第一篇　　力学

第一章：质点运动学

微分问题：速度：$\vec{v}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$　加速度：$\vec{a}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}$

积分问题：位移：$\vec{r}=\vec{r}_0+\int_0^t\vec{v}\mathrm{d}t$

速度：$\vec{v}=\vec{v}_0+\int_0^t\vec{a}\mathrm{d}t$

*隐式问题：

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

自然坐标系下：

切向加速度：$\vec{a}_\tau=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\tau$　法向加速度：$\vec{a}_n=\dfrac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$

相对运动：$\vec{v}_{AC}=\vec{v}_{AB}+\vec{v}_{BC}$

第二章：牛顿动力学

牛顿第二定律：$\vec{F}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{P}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}t}$ 惯性力：$R=-m\vec{a}_0$

惯性离心力：$\vec{f}_i=mr\omega^2\vec{e}_r$ 科里奥利力：$\vec{f}_c=2m\vec{v}'\times\vec{\omega}$

科里奥利力的实例：傅科摆、落体偏东、信风等

动量定理：$I=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}\mathrm{d}t=\vec{P}_2-\vec{P}_1$ （力对时间的积累等于动量的变化）

＊变质量问题：链下落，链提起等

动量守恒定律：当一个质点系所受的合外力为零时，该质点总动量保持不变。

密歇尔斯基方程：$\vec{F}_{合外}=m\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}-\vec{u}\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$ $\vec{u}$是气体对火箭的速度

角动量：$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{P}$　力矩：$\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}$

角动量定理：$\vec{M}=\dfrac{d\vec{L}}{dt}$　$\int_{t_1}^{t_2}\vec{M}dt=\vec{L}_2-\vec{L}_1$（力矩对时间的积累等于角动量的变化）

角动量守恒定律：当一个质点系相对于某一参考点所受的合外力矩M为零时，该质点总角动量保持不变。

质点受到有心力，对心力角动量守恒　$\vec{r}\,//\,\vec{F}$

*有心力系统，当轨道为椭圆时，$F_{向心}=G\dfrac{Mm}{r^2}\neq m\dfrac{v^2}{r}$

功：$A=\int_a^b\vec{F}\cdot d\vec{r}$　（力对空间的积累效应）

功率：$P=\dfrac{dA}{dt}=\vec{F}\cdot\vec{v}$（做功的快慢）　$A=\int_{t_1}^{t_2}Pdt$

保守力所做的功与路径无关，等于势能增量的负值

$$A_{ab}=\int_a^b \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=-(E_{pb}-E_{pa})$$

推论：保守力沿任一闭合回路做功为零

保守力等于势能梯度的负值：$\vec{F}=-\nabla E_p$

动能定理：$\int_a^b \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=E_{kb}-E_{ka}=\frac{1}{2}mv_b^2-\frac{1}{2}mv_a^2$

功能原理：$A_{外力}+A_{非保守内力}=\Delta\left(E_p+E_k\right)$

机械能守恒定律：系统只有保守内力做功，合外力和非保守内力做功为零时，系统总机械能保持恒定。

$$E=E_k+E_p=恒量$$

第三章：刚体动力学

矢量式
$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
$\vec{a}_\tau = \vec{\beta} \times \vec{r}$
$\vec{a}_n = \vec{\omega} \times \vec{v}$

质心： $\vec{r}_c = \dfrac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$

刚体平动的运动方程： $\vec{F}_{合外} = M\vec{a}_c = M\dfrac{d^2\vec{r}_c}{dt^2}$

转动惯量： $J = \sum m_i r_i^2 = \int_M r^2 \cdot dm$

常见刚体的转动惯量：**P66**

定轴转动定律： $M = J\beta = J\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$

刚体对定轴的角动量： $L = J\omega$

角动量定理： $\int_{t_1}^{t_2} M dt = J_2\omega_2 - J_1\omega_1$

角动量守恒：当合外力矩 $M=0$ 则 $J_1\omega_1 = J_2\omega_2$

* 角动量守恒时，动量通常不守恒！

例如：刚体与质点的碰撞问题。

刚体的转动动能：$E_k = \dfrac{1}{2}J\omega^2$

力矩的功：$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M \mathrm{d}\theta$

动能定理：$A = \dfrac{1}{2}J\omega_2^2 - \dfrac{1}{2}J\omega_1^2 = E_{k2} - E_{k1}$

机械能守恒定律：系统只有保守内力做功，合外力和非保守内力做功为零时，系统总机械能保持恒定。

$$E = E_k + E_p = \text{恒量}$$

质点 与 刚体

质点运动与刚体定轴转动对照	
质点运动	刚体定轴转动
速度： $\vec{v}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$	角速度： $\vec{\omega}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{\theta}}{\mathrm{d}t}$
加速度： $\vec{a}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$	角加速度： $\vec{\beta}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}$
力： $\vec{F}$ 力矩： $\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}_{\perp}$	力矩： $\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}_{\perp}$
质量: m	转动惯量: $J=\int r^2\mathrm{d}m$
动量: $\vec{P}=m\vec{v}$ 角动量: $\vec{L}=\vec{r}\times\vec{P}=\vec{r}\times m\vec{v}$	角动量: $\vec{L}=J\vec{\omega}$

