八、静电场中的电介质

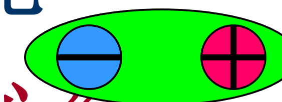
电介质 ⟶ 绝缘体
- 不导电
- 在外电场 $\vec{E}_{内}\neq 0$

1.电介质的电结构

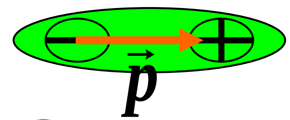
每个分子
- 带负电的电子→束缚电子
- 带正电的原子核

分布在10^{-10}m范围

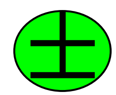
一般分子内正负电荷不集中在同一点上
- 所有负电荷→负"重心"
- 所有正电荷→正"重心"



两类电介质：
- "重心"不重合 极性分子



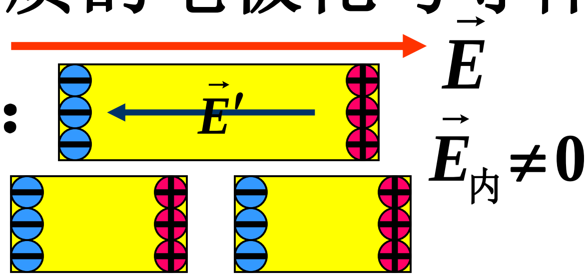
- "重心"重合 $\vec{p}=0$ 非极性分子



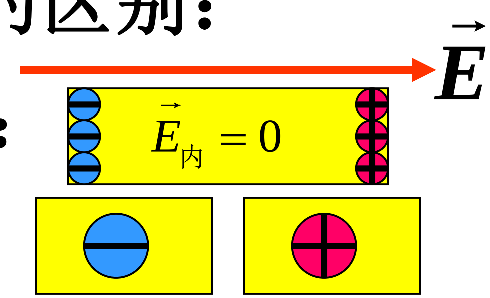
两种电介质放入外电场，其表面上都会出现电荷 电极化

电介质的电极化与导体有本质的区别：

电介质：



导体：

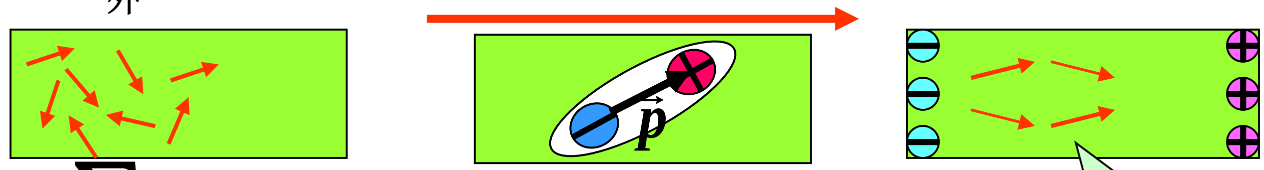


2.电极化现象

微波炉的工作原理

1）极性分子

$\vec{E}_{外}=0$ $\qquad\qquad\qquad$ $\vec{E}$



$\sum\vec{p}_i=0$ $\qquad\qquad$ $\vec{M}=\vec{p}\times\vec{E}$

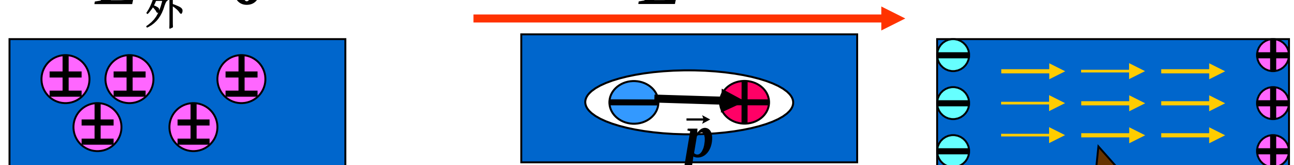
取向极化

可见：$\vec{E}_{外}\uparrow$， $\vec{p}$排列越整齐

端面上束缚电荷越多，电极化程度越高。

2）非极性分子

$\vec{E}_{外}=0$ $\qquad\qquad\qquad$ $\vec{E}$



电中性 $\qquad\qquad$ $\sum\vec{p}\neq 0$

位移极化

同样：$\vec{E}_{外}\uparrow$，$\vec{p}\rightarrow$大端面上束缚电荷越多，

电极化程度越高。

说明: (1)取向极化→极性分子，位移极化→两种介质

(2)对均匀电介质体内无净电荷，束缚电荷只出现在表面上

(3)束缚电荷与自由电荷在激发电场方面，具有同等的地位

一般地，$\vec{E}_{外}$不同，则介质的极化程度不同。

3.电极化强度矢量$\vec{P}$

1）$\vec{P}$ 的定义：$\vec{P}=\dfrac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V}$ (单位体积内所有分子的电偶极矩之矢量和)

单位：C/m²　　　显然：$\vec{E}_{外}=0$　$\sum \vec{p}_i=0$　　$\vec{P}=0$

2）$\vec{P}$与$\vec{E}$成正比

实验指出：对各向同性的电介质有：$\vec{P}=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\vec{E}$

$\chi_e=\varepsilon_r-1$　　χ_e —电极化率　$\varepsilon_r\rightarrow$相对介电常数

即：$\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$　　$\vec{E}=\vec{E}_{外}+\vec{E}'$

