JUSTUS-LIEBIG-
UNIVERSITÄT
GIESSEN

Vorlesung: Statistik I

Prof. Dr. Simone Abendschön

4 Vorlesung am 9.11.23

Plan für heute

- Verteilungsformen (grafische Anschauung)
- Einführung Notation: Summenzeichen
- Univariate Datenanalyse: Lagemaße (auch: Maße der zentralen Tendenz)

Lernziele

- Verständnis des Aufbaus einer Datenmatrix (letzte Woche)
- Grundlegende Kenntnis tabellarischer und grafischer Darstellungsformen von univariaten statistischen Informationen (letzte und diese Woche)
- Kenntnis und Anwendung des Summenzeichens
- Kenntnis und Verständnis von Lagemaßen der univariaten Statistik
- Bestimmung und Berechnung von Lagemaßen der univariaten Statistik: Modus, Median, arithmetisches Mittel, Quantile

Verteilungsformen

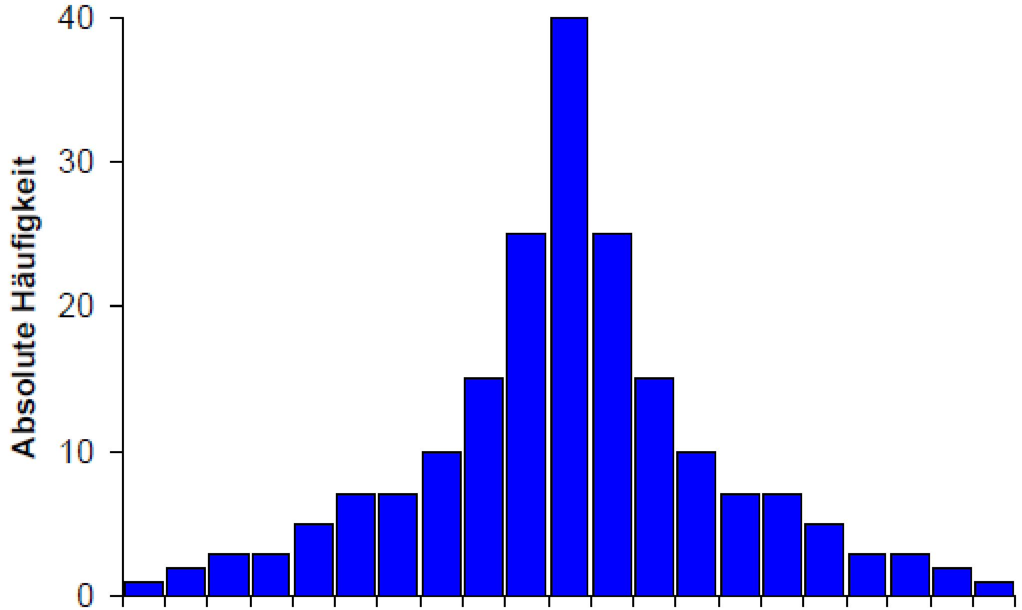
- Empirisch erhobene Daten können anhand von Häufigkeits-verteilungen tabellarisch zusammengefasst oder grafisch dargestellt werden

- Darüber hinaus lässt sich auch die *Form einer Verteilung* beschreiben

Häufige Verteilungsformen

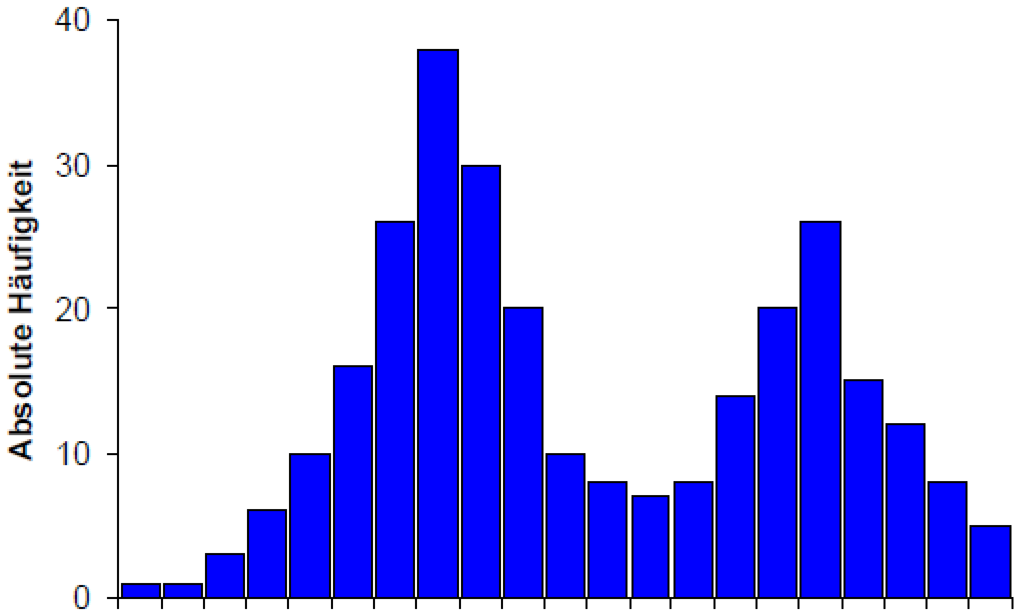
Symmetrische Verteilung

- „eingipflig“, ungefähr die gleiche Anzahl von Werten links und rechts des Gipfels



