ICT - UNIFESP - São José dos Campos

Álgebra Linear

Primeiro Semestre de 2020

Atividade 7

1. (4,0 pontos) Seja a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ tal que

$$T(1,\, 1,\, 1) = (1,\, 0), \qquad T(1,\, 1,\, 0) = (2,\, -1) \qquad \text{e} \qquad T(1,\, 0,\, 0) = (4,\, 3)\,.$$

   (a) (1,0 ponto) Encontre a expressão de T.

   (b) (1,0 ponto) Encontre o núcleo de T.

   (c) (1,0 ponto) A transformação linear T em questão é injetora? Justifique sua resposta.

   (d) (1,0 ponto) Verifique se $(9,\, 23)$ pertence à imagem de T.

2. (3,0 pontos) Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ e a transformação linear $T : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ definida por $T(X) = (I + A)X + XB$, em que I é a matriz identidade de ordem 2. Encontre o núcleo e a imagem de T.

3. (3,0 pontos) Seja a função $T : \mathcal{C}([0,\, 1],\, \mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $T(f) = \displaystyle\int_0^1 f(x)\, dx$. Mostre que T é uma transformação linear.