Tutorium - Foliensatz 10 aus Statistik 1

Thomas Haase

09.05.23

Kurze Wiederholung der Vorlesung

Stichprobe	Wahrscheinlichkeitsverteilung	Grundgesamtheit
Kennwertwerte	Parameter	Parameter
Mittelwert $\bar{x}$	Erwartungswert μ	Mittelwert μ
Standardabweichung s	Standardabweichung σ	Standardabweichung σ
Varianz s^2	Varianz σ^2	Varianz σ^2

Wahrscheinlichkeit

Wahrscheinlichkeit: Maß für Chance, dass ein bestimmtes Ereignis eintritt

$$P(A) = \frac{positive\ outcomes}{alle\ möglichen\ Ergebnisse}$$

- Wahrscheinlichkeit = *"relative Häufigkeit eines Ereignis"*

Wahrscheinlichkeit

Wahrscheinlichkeit: Maß für Chance, dass ein bestimmtes Ereignis eintritt

$$P(A) = \frac{positive\ outcomes}{alle\ möglichen\ Ergebnisse}$$

- Wahrscheinlichkeit = *"relative Häufigkeit eines Ereignis"*
- empirische Wahrscheinlichkeit = Schätzwert für Wahrscheinlichkeit

Standardnormalverteilung

Definition:

(1) $\mu = 0$

Standardnormalverteilung

Definition:

(1) $\mu = 0$
(2) $\sigma = 1$

Standardnormalverteilung

Definition:

(1) $\mu = 0$
(2) $\sigma = 1$

- ***Was passiert genau?***

Z-Werte

- Was sagt der Z-Wert eines Rohwertes aus und wie wird er berechnet?

Z-Werte

- Was sagt der Z-Wert eines Rohwertes aus und wie wird er berechnet?
- $z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$

Z-Werte

- Was sagt der Z-Wert eines Rohwertes aus und wie wird er berechnet?
- $z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$
- Der Rohwert wird nichtmehr als absolutes Ergebnis (*"Lara hat Note 2 erreicht"*) sondern relativ zum Rest der Verteilung angegeben (*"Lara hat eine Note erreicht, die 2 Standardabweichungen über dem Durchschnitt der Klasse liegt"*)

Z-Werte

- Was sagt der Z-Wert eines Rohwertes aus und wie wird er berechnet?
- $z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$
- Der Rohwert wird nichtmehr als absolutes Ergebnis (*"Lara hat Note 2 erreicht"*) sondern relativ zum Rest der Verteilung angegeben (*"Lara hat eine Note erreicht, die 2 Standardabweichungen über dem Durchschnitt der Klasse liegt"*)
- ***Z-Transformation:*** Z Werte für alle Rohwerte einer Verteilung berechnen

Übung

berechnet die Z-Werte für folgende Roh-Werte (Es handelt sich um Punkte einer Klausur) und plottet
5,7,2,12,8

```
Werte <- c(5,4,2,12,9)
# Mittelwert
mean(Werte)
```

```
## [1] 6.4
```

```
# standard deviation
sd(Werte)
```

```
## [1] 4.037326
```

$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$

Lösung

```r
Werte <- c(5,4,2,12,9)
scale(Werte)
```

```
##            [,1]
## [1,] -0.3467642
## [2,] -0.5944529
## [3,] -1.0898303
## [4,]  1.3870567
## [5,]  0.6439906
## attr(,"scaled:center")
## [1] 6.4
## attr(,"scaled:scale")
## [1] 4.037326
```