Bimodale Verteilung

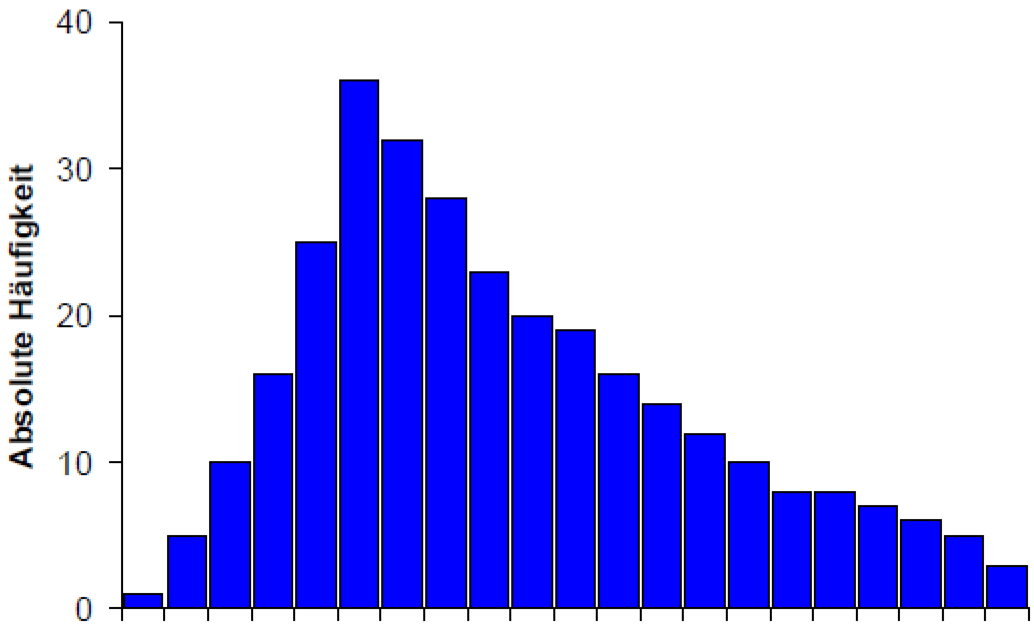
- Zwei Gipfel, evtl. 2 Subgruppen



Häufige Verteilungsformen

Linkssteile bzw. rechtsschiefe Verteilung (positive Schiefe)

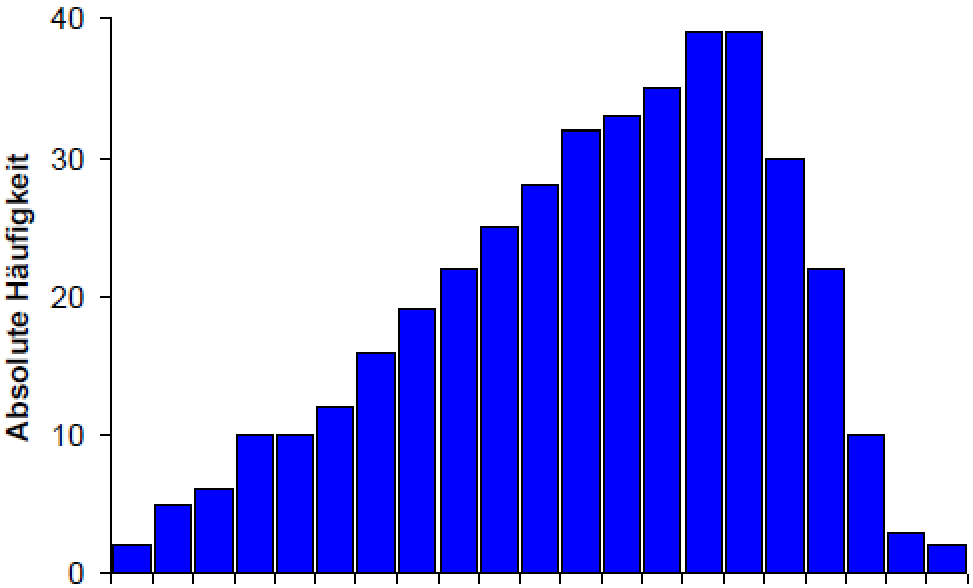
- Höchste Datenwerte recht weit vom Zentrum der Verteilung entfernt (z.B. Einkommen)



Häufige Verteilungsformen

Rechtssteile bzw. linkssschiefe Verteilung (negative Schiefe)

- Niedrigste Datenwerte relativ weit vom Zentrum der Verteilung entfernt (z.B. Sterbealter in Deutschland)



