2015-2 期中考试试卷

一、基本计算（每小题 5 分，共 60 分）

1. 四面体的三条棱从点 $O(0,0,0)$ 连至点 $A(2,3,1)$, $B(1,2,2)$, $C(3,-1,4)$, 求其体积.

2. 求直线 L_1 : $\begin{cases} x-y+z+1=0 \\ x-y-z-1=0 \end{cases}$ 在平面 π: $x+y+z=0$ 上的投影直线 L 的方程。

3. 求点 $P(1,-2,3)$ 关于平面 $\pi: x+4y+z-14=0$ 的对称点。

4. 求极限 $l=\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ y\to 0}} \dfrac{x^2+y^2}{|x|+|y|}$ 。

5. 设 $z=y\varphi(x^2-y^2)$ ，其中 φ 可导，求 $\dfrac{1}{x}\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{1}{y}\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

6. 设 $u=f(x,y,z)$ 具有连续偏导函数，$z=z(x,y)$ 是由方程 $xe^x-ye^y-ze^z=0$ 所确定的二元函数，求 du .

7. 设 $\vec{n}$ 是函数 $w=x^2+2y^2-2z^2$ 在 $P_0(1,1,1)$ 处的梯度矢量，求函数 $u=\ln(xy^2z^3)$ 在 P_0 处沿方向 $\vec{n}$ 的方向导数。

8. 设 S 是曲线 $L: \begin{cases} x^2+4y^2=1 \\ z=0 \end{cases}$ 绕 y 轴的旋转面，求 S 上与平面 $x-2y+\dfrac{1}{2}z=0$ 平行的切平面方程。

9. 计算 $I=\int_0^8 dx\int_{\sqrt[3]{x}}^2 \sin\dfrac{x}{y}dy$.

10. 计算二重积分 $\iint\limits_D (y+\sqrt{x^2+y^2})dxdy$ ，其中 D：$x^2+y^2\le 2x$.

二、综合计算题（每题 8 分，共 40 分）

11. 设 $u=f(\dfrac{x}{y},\dfrac{y}{z})$ ，其中 f 具有三阶连续导数，求 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}$ ， $\dfrac{\partial^3 u}{\partial x\partial z^2}$.

12. 设方程组 $\begin{cases} F(y-x,y-z)=0 \\ G(xy,z)=0 \end{cases}$ 确定了隐函数 $x=x(y), z=z(y)$ ，求 $\dfrac{dz}{dy}$

13. 求椭圆 $5x^2+4xy+2y^2=1$ 的长半轴与短半轴的长度。

14. 计算 $I=\iint\limits_D |x-y|dxdy$ ，其中 D 是矩形区域： $-2\le x\le 1, -1\le y\le 1$.

15. 设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y}{x^4+y^2}, & x^2+y^2\neq 0,\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$ 讨论 $f(x,y)$ 在原点 $(0,0)$ 处的（1）连续性，（2）偏导数存在性，（3）可微性，（4）沿方向 $\vec{n}=\{\cos\alpha,\sin\alpha\}$（$\alpha\neq 0,\pi$）的方向导数的存在性，对存在情形计算出结果。