3）电击穿—电介质的击穿

当$\vec{E}$足够强时，分子中正负电荷被拉开→自由电荷

绝缘体 → 导体 ⟶ 电介质击穿

电介质所能承受不被击穿的最大电场强度 ➡ 击穿场强

例：尖端放电，空气电击穿 E=3 kV/mm

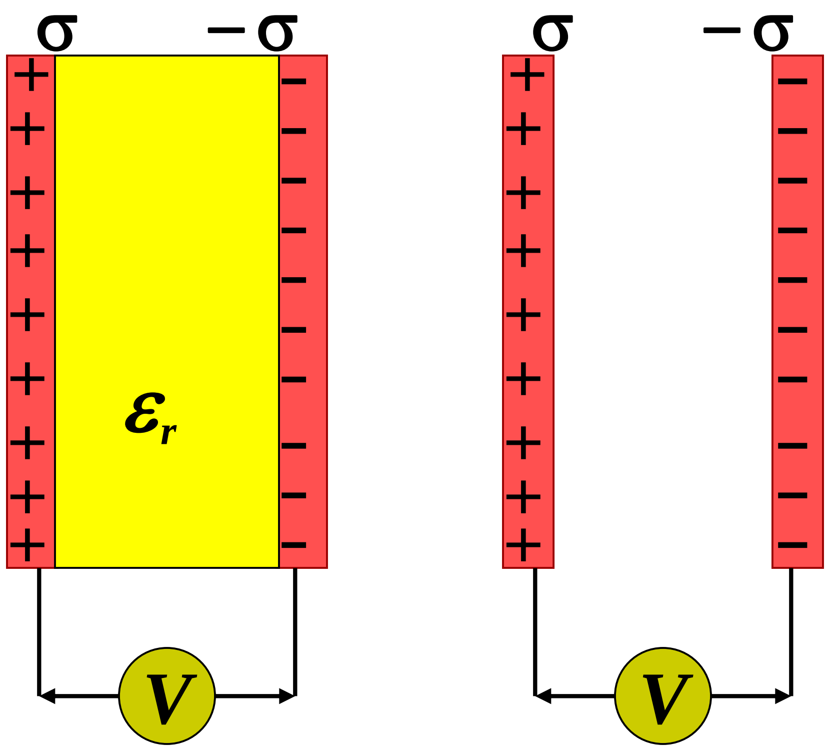
4. 有电介质存在时的静电场的计算

1）有介质存在时的高斯定理：

注：在电介质存在空间的电场：$\begin{cases}\text{自由电荷} \\ \text{介质上的束缚电荷}\end{cases}$

以两个平行导体平板为例：

设两平板间充满均匀各向同性介质。



实验测得：

放入介质两极板间的电势差为→V

未放介质两极板间的电势差为→V_0

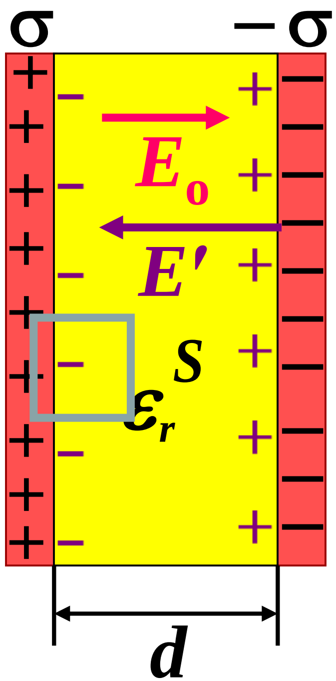
并且：$V=\dfrac{V_0}{\varepsilon_r}$　　$\varepsilon_r>1$

ε_r →介质的相对介电常数

用$\vec{E}_0$表示导体板上自由电荷产生的电场；

$V=\dfrac{V_0}{\varepsilon_r}$

以 $\vec{E}'$表示束缚电荷产生的电场；



电介质内的合场强为：$\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'$

导体板间的电势差：$V = Ed$

无介质时的电势差：$V_0=E_0d$

$\left.\begin{array}{l} V = Ed \\ V_0=E_0 d \end{array}\right\} \vec{E}_0=\varepsilon_r\vec{E}$

如图取高斯面S，按高斯定理：

$$\oint \vec{E}_0\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$$

$$\oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sum q_{自}+\sum q_{束}\right)$$

则有：$\oint \varepsilon_r\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{自}$

有介质空间的高斯定理

即：$\oint \varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\sum q_{自}$

引入：$\begin{cases} \varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0 & \text{介质的介电常数} \\ \vec{D}=\varepsilon\vec{E} & \text{电位移矢量} \end{cases}$

$$\oint \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\sum q_{自}$$

D的单位：C/m^2

$$\oint \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q_{自}$$

说明:

(1) $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$　$\vec{D}$与$\vec{E}$处处对应，且方向一致(对各向同性介质)

(2) $\oint \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q_{自}$ 与 $\oint \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}(\sum q_{自}+\sum q_{束})$ 等价

(3) 以上讨论对任何形状的电介质都成立。

2）环路定理 $\longrightarrow$ $\boxed{\oint \vec{E}\cdot d\vec{l}=0}$

束缚电荷$q_{束}$产生的电场与
自由电荷$q_{自}$产生的电场相同 $\longrightarrow$ 保守力场

3）归纳　(1)有介质存在时，出现三个物理量$\vec{E}$、$\vec{P}$、$\vec{D}$

$$\left.\begin{array}{l}\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}\\ \vec{D}=\varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}\end{array}\right\}\ \vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$$

(2)四个常数之间的关系 $\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$　$\varepsilon_r=1+\chi_e$

$$\boxed{由 q_{自} \rightarrow \oint \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q_{自} \rightarrow \vec{D} \rightarrow \vec{E}=\frac{\vec{D}}{\varepsilon} \rightarrow \vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}}$$

