大学物理演示实验室开放安排

本学期大学物理演示实验室于第14和15周开放电磁学和力学两个实验室，欢迎同学们自愿参观。

周次	时间	实验室地点
第14周	周三（5月25日） 5~6节 周五（5月27日） 5~6节	西五楼107（电磁学）
第15周	周一（5月30日） 5~6节 周二（5月31日） 5~6节	西五楼115（力、热学）

答　疑　安　排

2021-2022 学年度第 2 学期

日期、周次 \ 星期、人员	星期一				星期三			
	日期	地点	姓名	值班签名	日期	地点	姓名	值班签名
第 13 周	5.16	西五楼 116			5.18	东九楼 AT201		
第 15 周	5.30	西五楼 116			6.1	东九楼 AT201		

日期、周次 \ 星期、人员	星期二				星期四			
	日期	地点	姓名	值班签名	日期	地点	姓名	值班签名
第 14 周	5.24	西五楼 116			5.26	东九楼 AT201		
第 16 周	6.7	西五楼 116			6.9	东九楼 AT201		

注：如有需要，可事先找表中人员对换。节假日调课则随之调整。
东九楼答疑房间为 A 座二楼的教师休息室（AT201），签到在 A114。
请值班人员打扫卫生。值班后请到西五楼 116 或东九楼 A114 室，在相应的格子中签名。离开该房间前请关窗、断电、锁门。

答疑时间：晚 7:30 --- 9:30

电场强度的计算

库仑定律 $\vec{F} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\vec{r}_0$

电场强度 $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0}$

(1) 点电荷的场强

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{r}_0}$$

(2) 场强叠加原理

$$\boxed{\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n}$$

(3) 电荷连续分布的带电体的电场

$$\boxed{\vec{E} = \int_{(q)} d\vec{E} = \int_{(q)} \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}}$$

电荷分布

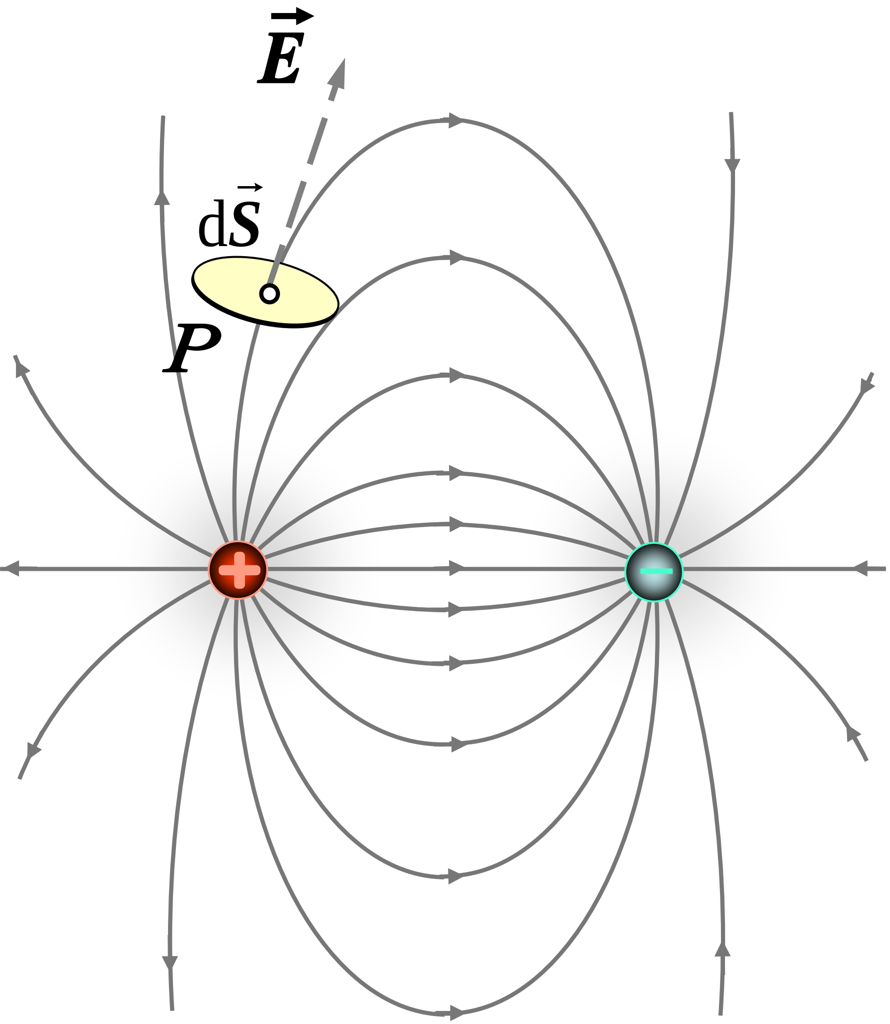
$$\begin{cases} dq = \rho dV \text{ (体分布)} \\ dq = \sigma dS \text{ (面分布)} \\ dq = \lambda dl \text{ (线分布)} \end{cases}$$

无限长带电细棒: $\vec{E} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r$

无限大带电平面: $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

四、静电场的高斯定理

1.电场线：（电力线） **为形象地描述电场分布而在电场中引入的一系列假想曲线。**



并规定：

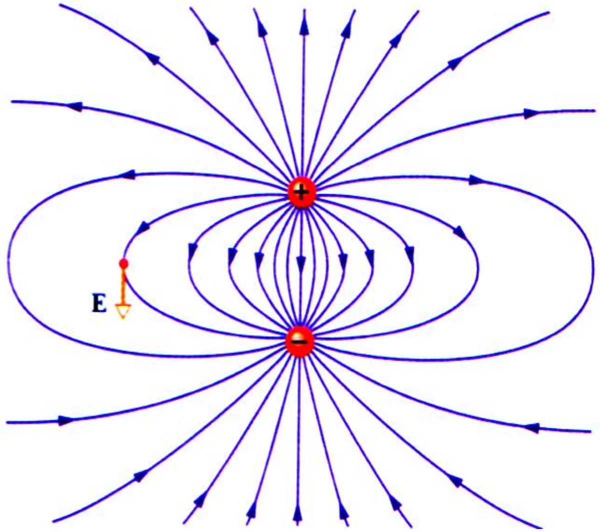
（1）电场线上每点的切线方向表示该点场强方向；

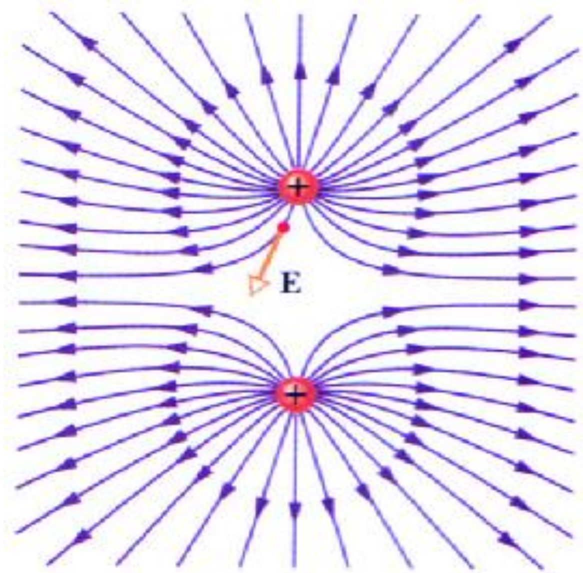
（2）电场中任意一点处，电场强度的大小等于通过该处且垂直于电场方向的单位面积的电场线条数。

