第8章 静电场

- 一、电荷
- 1. 什么是电荷? 电荷只有正电荷和负电荷两种。 电荷是物质的基本属性之一,表征物体感受电相 互作用本领的大小。正如引力质量表征物体感受 引力相互作用的本领的大小一样。
- 2. 电荷是量子化的 自然界中物体所带电量:

$$q = ne \begin{cases} e = 1.602 \times 10^{-19} \text{C} \\ n = \pm 1, \pm 2, \pm 3... \end{cases}$$

1906-1917年,密立根用液滴法 首次从实验上证明了微小粒子 的带电量是不连续变化的。

q的取值不能连续变化,而只能取一些分立值,即是量子化的。

不过,在宏观电磁现象中电荷的不连续性体现不出来。

3. 电量是相对论不变量

电子加速到 v = 0.9999999997 c

 $m = 4.0825 \times 10^4 m_0$

而电量 $q = e = 1.602 \times 10^{-19}$ C 保持不变

实验表明,一个电荷的电量与它的运动状态无关。

4. 电荷遵从电荷守恒定律(基本的守恒定律之一)

即:在和外界没有电荷交换的系统内,正负电荷的代数和在任何物理过程中保持不变。

本章主要研究静止的带电体之间的电相互作用, 即主要研究静电场。

静电现象及应用的例子:

静电复印机的工作原理

静电除尘

静电植绒〉演示实验

乒乓球

《奇妙的静电》 堤井信力[日] 著 王旭 译 科学出版社 1998年



5. 点电荷 ——理想模型

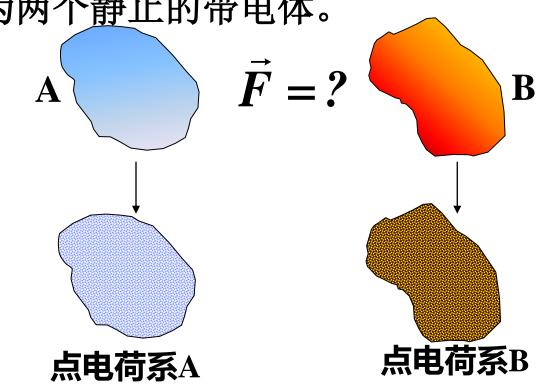
问题: 带电体之间的静电作用力怎么计算?

设A、B为两个静止的带电体。



点电荷

(看成一个点,有电量)



实际上,点电荷的体积不一定很小。只要带电体的大小和形状的影响可以忽略不计,均可当做点电荷处理。比如,当A和B相距足够远时,其大小和形状的影响可以忽略不计,就都可以视为点电荷。

- 二、库仑定律
- 1. 库仑定律(1785年, 扭称实验)

真空中两个静止的点电荷 q_1,q_2 之间的相互作用力为:

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_r \qquad \vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

在国际单位制中:

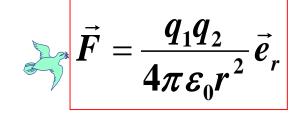
$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.988 \times 10^9 \,\text{Nm}^2 \,/\,\text{C}^2$$

 $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \,\text{C}^2 /\,\text{Nm}^2$
(真空的介电常数)

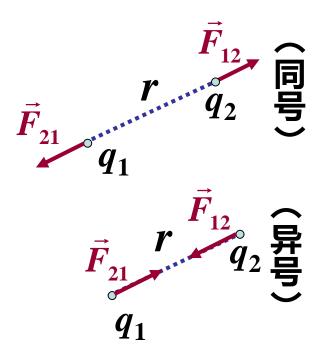
单位矢量营,由施力者指向受力者。

说明:

- 1) 库仑定律是基本实验规律, 在宏观、微观领域均适用。
- 2) 只适用于两个**静止的点电荷** 公式反映了 q_1 、 q_2 同号相斥,异号相吸的事实。



 $(\vec{e}_r$ 由施力者指向受力者)



4) 若 q_1 、 q_2 在介质中,介电常数 $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$; 在空气中: $\varepsilon \approx \varepsilon_0$

2. 电场力叠加原理

实验证明:

多个点电荷存在时,任意一个点电荷受的 静电力等于其它各个点电荷单独存在时对它的 作用力的矢量和。

即:
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n$$

$$\vec{q}_3 \quad \vec{q}_0 \quad \vec{q}_n \quad \vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