束缚电荷与电极化强度的关系：

分子电偶极矩 $\vec{p} = q\vec{l}$

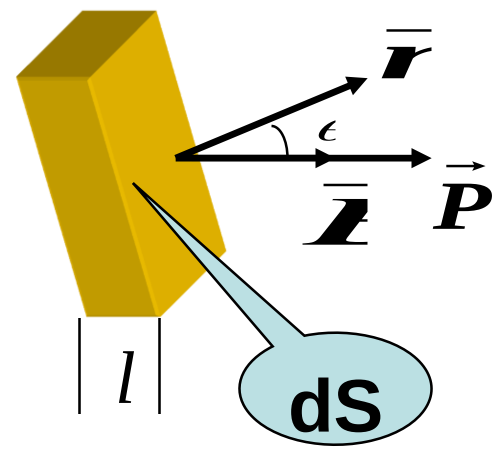
分子数密度

电极化强度 $\vec{\mathbf{P}} = n_0\vec{\mathbf{p}} = n_0 q\vec{\mathbf{l}}$

由于极化而越过面元的总电量

$$\mathrm{d}q' = qn_0 \cdot \mathrm{d}V = n_0 ql \cdot \mathrm{d}S\cos\theta = n_0 q\vec{\mathbf{l}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathbf{S}}$$

$$= P \cdot \mathrm{d}S\cos\theta$$

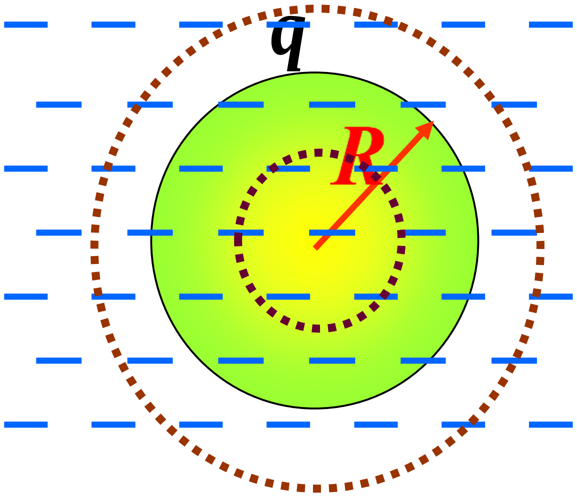


束缚电荷面密度

$$\sigma' = \frac{\mathrm{d}q'}{\mathrm{d}S} = P\cos\theta = \vec{P} \cdot \vec{n}$$

$$\text{由}q_{\text{自}} \rightarrow \oint \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q_{\text{自}} \rightarrow \vec{D} \rightarrow \vec{E}=\frac{\vec{D}}{\varepsilon} \rightarrow \vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$$

例: 一个带正电的金属球，半径为R电量为q，浸在一个大油箱中，油的相对介电常数为ε_r。求$\vec{E}$、$V(r)$、$\vec{P}$。



分析：电荷q及电介质呈球对称分布，则$\vec{E}$、$\vec{D}$也为球对称分布.