$$E=\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}S}$$ **（也称电场线密度）**

$$\mathrm{d}\vec{S}=\mathrm{d}S\cdot\vec{n}$$

$$\vec{E}\,/\!/\,\vec{n} \quad \text{或} \quad \vec{E}\,/\!/\,-\vec{n}$$





注意：引入电场线，只是为了形象地表示电场，电场实际上是连续分布于空间的。

静电场中电场线的性质：

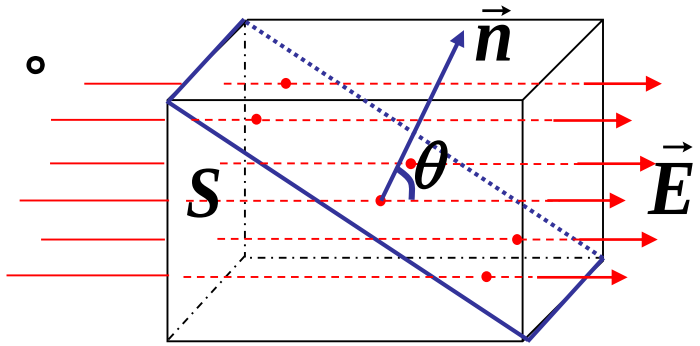
（1）起于正电荷，止于负电荷，有头有尾，不会在无电荷处中断。

（2）在没有电荷的空间里，任何两条电场线不会相交。

（3）电场线不会形成闭合曲线。

2.电通量 Φ_E

定义：通过电场中任一给定面的电场线总根数，就是该面的电通量Φ_E 。

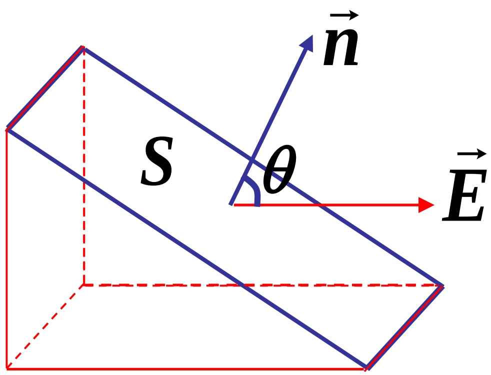


1）$\vec{E}$为均匀场

(*a*) 电场方向与平面*S*垂直，

其面法线 $\vec{n} \parallel \vec{E}$

该面的电通量： $\Phi_E = ES$



(*b*) 若$\vec{n}$与$\vec{E}$成θ角

$$\Phi_E = ES\cos\theta \begin{cases} \theta < 90^\circ & \Phi_E > 0 \\ \theta > 90^\circ & \Phi_E < 0 \end{cases}$$

总之，在均匀电场中对于平面：$\boxed{\Phi_E = ES\cos\theta = \vec{E} \cdot \vec{S}}$

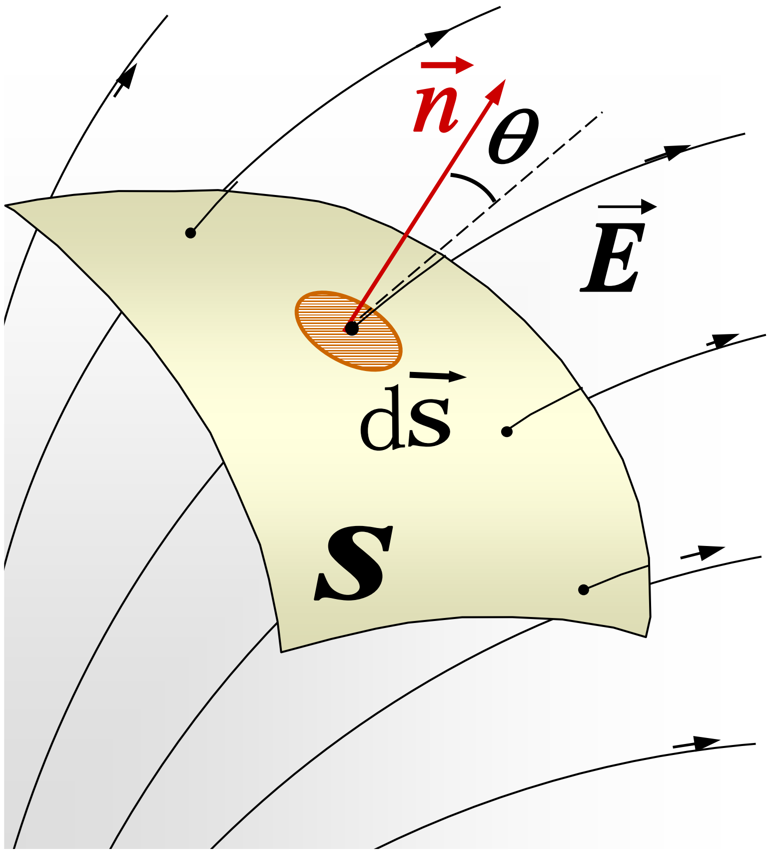
2）$\vec{E}$为非均匀场

$$\Phi_E = ES\cos\theta = \vec{E}\cdot\vec{S}$$

曲面S上, 各点的$\vec{E}$大小方向均不相同。**(均匀场,平面)**

取面积元$d\vec{S}$, 其上的电通量:

$$d\Phi = EdS\cos\theta = \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

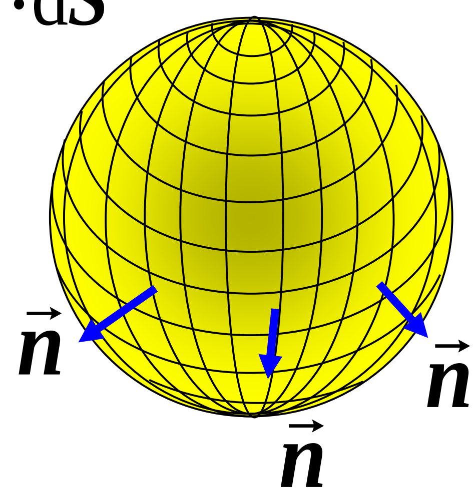


S面上总的电通量(**电场线的条数**):

$$\Phi_E = \int d\Phi_E = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

若S为闭合曲面:

$$\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

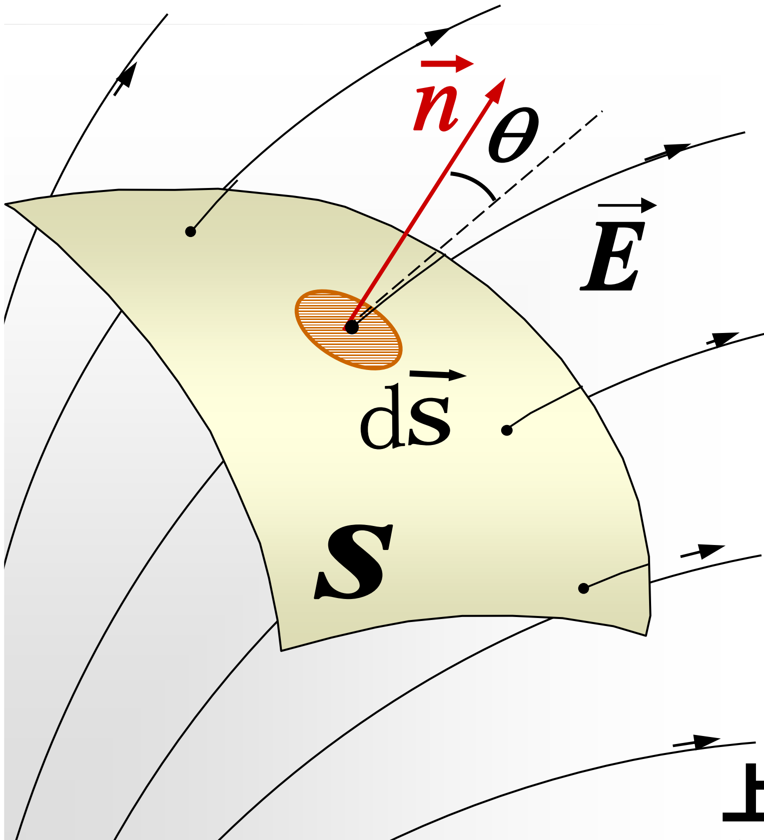


规定:

闭合曲面的法线自内向外为正方向。

曲面S的电通量：$\Phi_E=\int \mathrm{d}\Phi_E=\int_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$

