

Obs1.: Escolha um ou mais métodos de interpolação dado em aula para resolver os problemas abaixo.
Obs2.: Discuta os resultados.

1. Considere a função

$$f(x) = \frac{1}{1 + 25x^2}$$

definida no intervalo $x \in [a, b]$ com $a = -1$ e $b = 1$.

a) Seja $P_n(x)$ o polinômio que interpola $f(x)$ nos pontos

$$x_k = a + \frac{b-a}{n}k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n$$

igualmente espaçados no intervalo $[a, b]$. Nesse contexto, apresente gráficos comparando $P_n(x)$ com $f(x)$ para $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$.

b) Repita o item (a), porém utilizando os pontos

$$x_k = \frac{a+b}{2} - \frac{b-a}{2} \cos\left(\frac{k}{n}\pi\right), \quad k = 0, 1, 2, \dots, n.$$

igualmente espaçados no intervalo $[a, b]$.

c) Repita o item (a), considerando uma interpolação **linear por partes** com nós

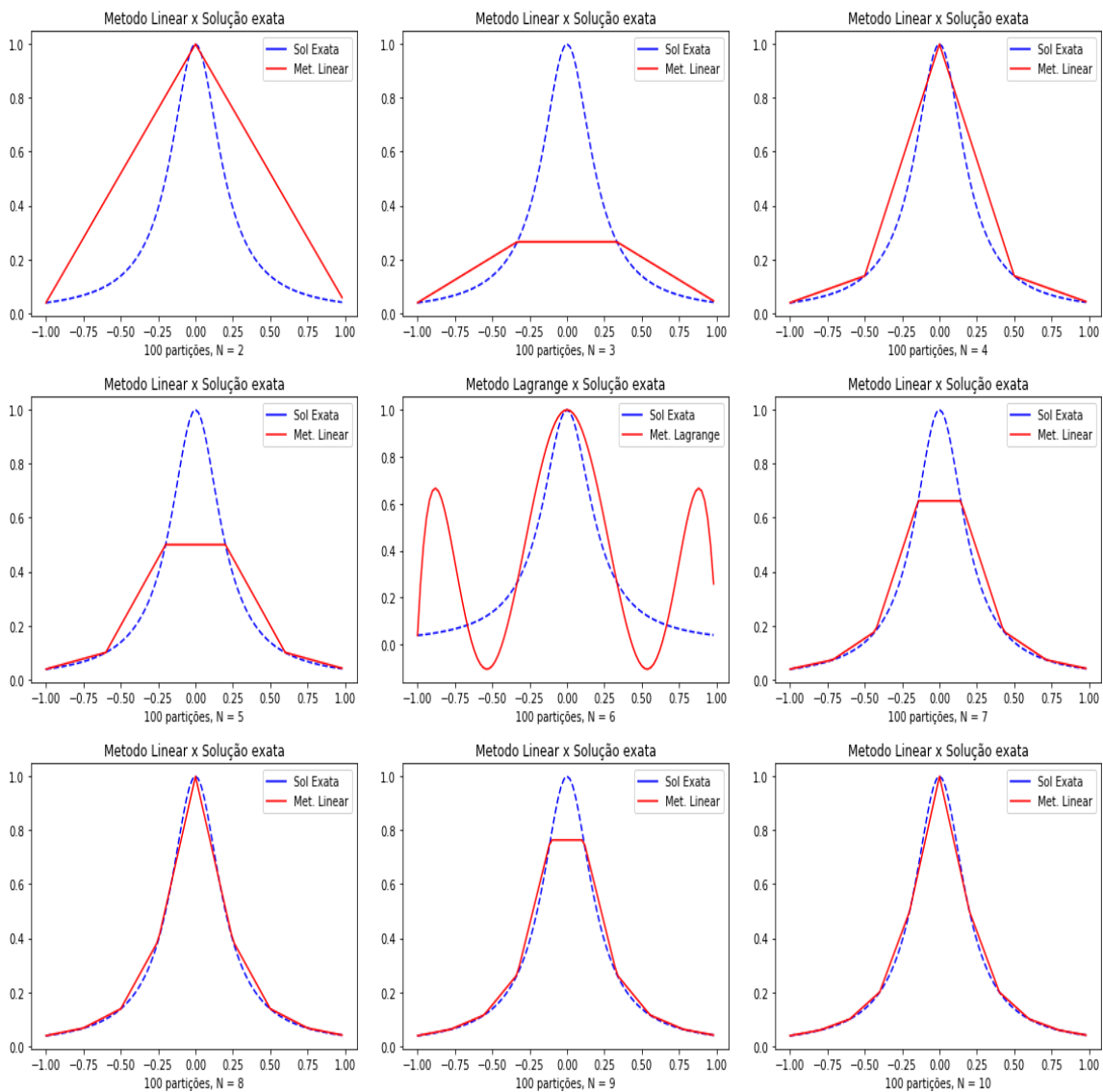
$$x_k = -1 + \frac{2}{n}k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n.$$

