Tutorium 6

30.05.2023

Contents

Wiederholung von letztem Mal

Gegeben sei eine Verteilung von IQ-Werten mit $\mu = 100$ und $\sigma = 15$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zufällig eine Person mit einem $IQ \leq 120$ auszuwählen, wenn diese Verteilung normalverteilt ist?

Lösung

1. Z-Wert berechnen: $z = \frac{x-\bar{x}}{s} = \frac{120IQ-100IQ}{15IQ} = 1,333$
2. gesucht ist $P(IQ \leq 120) \rightarrow$ Wie groß ist die Fläche unter der Normalverteilung links von $z = 1,333$? $\rightarrow$ Z-Tabelle für 1,33: 0,9082 $\rightarrow$ 90,82%

Aufgabe aus der VL 5 mit anderen Zahlen

201 Befragte mit einem Durchschnittsalter von 45 Jahren und einer Standardabweichung von 9 Jahren – in welchem Bereich liegt (mit 95% Sicherheit) μ?

a) Welche Werte werden benötigt um die kritischen t-Werte zu berechnen? Konzeptionieren Sie das Vorgehen um die kritischen t-Werte zu berechnen.

b) Berechnen Sie den kritischen t-Werte und bestimmen Sie das Konfidenzintervall

c) Interpretieren Sie das Ergebnis

Lösung a)

1. $n, \bar{x}, s$ bestimmen und gesuchte Fläche bestimmen
2. Geschätzte Standardabweichung berechnen
3. t-Wert ermitteln

Lösung b)

B.P.Kleer's Erklärvideo

1. $$n = 201\bar{x} = 45s = 9$$
2. Geschätzte Standardabweichung berechnen

Es ist nicht die korrigierte Standardabweichung angegeben, daher: $\hat{\sigma}_x = \sqrt{s^2 \cdot \frac{n}{n-1}} = \sqrt{9^2 \cdot \frac{201}{200}} = 9.022472 \approx 9$
$\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{n}} = \frac{9}{\sqrt{201}} \approx 0,635$

3. t-Wert ermitteln

$$x_u = \bar{x} - t_{(1-\frac{\alpha}{2};n-1)} \cdot \hat{\sigma}_{\bar{x}} x_o = \bar{x} + t_{(1-\frac{\alpha}{2};n-1)} \cdot \hat{\sigma}_{\bar{x}}$$

==> $1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0,05}{2} = 0,975$ Also ergibt sich:

$$x_u = 45 - 1,972 \cdot 0,635 \approx 43,75 x_o = 45 + 1,972 \cdot 0,635 \approx 46,25$$

Lösung c)

Mit einer Sicherheit von 95% liegt der unbekannteErwartungswert des arithmetischen Mittels μ zwischen den Intervallsgrenzen 43,75 und 46,25

Blog “Statistics by Jim” zu Konfidenzintervallen

Restliche Aufgaben aus der VL

Wie lautet der kritische t-Wert für df= 6 wenn α= 0,05 (zweiseitig → 0,025 auf beiden Seiten)

Lösung

$1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0,05}{2} = 0,975$

t-Wert nachschauen bei df=6; Fläche 0,975 ==> 2,447

Wie lautet der kritische t-Wert bei einem n von 98 wenn α= 0.05 (zweiseitig)?

Lösung

$1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0,05}{2} = 0,975$

??? kurze recherche: Antwort 1

Antwort 2

Antwort 3

Aufgabe aus alten Tutorien

Welche Funktion erfüllt der Standardfehler?

Lösung

Schätzt die „Wahre“ Streuung σ aus (empirischer) Streuung s in Stichprobe $\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$

letzte Aufgabe aus VL

(fiktive) Links-Rechts- Selbsteinschätzung einer Bevölkerung: $\bar{x} = 5,822$; $s = 2,393$; $n = 1891$, gesucht: 95% Konfidenzintervall: In welchem Intervall liegt mit 95% Sicherheit μ?

Lösung

$\hat{\sigma}_x = \sqrt{s^2 \cdot \frac{n}{n-1}} = \sqrt{2,393^2 \cdot \frac{1891}{1890}} = 2,393633$

$\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{n}} = \frac{2,393633}{\sqrt{1891}} = 0,055$

$$x_u = \bar{x} - t_{(1-\frac{\alpha}{2};n-1)} \cdot \hat{\sigma}_{\bar{x}} x_o = \bar{x} + t_{(1-\frac{\alpha}{2};n-1)} \cdot \hat{\sigma}_{\bar{x}}$$

$1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0,05}{2} = 0,975$

$$x_u = 5,822 - 1,96 \cdot 0,055 = 5,7722 x_o = 5,822 + 1,96 \cdot 0,055 = 5,9878$$

Mit einer Sicherheit von 95% liegt der Mittelwert der Grundgesamtheit zwischen $5,772$ und $5,9878$