

## Inteligência Artificial

Thiago Henrique Leite da Silva, RA: 139920

### AULA11: Exercício teórico Aprendizado não supervisionado

1) Execute o passo a passo do algoritmo complete linkage nos dados a seguir:

$$D_1 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ 2 & 0 & & & \\ 6 & 5 & 0 & & \\ 10 & 9 & 4 & 0 & \\ 9 & 8 & 5 & 3 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

No algoritmo complete linkage, nós escolhemos a menor distância para saber quais nós juntar, e na hora de atualizarmos a matriz, pegamos o maior valor dentre os possíveis. Portanto, para estes dados, teríamos o seguinte passo a passo:

Começamos escolhendo a menor distância para fazer o primeiro agrupamento. Neste caso, a menor distância encontrada foi o 2, então juntamos 1 e 2.

	1	2	3	4	5
1	0				
2	2	0			
3	6	5	0		
4	10	9	4	0	
5	9	8	5	3	0

Agora temos o grupo 12, para atualizar os valores de  $d(3,12)$ , por exemplo, escolheremos o maior valor entre as distâncias de  $d(3,1)$  e  $d(3,2)$ , que é 6. E assim faremos para  $d(4,12)$  e  $d(5,12)$ .

	12	3	4	5
12	0			
3	6	0		
4	10	4	0	
5	9	5	3	0

A menor distância da nova matriz obtida é 3, portanto, agruparemos agora 4 e 5.

	<b>12</b>	<b>3</b>	<b>45</b>
<b>12</b>	0		
<b>3</b>	6	0	
<b>45</b>	10	5	0

Tendo o grupo 45, seguiremos a mesma lógica acima para atualizar os valores da matriz. Também encontramos novamente o elemento com a menor distância, que foi o 5. Sendo assim, a última junção que faremos será de 3 com 45.

	<b>12</b>	<b>345</b>
<b>12</b>	0	
<b>345</b>	10	0

Por fim, caso realizássemos mais uma operação de agrupamento, teríamos o grupo 12345.

2) Execute o passo a passo do algoritmo k-means com k=3 nos dados abaixo a partir dos protótipos [6 6], [4 6] e [5 10]:

	A1	A2
1	1	2
2	2	1
3	1	1
4	2	2
5	8	9
6	9	8
7	9	9
8	8	8
9	1	15
10	2	15
11	1	14
12	2	14

Para me auxiliar na aplicação do algoritmo KMeans conforme pede o exercício, implementei um script em Ruby que estará anexado no classroom e que realiza os passos necessários no KMeans, posteriormente, coloquei os resultados obtidos em uma planilha.

O código é muito simples e de fácil interpretação. Dado um valor K de protótipos, formaremos K grupos, onde para cada um dos nossos pontos, calcularemos a distância euclidiana para os K protótipos, e iremos inserir o ponto no array do grupo com menor distância.

Estando todos os pontos em um dos K grupos, iremos redefinir os protótipos, onde cada uma das coordenadas X e Y serão as médias das mesmas coordenadas de todos os pontos do grupo. Após a redefinição dos protótipos, fazemos uma nova varredura em todos os pontos rearranjando cada um para o seu respectivo grupo.

Então, verificaremos se nossa divisão ficou balanceada, em caso positivo, o algoritmo se encerrou, caso contrário, repetimos o processo de correção dos protótipos e divisão dos pontos entre os grupos.