若S为闭合曲面：$\Phi_E=\oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$



电场线从曲面内向外穿出：

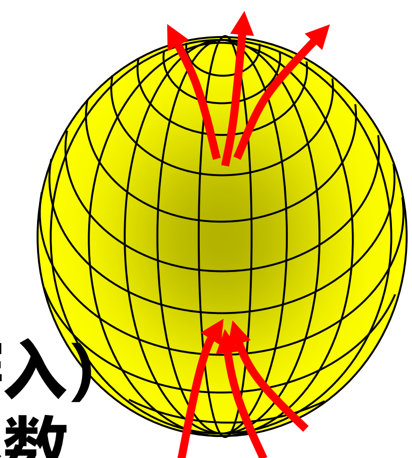
$$\Phi_E>0$$

电场线从曲面外向内穿进：

$$\Phi_E<0$$

$$\boxed{\Phi_E=\oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}}$$

$\Phi_E>0$



上式表示净穿出（或净穿入）闭合曲面的电场线的总根数。

$\Phi_E<0$

Φ_E的单位：$\mathrm{N\cdot m^2/C}$

3. 静电场中的高斯定理的推导（点电荷为例）

高斯定理

在真空中的静电场内，通过任一闭合曲面的电场强度通量，等于该曲面所包围的所有电荷的代数和除以 ε_0 。

$$\boxed{\Phi_{\mathrm{e}} = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_{i内}}$$

（与面外电荷无关，闭合曲面称为高斯面）

$$\boldsymbol{\Phi}_E = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{S内} q_i$$ 不连续分布的源电荷

$$= \int_V \rho \, \mathrm{d}V$$ 连续分布电荷

高斯定理的导出

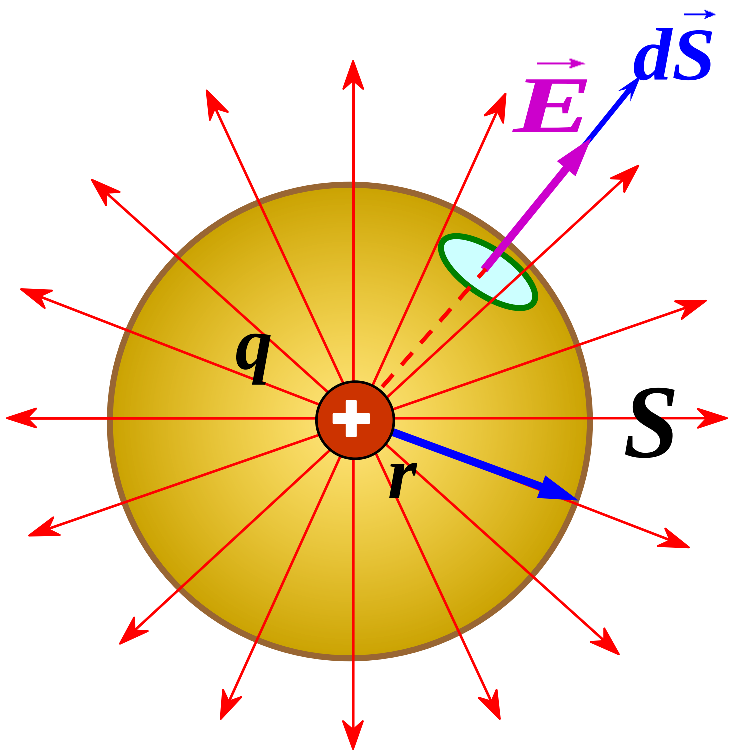
1）点电荷位于球面 S 中心

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\Phi_e=\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S}=\oint_s E dS\cos 0^\circ$$

$$=E\oint_s dS=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\oint_s dS$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot 4\pi r^2=\frac{q}{\varepsilon_0}$$



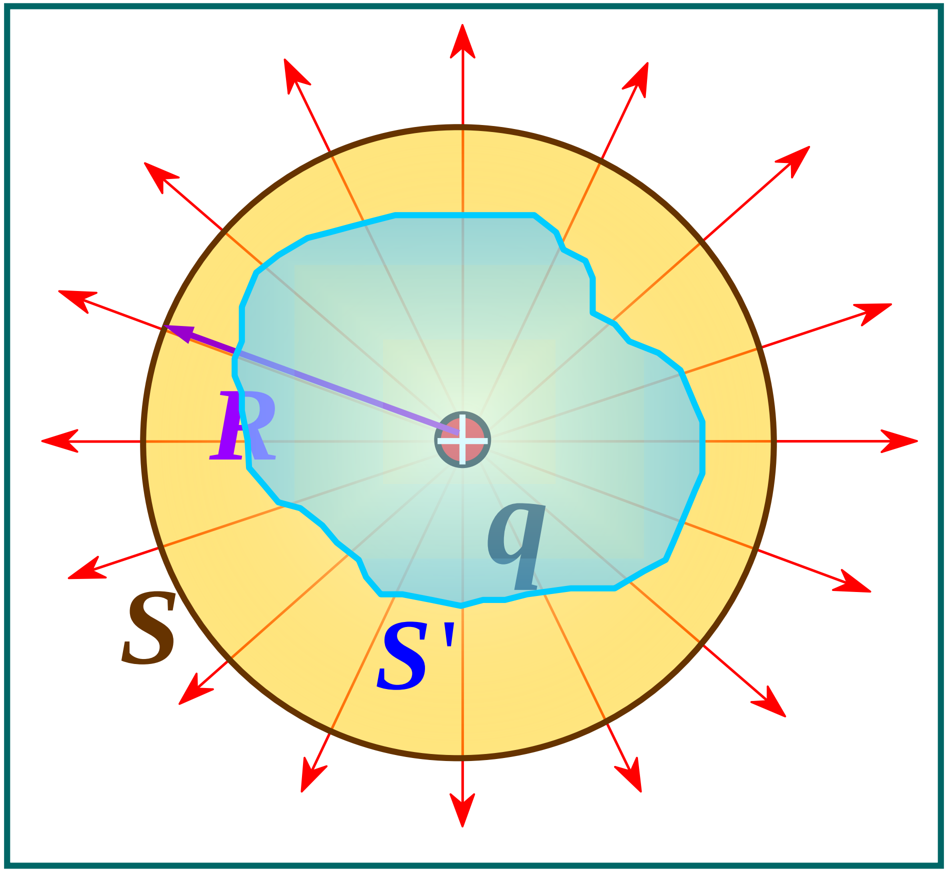
结果与球面半径无关，即以点电荷q 为中心的任一球面，不论半径大小如何，通过球面的电通量都相等。

2）点电荷在任意闭合曲面 S' 内

S'和 S 包围同一个点电荷。由于电场线的连续性，通过两个闭合曲面的电场线的数目是相等的，所以

通过 S' 的电通量：

$$\Phi'_e = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \Phi_e = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



即：通过任一个包围点电荷的闭合曲面的电通量与曲面无关，结果都等于 $\frac{q}{\varepsilon_0}$

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$$

注意：

（*a*）Φ_E只取决于S面包围的电荷，
S面外的电荷对Φ_E无贡献。

（*b*）定理中$\vec{E}$是所取的封闭面S（高斯面）上的场强，它是由全部电荷（S内外）共同产生的合场强。

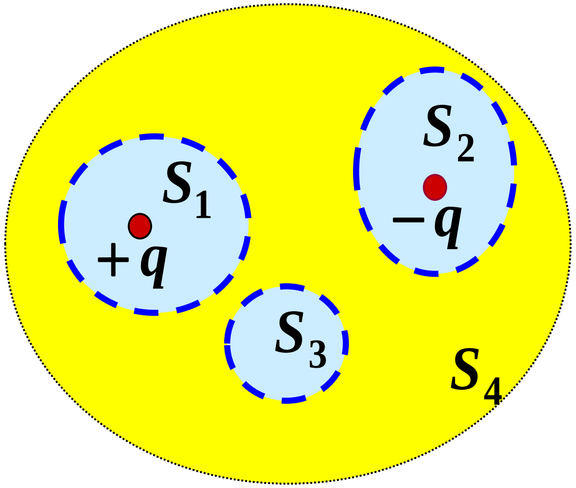
高斯定理的意义：

揭示了静电场的重要性质 ——静电场是有源场

正、负电荷就是场源 $\begin{cases} \sum q_i > 0 \quad \Phi_E > 0 & \text{电场线穿出}S \\ \sum q_i < 0 \quad \Phi_E < 0 & \text{电场线穿入}S \end{cases}$

