

**1) Identificar um algoritmo que comumente é executado de forma incremental e mostrar como o mesmo pode ser executado na abordagem dividir e conquistar.**

O algoritmo MinMax, utilizado para determinar o menor e o maior elemento de um vetor de números, pode ser utilizado da maneira incremental e da maneira recursiva.

Da maneira incremental, o algoritmo percorre o vetor comparando o elemento,  $i$ , com um valor  $\min$  e um valor  $\max$ , que são definidos, por convenção, como sendo o primeiro elemento do vetor.

Da maneira recursiva, o vetor é dividido ao meio, onde um elemento da metade mais à esquerda é comparado com um elemento do lado mais à direita e assim determinando o mínimo e o máximo.

Exemplo: Suponhamos que  $\text{int vetor}[4] = \{2, 20, 1, 0\}$   
dividindo ao meio e separando as partes:  
 $\text{maisEsquerda} = \{2, 20\}$   
 $\text{maisDireita} = \{1, 0\}$

#Retirando o mínimo das duas metades  $2 < 20$ ,  $\min = 2$

$1 < 0$ ,  $\min = 0$

#Mínimo do vetor, comparação do mínimo da parte à esquerda com o mínimo da parte à direita

$2 < 0$ ,  $\min = 0$

#Retirando o máximo das duas metades  $2 > 20$ ,  $\max = 20$

$1 > 0$ ,  $\max = 1$

#Máximo do vetor, comparação do máximo da parte à esquerda com o máximo da parte à direita

$20 > 1$ ,  $\max = 20$

return  $\min$ ,  $\max$  # 0, 20

**2) Usando a Figura do Slide 11, ilustre a operação de ordenação por interação para o arranjo  $A = \{3, 41, 52, 26, 38, 59, 9, 49\}$**

Subdivide o vetor, até chegar no menor vetor possível, depois vai intercalando e tirando o mínimo entre as listas até juntar novamente no vetor original, já ordenado.

```
[3, 41, 52, 26] | [38, 59, 9, 49]
[3, 41] [52, 26] | [38, 59] [9, 49]
[3] [41] [52] [26] | [38] [59] [9, 49]
Intercalando
[3, 41][26, 52] | [38, 59] [9, 49]
[3, 26, 41, 52] | [9, 38, 49, 59]
[3, 9, 26, 41, 49, 52, 59]
```

**3) Descreva um algoritmo de tempo  $O(n \log n)$  que, dado um conjunto  $S$  de  $n$  inteiro e um outro inteiro  $x$ , determine se existem ou não dois elementos em  $S$  cuja soma da exatamente  $x$ .**

```
1  unsigned int soma_igual(int vetor[], int x,
2      unsigned int possivel, unsigned int tamanho_vetor)
3  {
4      merge_sort(vetor);
5      possivel = 0;
6      esquerda = 1;
7      direita = tamanho_vetor;
8
9      while(esquerda < direita && vetor[esquerda] + vetor[direita] != x)
10     {
11         if(vetor[esquerda]+S[direita] > x)
12             direita--;
13         else esquerda++;
14     }
15
16     if(esquerda < direita) possivel = 1;
17
18     return possivel;
```

Inicialmente, se estabelece dois índices, o da esquerda e o da direita. O da esquerda estará inicialmente na primeira posição apontando, deste modo, o menor elemento do vetor, enquanto que o da direita estará inicialmente na última posição apontando, deste modo, o maior elemento do vetor. Se a soma do elemento do elemento da esquerda com o elemento da direita for igual a  $x$ , o elemento existe e o algoritmo termina, caso seja maior que  $x$ , o elemento da direita aponta para o seu elemento anterior e caso seja menor que  $x$ , o elemento da esquerda aponta para o seu sucessor. A complexidade do Merge Sort é  $O(n \log n)$  e a complexidade das instruções abaixo do Merge Sort é  $O(n)$ , e aplicando a propriedade de soma da Notação Big O:  $O(n \log n) + O(n) = O(2n + \log n) = O(n + \log n)$  Logo, o algoritmo é classificado como  $n \log n$ .

#### 4) Fórmula de recorrência - $a^n$ para $n \geq 0$

A fórmula de recorrência para o problema é:

$$\begin{cases} a(a^2)^{\frac{n-1}{2}}, n \mod 2 \neq 0 \\ (a^2)^{\frac{n}{2}}, n \mod 2 = 0 \end{cases}$$

### 5) Fórmula de recorrência - MinMax

A fórmula de recorrência é:

$$T(n) = \begin{cases} T(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor) + T(\lceil \frac{n}{2} \rceil) + 2 & \text{for } n > 2 \\ 1 & \text{for } n = 2 \\ 0 & \text{for } n = 1 \end{cases}$$

Assumindo que n está na potência de 2, logo,  $n = 2^k$  onde k representa a altura da árvore de recursão e a sua fórmula é:

$$T(n) = 2.T(\frac{n}{2}) + 2 = 2. ( 2.T(\frac{n}{4}) + 2 ) + 2 \dots = \frac{3n}{2} - 2$$