库仑定律 电场力叠加原理

静电荷相互作用的基 本实验规律

三、库仑力是如何传递的-电场



近代物理学证实:

电荷之间是通过电场来发生相互作用的。

每个电荷都在周围空间激发出电场, 所激发的电场对位于其中的其它电荷产 生力的作用。



电场的基本性质:

- 1. 对放入其内的任何电荷都产生电场力的作用
- 2. 电场力可对移动电荷做功
 - ——电场具有能量
- 3. 电场 对绝缘体(电介质),产生极化现象

静电场:

相对观察者静止的电荷激发的电场

——是电磁场的一种特殊形式

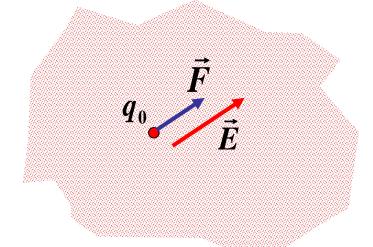
特点: 静电场与静电荷相伴而生。

如何定量地描述电场的物理性质呢?

四、电场强度矢量Ē

 $1.\overline{E}$ 的定义:

$$ec{E} = rac{ec{F}}{q_0}$$



 $(q_o$ 是试验电荷,很小)

即: \vec{E} 大小等于单位正电荷在该处受力的大小即: \vec{E} 方向沿单位正电荷在该处受力方向

单位: N/C (牛顿/库仑) 或 V/m(伏特/米)

一般地:

电场空间不同点的场强大小方向都不同。

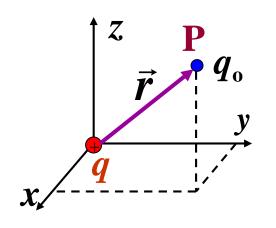
若场中各点的场强大小方向都相同**→均匀电场**

$2. \vec{E}$ 的计算

 \vec{E} 的定义: $\vec{E} = \frac{F}{q_0}$

(1) 点电荷的电场强度

求位于原点处的点电荷q的电场 \vec{E} 。



在任意点P放入一试验电荷 q_0

根据库仑定律, q。受力:

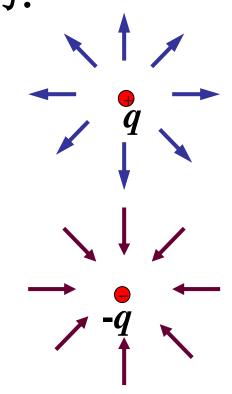
$$\vec{F} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

P点处的场强:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \vec{e}_{r}$$

显然:

 \vec{E} 的方向,处处沿以q 为中心的 矢径方向(或反方向)。

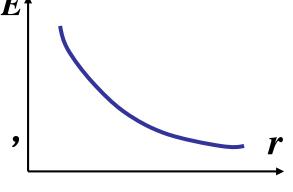


P点处的场强:
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$
 电场分布特点:

- (a) \vec{E} 的方向,处处沿以 q为中心的 矢径方向(或反方向)。
- \vec{r} \vec{q}_0 \vec{r} \vec{q} \vec{y}
- (b) q一定时, \vec{E} 的大小只与r 有关。 在相同r的球面上 \vec{E} 大小相等。

(c)
$$E \propto \frac{1}{r^2} \begin{cases} r \to \infty & E \to 0 \\ r \to 0 & E \to \infty \end{cases}$$
?

(d) 电场中每一点都对应有一个矢量 \vec{E} ,这些矢量的总体构成一个矢量场。



因此,在研究电场时,往往不仅仅是着眼于个别地方的场强,更多的是求电场关于空间坐标的矢量函数。

例: 求点电荷系 q_1 、 q_2 、... q_n 在空间任一 点P处产生的电场强度。

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

解: 在P点放一试验电荷 q_0 , 由电场力叠加原理:

$$q_0$$
受合力: $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \cdots + \vec{F_n}$

P点的电场:

P点的电场:
$$\vec{E}_{P} = \frac{\vec{F}}{q_{0}} = \frac{\vec{F}_{1} + \vec{F}_{2} \cdots + \vec{F}_{n}}{q_{0}}$$

$$= \frac{\vec{F}_{1}}{q_{0}} + \frac{\vec{F}_{2}}{q_{0}} + \cdots + \frac{\vec{F}_{n}}{q_{0}}$$

$$= \vec{E}_{1} + \vec{E}_{2} + \cdots + \vec{E}_{n} = \sum_{i=1}^{k} \vec{E}_{i}$$

$$= \sum_{i=1}^{k} \frac{q_{i}}{4\pi\varepsilon_{0}r_{i}^{2}} \vec{e}_{r_{i}}$$
场强叠加原理