解： 取半径为r的高斯同心球面

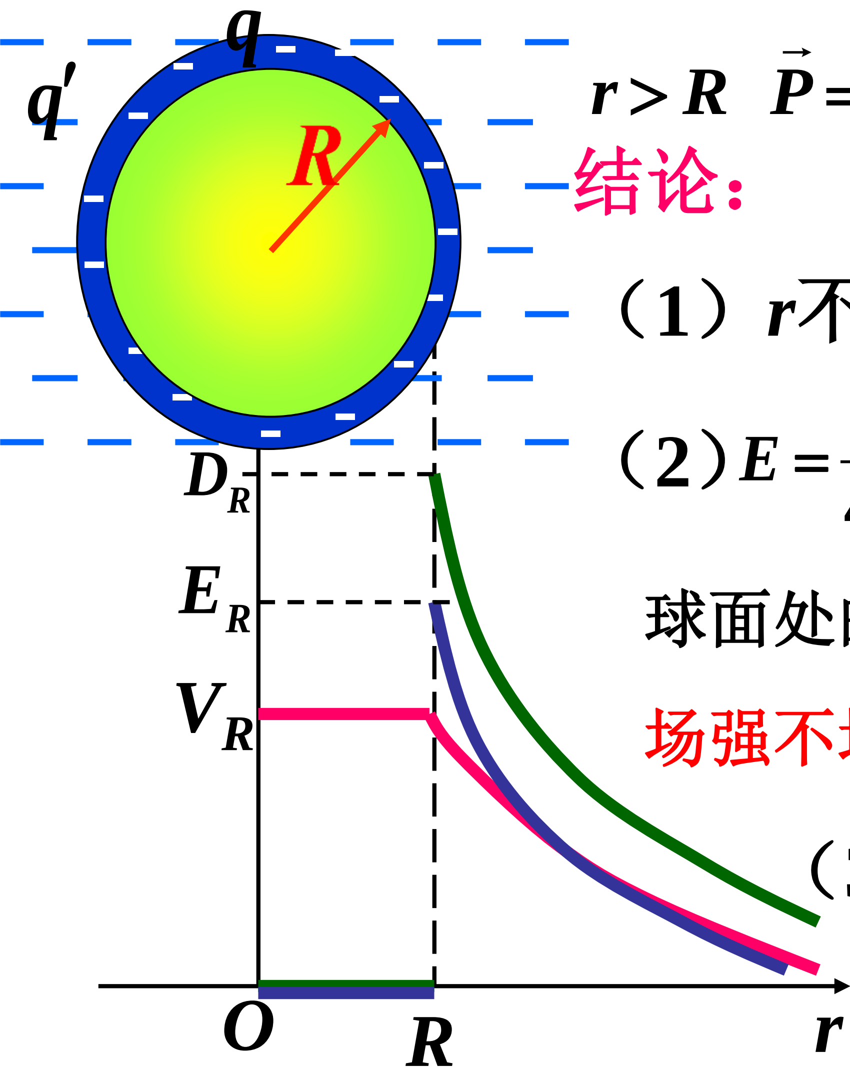
$r<R$ $\quad \oint \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q_{\text{自}}=0 \quad \therefore D=0$

$r\geq R$ $\quad \left.\begin{array}{l}\oint \vec{D}\cdot d\vec{S}=D\cdot 4\pi r^2 \\ \sum q_{\text{自}}=q\end{array}\right\} \vec{D}=\dfrac{q}{4\pi r^2}\vec{e}_r$

则有：$\vec{E}=\dfrac{\vec{D}}{\varepsilon}\begin{cases} r<R & E=0 \\ r\geq R & \vec{E}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r \qquad E<\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\end{cases}$

$$V=\int_p^\infty \vec{E}\cdot d\vec{l}\begin{cases} r<R & V=\left(\int_r^R+\int_R^\infty\right)E\cdot dr=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 R} \\ r\geq R & V=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r}\end{cases}$$

$$\begin{cases} r<R & \vec{D}=0 & \vec{E}=0 & V=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 R} \\ r\geq R & \vec{D}=\dfrac{q}{4\pi r^2}\vec{e}_r & \vec{E}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r & V=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r} \end{cases}$$



$$r>R \quad \vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0\vec{E}=\left(1-\frac{1}{\varepsilon_r}\right)\frac{q}{4\pi r^2}\vec{e}_r$$

结论：

（1）r不同处，极化程度不同

（2）$E=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r^2}<\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ 减弱：$\dfrac{1}{\varepsilon_r}$

球面处的介质油面上出现了束缚电荷q'.