质点 与 刚体

质点运动规律与刚体定轴转动规律对照	
质点的平动	刚体的定轴转动
运动定律： $\vec{F}=m\vec{a}$	转动定律： $\vec{M}=J\vec{\beta}$
动量定理： $\int_{t_0}^{t}\vec{F}\mathrm{d}t=m\vec{v}-m\vec{v}_0$ 角动量定理： $\int_{t_0}^{t}\vec{M}\mathrm{d}t=\vec{L}_2-\vec{L}_1$	角动量定理： $\int_{t_0}^{t}\vec{M}_z\mathrm{d}t=\vec{L}_z-\vec{L}_{z0}$
动量守恒定律： $\sum\vec{F}_i=0,\ \sum m_i\vec{v}_i=$ 恒量	角动量守恒定律： $\vec{M}_z=0,\ \sum J_i\vec{\omega}_i=$ 恒量
力的功： $W=\int_a^b\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}$	力矩的功： $W=\int_{\theta_0}^{\theta}M\mathrm{d}\theta$
动能： $E_\mathrm{k}=mv^2/2$	转动动能： $E_\mathrm{k}=J\omega^2/2$

质点 与 刚体

质点运动规律与刚体定轴转动规律对照	
质点的平动	刚体的定轴转动
动能定理: $W=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$	动能定理: $W=\frac{1}{2}J\omega^2-\frac{1}{2}J\omega_0^2$
重力势能: $E_\mathrm{p}=mgh$	重力势能: $E_\mathrm{p}=mgh_\mathrm{C}$
机械能守恒: 只有保守力作功时: $E_\mathrm{k}+E_\mathrm{p}=$ 恒量	机械能守恒: 只有保守力作功时: $E_\mathrm{k}+E_\mathrm{p}=$ 恒量

第四章：流体力学简介

不可压缩流体：

流量连续性方程： $S_1 v_1 = S_2 v_2$

理想流体的伯努利方程：$p + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 =$ 恒量

伯努利方程和流量连续性方程的应用：

空吸、喷雾器、小孔流速、流速计、流量计

黏性流体：

雷诺数： $Re = \frac{\rho v d}{\eta}$

Re<2000, 层流; Re>3000, 湍流; 2000<Re<3000, 过渡流

黏性流体的伯努利方程:

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + w$$

泊肃叶定律: $Q = \dfrac{\pi R^4 (p_1 - p_2)}{8\eta L}$

适用条件:

不可压缩的牛顿黏性流体在水平圆管中做稳定层流.

斯托克斯定律: $f = 6\pi\eta r v$

适用条件:

小球在黏性流体中运动.

收尾速度: $v_T = \dfrac{2gr^2(\rho - \rho')}{9\eta}$

第五章：狭义相对论

相对论运动学：

时间膨胀：对于静止系中的观察者，在同一地点发生的一事件，在运动系中的观察者看来，经历的时间比在静止系中的要长（非原时大于原时）。

$$\text{非原时} = \frac{\text{原时}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

长度收缩：相对于观察者而言，静止系中物体沿运动方向的尺寸，在运动系中测量（同时测量物体两端），长度缩短（非原长小于原长）。

$$\text{非原长} = \text{原长} \times \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

洛伦兹坐标变换：

正变换：
$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \end{cases}$$

逆变换：
$$\begin{cases} x = \dfrac{x' + vt'}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \dfrac{t' + \dfrac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \end{cases}$$

可两边同时取差分

洛伦兹速度变换：

正变换：
$$\begin{cases} u'_x = \dfrac{u_x - v}{1 - \dfrac{u_x}{c^2} v} \\ u'_y = \dfrac{u_y \sqrt{1-(v/c)^2}}{1 - \dfrac{u_x}{c^2} v} \\ u'_z = \dfrac{u_z \sqrt{1-(v/c)^2}}{1 - \dfrac{u_x}{c^2} v} \end{cases}$$

逆变换：
$$\begin{cases} u_x = \dfrac{u'_x + v}{1 + \dfrac{u'_x}{c^2} v} \\ u_y = \dfrac{u'_y \sqrt{1-(v/c)^2}}{1 + \dfrac{u'_x}{c^2} v} \\ u_z = \dfrac{u'_z \sqrt{1-(v/c)^2}}{1 + \dfrac{u'_x}{c^2} v} \end{cases}$$

相对论的一些效应：光速不变，同时的相对性，长度的相对性，因果律

狭义相对论动力学

质速关系： $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

质能关系： $E = mc^2 = E_k + m_0c^2$

动量： $\vec{p} = \dfrac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

能量与动量的关系： $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$

预祝同学们

期中考试取得好成绩！