

2014-2 期中考试试卷

1. 设 a 是以点 $A(1, 0, 0), B(1, 1, 1), C(0, 2, 3)$ 为顶点的三角形的面积, 求其值。
2. 设 S 是曲线 $L: \begin{cases} z = -x^2 + 1 \\ y = 0 \end{cases}$ 绕 z 轴的旋转面, 求其上与直线 $x = y = z$ 垂直的切平面方程。
3. 求函数 $u = xy^2z^3$ 在点 $P(1, 1, 1)$ 处的全微分 du 。
4. 设函数 $u = xy^2$ 在点 $P(1, 1)$ 处沿着单位矢量 $\mathbf{n} = \{a, b\}$ 的方向导数 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 比沿着其他任何方向的方向导数都要大, 求出此矢量 \mathbf{n} 和 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 。
5. 设 $z = f(x, u)$, $x = t^2$, $u = \sin t$, 其中 f 具有连续偏导数, 求 $\frac{dz}{dt}$ 。
6. 设 $z = f(x, u)$, $u = x^2y$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 。
7. 设 $z = f(u)$, $u = x^2y$, 其中 f 具有二阶连续导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。
8. 设函数 $w = x^2 + y^2 + z^2$, 且 $z^3 - xz(y+1) + x^3 = 2$ 。试以 x, y 为自变量, 求在点 $P(1, -1, 1)$ 处的偏导数 $\frac{\partial w}{\partial x}$ 。
9. 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $F(x + \frac{z}{y}, y + \frac{z}{x}) = 0$ 确定, 其中 F 具有连续偏导数, 且 $F'_1(2, 2) = a, F'_2(2, 2) = b, a + b \neq 0$ 。求在点 $P(1, 1, 1)$ 处的微分 dz 和偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ 。
10. 求曲线 $L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ (x-1)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ 在点 $P(1, 1, \sqrt{2})$ 处的切线方程。
11. 计算逐次积分 $I = \int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^1 e^{y^3} dy$ 的值。
12. 计算 $I = \iint_D (e^x y + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, 其中 D 由心形线 $r = a(1 + \cos \theta)$ ($a > 0$) 围成。
13. 计算 $I = \iint_D |x + y - 1| dx dy$, 其中 D 由 $x = 0, x = 2$ 和 $y = 0, y = 2$ 围成。
14. 讨论函数 $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^4}$ 在原点 $(0, 0)$ 是否连续? 是否存在两个偏导数? 是否可微? 沿着哪些方向存在方向导数? (写出存在的导数或方向导数的值)

15. 求函数 $u = xz + yz$ 在区域 $D: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ 上的最大值和最小值。