场强不均匀，油中其它地方也有束缚电荷。

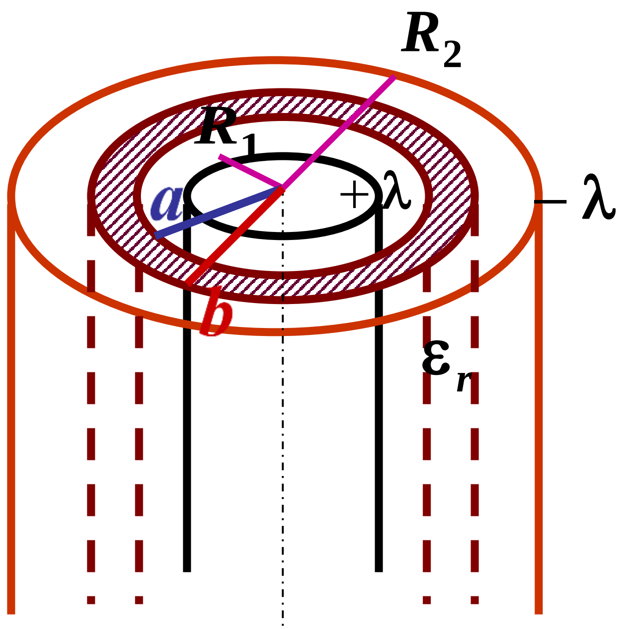
（3）空间某点处的$\vec{E}$仅与该点的电介质有关,而该处的V与积分路径上所有电介质有关。

例: 如图, 在两无限长导体圆筒中间有一层柱壳状均匀介质。

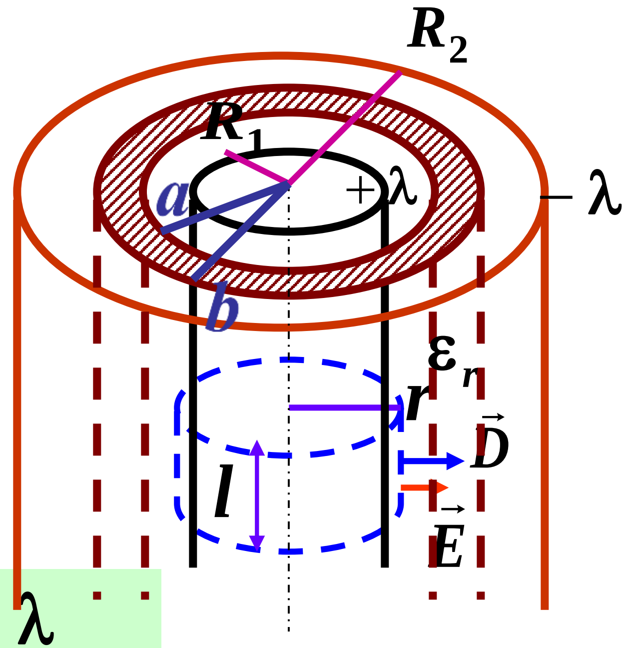
求: （1）各区 $\vec{D}$ 、$\vec{E}$ 及筒间电压 V_{+-}

（2）若介质击穿场强为 E_M

则筒间最大电压 $V_M = ?$



解： （1）由 $\oint_s \vec{D}\cdot d\vec{s} = \sum q$



$r < R_1$ ， $r > R_2$

$$D = 0 \qquad E = \frac{D}{\varepsilon_0} = 0$$

$R_1 < r < a$

$$D \cdot 2\pi r l = \lambda l \qquad D = \frac{\lambda}{2\pi r} \qquad E = \frac{D}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$a < r < b$

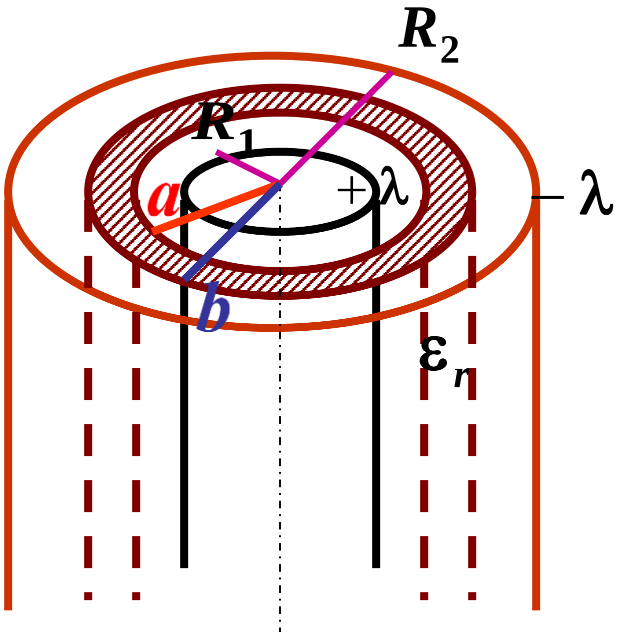
$$D \cdot 2\pi r l = \lambda l \qquad D = \frac{\lambda}{2\pi r} \qquad E = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon\ r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$$

