denen die Veränderlichkeit bemerkbar wäre. Aber grundsätzlich muß die ganze Mechanik so revidiert werden, daß der Massenveränderlichkeit Rechnung getragen wird.

Man erhält z.B. für den Impuls nicht mehr $m_e v$, sondern $\frac{m_e v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ entsprechend für die Newtonsche Bewegungsgleichung:

$$|F| = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\frac{m_e v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right).$$

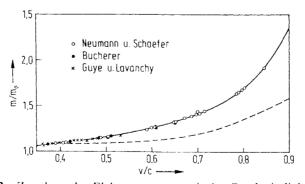


Abb. 493 Zunahme der Elektronenmasse mit der Geschwindigkeit

Daráus ergibt sich auch, daß Gl. (198) exakt nicht mehr richtig sein kann, was sich bei Elektronengeschwindigkeiten oberhalb 10^4 km/s auch bemerkbar macht, wie die Tabelle 14 zeigt. Die kinetische Energie ist nicht mehr $^{1}/_{2}$ $m_{e}v^{2}$, sondern

$$E_{\rm kin} = m_e v^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right),$$

was nur für kleine Werte von v/c mit $1/2 m_e v^2$ übereinstimmt.

Unterhalb von 1000 Volt durchlaufener Spannung kann die Gleichung benutzt werden, die nun mit dem Symbol der Ruhemasse m_e geschrieben wird:

$$E_{\rm kin} = \frac{1}{2} m_e v^2 = e U. ag{198}$$

Nach Kenntnis des Wertes von e/m_e kann der Leser nun auch die nach Gleichung (198) schon vorweggenommene "Faustformel" selbst nachrechnen (aber nur gültig bis 10 kV):

$$v = 600 \sqrt{U} \text{ (v in km/s; } U \text{ in Volt)}$$
(212)

Man gibt häufig die Geschwindigkeit von Elektronen als Voltgeschwindigkeit an, indem man statt ihrer wirklichen Geschwindigkeit die Spannung in Volt angibt, die die Elektronen zum Erreichen ihrer Geschwindigkeit hätten durchlaufen müssen. In diesem Sinne spricht man z. B. von Elektronen von 10000 Volt

"Geschwindigkeit". Ferner benutzt man die Gl. (198): $\frac{m_e}{2}v^2 = eU$, die die Ener-

gie eines Elektrons angibt, das die Spannung *U* durchlaufen hat, um ein besonders in der Atomphysik gebräuchliches Energiemaß einzuführen, indem man als Einheit diejenige Energie wählt, die ein Elektron besitzt, das eine Spannung von 1 Volt durchlaufen hat. Diese Einheit heißt **Elektronvolt** (eV). Zur Umrechnung in die gebräuchlichen Maßsysteme gilt die Beziehung:

$$1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Joule (J)}; (1 \text{ J} = 1 \text{ Ws} = 1 \text{ Nm}).$$

Zur Geschichte der Massenveränderlichkeit des Elektrons sei noch folgendes bemerkt: Die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Elektronenmasse hatte bereits H.A. Lorentz (1904) vor der Relativitätstheorie abgeleitet. Er faßte das Elektron in ruhendem Zustand als eine Kugel auf; es sollte sich mit zunehmender Geschwindigkeit immer stärker zu einem Ellipsoid abplatten. Dieser Theorie des "deformierbaren Elektrons", auf die auch die Relativitätstheorie führt, hatte M. Abraham (1902) die Theorie des "starren Elektrons" gegenübergestellt. Danach sollte das Elektron auch bei beliebiger Geschwindigkeit Kugelgestalt behalten. Auch daraus ergibt sich eine (kompliziertere) Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit, die in Abb. 493 durch die gestrichelte Kurve dargestellt ist,

jedoch nicht im Einklang mit den Versuchen steht. Man sieht, daß die wirkliche Entscheidung zwischen beiden Theorien erst im Gebiet $v/c \ge 0.5$ möglich ist, d.h. erst durch die Versuche in diesem Gebiet erbracht wurde.