Übung

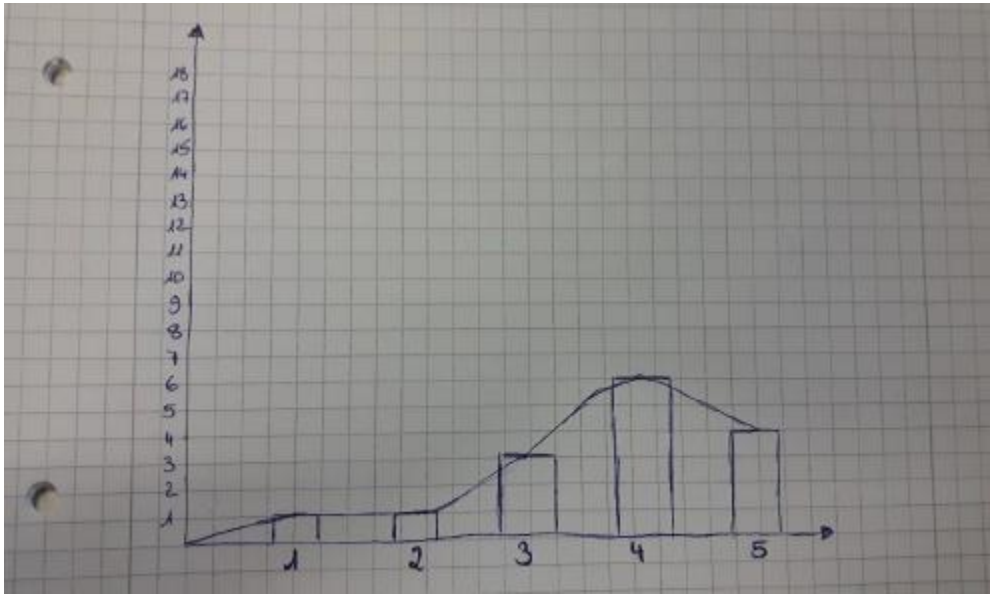
1) Bitte skizzieren Sie ein Säulendiagramm für die absoluten Häufigkeiten der unten dargestellten Tabelle (Merkmalsausprägungen: Kein Abschluss = 1, Hauptschule = 2, Realschule = 3, Abitur = 4,Universität = 5)
2) Beschreiben Sie die Verteilungsform.

Bildungsab-schluss	$f x_k$
Keiner (1)	1
Hauptschule (2)	1
Realschule (3)	3
(Fach-)Abitur (4)	6
Universität (5)	4

Übung

1) Bitte skizzieren Sie ein Säulendiagramm für die absoluten Häufigkeiten der unten dargestellten Tabelle (Merkmalsausprägungen: Kein Abschluss = 1, Hauptschule = 2, Realschule = 3, Abitur = 4,Universität = 5)
2) Beschreiben Sie die Verteilungsform.

Bildungsab-schluss	fx_k
keiner	1
Hauptschule	1
Realschule	3
(Fach-)Abitur	6
Universität	4



Plan für heute

- Verteilungsformen (grafische Anschauung)
- **Einführung Notation: Summenzeichen**
- **Univariate Datenanalyse: Lagemaße (auch: Maße der zentralen Tendenz)**

Notation, mathematische Formeln: Summenzeichen

Σ (‚Sigma‘)

- Vereinfacht die Darstellung einer Menge von Summanden zu einer Summe
- Beispiel: Was ist die Summe aller Realisationen der Variablen X (Alter)?

Person	Alter
1	21
2	20
3	21
4	20
5	23
6	25
7	20
8	23

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 = 173$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i$$

Sprich: „Die Summe aller x_i-Werte für Merkmalsträger i = 1 bis Merkmalsträger n“

Summenzeichen

$$\sum_{i=1}^{n} x_i$$

- Unterhalb des Summenzeichens steht der Laufindex *i*
- *i* kennzeichnet konventionsgemäß einen einzelnen Fall
- Nach dem Gleichheitszeichen folgt der Wert, mit dem die Summierung beginnt (in unserem Fall der 1. Wert)
- Oberhalb der Summenzeichens steht der letzte Wert des Index, hier n
- Bei der Summenbildung wird zunächst der erste Indexwert verwendet
- Anschließend wird dieser Wert um +1 erhöht, bis der letzte Wert erreicht ist
- Hinter dem Index steht der Ausdruck, der aufsummiert werden soll – hier die Realisationen der Variablen X, also die Werte x_i

Rechnen mit Summenzeichen

Person	Alter (Jahre)
1	21
2	20
3	21
4	20
5	23
6	25
7	20
8	23

Endpunkt

$$\sum_{i=3}^{5} x_i = X_3 + X_4 + X_5 = 64$$

Startpunkt

Sprich: „Die Summe aller x_i-Werte für Merkmalsträger i = 3 bis Merkmalsträger 5"

Notation, mathematische Formeln: Summenzeichen

- Vereinfachung: Wenn die Indexwerte eindeutig vorausgesetzt sind, wird oft der Start- und Endwert des Index nicht angegeben