正电荷是电场的头，负电荷是电场的尾。

例：有一对等量异号的电荷，如图。 求通过S_1、S_2、S_3、 S_4各面的电通量。



(A) $\dfrac{q}{\varepsilon_0}, \dfrac{q}{\varepsilon_0}, 0, 0$

(B) $\dfrac{q}{\varepsilon_0}, \dfrac{-q}{\varepsilon_0}, 0, 0$

(C) $\dfrac{q}{\varepsilon_0}, \dfrac{-q}{\varepsilon_0}, 0, \dfrac{2q}{\varepsilon_0}$

$$\oint_{S_1} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_{S_2} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \frac{-q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_{S_3} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0$$

$$\oint_{S_4} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0$$

$$\boxed{\oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{S内} q_i}$$

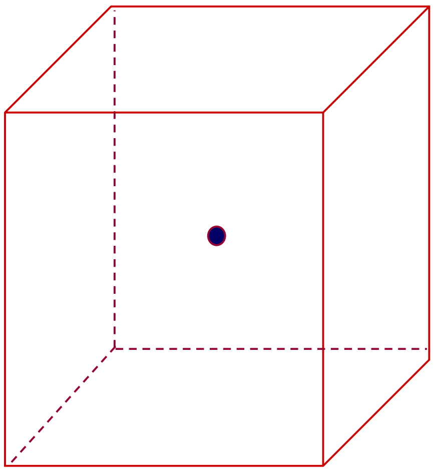
正确的是（ B ）

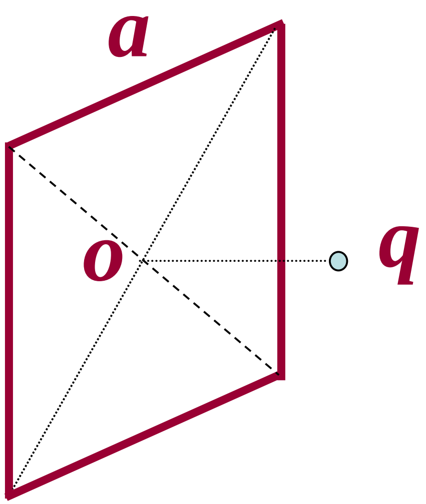
例: 有一边长为a 的正方形平面，对角线的交点为o 。过o点作此正方形的垂线，在垂线上距o点$a/2$处放有一点电荷q。求通过此正方形平面的电通量。

正确的是（ C ）

(A) $\dfrac{q}{\varepsilon_0}$ (B) $\dfrac{-q}{\varepsilon_0}$

(C) $\dfrac{q}{6\varepsilon_0}$ (D) $\dfrac{-q}{6\varepsilon_0}$





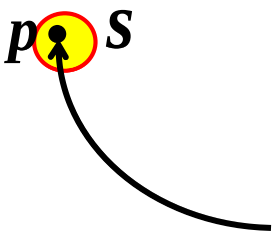
$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$$

例： 证明静电场的电场线在无电荷处不会中断。

证明： 假设电场线在无电荷的p点处中断。

可作一无限小高斯面S包围p点，

根据高斯定理：



$$\oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$$

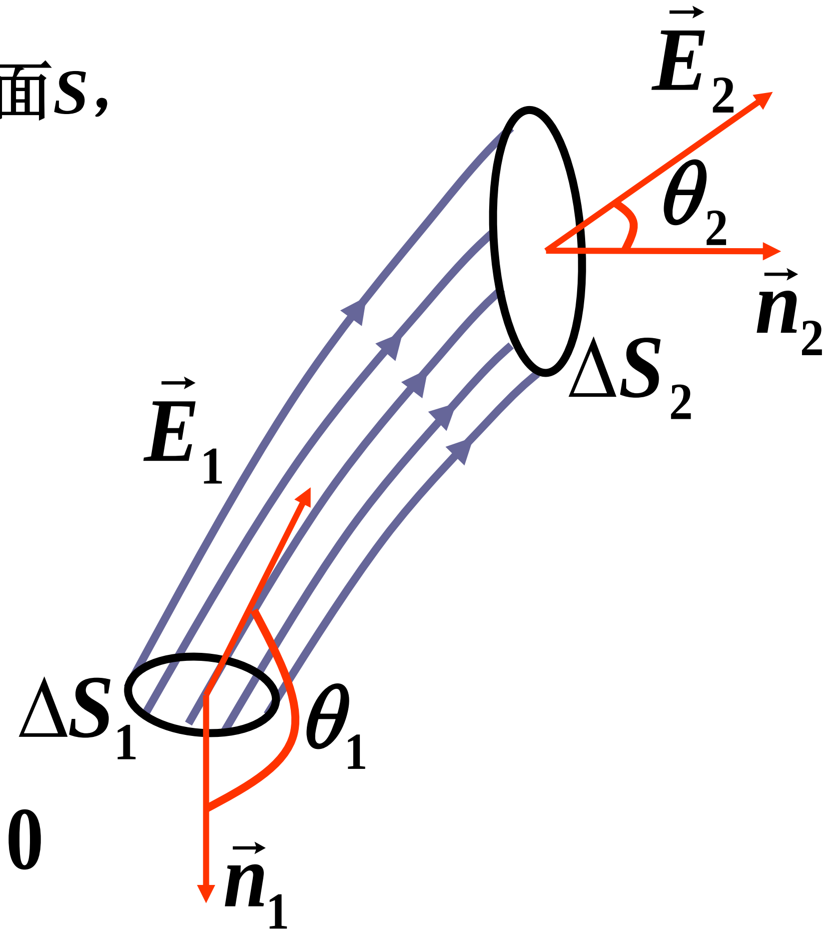
S面内一定有净的负电荷，即p点有负电荷 。

这与题设不符，故假设不成立。

例：证明静电场中电场线疏的地方场强小，密的地方场强大。

证明：如图，在静电场中取封闭曲面S，

且S面内无电荷。



根据高斯定理：

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i = 0$$

$$\therefore E_1 \Delta S_1 \cos\theta_1 + E_2 \Delta S_2 \cos\theta_2 = 0$$

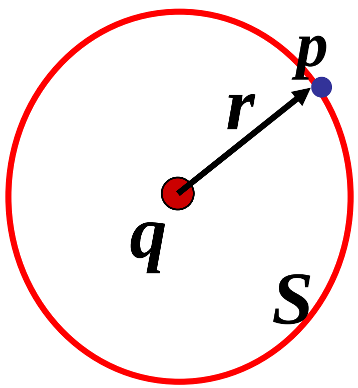
$$-\frac{E_1\cos\theta_1}{E_2\cos\theta_2} = \frac{\Delta S_2}{\Delta S_1} \xrightarrow{\theta_1=\pi,\ \theta_2=0} \frac{E_1}{E_2} = \frac{\Delta S_2}{\Delta S_1}$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$$

3）用高斯定理求$\vec{E}$

例: 用高斯定理求点电荷q的电场$\vec{E}$。

解: 分析可知，q的电场是以其为中心的球对称的场。



取以q为中心的球面为S面，

则：
$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint E dS = E\oint dS$$
$$= E\cdot 4\pi r^2$$

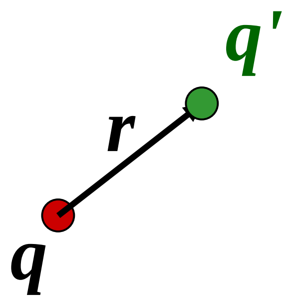
又：
$$\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i = \frac{1}{\varepsilon_0}q = E\cdot 4\pi r^2$$

$$\therefore E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$ 沿径向。

可利用上面的结论导出库仑定律。

已求得点电荷的电场为：$\vec{E} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$

定义：$\vec{E}$是单位正电荷受的力。导出库仑定律：



将电荷q'放在 r 处，

则 q' 受力为：

$$\vec{F} = q'\vec{E} = \frac{q'q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$ ——库仑定律