igualmente espaçados no intervalo $[a, b]$.

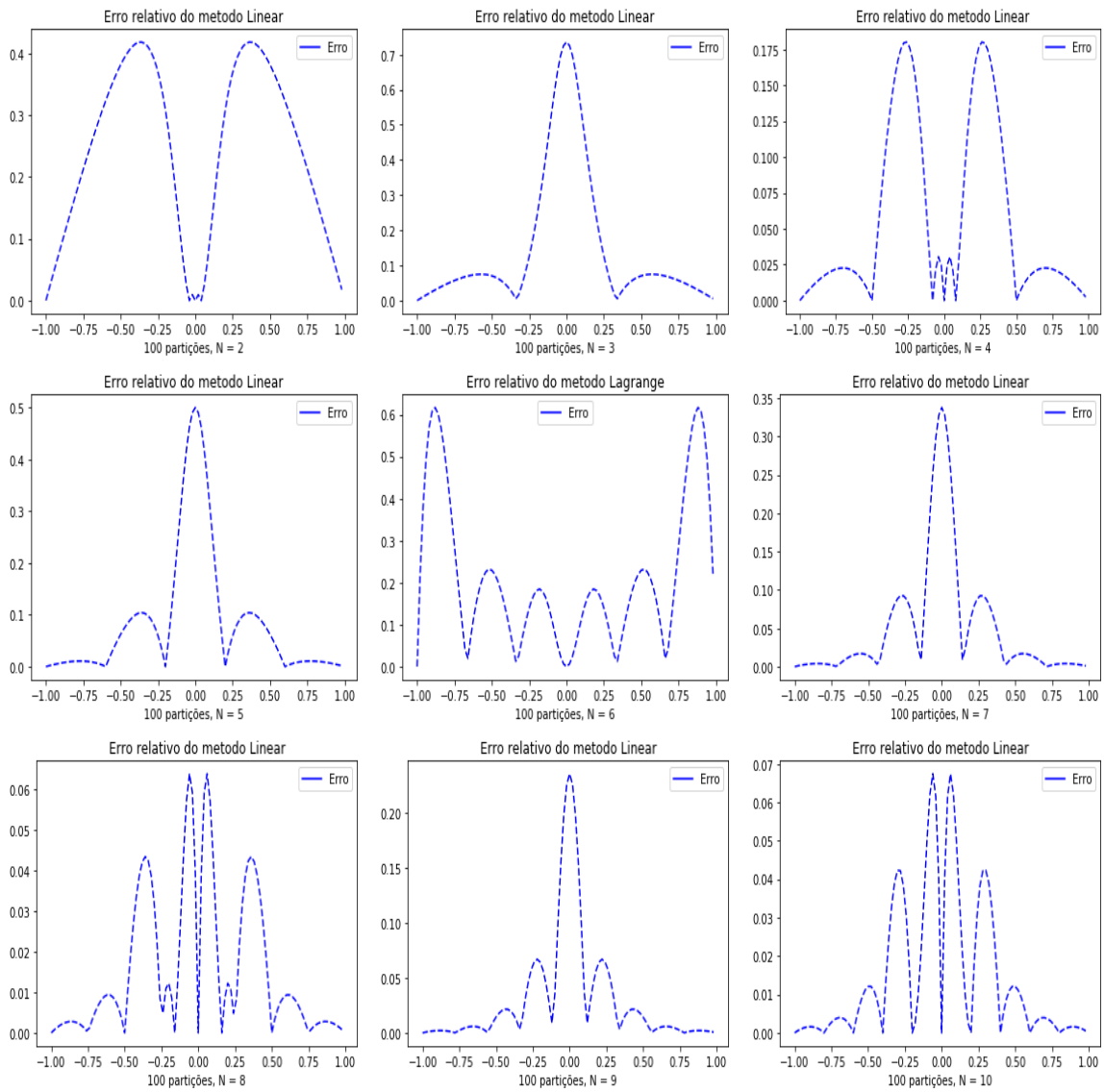
d) Calcule o erro de interpolação na norma do máximo $\|f(x) - P_n(x)\|_\infty$ e construa uma tabela comparando os resultados obtidos nos itens (a), (b) e (c) para $n = 2, 5, 10$. Comente os resultados.