$\sum x_i$ anstelle von $\sum_{i=1}^{n} x_i$

Übung

Bitte bestimmen Sie die folgenden Werte für die in der nachstehenden Häufigkeitstabelle wiedergegebenen Daten:

a) n=

b) $\sum x_i$

c) $\sum x_i^2$

x_k	absolute Häufigkeit f_{x_k}
1	1
2	4
3	2
4	2
5	1

Plan für heute

- Verteilungsformen (grafische Anschauung)
- Einführung Notation: Summenzeichen
- **Univariate Datenanalyse: Lagemaße (auch: Maße der zentralen Tendenz) als statistische Kennwerte**

Was bisher geschah…

- Tabellen und grafische Darstellungen verschaffen einen globalen Eindruck von der Verteilung eines interessierenden Merkmals
- In Häufigkeitstabellen wird abgetragen, welche Merkmalsausprägung mit welcher (absoluten, prozentualen und/oder relativen kumulierten) Häufigkeit beobachtet wurde
- Bei kontinuierlichen Variablen bietet sich die tabellarische Zusammenfassung der Merkmalsausprägungen in Gruppen an
- Häufigkeitsverteilungen können grafisch z.B. als Säulendiagramm oder Histogramm dargestellt werden.
- Grafiken nehmen aber viel Platz ein, und der Vergleich von Verteilungsmerkmalen via Grafiken ist teilweise schwierig.

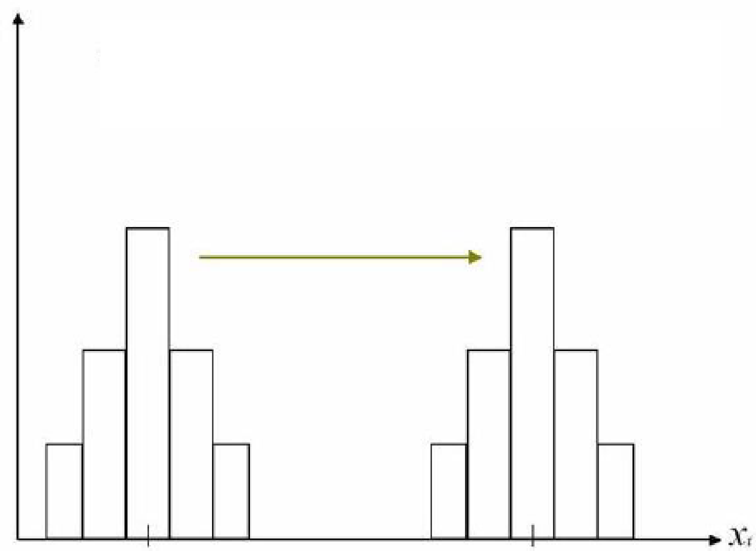
→ Informationsverdichtung nötig → **statistische Kennwerte**

Statistische Kennwerte

- beschreiben spezifische Eigenschaften einer Merkmalsverteilung: **Unterscheidung Lage- und Streu(ungs)maße**
- **Lagemaße** (auch Maße der zentralen Tendenz):
  - Geben Auskunft über das Zentrum bzw. typische Werte einer Verteilung
  - Durch welchen Wert wird die Merkmalsverteilung am besten repräsentiert?
  - Wichtigste Lagemaße: **Modus, Median und arithmetisches Mittel**

Lagemaße

- Lagemaße als „Mittelwerte“
- Wo auf der x-Achse befinden sich die Merkmalswerte einer Verteilung „im Mittel“ ?
- Beispiel: Identische Verteilungen, Unterschied lediglich in der „Lage“



Lagemaße

Durch welchen Wert wird die Merkmalsverteilung am besten repräsentiert?

→ 3 Möglichkeiten, „Mittelwerte“

1. Durch den Wert, der in der Verteilung am häufigsten vorkommt → **Modus (**auch Modalwert**)**
2. Durch den Wert, der die Menge der Beobachtungseinheiten in zwei gleich große Teile teilt → **Median** (auch Zentralwert)
3. Durch den Durchschnitt aller Werte → **Arithmetisches Mittel**

Lagemaße

Welches Lagemaß verwendet wird hängt auch vom *Skalenniveau* des interessierenden Merkmals ab!

	Nominalskala	Ordinalskala	ab Intervallskala
Modus	Ja	Ja	Ja
Median	Nein	Ja	Ja
Arithmetisches Mittel	Nein	Nein	Ja

Quelle: Eigene Darstellung

„Jein“

Modus

- Definition: die Merkmalsausprägung, die in der Verteilung am häufigsten vorkommt
- Notation: x_{Mo}
- vor allem dann sinnvoll für die Charakterisierung einer Verteilung, wenn er sich deutlich von den anderen Werten abhebt

Beispiel Modus

Studiengang x_k	Absolute Häufigkeit $f x_k$ *bzw.* $H x_k$
BA Social Sciences (1)	80
Jura (2)	10
Medizin (3)	40
BA Psycho (4)	30
Summe	160

- x_{Mo}=1

Im Beispiel liegt der Modus für das Merkmal „Studiengang“ bei der Merkmalsausprägung „1“ (BASS)

Übung: Modus

Bei welchem Wert liegt in diesem Beispiel der Modus?

