ICT - UNIFESP - São José dos Campos

Álgebra Linear

Primeiro Semestre de 2020

Atividade 4

1. (3,4 pontos) Considere os subespaços vetoriais de $\mathbb{R}^4$, dados por

$$U = \left\{(x,\, y,\, z,\, t) \in \mathbb{R}^4 \;\mid\; x + y = 2z\right\}$$

e

$$V = \left\{(x,\, y,\, z,\, t) \in \mathbb{R}^4 \;\mid\; x - 3y = t\right\} \;.$$

(a) (2,0 pontos) Encontre uma base de U e uma base de V.

(b) (1,4 ponto) Determine $\dim(U \cap V)$ e $\dim(U + V)$.

2. (3,0 pontos) Seja o conjunto $\mathcal{S} = \{1,\, 1 + x,\, 1 - x^2,\, 1 - x - x^2 - x^3\} \subset \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$.

(a) (2,0 pontos) Mostre que $\mathcal{S}$ é uma base de $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$.

(b) (1,0 ponto) Encontre a matriz de coordenadas do polinômio $p(x) = x^3$ em relação à base $\mathcal{S}$.

3. (3,6 pontos) Seja $\mathcal{B} = \{u_1,\, \ldots,\, u_n\}$ uma base de um espaço vetorial V.

(a) (2,4 pontos) Mostre que o conjunto

$$\mathcal{C} \;=\; \{u_1,\, u_1 - u_2,\, u_1 - u_3,\, \ldots,\, u_1 - u_n\}$$

também é uma base de V.

(b) (1,2 ponto) Se $u \in V$ e $[u]_{\mathcal{B}} \;=\; \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix}$, encontre $[u]_{\mathcal{C}}$.