Para nosso protótipo inicial, as distâncias e divisão dos grupos ficaram da seguinte maneira:

<b>Protótipos</b>	<b>A1</b>	<b>A2</b>	<b>(6, 6)</b>	<b>(4, 6)</b>	<b>(5, 10)</b>
(6, 6)	1	2	6.4	5.0	8.94
(4, 6)	2	1	6.4	5.39	9.49
(5, 10)	1	1	7.07	5.83	9.85
	2	2	5.66	4.47	8.54
	8	9	3.61	5.0	3.16
	9	8	3.61	5.39	4.47
	9	9	4.24	5.83	4.12
	8	8	2.83	4.47	3.61
	1	15	10.3	9.49	6.4
	2	15	9.85	9.22	5.83
	1	14	9.43	8.54	5.66
	2	14	8.94	8.25	5.0

(6, 6)            2 pontos  
 (4, 6)            4 pontos  
 (5, 10)          6 pontos

Após a redefinição dos protótipos, as distâncias e divisão dos grupos ficaram balanceadas:

<b>Protótipos</b>	<b>A1</b>	<b>A2</b>	<b>(6, 6)</b>	<b>(4, 6)</b>	<b>(5, 10)</b>
(8.50, 8.00)	1	2	9.6	0.71	11.04
(1.50, 1.50)	2	1	9.55	0.71	11.81
(3.83, 12.67)	1	1	10.26	0.71	12.01
	2	2	8.85	0.71	10.83
	8	9	1.12	9.92	5.55
	9	8	0.5	9.92	6.97
	9	9	1.12	10.61	6.34
	8	8	0.5	9.19	6.26
	1	15	10.26	13.51	3.67
	2	15	9.55	13.51	2.96
	1	14	9.6	12.51	3.13
	2	14	8.85	12.51	2.26

(8.50, 8.00) 4 pontos        =        [8, 9]        [9, 8]        [9, 9]        [8, 8]  
 (1.50, 1.50) 4 pontos        =        [1, 2]        [2, 1]        [1, 1]        [2, 2]  
 (3.83, 12.67) 4 pontos        =        [1, 15]        [2, 15]        [1, 14]        [2, 14]

Por fim, podemos comprovar os resultados com a saída do algoritmo implementado:

```
[100] pry(main)> KMeans.perform
Calculando distâncias e agrupando os pontos..

6.4 | 5.0 | 8.94 |
6.4 | 5.39 | 9.49 |
7.07 | 5.83 | 9.85 |
5.66 | 4.47 | 8.54 |
3.61 | 5.0 | 3.16 |
3.61 | 5.39 | 4.47 |
4.24 | 5.83 | 4.12 |
2.83 | 4.47 | 3.61 |
10.3 | 9.49 | 6.4 |
9.85 | 9.22 | 5.83 |
9.43 | 8.54 | 5.66 |
8.94 | 8.25 | 5.0 |

Grupo [0]: [[9, 8], [8, 8]]
Grupo [1]: [[1, 2], [2, 1], [1, 1], [2, 2]]
Grupo [2]: [[8, 9], [9, 9], [1, 15], [2, 15], [1, 14], [2, 14]]

Redefinindo os protótipos..

Novos protótipos: [[8.5, 8.0], [1.5, 1.5], [3.83, 12.67]]

Calculando distâncias e agrupando os pontos..

9.6 | 0.71 | 11.04 |
9.55 | 0.71 | 11.81 |
10.26 | 0.71 | 12.01 |
8.85 | 0.71 | 10.83 |
1.12 | 9.92 | 5.55 |
0.5 | 9.92 | 6.97 |
1.12 | 10.61 | 6.34 |
0.5 | 9.19 | 6.26 |
10.26 | 13.51 | 3.67 |
9.55 | 13.51 | 2.96 |
9.6 | 12.51 | 3.13 |
8.85 | 12.51 | 2.26 |

Grupo [0]: [[8, 9], [9, 8], [9, 9], [8, 8]]
Grupo [1]: [[1, 2], [2, 1], [1, 1], [2, 2]]
Grupo [2]: [[1, 15], [2, 15], [1, 14], [2, 14]]

Algoritmo KMeans encerrado!

Protótipos finais: [[8.5, 8.0], [1.5, 1.5], [3.83, 12.67]]

Grupos finais:

Grupo [0]: [[8, 9], [9, 8], [9, 9], [8, 8]]
Grupo [1]: [[1, 2], [2, 1], [1, 1], [2, 2]]
Grupo [2]: [[1, 15], [2, 15], [1, 14], [2, 14]]

-> nil
```