Schulnote	Absolute Häufigkeiten
1 („sehr gut“)	150
2 („gut“)	230
3 („befriedigend“)	400
4 („ausreichend“)	190
5 („mangelhaft“)	25
6 („ungenügend“)	5
Gesamt	1000

Lösung: Modus

- Wo liegt in diesem Beispiel der Modus?
- x_{Mo}= 3

Schulnote	Absolute Häufigkeiten
1 („sehr gut“)	150
2 („gut“)	230
3 („befriedigend“)	400
4 („ausreichend“)	190
5 („mangelhaft“)	25
6 („ungenügend“)	5
Gesamt	1000

Lagemaße

„Durch welchen Wert wird die Merkmalsverteilung am besten repräsentiert?

→ 3 Möglichkeiten

1. Durch den Wert, der in der Verteilung am häufigsten vorkommt → **Modalwert (auch Modus)**
2. Durch den Wert, der die Menge der Beobachtungseinheiten in zwei gleich große Teile teilt → **Median** (auch Zentralwert)
3. Durch den Durchschnitt aller Werte → **Arithmetisches Mittel**

Median

- Definition: diejenige Ausprägung, die in der Mitte einer geordneten Verteilung (**nach ihrer Größe sortierten** Messwerte) steht.
- Notation: $\tilde{x}$
- Der Median teilt die Verteilung einer Variablen in zwei Hälften, das bedeutet unter- und oberhalb des Medians liegen jeweils 50% der Untersuchungseinheiten
- Voraussetzung für die Bestimmung des Medians ist mindestens ordinales Skalenniveau

Median

- Berechnung unterscheidet sich, je nachdem ob eine *gerade* oder *ungerade* Anzahl von Messwerten vorliegt (für eine gerade Anzahl von Messwerten gibt es keine „Mitte“)
- Die Position des Medians bei einer Verteilung mit ungerader Fallzahl entspricht dem Wert des Elements auf dem Rangplatz $\frac{n+1}{2}$

Beispiel Median, ungerades n

- Werte der Tabelle bereits aufsteigend geordnet
- Formel für Median bei ungerader Anzahl von Messwerten: $\tilde{x} = x_{\frac{n+1}{2}}$
- $\tilde{x} = x_{\frac{9+1}{2}}$

	Median								
Rang-platz	$x_{(1)}$	$x_{(2)}$	$x_{(3)}$	$x_{(4)}$	$x_{(5)}$	$x_{(6)}$	$x_{(7)}$	$x_{(8)}$	$x_{(9)}$
Wert	28	32	38	41	42	42	55	59	78

$\tilde{x}=42$

Median, gerades n

- Für eine Verteilung mit gerader Fallzahl kann dem Median keine ganze Zahl zugeordnet werden
- bestimmt sich dann als Mittelwert der beiden zentral gelegenen Realisationen
- Genauer: entspricht dem Mittelwert der Realisationen der beiden mittleren Rangplätze

$$\frac{n}{2} \text{ und } \frac{n}{2} + 1$$

→ Bei gerader Anzahl von Merkmalsträgern:

$$\tilde{x} = \frac{1}{2} * \left(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}\right)$$

Beispiel Median, gerades n

- Werte der Tabelle bereits aufsteigend geordnet
- Formel für Median bei gerader Anzahl von Messwerten:

$$\tilde{x} = \frac{1}{2} * (x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1})$$

- $\tilde{x}$=0.5 (41+42) =41.5

	Median							
Rang-platz	$x_{(1)}$	$x_{(2)}$	$x_{(3)}$	$x_{(4)}$	$x_{(5)}$	$x_{(6)}$	$x_{(7)}$	$x_{(8)}$
Wert	28	32	38	41	42	42	55	59

Median – Übung

MAP-Frage:

„Bestimmen Sie den Median der folgenden Messwerte“:

16,17,19,11,18,13,18,16

Median – kumulierte relative Häufigkeiten

- Medianbestimmung bei großem n
- Sind die Werte einer Häufigkeitstabelle nach der Größe geordnet, so entspricht der Median dem Wert, bei dem die kumulierten Anteilswerte mindestens 50% betragen

Median – kumulierte relative Häufigkeiten

- Sind die Werte einer Häufigkeitstabelle nach der Größe geordnet, so entspricht der Median dem Wert, bei dem die kumulierten Anteilswerte mindestens 50% betragen

Schulnote	Absolute Häufigkeiten	Relativer Anteil (%)	Kum. relative Häufigkeit (%)
„sehr gut“	150	15	15
„gut“	230	23	38
„befriedigend“	400	40	78
„ausreichend“	190	19	97
„mangelhaft“	25	2.5	99.5
„ungenügend“	5	0.5	100
Gesamt	1000		

Lagemaße

„Durch welchen Wert wird die Merkmalsverteilung am besten repräsentiert?

→ 3 Möglichkeiten

1. Durch den Wert, der in der Verteilung am häufigsten vorkommt → **Modalwert (auch Modus)**
2. Durch den Wert, der die Menge der Beobachtungseinheiten in zwei gleich große Teile teilt → **Median** (auch Zentralwert)
3. Durch den Durchschnitt aller Werte → **Arithmetisches Mittel**

Arithmetisches Mittel

- Definition: Summe aller Messwerte geteilt durch ihre Anzahl
- Notation: $\bar{x}$
- Umgangssprachlich: „der Mittelwert“ oder „Durchschnitt“
- Berechnung?