各点电荷在该点各自 电场中一点的场强 = 产生的场强的矢量和 例: 求电偶极子中垂线上任一点的电场强度。 \vec{E} 电偶极子: 两相隔一定距离的等量异号点电荷。 $\vec{\ell}$ 表示负电荷到正电荷的矢量线段

$$\vec{p} = q\vec{l}$$
 ——电偶极矩

以a为原点建坐标系: $E_y=0$ $\frac{4\pi\varepsilon_0(r^2+\frac{l^2}{4})}{4\pi\varepsilon_0(r^2+\frac{l^2}{4})}$ 解: a点的场强 $E_{+}=E_{-}$

$$E = E_{x} = -2E_{+}\cos\theta \quad \cos\theta = \frac{\frac{2}{r^{2} + l^{2}/4}}{\left(r^{2} + l^{2}/4\right)^{\frac{1}{2}}} \vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_{0}r}$$

$$E = -\frac{ql}{4\pi\varepsilon_{0}\left(r^{2} + l^{2}/4\right)^{\frac{3}{2}}} \vec{E}r >> l = -\frac{ql}{4\pi\varepsilon_{0}r}$$

$$\vec{p}$$
 \vec{E} 由 \vec{p} 决定

 $-\frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$ $\left\{ egin{array}{c} \vec{p} = q\vec{l} \end{array} \right\}$ 是描述电偶极子属性的物理量 E与 r^3 成反比,比点电荷电场衰减得快

例:分析均匀电场 \vec{E} 中电偶极子的受力。设电偶极子的电荷带电量大小为q。

解: 受力
$$\vec{F}_{+} = q\vec{E}$$
 $\vec{F}_{-} = -q\vec{E}$ $\vec{F}_{-} = -q\vec{E}$ $\vec{F}_{-} = -q\vec{E}$

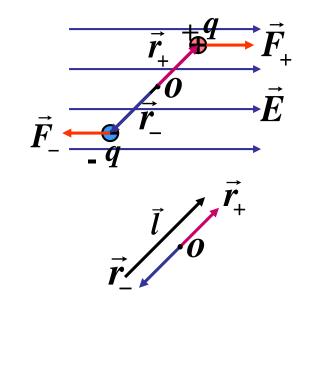
相对两电荷的连线中点0的力矩:

$$\vec{M} = \vec{r}_{+} \times \vec{F}_{+} + \vec{r}_{-} \times \vec{F}_{-}$$

$$= q\vec{r}_{+} \times \vec{E} - q\vec{r}_{-} \times \vec{E}$$

$$= q(\vec{r}_{+} - \vec{r}_{-}) \times \vec{E}$$

$$= q\vec{l} \times \vec{E}$$



即: $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$ 使电偶极子转向电场方向

(2) 任意带电体的电场 \vec{E} 的计算 对电荷连续分布的带电体,可 视为由许多电荷元dq组成。

dq在任意点P处产生的电场为:

$$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

所有dq 在P点产生的电场:

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E} \begin{cases} E_x = \int dE_x \\ E_y = \int dE_y \\ E_z = \int dE_z \end{cases}$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E} \begin{cases} E_x = \int dE_x \\ E_y = \int dE_y \\ E_z = \int dE_z \end{cases} \begin{cases} \vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k} \\ |\vec{E}| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} \\ tg\alpha = \frac{E_y}{E_x} \end{cases}$$

例: 半径为 R 的 1/4 圆弧上均匀带电,线电荷密度为 λ ,求圆心处的场强。

解: 取dq。 dq =
$$\lambda$$
dl = λ Rd θ

$$dE = \frac{dq}{4\pi \varepsilon_0 R^2} = \frac{\lambda R d\theta}{4\pi \varepsilon_0 R^2}$$