3) Considere a seguinte lista de compras de 6 clientes. Aplique o algoritmo Apriori considerando suporte  $\geq 2$  e confiança  $> 60\%$

- 1 biscoito, cerveja, pão, salaminho
- 2 cerveja, couve, linguiça, pão, queijo
- 3 café, brócolis, couve , pão
- 4 brócolis, café, cerveja, couve, pão, salaminho
- 5 brócolis, café, couve, pão, refrigerante
- 6 couve, linguiça

Construindo a tabela de ocorrências:

Cliente	Biscoito	Cerveja	Pão	Salaminho	Couve	Linguiça	Queijo	Café	Brócolis	Refri
1	A	B	C	D						
2		B	C		E	F	G			
3			C		E			H	I	
4		B	C	D	E			H	I	
5			C		E			H	I	J
6					E	F				

Seguindo os passos vistos em aulas na aplicação do algoritmo Apriori, obtemos os seguintes itemsets:

sup >= 2

1 Itemset	sup	=>	2 Itemset	sup	=>	3 Itemset	sup	=>	4 Itemset	sup
A	1		{B,C}	3		{B,C,D}	2		{B,C,D,E}	1
B	3		{B,D}	2		{B,C,E}	2		{B,C,D,H}	1
C	5		{B,E}	2		{B,C,F}	1		{B,C,D,I}	1
D	2		{B,F}	1		{B,C,H}	1		{B,C,E,H}	1
E	5		{B,H}	1		{B,C,I}	1		{B,C,E,I}	1
F	2		{B,I}	1		{B,D,E}	1		{C,E,H,I}	3
G	1		{C,D}	2		{B,D,F}	0			
H	3		{C,E}	4		{B,D,H}	1			
I	3		{C,F}	1		{B,D,I}	1			
J	1		{C,H}	3		{B,E,F}	1			
			{C,I}	3		{B,E,H}	1			
			{D,E}	1		{B,E,I}	1			
			{D,F}	0		{C,D,E}	1			
			{D,H}	1		{C,D,F}	0			
			{D,I}	1		{C,D,H}	1			
			{E,F}	2		{C,D,I}	1			
			{E,H}	3		{C,E,F}	1			
			{E,I}	3		{C,E,H}	3			
			{F,H}	0		{C,E,I}	3			
			{F,I}	0		{C,H,I}	3			
			{H,I}	3		{E,F,H}	0			
						{E,F,I}	0			
						{E,H,I}	3			

Paramos, portanto, no 4º itemset pois caso continuássemos, possivelmente teríamos um conjunto vazio.

Tendo os itemsets descobertos em mãos, conseguimos agora transformá-los em uma regra, ou um conjunto de regras, com uma precisão mínima especificada.

Realizando a análise a partir da frequência mínima especificada e nos itemsets obtidos, temos as seguintes regras:

Itens	Confiança
{C,E,H -> I}	2/3=66,66%
{C,E,I -> H}	2/3=66,66%
{C,H,I -> E}	2/5=40,00%
{E,H,I -> C}	2/5=40,00%
{C -> E,H,I}	2/3=66,66%
{E -> C,H,I}	2/3=66,66%
{H -> C,E,I}	2/3=66,66%
{I -> C,E,H}	2/3=66,66%

Sendo assim, com a lista de compras fornecida, suporte  $\geq 2$  e confiança  $> 60\%$ , podemos concluir que:

Quando um cliente comprar	Ele comprará	Precisão
Pão, couve e café	Brócolis	66,66%
Pão, couve e brócolis	Café	66,66%
Pão	Couve, café e brócolis	66,66%
Couve	Pão, café e brocólis	66,66%
Café	Pão, couve e brócolis	66,66%
Brócolis	Pão, couve e café	66,66%