Arithmetisches Mittel

- Definition: Summe aller Messwerte geteilt durch ihre Anzahl
- Notation: $\bar{x}$
- Umgangssprachlich: „der Mittelwert“ oder „Durchschnitt“
- Berechnung:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Berechnung: Arithmetisches Mittel

<u>Berechnung</u>:

Anzahl Rohwerte

Arithmetischer Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Rohwerte

Anzahl Rohwerte

Laufindex

i = Laufindex Merkmalsträger ($i = 1, \ldots, n$)

x_i = Merkmalsausprägung x des i-ten Merkmalsträgers

n = Anzahl der Merkmalsträger

Übung: Arithmetisches Mittel

- Gegeben ist folgende Urliste des metrisch skalierten Merkmals X: 2, 4, 5, 4, 3, 1, 3, 4, 2, 5 (n=10); wie lautet das arithmetische Mittel?

- Berechnung:

Übung: Arithmetisches Mittel

- Gegeben ist folgende Urliste des metrisch skalierten Merkmals X: 2, 4, 5, 4, 3, 1, 3, 4, 2, 5 (n=10); wie lautet das arithmetische Mittel?

- Berechnung:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{10}(2+4+5+4+3+1+3+4+2+5) = 3.3$$

Arithmetisches Mittel

- Berechnung bei kleinem n problemlos und intuitiv „händisch“ möglich
- In der sozialwissenschaftlichen Praxis häufig große Fallzahlen (ALLBUS Umfrage, n=ca. 3000)
- Arithmetisches Mittel kann auch auf Basis der Häufigkeitstabelle berechnet werden
- Beispiel:

Schulnote	Absolute Häufigkeiten
1 („sehr gut“)	150
2 („gut“)	230
3 („befriedigend“)	400
4 („ausreichend“)	190
5 („mangelhaft“)	25
6 („ungenügend“)	5
Gesamt	1000

$\bar{x}$ = (1∗150)+(2∗230)+(3∗400)+(4∗190)+(5∗25)+(6∗5)/1000=2725/1000= 2.725

Arithmetisches Mittel

Berechnung:

Merkmalsausprägung x der k-ten Kategorie

Häufigkeitsausprägung x der *k*-ten Kategorie

Arithmetischer Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{\sum_{k=1}^{m}(x_k \cdot f_{x_k})}{n}$$

Laufindex Auswertungskategorien

Anzahl Rohwerte

k = Laufindex über die Kategorien ($k = 1, \ldots, m$)
m = Anzahl der Kategorien
x_k = Merkmalsausprägung x der k-ten Kategorie
f_{x_k} = Häufigkeitsausprägung x der k-ten Kategorie
n = Anzahl der Merkmalsträger

Arithmetisches Mittel

- enthält „am Meisten“ Information über eine Verteilung (alle Messwerte werden berücksichtigt)
- Voraussetzung: (Pseudo-) metrisches Skalenniveau (z.B. auch Notendurchschnitt)
- Teilweise ohne sinnvolle empirische Entsprechung (z.B. „Deutsche Frauen gebären im Durchschnitt 1,58 Kinder“)

Welches Lagemaß verwendet wird hängt auch vom *Skalenniveau* des interessierenden Merkmals ab!

	Nominalskala	Ordinalskala	ab Intervallskala
Modus	Ja	Ja	Ja
Median	Nein	Ja	Ja
Arithmetisches Mittel	Nein	Nein	Ja

Quelle: Eigene Darstellung

„Jein“

Ergänzung: Skalenniveau

- In der sozialwissenschaftlichen Forschungspraxis werden ordinale Skalenniveaus (bzw. Likert-Skalen oder „endpunktbenannte“ Skalen) häufig als intervallskaliert behandelt (z.B. Einstellungsmessung)
- → „pseudo-/quasi-“metrisches Skalenniveau (i.d.R. ab 5 Ausprägungen)

„Endpunktbenannte Skalen“

☞ ***Liste 203 vorlegen!***

Wie wichtig sind für Sie persönlich die einzelnen Lebensbereiche auf dieser Liste?

Der Wert 1 bedeutet ***überhaupt nicht wichtig***, der Wert 7 ***sehr wichtig.***
Mit den Werten dazwischen können Sie die Wichtigkeit der Lebensbereiche abstufen.