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j}$$

$$E = \frac{\partial Q}{\partial \pi} = \frac{\partial R d\theta}{\partial \pi}$$

$$E = \frac{\partial R d\theta}{\partial \pi} = \frac{\partial R d\theta}{\partial \pi}$$

$$E = \frac{\partial R d\theta}{\partial \pi} = \frac{\partial R d\theta}{\partial \pi}$$

$$\begin{split} E_{x} &= \int \mathrm{d}E_{x} = \int \mathrm{d}E \cos\theta = \int_{0}^{\pi/2} \frac{\lambda}{4\pi \, \varepsilon_{0} R} \cos\theta \mathrm{d}\theta = \frac{\lambda}{4\pi \, \varepsilon_{0} R} \\ E_{y} &= \int \mathrm{d}E_{y} = \int -\mathrm{d}E \sin\theta = \int_{0}^{\pi/2} -\frac{\lambda}{4\pi \, \varepsilon_{0} R} \sin\theta \mathrm{d}\theta = -\frac{\lambda}{4\pi \, \varepsilon_{0} R} \end{split}$$

例: 求均匀带电圆弧圆心处的场强,已知 α 、R、 λ 。

解: 电荷元在圆心dq 产生的场强:

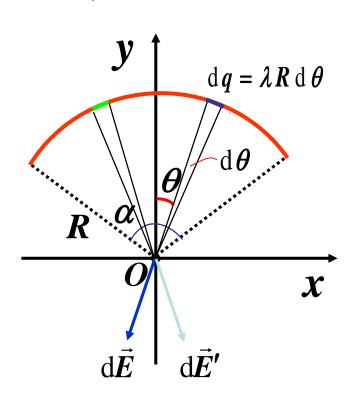
$$\mathrm{d}E = \frac{\lambda R \,\mathrm{d}\,\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

由对称性:
$$\int dE_x = 0$$

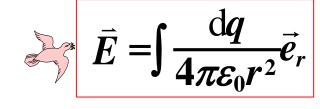
$$E = \int dE_y = -\int \frac{\lambda R d\theta}{4\pi \varepsilon_0 R^2} \cos\theta$$

$$=-2\int_0^{\frac{\alpha}{2}} \frac{\lambda R \cos \theta}{4\pi \varepsilon_0 R^2} d\theta$$

$$=\frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{-\sqrt{2}\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}$$
 场强沿y 轴负方向。
$$\alpha=90^{\circ}$$

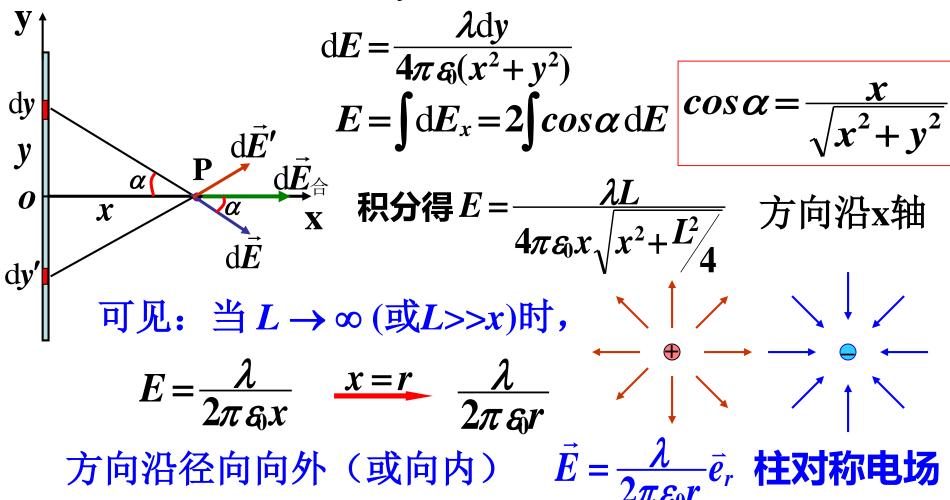


例: 求均匀带电细棒中垂面上的电场分布。



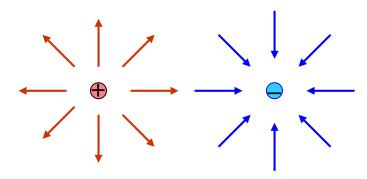
已知:棒长L,线电荷密度λ

解: 建坐标系,取线元dy。关于o点对称取线元dy。



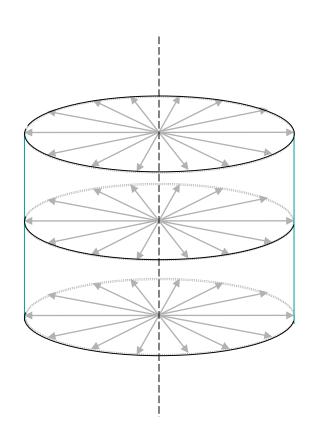
无限长均匀带电细直线的电场分布: $E = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0 r}$