$b < r < R_2$

$$D \cdot 2\pi r l = \lambda l \qquad D = \frac{\lambda}{2\pi r} \qquad E = \frac{D}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$$V_{+-}=\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot d\vec{r}$$

$$=\int_{R_1}^{a}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}dr+\int_{a}^{b}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}dr+\int_{b}^{R_2}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}dr$$



$$V_{+-}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}(ln\frac{a}{R_1}+\frac{1}{\varepsilon_r}ln\frac{b}{a}+ln\frac{R_2}{b})$$

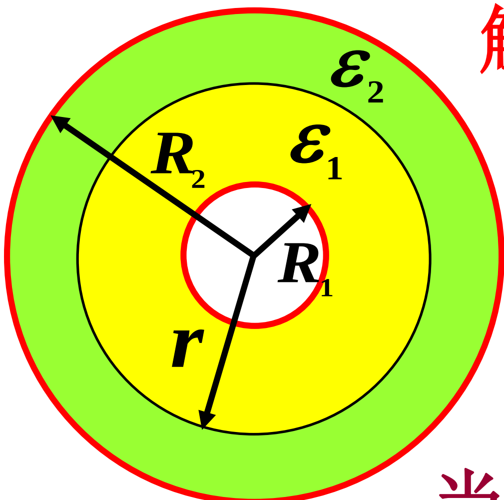
（2）何处先击穿？ $r=a$ 处

$$E_M=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r a} \longrightarrow \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}=E_M\varepsilon_r a$$

筒间最大电压：

$$V_M=E_M\varepsilon_r a(\ln\frac{a}{R_1}+\frac{1}{\varepsilon_r}\ln\frac{b}{a}+\ln\frac{R_2}{b})$$

例:两共轴的导体圆筒内外半径分别为R_1、R_2($R_2<2R_1$) 其间有两层均匀介质，分界面上半径为r，内外层介质的介电常数分别为ε_1、ε_2 ($\varepsilon_1=2\varepsilon_2$)，两介质的介电强度都是$E_M$，当电压升高时，那层介质先击穿？



解：设内外圆筒电荷线密度为λ、$-\lambda$

$$R_1<r_1<r \qquad E_1=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_1 r_1}$$

$$r<r_2<R_2 \qquad E_2=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_2 r_2}$$

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{\varepsilon_2 r_2}{\varepsilon_1 r_1}=\frac{r_2}{2r_1}$$

$$r_2<R_2<2R_1<2r_1 \qquad \therefore E_1<E_2$$

当电压升高时，外层介质先达到E_M被击穿

击穿时，介质分界处的电场：$E_M=\dfrac{\lambda_M}{2\pi\varepsilon_2 r}$

最大电荷线密度：$\lambda_M=2\pi\varepsilon_2 E_M r$

两筒最大电位差：

$$\Delta V=\int_{R_1}^{r}\frac{\lambda_M}{2\pi\varepsilon_1 r_1}\mathrm{d}r_1+\int_{r}^{R_2}\frac{\lambda_M}{2\pi\varepsilon_2 r_2}\mathrm{d}r_2=\frac{1}{2}E_M r\ln\frac{R_2^2}{rR_1}$$

作业： 6 —T14-T18

本次课重点：

1.静电场的电介质与计算

2.极化的概念与电位移矢量