		Überhaupt nicht wichtig 1	2	3	4	5	6	**Sehr wichtig** 7
A	Eltern und Geschwister	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
B	Freizeit und Erholung	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
C	Schul- und Berufsausbildung	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
D	Partnerschaft	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
E	Politik	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Arithmetisches Mittel

- Vorteil: alle verfügbaren Informationen werden bei der Berechnung ausgeschöpft (alle Messwerte werden berücksichtigt)
- Nachteil: sensibel für Extremwerte („Ausreißer“) (daher v.a. geeignet, wenn eine symmetrische, unimodale Verteilung zugrunde liegt)

Beispiel: Arithmetisches Mittel

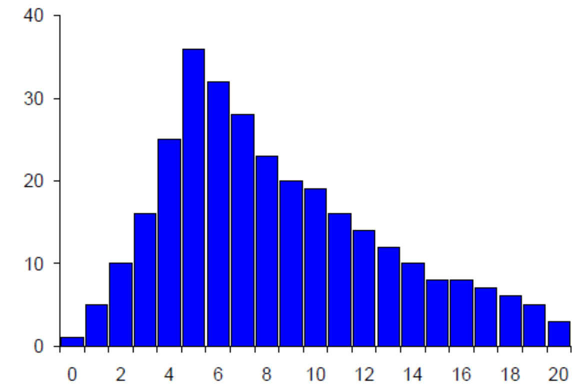
- Vorteil: alle verfügbaren Informationen werden bei der Berechnung ausgeschöpft (alle Messwerte werden berücksichtigt)
- Nachteil: sensibel für Extremwerte („Ausreißer“) (daher v.a. geeignet, wenn eine symmetrische, unimodale Verteilung zugrunde liegt)

Beispiel (Alter)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	$\bar{x}$
Gruppe 1	20	25	25	25	25	25	30	30	**35**	26,67
Gruppe 2	20	25	25	25	25	25	30	30	**70**	30,56

- Das Verhältnis von Modus, Median und arithmetischem Mittel erlaubt Rückschlüsse auf die Form der Verteilung

Linkssteile/rechtsschiefe Verteilung:

- Häufigste Ausprägung weiter links; Modus ist der kleinste der drei Mittelwerte
- Median liegt in der Mitte, daher größer als der Modus
- Arithmetisches Mittel wird stärker durch Ausreißer weit rechts beeinflusst, deshalb noch größer als der Median
- *Modus< Median< arithmetisches Mittel*

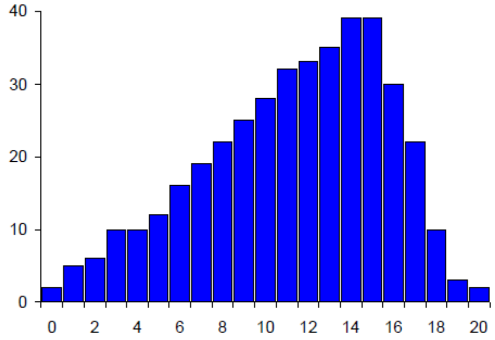


Lagemaße und Verteilungsformen

- Das Verhältnis von Modus, Median und arithmetischem Mittel erlaubt Rückschlüsse auf die Form der Verteilung

Rechtssteile/linksschiefe Verteilung:

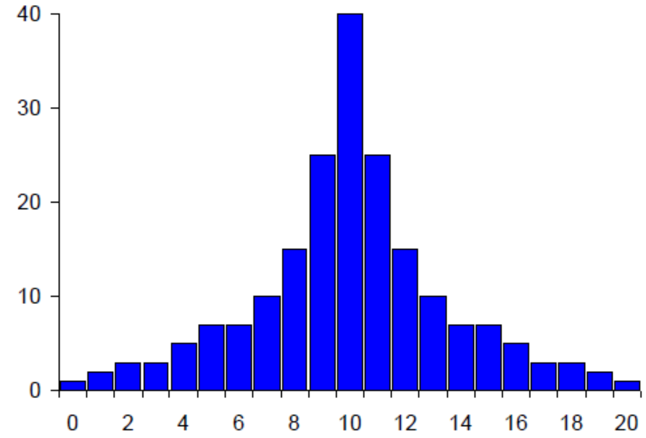
- Häufigste Ausprägung weiter rechts; Modus ist der größte der drei Mittelwerte
- Median liegt in der Mitte, daher kleiner als der Modus
- Arithmetisches Mittel wird stärker durch Ausreißer links beeinflusst, deshalb noch kleiner als der Median
- *Modus> Median> arithmetisches Mittel*



- Das Verhältnis von Modus, Median und arithmetischem Mittel erlaubt Rückschlüsse auf die Form der Verteilung

Symmetrische unimodale Verteilung:

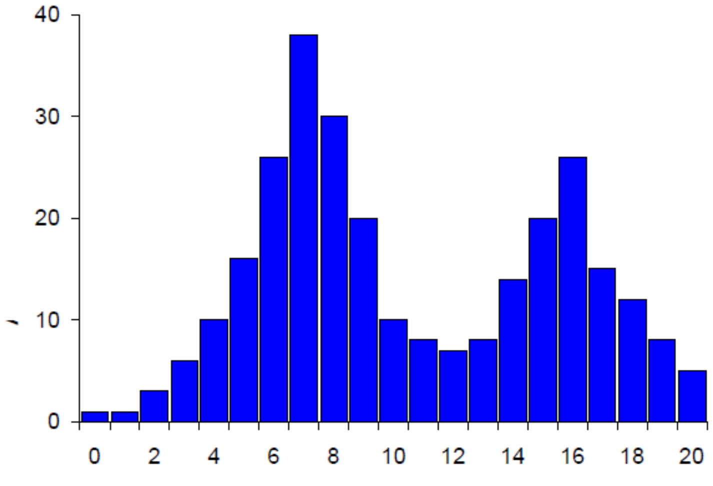
- Modus, Median und arithmetisches Mittel nehmen sehr ähnliche Werte an