Z-Transformation anschaulich gemacht

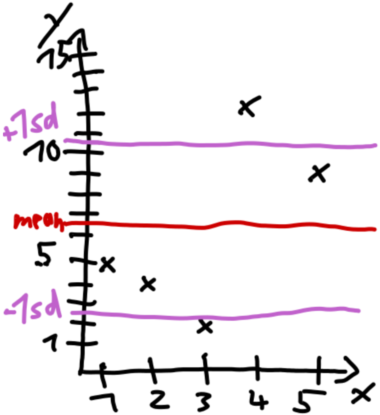


Figure 1: Rohwerte

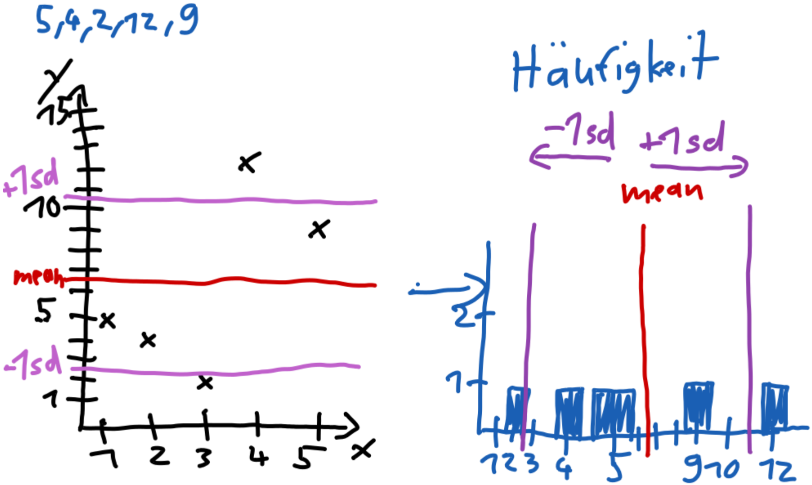
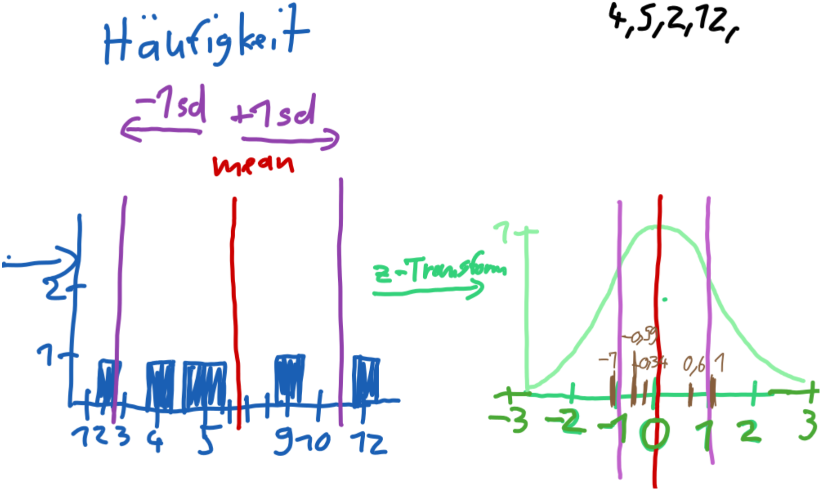


Figure 2: Häufigkeit

Das Beispiel besteht natürlich aus zu wenigen Werten, aber wenn man viele Werte einer Normalverteilten Variablen nimmt sie die typische Glockenförmige Verteilung an.

- Wenn wir mehr Klausurteilnehmer hätten würde die Kurve vermutlich Glockenförmig aussehen,



Mit der Standardnormalverteilung arbeiten

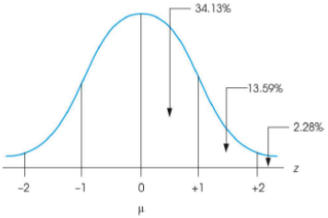
Was bringt uns diese Transformation? Selbstlernmodul - Zentrales Grenzwerttheorem -Wenn man irgendeine Variable aus der Bevölkerung unendlich oft misst, die unabhängig und identisch Verteilt ist und diese Z-Transformiert erhalten man **IMMER** eine Standardnormalverteilung.

- vorhin haben wir gesehen, dass die Standardnormalverteilung eine angepasste Häufigkeitsverteilung ist $>$ - Die Fläche unter der Dichtefunktion beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass der jeweilige Wert auftritt, denn der Wert ist ja auch sooft in der Grundgesamtheit insgesamt verteilt...
- Normalverteilung: $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
- Standardnormalverteilung: $\mathcal{N}(0, 1)$

Aufgabe

N $=$ 50.000 Personen mit Körpergröße $\mathcal{N}(175, 5)$ Wie groß sind 95% aller Personen?

Lösung



Intervall	Flächenanteil
$[\mu - 1 \cdot \sigma; \mu + 1 \cdot \sigma]$	68.3%
$[\mu - 1.96 \cdot \sigma; \mu + 1.96 \cdot \sigma]$	95%
$[\mu - 2 \cdot \sigma; \mu + 2 \cdot \sigma]$	95.4%
$[\mu - 2.58 \cdot \sigma; \mu + 2.58 \cdot \sigma]$	99.0%
$[\mu - 3 \cdot \sigma; \mu + 3 \cdot \sigma]$	99.7%

- 175-1,96 = 165,2 - 175+1,96 = 184,5 - 95% aller Personen sind zwischen 165 und 184cm groß

Tolle Videos zum üben

Das Video, welches wir im Tutorium geschaut hatten:
https://youtu.be/uwhV0TAPmWc

hier noch ein kurzes Video um das Verständnis zu schärfen:
https://www.youtube.com/watch?v=2fzYE-Emar0