华中科技大学2020-2021学年第二学期

“ 微积分（一） ”期中考试试卷(A卷)

考试方式： 闭卷 考试日期： 2021. 5.16 考试时长： 150 分钟

院（系）：________________ 专业班级：________________

学　　号：________________ 姓　　名：________________

题号	一	二	总分
分数			

分　数	
评卷人	

一、 基本计算题（每小题6分，共60分）

解答内容不得超过装订线

1. 求 $xy'-y=x^2\cos x$ 的通解.

2. 求微分方程 $y''-xy'^2=0$ 满足初始条件 $y(0)=1, y'(0)=-2$ 的特解.

3. 计算顶点为 $A(1,1,1)$、$B(2,2,2)$、$C(1,2,2)$、$D(0,1,2)$ 的四面体 $ABCD$ 的体积.

4. 设函数 f 有二阶连续偏导数，$z = yf(x, x^2y)$，计算混合偏导 z_{xy}.

5. 设 $w = x^2yz$，$z = x^2 + y^2$，$x + y + z = 4$. 求 $x = 1, y = 1$ 时导数 $\dfrac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x}$ 的值.

6. 求$u=x^2+2y^2+3z^2$在$(1,1,1)$点沿曲面$x^2+y^2+z^2=3$的外法线方向的方向导数.

7. 交换二次积分 $I=\int_0^1 \mathrm{d}y\int_{1-y}^{1+y^2} f(x,y)\mathrm{d}x$ 的次序.

8. 计算$I=\iiint\limits_{\Omega}(x+2y+3z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是由平面$x+y+z=1$与三个坐标面所围成的空间区域.

9. 计算$I=\iiint\limits_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是由曲面$z=\sqrt{x^2+y^2}$与$z=1$所围成的区域.

10. 求锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$被柱面$z^2=2x$所割下部分的面积S.

分　数	
评卷人	

二、综合题（每小题 8 分，共 40 分）

11. 设$f(x)$为连续函数，且满足积分方程 $f(x)=\mathrm{e}^x-\int_0^x(x-t)f(t)\mathrm{d}t$，试求$f(x)$.

12. 设 S 是曲线 L: $\begin{cases} z=1-x^2, \\ y=0 \end{cases}$ 绕 oz 轴的旋转曲面，求 S 的切平面使其与已知平面 $x+y+z=1$ 平行.

13. 已知曲线 C: $\begin{cases} x^2+2y^2-z=6, \\ 4x+2y+z=30 \end{cases}$，求 C 上的点到 xoy 坐标面的距离的最大值.

14. 计算 $I=\iint\limits_{D}(y\mathrm{e}^{x}+\sqrt{x^{2}+y^{2}})\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 D 是由心形线 $r=a(1+\cos\theta)(a>0)$ 围成的区域.

15. 讨论 $f(x,y)=\sqrt{|xy|}$ 在点 $(0,0)$ 处的连续性、偏导数的存在性、可微性.