Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF
Departamento de Ciência da Computação
Nome: Thiago de Almeida
Nome: Renan Nunes

1. Seja a função:

$$u(x) = c_1 e^{-\frac{x}{\sqrt{\varepsilon}}} + c_2 e^{\frac{x}{\sqrt{\varepsilon}}} + 1 \tag{1}$$

com $c_1 = -1 - c_2$ e $c_2 = \dfrac{e^{-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}} - 1}{e^{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}} - e^{-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}}}$. Adotando $x \in [0,1]$ e $\varepsilon = 0.001$, faça:

a) Ajuste a função $u(x)$ por mínimos quadrados utilizandpo diferentes ordens ($n = 1, 2, 3, 4, 5$) e apresente gráficos comparando com a solução exata (1). Para isso, utilize a quadratura de Gauss para integração numérica utilizando $n+1$ pontos.

b) Repita o item (a) dividindo o intervalo $[0,1]$ em 25 subintervalos iguais e utilize ordem $n = 1$ em cada subintervalo.

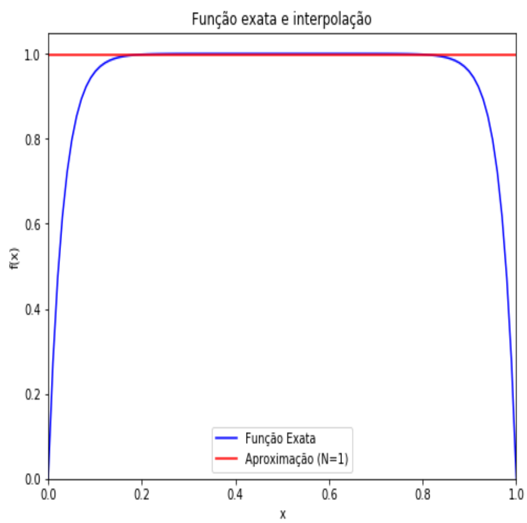
c) Calcule o erro de todas as curvas ajustadas nos itens (a) e (b) utilizando a norma L2, que pode ser definida como:

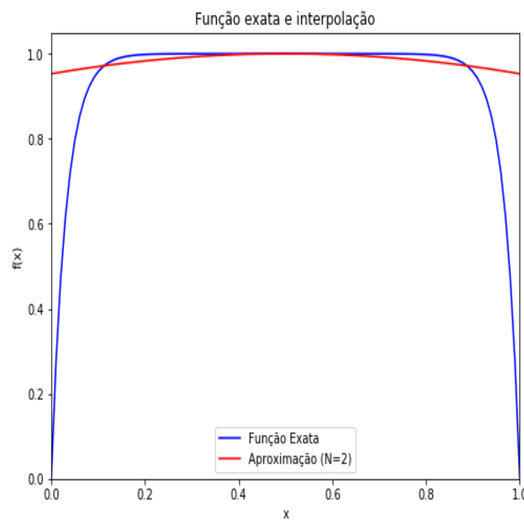
$$\|u(x) - u_h(x)\|_0 = \sqrt{\sum_{i=0}^{K-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} (u(x) - u_h(x))^2 \, dx}$$

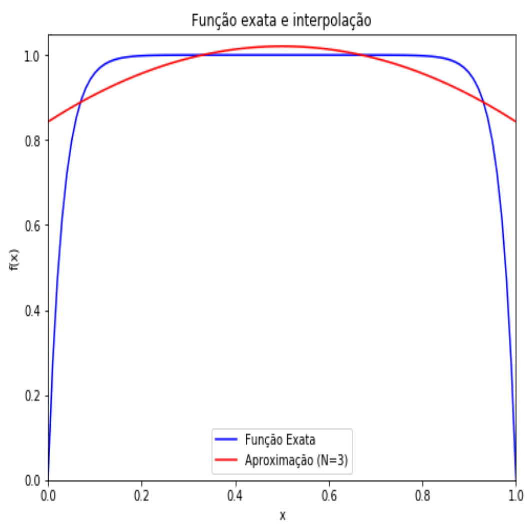
onde $u_h(x)$ é a curva ajustada por mínimos quadrados e K é o número de partições do domínio (neste caso, $x_0 = 0$ e $x_K = 1$). Aplique a regra 3/8 de simpson para o cálculo da integral. Construa uma tabela com os resultados.

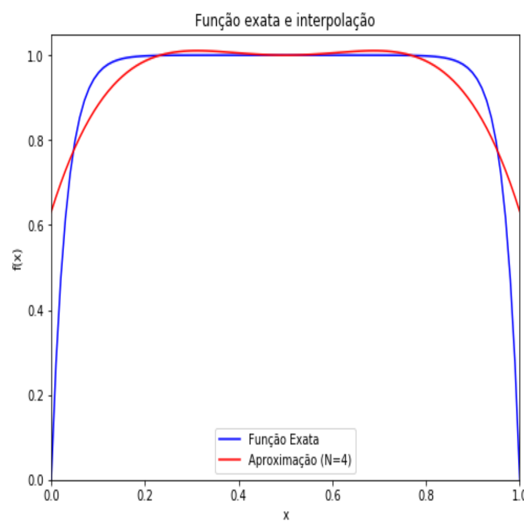
Para a resolução da função acima foram usandos os métodos de integração de Newton Contes e o método da Quadratura de Gauss, além do método dos Mínimos Quadrados e da norma L2.