（1）两定律以不同形式表示场源电荷与电场的关系。

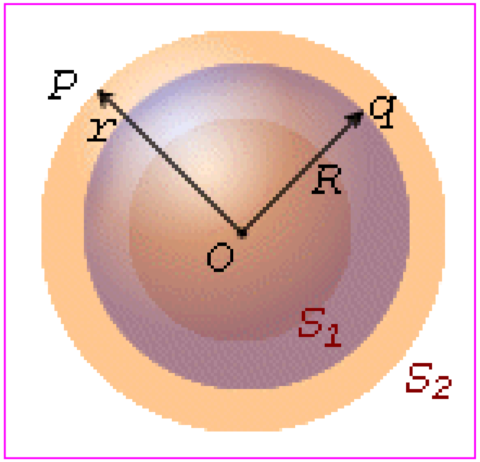
（2）两者在反映静电场性质是等价的，但对运动电荷库仑定律不成立。

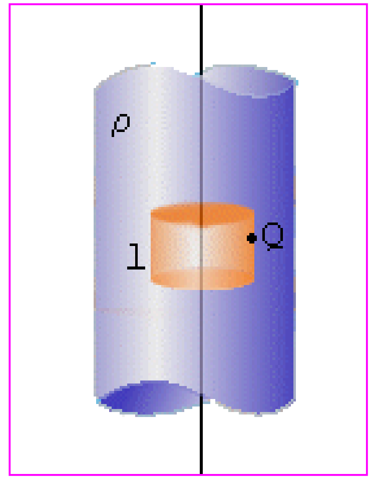
库仑定律：已知q→求$\vec{E}$

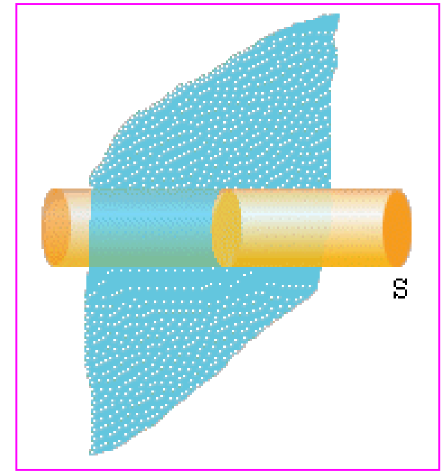
高斯定理：当q对称分布时→求$\vec{E}$。

$$\begin{cases} \vec{E} = \displaystyle\sum_{i=1}^{k} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}\vec{e}_{r_i} \\ \vec{E} = \displaystyle\int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r \end{cases}$$

常见的具有对称性分布的源电荷有：







球对称分布：

包括均匀带电的球面，球体和多层同心球壳等；

轴对称分布：

包括无限长均匀带电的直线，圆柱面，圆柱壳等；

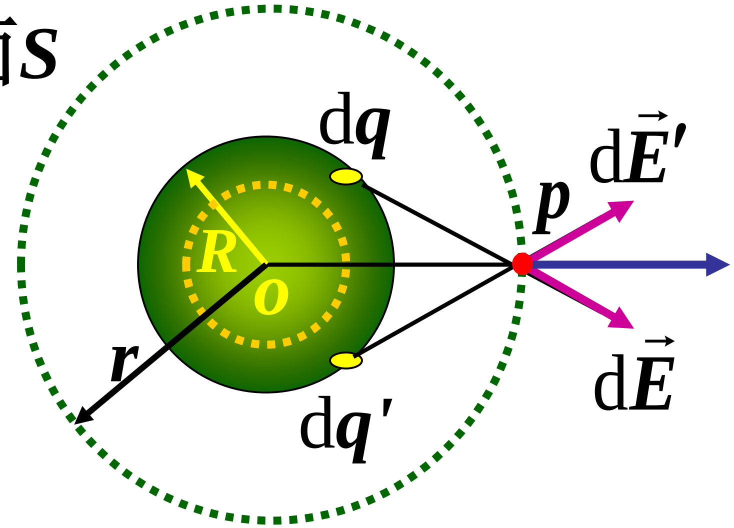
无限大平面电荷：

包括无限大的均匀带电平面，平板等。

例： 求均匀带电球面的电场分布。设半径为R，电量为q (>0) 。

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$$

解： 取以r为半径的同心高斯球面S



$r \geq R$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint E dS$$

$$= E \cdot 4\pi r^2$$

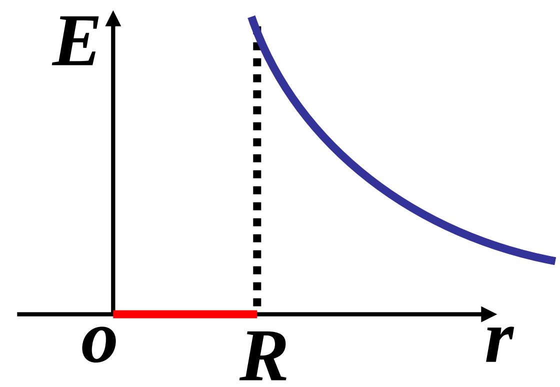
$$\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i = \frac{1}{\varepsilon_0} q$$

$$\therefore E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$ 沿径向。

若$r \leq R$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint E dS = E \cdot 4\pi r^2$$

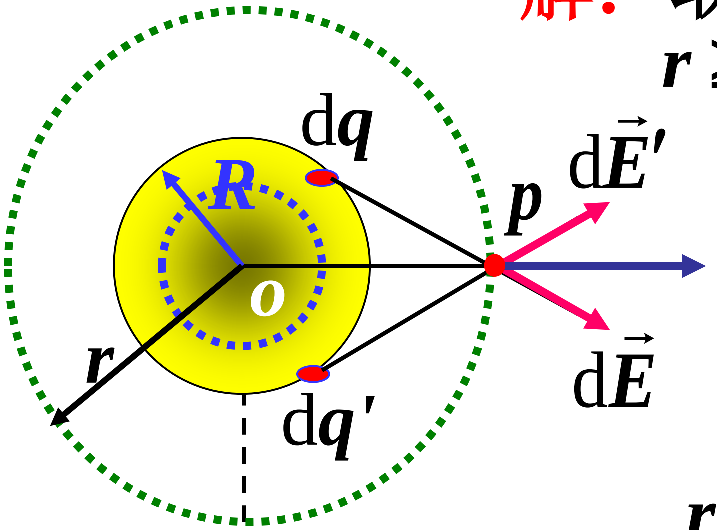
$$\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i = 0 \qquad \therefore E = 0$$



例： 求均匀带电球的电场分布。
设半径为 R，电量为 q (>0) 。

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho \mathrm{d}V$$

解： 取以 r 为半径的同心高斯球面 S



$r \geq R$

$$\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint E \mathrm{d}S = E \cdot 4\pi r^2$$

$$\frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \mathrm{d}q = \frac{1}{\varepsilon_0} q$$

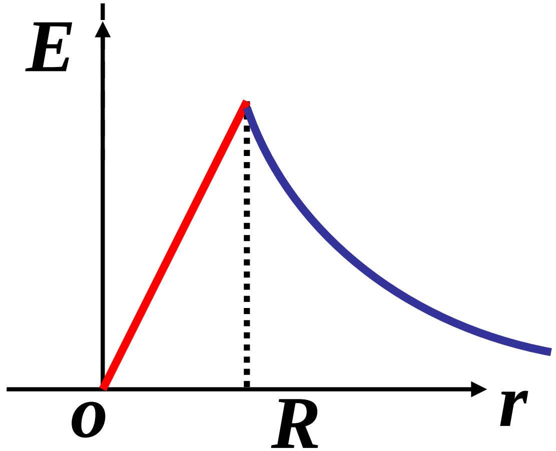
$$\rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$\therefore E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$ 沿径向。

$r \leq R$

$$\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint E \mathrm{d}S = E \cdot 4\pi r^2$$

$$\frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \mathrm{d}q = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho \cdot \mathrm{d}V = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \frac{4}{3} \pi r^3$$