6 Atomphysik*)

6.1 Elementarladung und spezifische Ladung des Elektrons

6.1.0 Grundlagen

Aus den Gesetzen der Elektrolyse (Faraday; vgl. Abschn. 5.3.0) folgt mit der Annahme des atomaren Aufbaus der Materie auch eine atomare Struktur der Elektrizität, d.h. die Existenz einer Elementarladung e, so daß jede Ladung Q ein ganzzahliges Vielfaches dieser Elementarladung, also

$$Q = n(\pm e) \tag{6.1}$$

ist, und ferner, daß

$$e = \frac{\text{Faraday-Konstante } F}{\text{Avogadro-Konstante } N_{A}} = 1,60217733(49) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$
 (6.2)

ist. Einen direkten Beweis für die Existenz und zugleich eine direkte Bestimmung der Elementarladung e und darüber hinaus der Masse m_e des Elektrons ermöglichen die von R.A. Millikan 1910 und von H. Busch 1922 angegebenen Methoden zur Messung der Elementarladung e und der spezifischen Ladung des Elektrons e/m_e .

Ein Körper der Masse m und der Geschwindigkeit v trage die elektrische Ladung Q. Dann wirkt auf ihn in einem elektrischen Feld der Feldstärke E die Kraft

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{E} \tag{6.3}$$

und in einem magnetischen Feld der Feldstärke Hnach Gl. (5.113) die Lorentzkraft

$$\mathbf{F} = \mu_0 \, \mathbf{Q} \, \mathbf{v} \times \mathbf{H} \,. \tag{6.4}$$

Solange keine weiteren Kräfte wirken, wird der Körper im elektrischen Feld gleichmäßig beschleunigt. Seine kinetische Energie $E_{\rm kin}$ wächst beim Durchlaufen einer Potentialdifferenz U um den Betrag

$$\Delta E_{\rm kin} = \Delta \left(\frac{1}{2} m v^2\right) = Q U. \tag{6.5}$$

Im magnetischen Feld dagegen ändert sich nur die Bewegungsrichtung. Denkt man sich die Geschwindigkeit v in die Komponenten v_p parallel und v_s senkrecht zum Magnetfeld zerlegt (Fig. 6.1), dann erkennt man, daß sich der geradlinigen Bewegung mit der Geschwindigkeit v_p eine kreisförmige Bewegung überlagert, so daß die resultierende Bewegung auf dem Mantel eines Zylinders des Radius r erfolgt. Für die

^{*)} Bearbeitet von Wolfgang Fischer.

Walcher, Praktikum der Physik, 9.Auflage,

♥ F_{el} = QE

Kreisbewegung ist die Zentripetalkraft mv_s^2/r gleich der Lorentzkraft Gl. (6.4), so daß der Radius

$$r = \frac{mv_s}{\mu_0 HQ} \tag{6.6}$$

und die Umlaufzeit

$$T = \frac{2\pi r}{v_{\rm s}} = \frac{2\pi m}{\mu_0 HQ} \tag{6.7}$$

werden

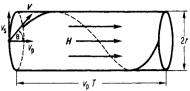


Fig. 6.1 Schraubenförmige Bewegung eines Elektrizitätsträgers im Magnetfeld

6.1.1 Bestimmung der elektrischen Elementarladung nach Millikan

6.1.1.0 Methode In einen Plattenkondensator, der nach außen durch Glasscheiben abgeschlossen ist (Fig. 6.2), werden durch einen Zerstäuber Öltröpfchen (Radius $a \approx 10^{-7}$ m) hineingeblasen und in Dunkelfeldbeleuchtung mit einem Mikroskop beobachtet. Die Beleuchtung erfolgt von der Seite oder schräg von hinten. Die Öltröpfchen erscheinen dann als helle Punkte auf dunklem Hintergrund. Bei der Zerstäubung werden die Tröpfchen durch Zerreißen ("Reibungselektrizität") elektrisch geladen. Besteht zwischen den Kondensatorplatten ein elektrisches Feld der Feldstärke E, dann bewegt sich entsprechend dem Stokesschen Gesetz (vgl. Abschn. 2.6.0.1) ein Öltröpfchen der Ladung Q mit der konstanten Geschwindigkeit v, die man nach Fig. 6.3 aus dem Gleichgewicht der Kräfte