- Das Verhältnis von Modus, Median und arithmetischem Mittel erlaubt Rückschlüsse auf die Form der Verteilung

Bimodale Verteilung:

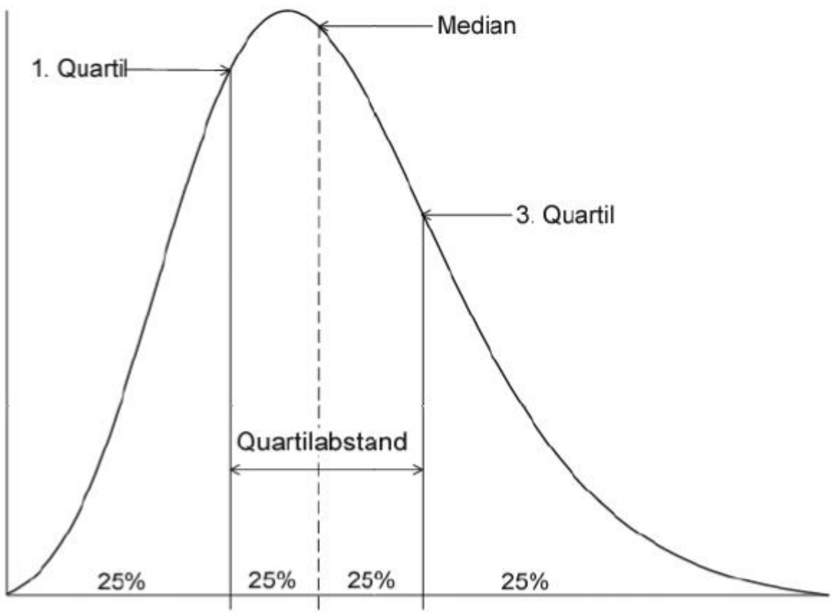
- Median und arithmetisches Mittel nehmen sehr ähnliche Werte an
- Modus teilweise nicht klar interpretierbar (ggfs. 2 Modalwerte angeben)



Quantile (auch Perzentile)

- Median entspricht dem Wert, bei dem die kumulierten relativen Anteile 50% erreichen oder übertreffen
- Analog hierzu lassen sich beliebige Quantile bilden (= Anteilswerte)
- Der Vergleich mehrerer Quantile erleichtert die Charakterisierung einer Verteilung. Zu den besonders gebräuchlichen Quantilen zählen die Quartile.
- **Quartile** unterteilen geordnete Daten in vier gleichgroße Gruppen (jeweils 25% der Datenwerte)

Quartile



- 25% der Werte sind kleiner oder gleich und 75% der Werte sind größer oder gleich dem 1. Quartil ($Q_{0.25}$)
- Das zweite Quartil ist der Median. 50% der Werte sind kleiner oder gleich und 50% sind größer oder gleich dem Median.
- 75% der Werte sind kleiner oder gleich und 25% der Werte größer oder gleich dem 3. Quartil ($Q_{0.75}$).

Quantile (auch Perzentile)

- Quantilwerte können aus der Häufigkeitstabelle abgelesen werden (analog zur Bestimmung des Medians)
- Der Quantilwert ist die Ausprägung, bei der in der Spalte mit den kumulierten Anteilen bzw. kumulierten Prozentwerten erstmals der Quantilanteil **erreicht oder überschritten** wird

Beispiel Quartile

- Wo liegt im Beispiel das 1. Quartil? Wo liegt das 3. Quartil?

Semesterzahl	Absolute Häufigkeit	%	Kumulierte %
10	1	9.1	9.1
11	2	18.2	27.3
12	3	27.3	54.6
13	2	18.2	72.8
14	1	9.1	81.9
15	1	9.1	91
20	1	9.1	100
$\sum$	*11*	*100*	*100*

Beispiel Quantile

- Wo liegt im Beispiel das 1. Quartil? → bei 11 Semestern
- Wo liegt das 3. Quartil?

Semesterzahl	Absolute Häufigkeit	%	Kumulierte %
10	1	9.1	9.1
11	2	18.2	27.3
12	3	27.3	54.6
13	2	18.2	72.8
14	1	9.1	81.9
15	1	9.1	91
20	1	9.1	100
∑	*11*	*100*	*100*

Beispiel Quantile

- Wo liegt im Beispiel das 1. Quartil? → bei 11 Semestern
- Wo liegt das 3. Quartil?

Semesterzahl	Absolute Häufigkeit	%	Kumulierte %
10	1	9.1	9.1
11	2	18.2	27.3
12	3	27.3	54.6
13	2	18.2	72.8
14	1	9.1	81.9
15	1	9.1	91
20	1	9.1	100
$\sum$	*11*	*100*	*100*

Lernziele

- Kenntnis von Lagemaßen der univariaten Statistik
- Bestimmung und Berechnung von Lagemaßen der univariaten Statistik: Modus, Median, arithmetisches Mittel, Quantile