方向沿径向向外(或向内), 即为柱对称电场。



可写为:

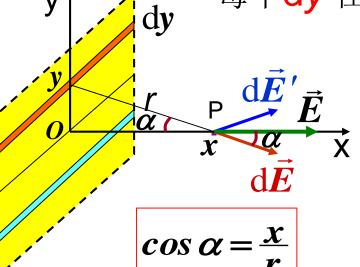
$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0 r} \vec{e}_r$$



例: 一无限大带电平面的面电荷密度为 σ , 求其电场分布。

解: 平面可看成无数条宽为dy 的细线组成

 $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi \, \epsilon_0 r} \vec{e}_r$



$$\mathrm{d}E = \frac{\sigma \,\mathrm{d}y}{2\pi \, s r}$$

$$\lambda = \sigma dy$$

由对称性:

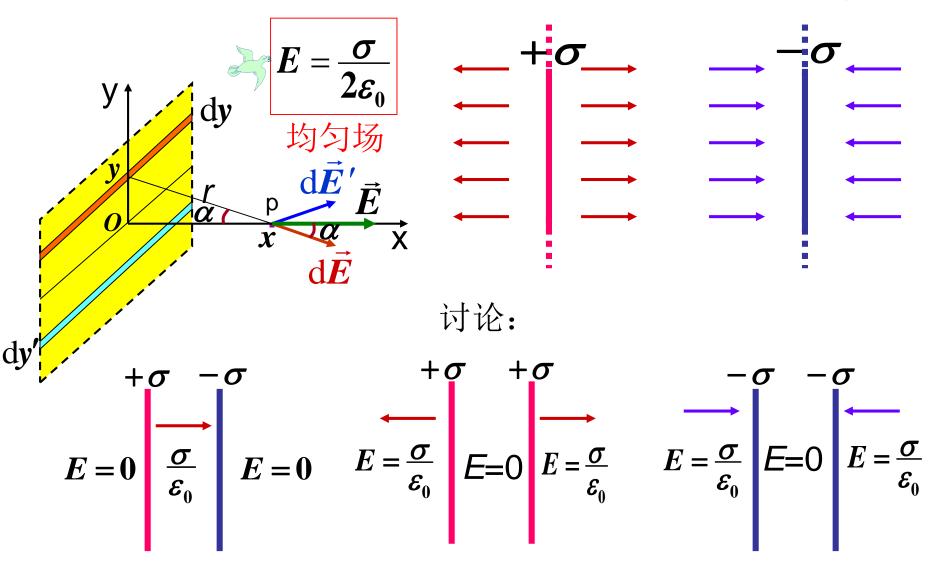
$$E_y = \int \mathrm{d}E_y = 0$$

$$\therefore E = \int dE_x = \int dE \cos \alpha$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sigma \, \mathrm{d}y}{2\pi \varepsilon_0 (x^2 + y^2)} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$
 方向与平面垂直

例: 一无限大带电平面的面电荷密度为 σ , 求其电场分布。



例:求一均匀带电圆环轴线上的电场强度。设圆环半径为R,带电量为Q。

解:在圆环上任取电荷元dq。

$$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

由对称性知,垂直x轴的场强为零。

$$\therefore E = E_x$$

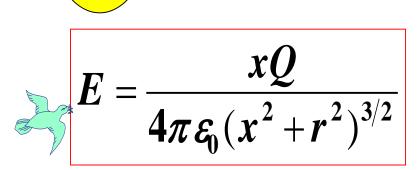
$$dE_r = dE \cos \theta$$

$$E = E_x = \int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cos\theta = \frac{\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \int \mathrm{d}q = \frac{Q\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} - E = \frac{xQ}{4\pi\varepsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}} \xrightarrow{x >> R} E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

例: 半径为 R 的均匀带电圆盘的面电荷密度为 $\sigma(>0)$ 。 求此圆盘轴线上任一点 p 的场强。

解: 圆盘可视为由许多小圆环组成 σ 取半径为r宽为dr的圆环, $dq = \sigma 2\pi r dr$



(半径为R的圆环轴线上)

$$E = \frac{xQ}{4\pi\varepsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$$