$$QE + (4/3)\pi a^{3}(\varrho_{01} - \varrho_{1})g = -F_{R} = +6\pi a\eta v$$
(6.8)

berechnet, wobei ϱ_{0l} die Dichte von Öl, ϱ_L die Dichte der Luft und η die dynamische Viskosität von Luft bedeuten. Zur Messung der Geschwindigkeit v ist in dem Okular des Mikroskops eine Skala eingebaut, die man zuvor mit einem Objektmikrometer kalibriert. Im Prinzip könnte man den Radius a des Tröpfchens aus der Fallge-

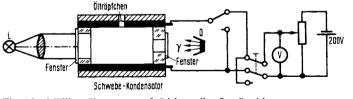


Fig. 6.2 Millikan-Kammer L Lichtquelle; Q γ-Strahler

Fig. 6.3 Kräftebilanz an einem in Luft bewegten Ladungsträger im elektrischen Feld G Gewichtskraft, A Auftrieb, F_R Reibungskraft, F_{el} Kraft im elektrischen Feld

schwindigkeit im feldfreien Raum (E=0) ermitteln, dann durch passende Wahl von E das Tröpfchen zum Schweben bringen (v=0) und daraus die Ladung Q bestimmen. Durch die bereits merkliche Brownsche Bewegung der Tröpfchen ist aber ein Schweben schlecht realisierbar. Man bestimmt daher in den beiden Fällen elektrische Feldstärke E parallel bzw. antiparallel zur Schwerefeldstärke g die Fallgeschwindigkeit v^{\uparrow} . Aus Gl. (6.8) findet man dann, daß

$$v \downarrow - v \uparrow = \frac{4}{9} a^2 \frac{(\varrho_{01} - \varrho_{L}) g}{n} \tag{6.9}$$

und
$$Q = \frac{9\pi}{2E} \left(\frac{\eta^3}{g(\varrho_{01} - \varrho_{1})} \right)^{1/2} (v \downarrow - v \uparrow)^{1/2} (v \downarrow + v \uparrow)$$
 (6.10)

ist. Durch Ionisierung der Kammerluft mit Röntgenstrahlung oder mit der Gammastrahlung eines radioaktiven Präparats kann man eine Änderung der Ladung Q erreichen. Aus Gl. (6.9) und (6.10) folgert man für die Zahl der Elementarladungen n_1 und n_2 vor und nach der Umladung¹) den Zusammenhang mit den jeweiligen Geschwindigkeiten

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{(v \downarrow + v \uparrow)_1}{(v \downarrow + v \uparrow)_2} \,. \tag{6.11}$$

Wenn n bekannt ist, kann e = Q/n aus Gl. (6.10) berechnet werden. Es ist aber zu beachten, daß die mittlere freie Weglänge I in Luft unter Normbedingungen etwa $10^{-7} m$ beträgt, also von der Größenordnung der Tröpfehenradien a ist. Die Grundvoraussetzung für das Stokessche Gesetz, daß sich nämlich die Tröpfehen in einem homogenen kontinuierlichen Medium bewegen, ist daher gar nicht erfüllt, und man hat deshalb für die dynamische Viskosität η den korrigierten Wert

$$\eta_{\rm C} = \eta \left(1 + A \frac{\overline{I}}{a} \right)^{-1} \tag{6.12}$$

anzusetzen (Cunningham-Korrektur). Für die Konstante A wurde empirisch der Wert A=0,864 gefunden. Berechnet man e nach Gl. (6.10) mit unkorrigiertem η , dann ist der korrigierte Wert $e_0=e\left(1+A\overline{l}/a\right)^{-3/2}$ und damit $e^{2/3}=e_0^{2/3}\left(1+A\overline{l}/a\right)$ eine lineare Funktion von 1/a. Man trägt daher die unkorrigierten Werte $e^{2/3}$ als Funktion von 1/a auf. Dabei genügt es, a nach Gl. (6.9), dem unkorrigierten Stokesschen Gesetz, zu berechnen. Durch die Meßpunkte wird eine Gerade gelegt, deren Schnittpunkt mit der Ordinatenachse den korrigierten Wert e_0 für die Elementarladung liefert. Siehe auch die Anmerkung zu 2.6.0.1 auf S. 384.