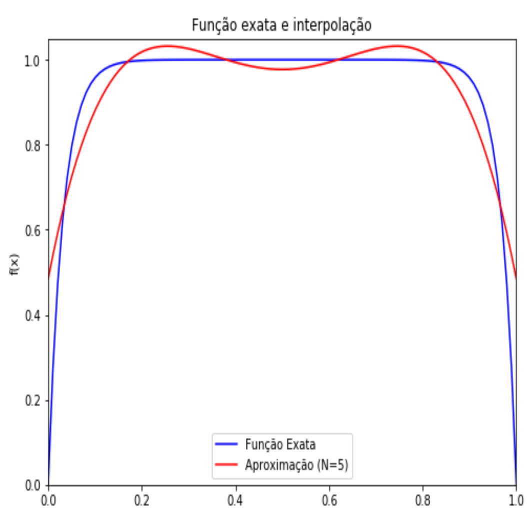
a) Ajustando a função por mínimos quadrados e utilizando a Quadratura de Gauss, é possível obter os seguintes resultados.

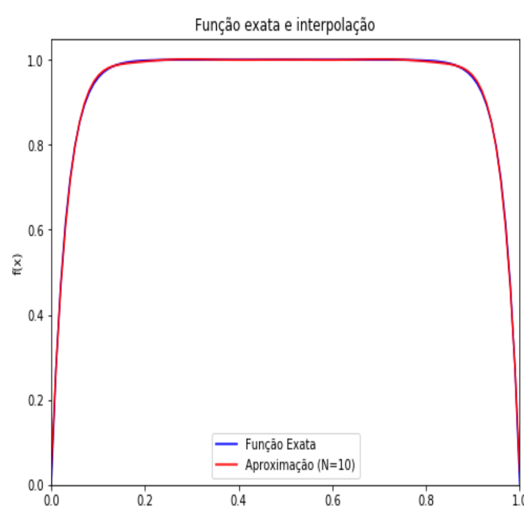




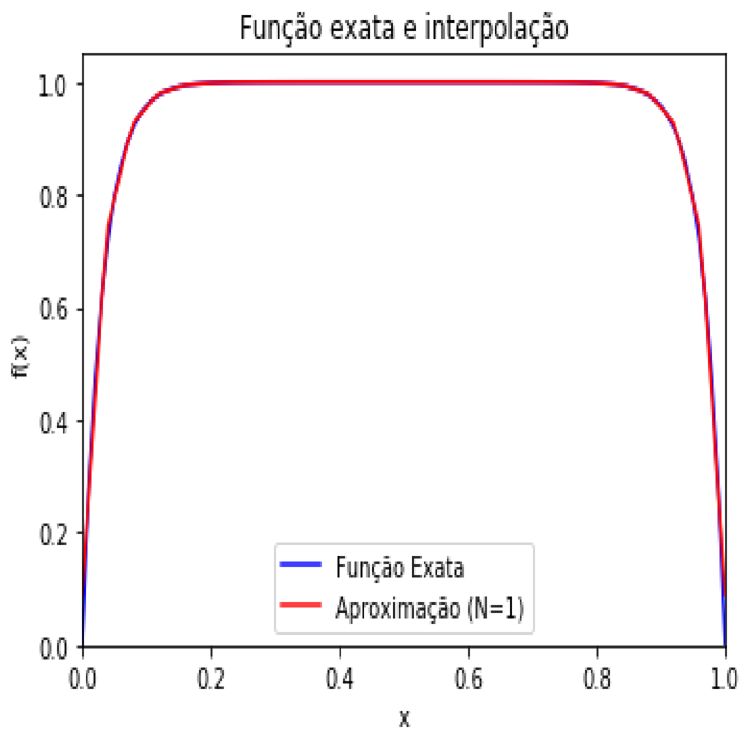








b) Dividindo o intervalo em 25 subintervalos e com ordem N = 1 para cada intervalo obtem-se:



c) Utilizando o erro do calculo da norma L2, com aplicação da regra de Simpson 3/8, obtem-se a seguinte tabela:

N	*Erro da Norma L2 Letra A*	*Erro da Norma L2 Letra B*
1	0.1773886390985522	0.0161685851792788
2	0.16372271194605556	————
3	0.13677813068526803	————
4	0.09349994506603918	————
5	0.07132167453594482	————

Tabela 1: Resultado dos Erros da Norma L2