例: 半径为 R 的均匀带电圆盘的面电荷密度为 $\sigma(>0)$ 。 求此圆盘轴线上任一点p的场强。

解:圆盘可视为由许多小圆环组成 σ 取半径为r宽为dr的圆环,

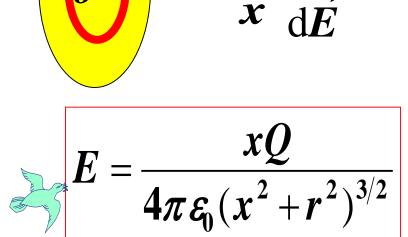
$$\mathrm{d}q = \sigma 2\pi r \mathrm{d}r$$

代替右式中的Q 得:

$$\mathrm{d}E = \frac{x \cdot \sigma 2\pi r \mathrm{d}r}{4\pi \varepsilon_0 (x^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$E = \int dE = \int_0^R \frac{\sigma x r dr}{2\varepsilon_0 (x^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}})$$

场强方向:沿 x轴正方向。



$$=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}})$$



$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}\right)$

讨论:

$$(1)R \rightarrow \infty$$
 无限大带电平面

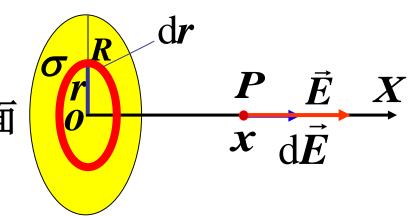
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

(2)
$$x \to 0$$
, $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$$(3) x >> R 时, E = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 x^2}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} [1 - (1 + \frac{R^2}{x^2})^{-1/2}]$$

$$\approx \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} [1 - (1 - \frac{1}{2} \frac{R^2}{x^2})] = \frac{\sigma R^2}{4\varepsilon_0 x^2} = \frac{R^2}{4\varepsilon_0 x^2} \cdot \frac{q}{\pi R^2} = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 x^2}$$

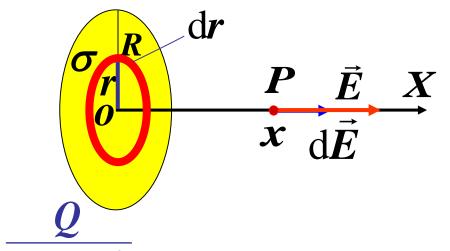




$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}})$ (均匀带电圆盘)

$$E = \frac{xQ}{4\pi\varepsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$$

(均匀带电圆环) ** >> R



$$(3) x >> R 时, E = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 x^2}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} [1 - (1 + \frac{R^2}{x^2})^{-1/2}]$$

$$\approx \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} [1 - (1 - \frac{1}{2} \frac{R^2}{x^2})] = \frac{\sigma R^2}{4\varepsilon_0 x^2} = \frac{R^2}{4\varepsilon_0 x^2} \cdot \frac{q}{\pi R^2} = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 x^2}$$

$$E = \frac{xQ}{4\pi\varepsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$$
(均匀带电圆环)
$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$
(相当于)

$$\lim_{R\to 0} E = \lim_{R\to 0} \frac{xQ}{4\pi\varepsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}})$$
 (均匀带电圆盘)

$$\lim_{R\to 0} E = \lim_{R\to 0} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}) = \lim_{R\to 0} \frac{q}{2\varepsilon_0 \pi R^2} (1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}})$$

而不是
$$\lim_{R\to 0} E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \lim_{R\to 0} (1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}})$$



$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}})$ (均匀带电圆盘)

$$\lim_{R\to 0} E = \lim_{R\to 0} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}) = \lim_{R\to 0} \frac{q}{2\varepsilon_0 \pi R^2} (1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}})$$

$$= \frac{q}{2\varepsilon_0 \pi} \lim_{R \to 0} \frac{1}{R^2} (1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}})$$

$$\lim_{R\to 0} \frac{1}{R^2} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}\right) = \lim_{R\to 0} \left(\frac{1}{R^2} - \frac{x}{R^2 \sqrt{x^2 + R^2}}\right)$$

$$= \lim_{R\to 0} \left(\frac{\sqrt{x^2 + R^2 - x}}{R^2 \sqrt{x^2 + R^2}} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + R^2 + x}}{\sqrt{x^2 + R^2 + x}} \right) = \frac{1}{2x^2}$$

作业: 6—T1、T2、T3、T4

本次课重点:

- 1.库仑定律和场的概念
- 2.点电荷的电场,场强叠加原理
- 3.简单形状带电体的电场计算