6.1.1.1 Gang des Versuchs und Auswertung 1) Man kalibriere das Okularmikrometer mit einem Objektmikrometer. — 2) Aufbau der Schaltung nach Fig. 6.2. — 3) Man blase Öltröpfehen in die Kammer und suche sich durch Anlegen und rechtzeitiges

¹) Die Voraussetzung, daß sich während der Versuchsreihe der Tröpschenradius nicht durch Verdampfung (kleiner Radius und daher hoher Dampsdruck) ändert, ist bei Verwendung von Hochvakuumöl hinreichend gut erfüllt.

Umpolen der Spannung ein geeignetes heraus. — 4) Man messe Steig- und Fallgeschwindigkeit bei gleichgroßen, aber entgegengesetzten elektrischen Feldstärken. — 5) Man wiederhole die Messung nach Umladung des Tröpfchens und versuche, möglichst viele Messungen an einem Tröpfchen zu erhalten. — 6) Man führe die gleichen Messungen an weiteren Tröpfchen mit verschiedenen Radien durch. — 7) Man berechne die Elementarladung e nach Gl. (6.10), trage $e^{2/3}$ als Funktion von 1/a auf und ermittle durch Extrapolation oder durch lineare Regression (Abschn. 1.2.10) den wahren Wert e_0 der Elementarladung. — 8) In Abschn. 2.6.0.1 (Anmerkung auf S. 384) wurde darauf hingewiesen, daß das Stokes-Gesetz nur für Reynolds-Zahlen Re < 0.4 gilt. Man prüfe anhand der Meßdaten, ob dies hier der Fall ist.

6.1.1.2 Meßunsicherheit Okularmikrometerkalibrierung und Bestimmung der Feldstärke lassen sich mit einer Meßunsicherheit $u_r = 1 \dots 2\%$ durchführen, wobei aber zu beachten ist, daß elektrische und Schwere-Feldstärke exakt gleichgerichtet sein müssen. Die gleiche Meßunsicherheit für die Geschwindigkeit erreicht man nur durch mehrfache Wiederholung der Messung, da die Beobachtungszeit oft nur wenige Sekunden beträgt. Die Dichte ϱ_{01} , wenn nicht angegeben, kann mit einem Pyknometer mit sehr kleiner Unsicherheit bestimmt werden. Der Tropfen wird durch seine Oberflächenspannung nur äußerst geringfügig komprimiert, so daß er die gleiche Dichte ϱ_{01} hat. Man beachte die Temperaturabhängigkeit:

$$\frac{1}{\varrho_{01}} \frac{\Delta \varrho_{01}}{\Delta 9} \approx 10^{-3} \text{ K}^{-1} \quad \text{und} \quad \frac{\Delta \eta}{\eta \Delta 9} = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1},$$
$$\eta_{1.7^{\circ}C} = 1,8008 \cdot 10^{-5} \text{ Nsm}^{-2}.$$

Im Diagramm für $e^{2/3}$ trage man zur Abschätzung der Unsicherheit der Extrapolation die Meßpunkte mit ihren Vertrauensgrenzen ein.

