2013-2 期中考试试卷

1.求与平面π：$2x+3y+6z+1=0$平行，且与三个坐标面所构成的四面体体积为 1 的平面方程。

2.已知$\overrightarrow{AB}=\{-3,0,4\}$，$\overrightarrow{AC}=\{5,-2,-14\}$，试求$\angle BAC$平分线上的单位向量。

3.设动点$P(x,y,z)$到点$P_0(1,1,2)$的距离是它到平面$x=3$的距离的$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$，求其轨迹方程。

4.设$z=f(x+y,xy)$，计算二阶偏导数$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。其中$f$有连续的二阶偏导数。

5.设$z=f(x,y)$是由方程$z+x+y-e^{z+x+y}=0$所确定的二元函数，求dz。

6.设方程组$\begin{cases} az+f(y-x,z+y)=0 \\ by+g(y+z,z-x)=0 \end{cases}$确定了函数$y=y(x)$和$z=z(x)$，求$\dfrac{dz}{dx}$。其中$f,g$有连续的偏导数。

7.计算 $I=\iint\limits_D (x^2+xe^{x^2+y^2})dxdy$，其中$D:1\le x^2+y^2\le 4$。

8. 计 算 $I=\int_0^1 dy\int_{\sqrt{y}}^1 \sqrt{x^4-y^2}\,dx$，

9. 计 算 $I=\iint\limits_D |x+y-1|dxdy$，$D:0\le x\le 1,0\le y\le 1$ 。

10.计算 $I=\iiint\limits_\Omega z^2 dxdydz$，其中$\Omega:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}\le 1$。

11.计算 $I=\iiint\limits_\Omega (x^2+y^2+z)dxdydz$，其中$\Omega$是由曲线$\begin{cases} y^2=2z \\ x=0 \end{cases}$绕$z$轴旋转一周而成的曲面与平面$z=4$所围成的立体。

12.求抛物面$z=x^2+y^2+1$的一个切平面，使得它与该抛物面及圆柱面$(x-1)^2+y^2=1$围成的体积最小，并求出这个最小体积。

13.设$f(x,y)=|x-y|$，讨论$f(x,y)$在原点$(0,0)$处的（1）连续性，（2）偏导数存在性，（3）可微性，（4）沿方向 $\mathbf{n}=\{1,1\}$的方向导数的存在性。对存在情形计算出结果。