

# gerichteter Z-test

Z-test am Anfang der Folien zusammen rechnen (leicht abgewandelt)

Lesetraining von Schülern.

$$\mu = 65$$

$$\sigma = 12$$

$$n = 36$$

Mittelwert nach dem Training:

$$\bar{x} = 70$$

Ist die Verbesserung überzufällig?

## 1. Hypothese und Signifikanzniveau

$$H_0 : \mu = 65$$

$$H_1 : \mu \neq 65$$

5% Signifikanzniveau

## 2. Ablehnungsbereich

Frage nach: "besser"  $\Rightarrow$

$$1 - \alpha = 1 - 0,05 = 0,95$$

In Z-Tabelle befinden sich 2 Werte nebeneinander:

0,9495 und 0,9505

wir wählen 0,9495, weil  $\alpha$  ansonsten etwas kleiner als 5% betragen würde

$$z_{0,095} = 1,64$$

## 3. Bestimmung der Prüfgröße

$$z_{krit} = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{70 - 65}{\frac{12}{\sqrt{36}}} = \frac{5}{\frac{12}{6}} = \frac{5}{2} = 2,5$$

## 4. Interpretation

$$2,5 > 1,64$$

Der berechnete Z-Wert fällt in den Ablehnungsbereich, daher wird  $H_0$  verworfen und  $H_1$  angenommen. Das Lesetraining hat also die mittlere Leistung verbessert

## Bonus: Irrtumswahrscheinlichkeit berechnen

2,5 in Z-Wert Tabelle nachschauen

$\alpha_{2,5} = 0,006 \Rightarrow 0,6\%$  Irrtumswahrscheinlichkeit

## ungerichteter t-Test

Mittlere Lebenszufriedenheit von Männern und Frauen auf einer Skala von 1 - 10 aus einer Befragung:

	Frauen	Männer
$n$	20	22
$\mu$	7,5	6,5
$s^2$	1,2	1,3

Ist der Unterschied statistisch signifikant?

### 1. Hypothese und Signifikanzniveau

$H_0$ : Es gibt keine Mittelwertdifferenz = Die Lebenszufriedenheit von Männern und Frauen ist gleich hoch

$H_1$ : Es gibt eine Mittelwertdifferenz zwischen 2 Gruppen in der Population = Die Lebenszufriedenheit von Männern und Frauen unterscheidet sich

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 \Rightarrow \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0 \Rightarrow \mu_1 \neq \mu_0$$

### 2. Ablehnungsbereich

Frage nach einem Unterschied  $\Rightarrow$  ungerichtete Hypothese:

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0,05}{2} = 0,025$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0,025 = 0,975$$

Freiheitsgrade t-test:

$$Df = (n_1 - 1) + (n_2 - 1) = n_1 + n_2 - 2 = 20 + 22 - 2 = 40$$

In t-Tabelle nachschauen nach bei 0,975 und 40:  $t_{krit} = \pm 2,021$

### 3. Berechnung der Prüfgröße

$$t_{40} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\hat{\sigma}_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}}$$

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} &= \sqrt{\frac{(n_1 - 1) \cdot s_1^2 + (n_2 - 1) \cdot s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \\ &= \sqrt{\frac{(20 - 1) \cdot 1,2 + (22 - 1) \cdot 1,3}{20 + 22 - 2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{20} + \frac{1}{22}} \approx 1,829\end{aligned}$$

$$t_{40} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{1,829} = \frac{(7,5 - 6,5)}{1,829} = \frac{1}{1,829} \approx 0,55$$

#### 4. Interpretation der Ergebnisse

$$t_{40} = 0,55$$

$$t_{krit} = 2,021$$

$$0,55 < 2,021$$

$H_0$  bleibt weiterhin bestehen

Es gibt keinen statistisch signifikanten Unterschied zwischen der mittleren Lebenszufriedenheit von Frauen im Vergleich zu Männern.

[Musterlösung Übungsaufgabe auf den Folien](#)