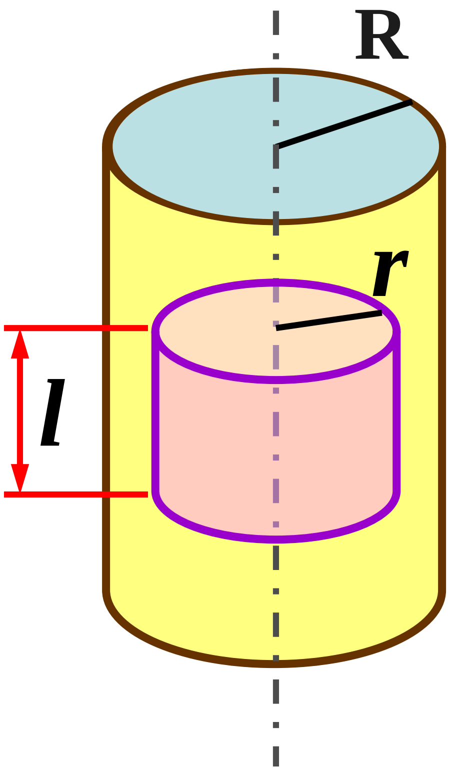


$$\therefore E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^3} r$$ 沿径向。

例：均匀带电圆柱面的电场。沿轴线方向单位长度带电量为λ。

解：场具有轴对称。高斯面：同轴圆柱面。

(1) $r < R$



$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$= \int_{上底} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{下底} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{侧面} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$= 0 + 0 + E\,2\pi r l = E\,2\pi r l$$

$$\sum q_i = 0$$

$$\boxed{E = 0}$$

(2) $r > R$

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{上底} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{下底} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{侧面} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

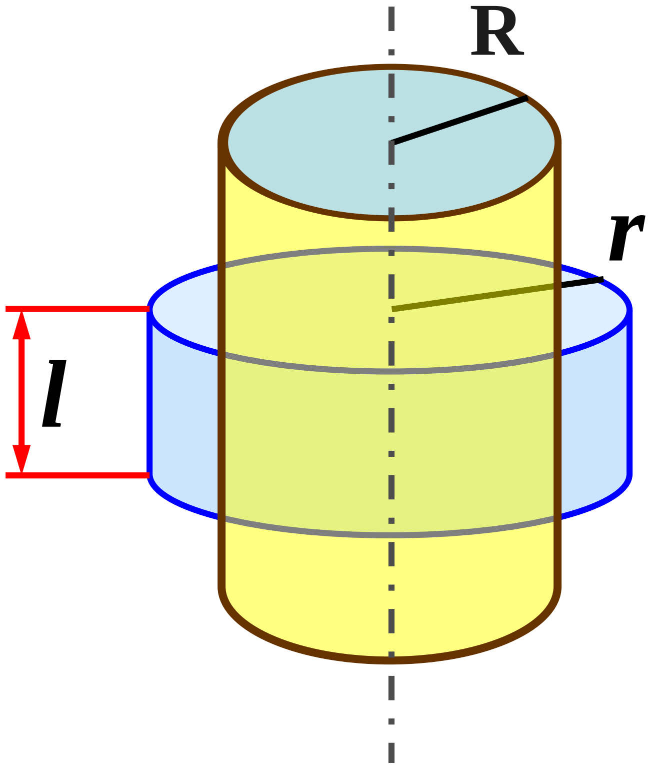
$$= E 2\pi r l$$

$$\sum q_i = 2\pi R l \sigma$$

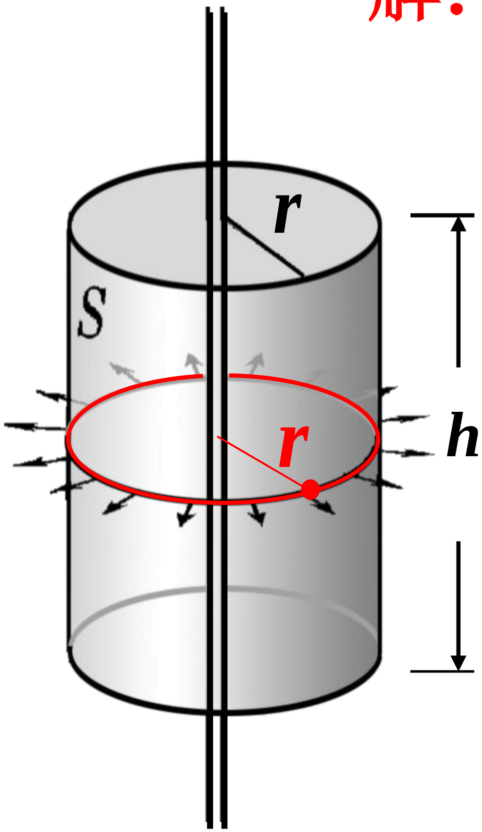
$$E = \frac{R\sigma}{r\varepsilon_0}$$

令 $\lambda = 2\pi R\sigma$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$



例： 用高斯定理求均匀带电的无限长圆柱的电场分布，已知线电荷密度为$\lambda\,(>0)$，半径为R。



解： 取以棒为轴，r为半径，高为h的柱状高斯面S。

通过该面的电通量：

$$\oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_{侧面}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S} + \overbrace{\int_{上底}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}}^{0\quad \vec{n}\perp\vec{E}} + \overbrace{\int_{下底}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}}^{0}$$

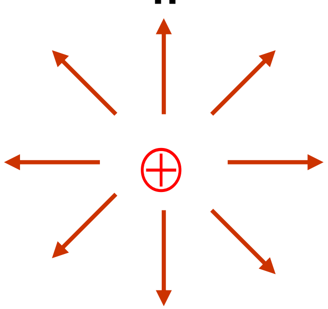
$$= \int_{侧面}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = E\int_{侧面}\mathrm{d}S = E\cdot 2\pi r\cdot h$$

$$\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\cdot\mathrm{d}V = \frac{1}{\varepsilon_0}\lambda h$$

$$\therefore E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

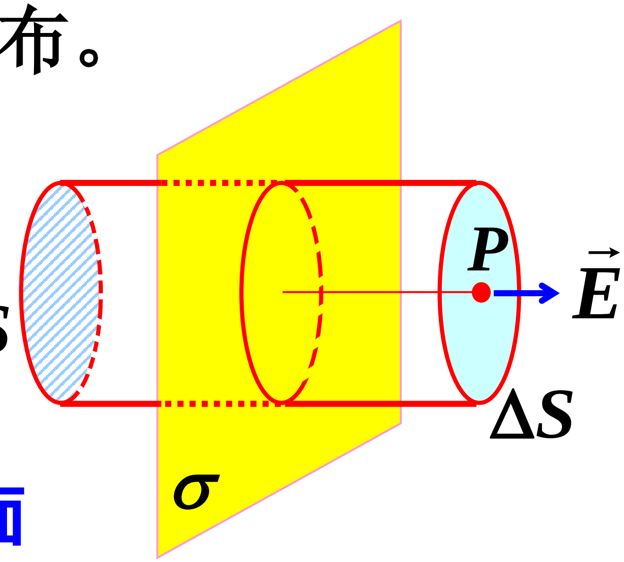
$r<R$
$$\begin{cases} \text{均匀带电：} E = \dfrac{\rho}{2\varepsilon_0} r \\ \text{表面带电：} E = 0 \end{cases}$$

体密度



问： $r\to 0$，$\cancel{E}\to\infty$?

