

Prosedur membuat program *double pendulum* :

1. Buat inisialisasi nilai awal untuk parameter:
 - a) Massa pendulum 1 (m_1)
 - b) Massa pendulum 2 (m_2)
 - c) Panjang tali 1 (L_1)
 - d) Panjang tali 2 (L_2)
 - e) Sudut pendulum 1 (θ_1) → kemudian ubah ke skala radian ($\theta_1 \cdot \pi / 180$)
 - f) Sudut pendulum 2 (θ_2) → kemudian ubah ke skala radian ($\theta_2 \cdot \pi / 180$)
 - g) Step size (dt)

2. Hitung momen inersia pendulum 1 dan 2 dengan rumus:

- a) $I_1 = m_1 L_1^2$
- b) $I_2 = m_2 L_2^2$

3. Gambar 2 garis dan 2 point circle untuk double pendulum dengan ketentuan sebagai berikut :

- a) Gambar panjang tali 1 dengan rumus :

Titik awal : (0,0)

Titik akhir :

$$X_1 = L_1 \sin \theta_1$$

$$Y_1 = L_1 \cos \theta_1$$

(Beri tanda negatif untuk koordinat y.)

- b) Gambar panjang tali 2 dengan rumus :

Titik awal :

$$X_1 = L_1 \sin \theta_1$$

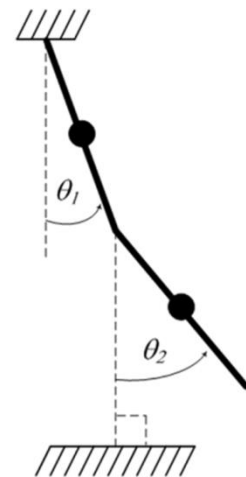
$$Y_1 = L_1 \cos \theta_1$$

Titik akhir :

$$X_2 = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin \theta_2$$

$$Y_2 = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \theta_2$$

(Beri tanda negatif untuk koordinat y.)



c) Gambar posisi pendulum 1 (Tanda negatif untuk koordinat y):

$$X_1 = \frac{1}{2} L_1 \sin \theta_1$$

$$Y_1 = \frac{1}{2} L_1 \cos \theta_1$$

d) Gambar posisi pendulum 2 (Tanda negatif untuk koordinat y) :

$$X_2 = L_1 \sin \theta_1 + \frac{1}{2} L_2 \sin \theta_2$$

$$Y_2 = L_1 \cos \theta_1 + \frac{1}{2} L_2 \cos \theta_2$$

4. Langkah berikutnya masuk ke rumus utama yang telah diperoleh dengan Lagrangian :

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{1}{4} m_1 + m_2 \right) L_1^2 + I_1 & \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) & \frac{1}{4} m_2 L_2^2 + I_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_2 & -\frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \\ -\frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) & -\frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1 - \theta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{2} m_1 + m_2 \right) g L_1 \sin \theta_1 \\ \frac{1}{2} m_2 g L_2 \sin \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{pmatrix}$$

$$M\ddot{\theta} + C\dot{\theta} + G = \tau$$

$$\ddot{\theta} = M^{-1}\tau - M^{-1}C\dot{\theta} - M^{-1}G$$

Untuk mempermudah program, buat function terlebih dahulu yang isinya merupakan rumus di atas.

f(t, teta1, teta2, tetadot1, tetadot2: Real)

5. Di dalam function deklarasikan beberapa matriks sesuai dengan rumus :

a) Buat array 2 dimensi untuk matriks M :

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{1}{4} m_1 + m_2 \right) L_1^2 + I_1 & \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) & \frac{1}{4} m_2 L_2^2 + I_2 \end{pmatrix}$$

- Kemudian buat program invers matriks M.
- Buat array 1 dimensi untuk nilai tau, isi tau[1] dan tau[2] dengan 0.
- Lakukan perkalian matriks : $M^{-1}\tau$

b) Buat array 2 dimensi untuk matriks C :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_2 & -\frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \\ -\frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) & -\frac{1}{2} m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1 - \theta_2) \end{pmatrix}$$