6.1.2 Bestimmung der spezifischen Elektronenladung nach Busch

6.1.2.0 Methode Eine Elektronenstrahl-Oszillographenröhre (Aufbau und Schaltung in Fig. 6.4) befindet sich in einer stromdurchflossenen Spule S der Länge L, des Durchmessers D und der Windungszahl n und damit in einem Magnetfeld $H=nI/\sqrt{L^2+D^2}$ (I= Spulenstrom), vgl. Abschn. 5.4.0. Zwischen Kathode K und Elektrode g_2 liegt die Spannung $U_{g_2}\approx 500\,\mathrm{V}$. Die Glühelektronen der indirekt geheizten Kathode K werden beschleunigt und dabei durch den Wehneltzylinder g_1 auf einen engsten Querschnitt Ω konzentriert (Overcross). Die drei Elektroden g_2 , g_3 , g_4 bilden ein elektronenoptisches Linsensystem, das bei geeigneter Wahl der Spannung U_{g_3} (=0···120 V) der Elektrode g_3 gegen die Kathode den Overcross auf den Leuchtschirm abbildet (Leuchtfleck). Durch Veränderung der Spannung U_{g_1} zwischen Kathode und Wehneltzylinder g_1 kann die Elektronenstromstärke und damit die Helligkeit des Leuchtflecks variiert werden. Den Heizstrom der Kathode hält man konstant. Legt man an das Ablenkplattenpaar P_1 , P_2 mit dem Abstand I

vom Leuchtschirm eine Wechselspannung (etwa 20 V), dann beobachtet man auf dem Leuchtschirm statt des Leuchtflecks einen Strich. Die Elektronen werden nämlich im elektrischen Feld des Ablenkkondensators um einen Winkel Θ abgelenkt, und dieser Ablenkwinkel schwankt im Takt mit der Wechselspannung zwischen den Grenzen $\pm~\Theta_{\rm max}$. Schaltet man das Magnetfeld der Spule ein, dann wird dieser Strich verdreht

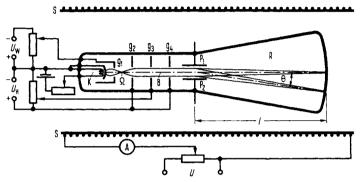


Fig. 6.4 Anordnung zur Messung der spezifischen Ladung des Elektrons nach Busch R Elektronenstrahlröhre, K Heizwendel, g_1 Wehneltzylinder, Ω "Overcross" (im optischen Sinn eine "Pupille" des Strahlenganges), g_2 , g_3 , g_4 elektrische Linse, P_1 , P_2 Ablenkplatten, B Elektronenbündel, $U_H = 400 \dots 800 \, \text{V}$: variable Gleichspannungsquelle, $U_W = 100 \, \text{V}$: Gleichspannungsquelle für U_{g_1} , S Zylindrische Spule, U Gleichspannungsquelle für den Spulenstrom

und verkleinert. Die Elektronen, die um den Winkel Θ abgelenkt wurden, haben infolge dieser Ablenkung senkrecht zum Magnetfeld die Geschwindigkeitskomponente $v_s = v \sin \Theta$, bewegen sich jetzt auf schraubenförmigen Bahnen und passieren nach der Zeit T entsprechend Gl. (6.7) wieder die Symmetrieachse, und zwar im alten Leuchtfleck genau dann, wenn

$$Tv_{p} = Tv \cos \Theta = l \tag{6.13}$$

ist. Solange Θ_{max} nicht zu groß ausfällt und damit $\cos\Theta$ stets nur wenig von eins abweicht, kann Gl. (6.13) bei allen Elektronen unabhängig von ihrer Ablenkung durch die gleiche Feldstärke H erfüllt werden. Dann errechnet man aus Gl. (6.5), (6.7) und (6.13) die spezifische Ladung des Elektrons zu

$$\frac{e}{m_e} = \frac{8\pi^2 \ U_{g_2}}{\mu_0^2 \ H^2 \ l^2}.\tag{6.14}$$

6.1.2.1 Gang des Versuchs und Auswertung 1) Aufbau der Schaltung nach Fig. 6.4. — 2) Man stelle einen hellen scharfen Leuchtfleck her. — 3) Man bestimme nach Möglichkeit bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen $U_{\rm g_2}$ mehrmals den Spulenstrom, bei dem die elektrostatische Ablenkung kompensiert wird. — 4) Man berechne $e/m_{\rm e}$ nach Gl. (6.14).