例： 求无限大均匀带电平面的场强分布。设面电荷密度为σ。



解： 由电荷分布的对称性可知，P点的场强方向垂直于带电面，ΔS与平面等距处场强大小相等。

选一轴垂直于带电平面的圆筒式封闭面作为高斯面S，带电平面平分此圆筒，场点P位于它的一个底面上。

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \underbrace{\int_{侧} \vec{E}\cdot d\vec{S}}_{0} + \int_{左} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int_{右} \vec{E}\cdot d\vec{S} = 2E\Delta S$$

$$2E\Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\varepsilon_0} \longrightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$ **(均匀场)**

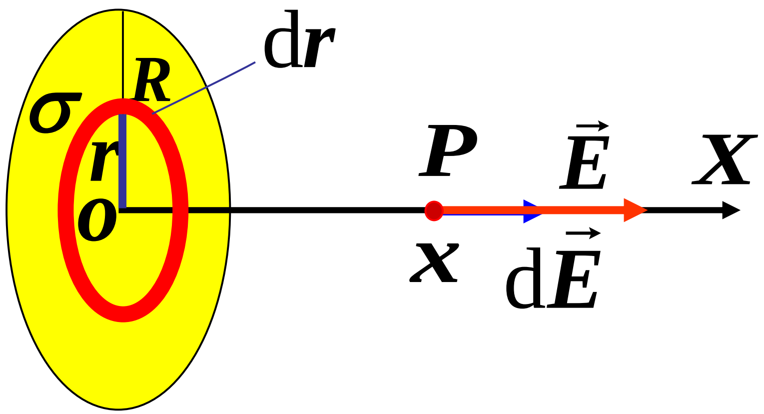
$$\boxed{\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i}$$

场强方向垂直于带电平面
- **若σ>0，场强方向背离平面。**
- **若σ<0，场强方向指向平面。**

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$

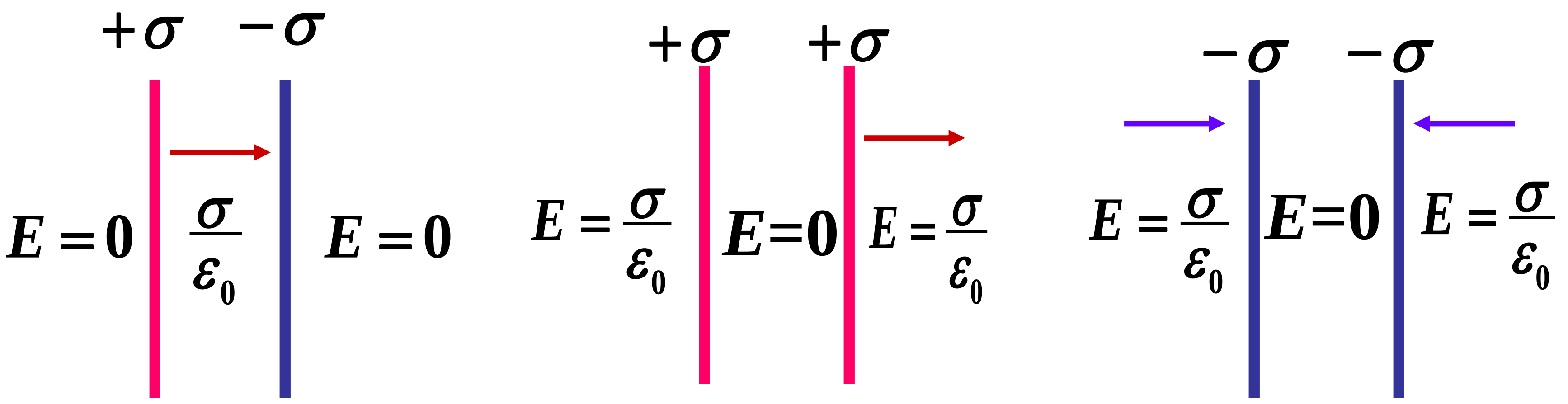
讨论：

(1) $R\to\infty$ 无限大带电平面



$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

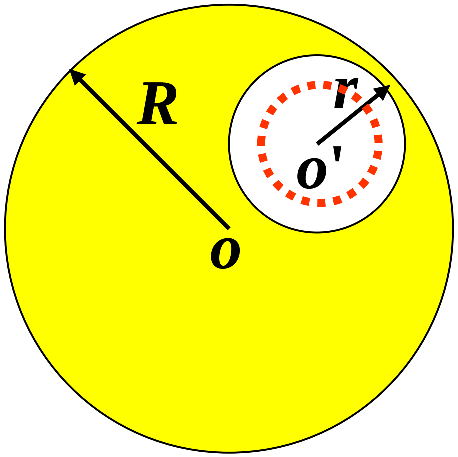
(2) $x\to 0,\ E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$



例：一半径为R、电荷密度为$\rho\ (>0)$的均匀带电球内有一半径为r的空腔，证明空腔内为均匀电场。

证明：

取以r'为半径，o'为心的高斯球面



由高斯定理：

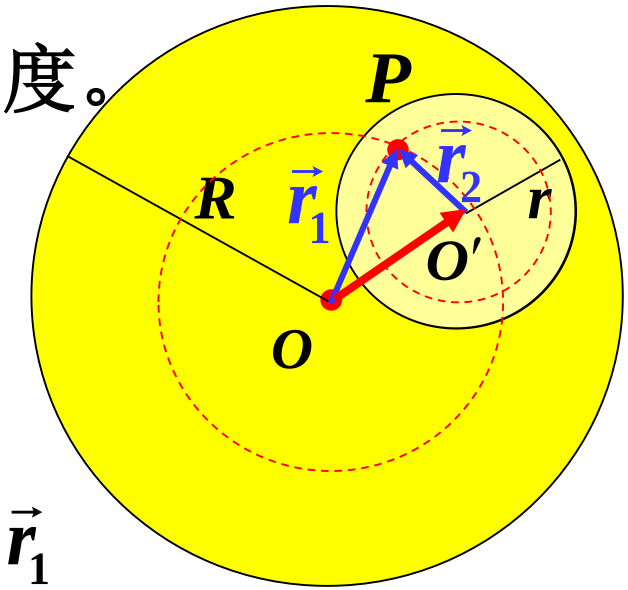
$$\cancel{\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint E dS = E \cdot 4\pi r^2}$$

$$\cancel{\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V dq = 0}$$

$\therefore E = 0$，为均匀电场。

例： 一半径为R、电荷密度为ρ (>0)的均匀带电球内有一半径为r的空腔，证明空腔内为均匀电场。

证明： 考虑空腔内任意一点P的电场强度。



假定空腔内也均匀充有密度为ρ的电荷，则P点的电场强度$\vec{E}_1$满足：

$$\oint \vec{E}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint E_1 \mathrm{d}S = E_1 \cdot 4\pi r_1^2$$

$$= \frac{\rho}{\varepsilon_0} \cdot \frac{4}{3}\pi r_1^3 \qquad \therefore \vec{E}_1 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}_1$$

补入原空腔内的电荷在P点产生的电场强度$\vec{E}_2$满足：

$$\oint \vec{E}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint E_2 \mathrm{d}S = E_2 \cdot 4\pi r_2^2 = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \cdot \frac{4}{3}\pi r_2^3 \quad \therefore \vec{E}_2 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}_2$$

P点的实际电场强度：

$$\vec{E} = \vec{E}_1 - \vec{E}_2 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\overrightarrow{OO'}$$ 均匀电场

1. 均匀带电球面

$$E=\begin{cases}0 & r<R\\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & r>R\end{cases}$$

2. 均匀带电圆柱面

$$E=\begin{cases}0 & r<R\\ \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} & r>R\end{cases}$$

3. 均匀带电无限大平面

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

1'. 均匀带电球体

$$E=\begin{cases}\dfrac{Q\,r}{4\pi\varepsilon_0 R^3} & r<R\\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & r>R\end{cases}$$

2'. 均匀带电圆柱体

$$E=\begin{cases}\dfrac{\lambda\,r}{2\pi\varepsilon_0 R^2} & r<R\\ \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} & r>R\end{cases}$$

4. 均匀带电球体空腔

填补法

高斯定理运用技巧：

（1）根据电荷分布分析电场分布是否有对称性；

（2）依电场分布的对称性取合适的高斯面；

高斯面(封闭面)应取在场强相等的曲面上；

若场强相等的面不构成闭合面，要另取与场强方向垂直的面与之一起构成高斯面。

球对称——选与带电体同心的球面

轴对称——选与带电体同轴圆柱面

面对称——选轴与带电平面垂直，两底与平面等距的圆柱面

（3）由 $\oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum\limits_{S内} q_i$ 求出场强的大小，说明其方向。