- Kemudian lakukan perkalian matriks (A) : $M^{-1}C$
- Buat array 1 dimensi untuk tetadot, isi tetadot[1] dan tetadot[2] = 0
- Lakukan perkalian matriks : $A \dot{\theta}$

c) Buat array 1 dimensi untuk matriks G :

$$G = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{2} m_1 + m_2 \right) g L_1 \sin \theta_1 \\ \frac{1}{2} m_2 g L_2 \sin \theta_2 \end{pmatrix}$$

- Lakukan perkalian matriks : $M^{-1}G$

d) Setelah melakukan seluruh perkalian matriks yang diperlukan dari poin (a) hingga (c), masukkan ke dalam rumus tetadotdot:

$$\ddot{\theta} = M^{-1}\tau - M^{-1}C\dot{\theta} - M^{-1}G \quad (1)$$

6. Buat prosedur RungeKutta. Program Runge Kutta digunakan sebagai pendekatan metode integrasi pada Persamaan (1) yaitu rumus tetadotdot. Ketika dilakukan proses integrasi akan dihasilkan dua parameter, integrasi pertama menghasilkan nilai tetadot, dan integrasi dari integrasi pertama menghasilkan nilai teta.

Nilai teta dan tetadot inilah yang diperlukan untuk proses update data, sehingga pendulum dapat bergerak.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} &= f(x, y, y') \\ k_1 &= \frac{h}{2} f(x, y, y') \\ k_2 &= \frac{h}{2} f\left(x + \frac{h}{2}, y + \frac{h}{2}\left(y' + \frac{k_1}{2}\right), y' + k_1\right) \\ k_3 &= \frac{h}{2} f\left(x + \frac{h}{2}, y + \frac{h}{2}\left(y' + \frac{k_1}{2}\right), y' + k_2\right) \\ k_4 &= \frac{h}{2} f\left(x + h, y + h\left(y' + k_3\right), y' + 2k_3\right) \\ y_n &= y_{n-1} + h\left(y'_{n-1} + \frac{k_1 + k_2 + k_3}{3}\right) \\ y'_n &= y'_{n-1} + \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{3} \end{aligned}$$

Perhatikan rumus runge kutta di atas dilakukan integrasi terhadap $f(x, y, y')$. Karena FP ini adalah double pendulum maka menjadi $f(t, teta, tetadot)$.

Fungsi di poin (5) kita gunakan.

Contoh :

$f(t, \text{teta1}, \text{teta2}, \text{tetadot}[1], \text{tetadot}[2]);$

$k1[1] := (dt/2) * \text{tetadotdot}[1];$

$k1[2] := (dt/2) * \text{tetadotdot}[2];$

.....

.....

.....

..... (lanjutkan hingga k4)

Lakukan update untuk nilai teta1, teta2, tetadot1, dan tetadot2.

Contoh :

$\text{updateteta1} := \text{teta1} + dt * (\text{tetadot}[1] + ((k1[1] + k2[1] + k3[1])/3));$

$\text{updateteta2} := \text{teta2} + dt * (\text{tetadot}[2] + ((k1[2] + k2[2] + k3[2])/3));$

.....

.....

..... (lanjutkan hingga updatetetadot2)

7. Buat function delay agar pendulum dapat bergerak. Function ini dapat diperoleh di internet, disesuaikan dengan Bahasa program yang digunakan.

Contoh :

procedure TForm1.Delay(Milliseconds: Integer);

var

Tick: DWord;

Event: THandle;

begin

Event := CreateEvent(nil, False, False, nil);

try

Tick := GetTickCount + DWord(Milliseconds);

while (Milliseconds > 0) and

(MsgWaitForMultipleObjects(1, Event, False, Milliseconds, QS_ALLINPUT) <> WAIT_TIMEOUT) do

begin

Application.ProcessMessages;

if Application.Terminated then Exit;

Milliseconds := Tick - GetTickCount;

end;

finally

```
CloseHandle(Event);
```

```
end;
```

```
end;
```

8. Langkah terakhir urutkan pecahan2 susunan prosedur dan function dari program yang telah dibuat. Lakukan

Contoh :

```
timee := 0;
```

```
repeat
```

```
  RungeKutta;
```

```
  Gambar;
```

```
  delay(1);
```

```
  timee := timee+dt;
```

```
until Button1.Click := 'STOP' ;
```

Deadline FP tanggal 20 Desember 2018. Semakin cepat selesai semakin baik.
Nilai individu diperoleh pada saat demo program + Laporan.

Selamat Mengerjakan !!!