例： 一半径为 R 的带电球体，其电荷体密度 ρ分布为：

$$\rho = \frac{qr}{\pi R^4} \qquad (r \le R)（q\text{为一正的常数}）$$

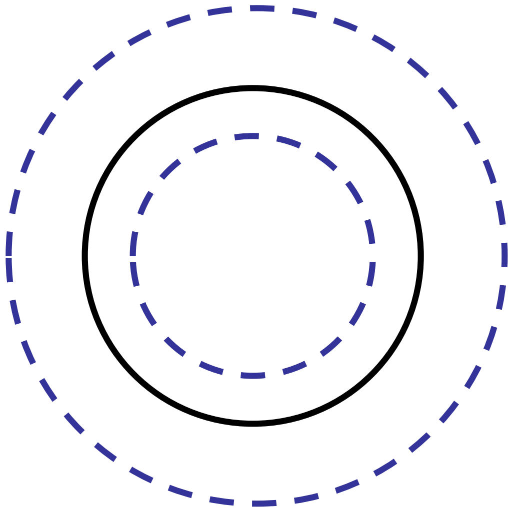
$$\rho = 0 \qquad (r > R)$$

试求：（1）带电球体的总电量；（2）球内、外各点的电场强度。

解:（1）

$$\mathrm{d}q = \rho \mathrm{d}V = \rho 4\pi r^2 \mathrm{d}r$$

$$Q = \int_0^R \rho 4\pi r^2 \mathrm{d}r = q$$



（2） 在 ***r*** < ***R*** 区域，

$$4\pi r^2 E = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \frac{qr}{\pi R^4} 4\pi r^2 \mathrm{d}r = \frac{qr^4}{\varepsilon_0 R^4}$$

在 ***r*** >***R*** 区域， $4\pi r^2 E = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$

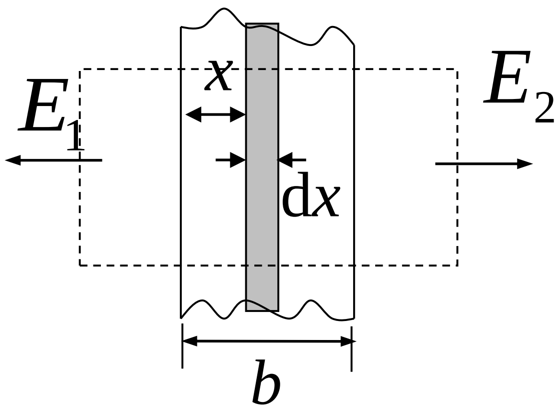
$$E = \begin{cases} \dfrac{qr^2}{4\pi\varepsilon_0 R^4} & (r \le R) \\ \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (r > R) \end{cases}$$

例：如图所示，一厚为**b**的“无限大”带电平板，其电荷体密度分布为 $\rho = kx\left(0 \le x \le b\right)$ ，式中**k**为一正的常量。求（1）平板外两侧任一点P_1和P_2处的电场强度大小；

（2）平板内任一点**P**处的电场强度；

（3）电场强度为零的点在何处？

解：（1）$\mathrm{d}E = \dfrac{\rho \mathrm{d}x}{2\varepsilon_0} = \dfrac{kx}{2\varepsilon_0}\mathrm{d}x$



$$E_1 = E_2 = \int_0^b \frac{kx}{2\varepsilon_0}\mathrm{d}x = \frac{kb^2}{4\varepsilon_0}$$

高斯定理:

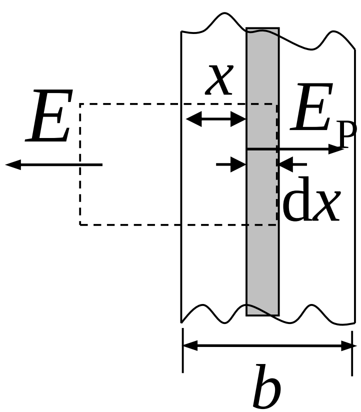
$$2ES = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^b \rho S\mathrm{d}x = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^b kxS\mathrm{d}x = \frac{kSb^2}{2\varepsilon_0} \qquad E = \frac{kb^2}{4\varepsilon_0}$$

例： 如图所示，一厚为**b**的“无限大”带电平板，其电荷体密度分布为 $\rho = kx(0 \le x \le b)$ ，式中**k**为一正的常量。求（1）平板外两侧任一点P_1和P_2处的电场强度大小；
（2）平板内任一点**P**处的电场强度；
（3）电场强度为零的点在何处？

解：（2）$E_P = \int_0^x \frac{kx}{2\varepsilon_0}\mathrm{d}x - \int_x^b \frac{kx}{2\varepsilon_0}\mathrm{d}x$

$$= \frac{kx^2}{4\varepsilon_0} - \frac{kb^2}{4\varepsilon_0} + \frac{kx^2}{4\varepsilon_0}$$

$$= \frac{k}{4\varepsilon_0}(2x^2 - b^2)$$



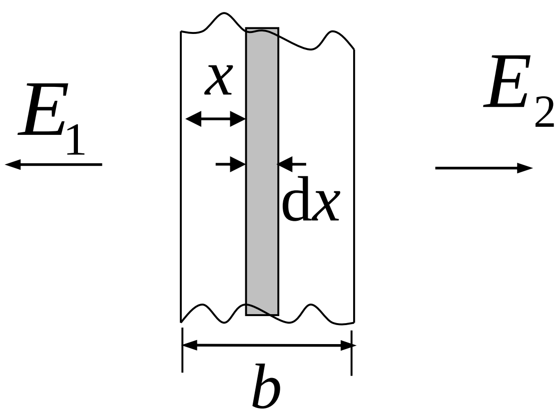
高斯定理：

$$(E_P + E)S = \frac{kS}{\varepsilon_0}\int_0^x x\mathrm{d}x = \frac{kSx^2}{2\varepsilon_0} \qquad E_P = \frac{k}{4\varepsilon_0}(2x^2 - b^2)$$

例： 如图所示，一厚为b的“无限大”带电平板，其电荷体密度分布为 $\rho = kx(0 \le x \le b)$ ，式中k为一正的常量。求（1）平板外两侧任一点P_1和P_2处的电场强度大小；
（2）平板内任一点P处的电场强度；
（3）电场强度为零的点在何处？

解： （3） $2x^2 - b^2 = 0$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} b$$

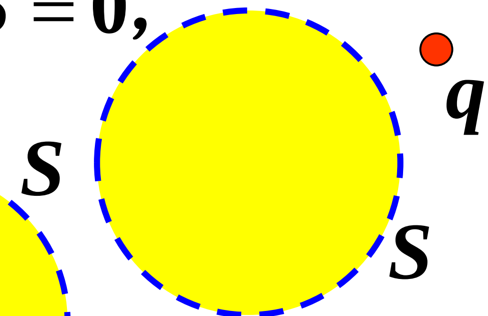


判断下列关于高斯定理的说法是否正确：

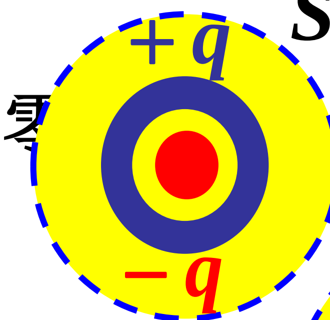
$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$$

(1) 高斯定理成立的条件是电场必须具有对称性。

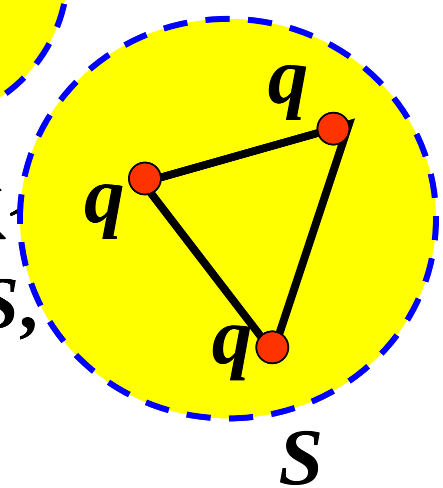
(2) 对静电场中任一闭合曲面S, 若有$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$, 则$S$面上的$\vec{E}$处处为零。



(3) 若闭合曲面 S 上各点的场强为零，则 S 面内必定未包围电荷。



(4) 三个相等的点电荷置于等边三角形的三个顶点上，以三角形的中心为球心作一球面S，如图，则可以用高斯定理求面S上的场强。



作业： 6 —T5、T6、T7、T8

本次课的重点：

1. 静电场的高斯定理与高斯面的选取技巧
2. 填补法计算场强
3. 具有均匀场强分布的静电体