Para a resolução da Lista 4 foi escolhido o método de interpolação de Lagrange, através de sua análise foram obtidos os seguintes resultados;

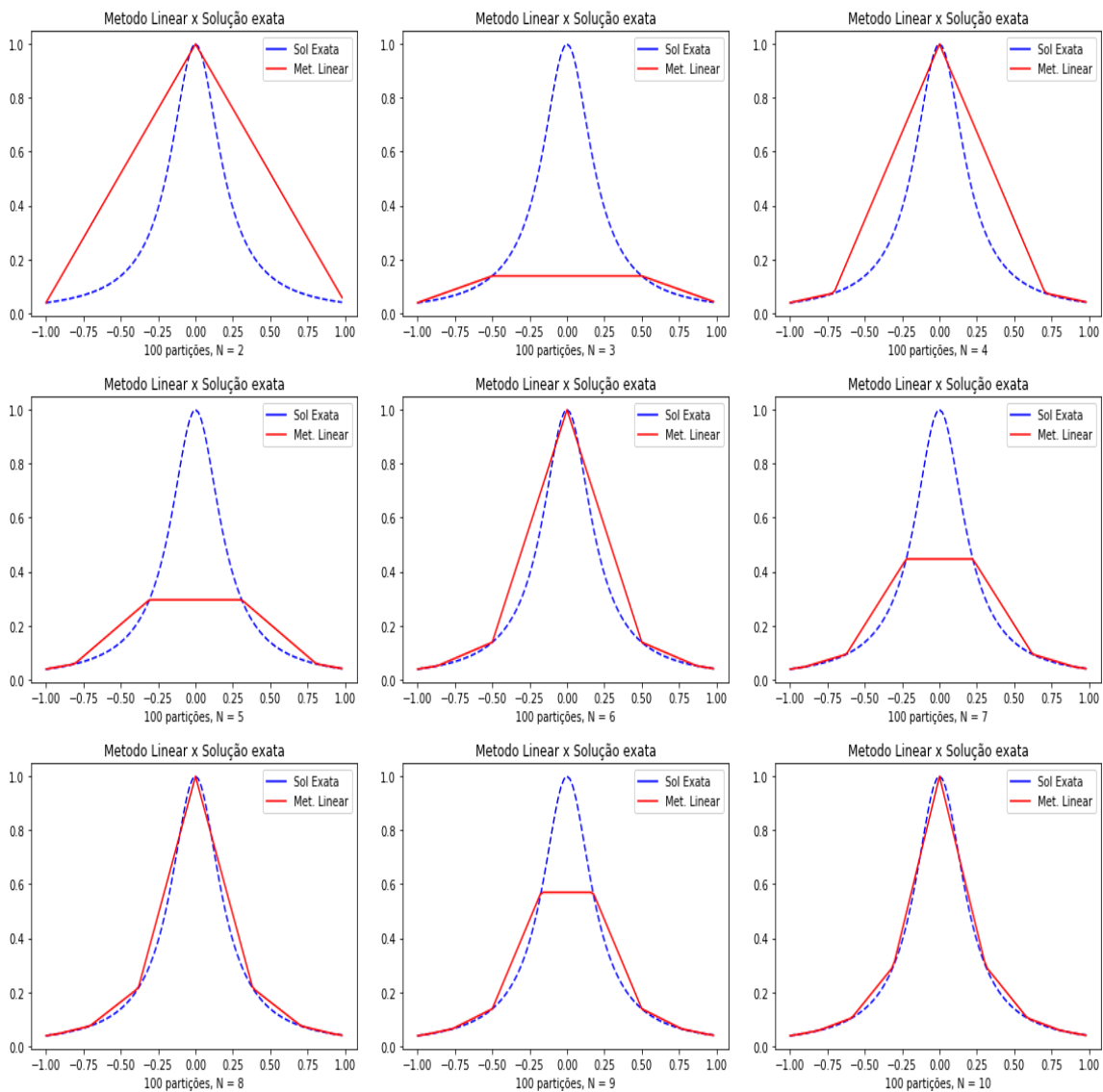
Para a resolução da interpolação do item a:



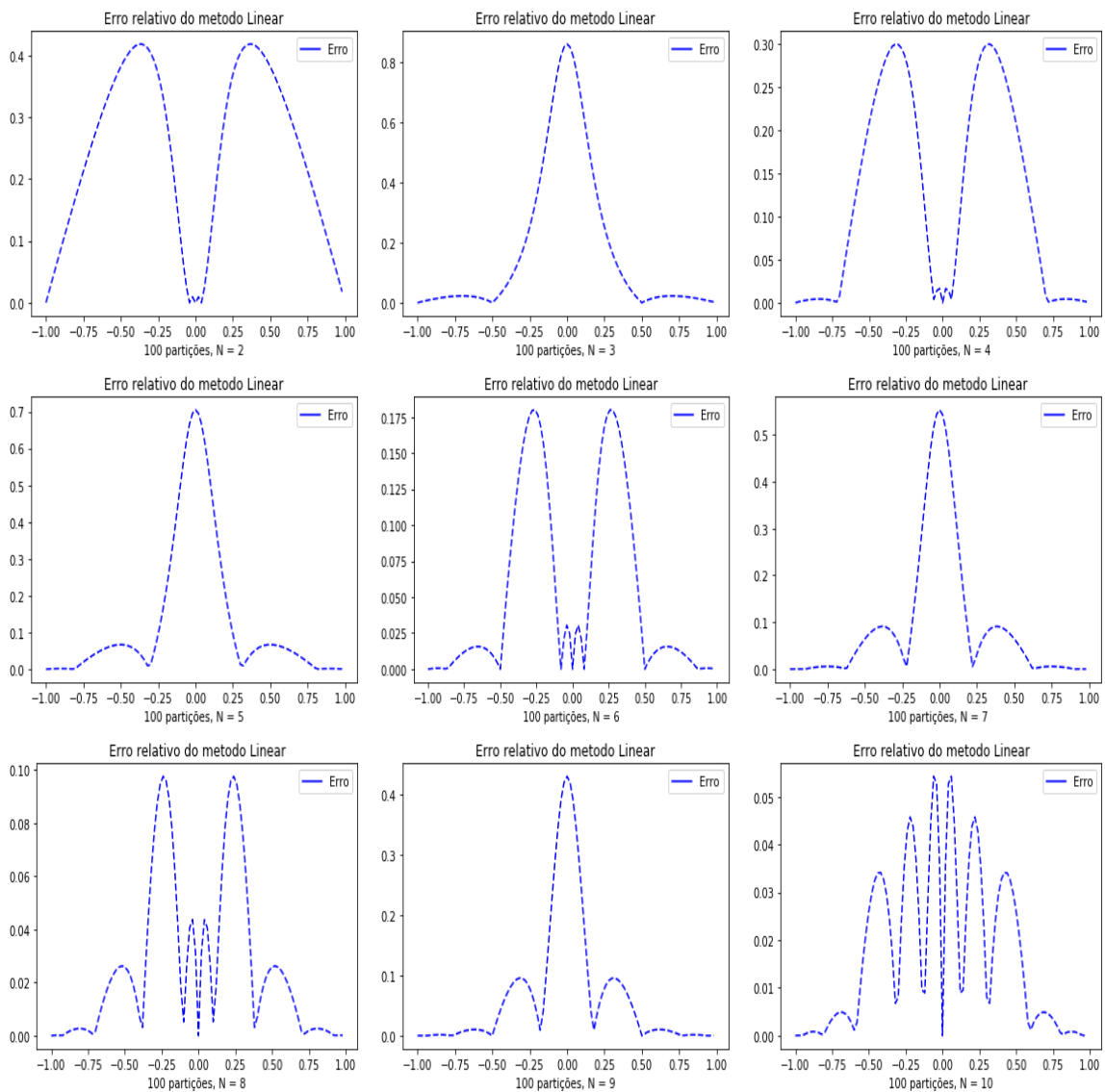
Seguindo a Solução Exata x O método de Lagrange, temos o erro relativo do método linear de a:



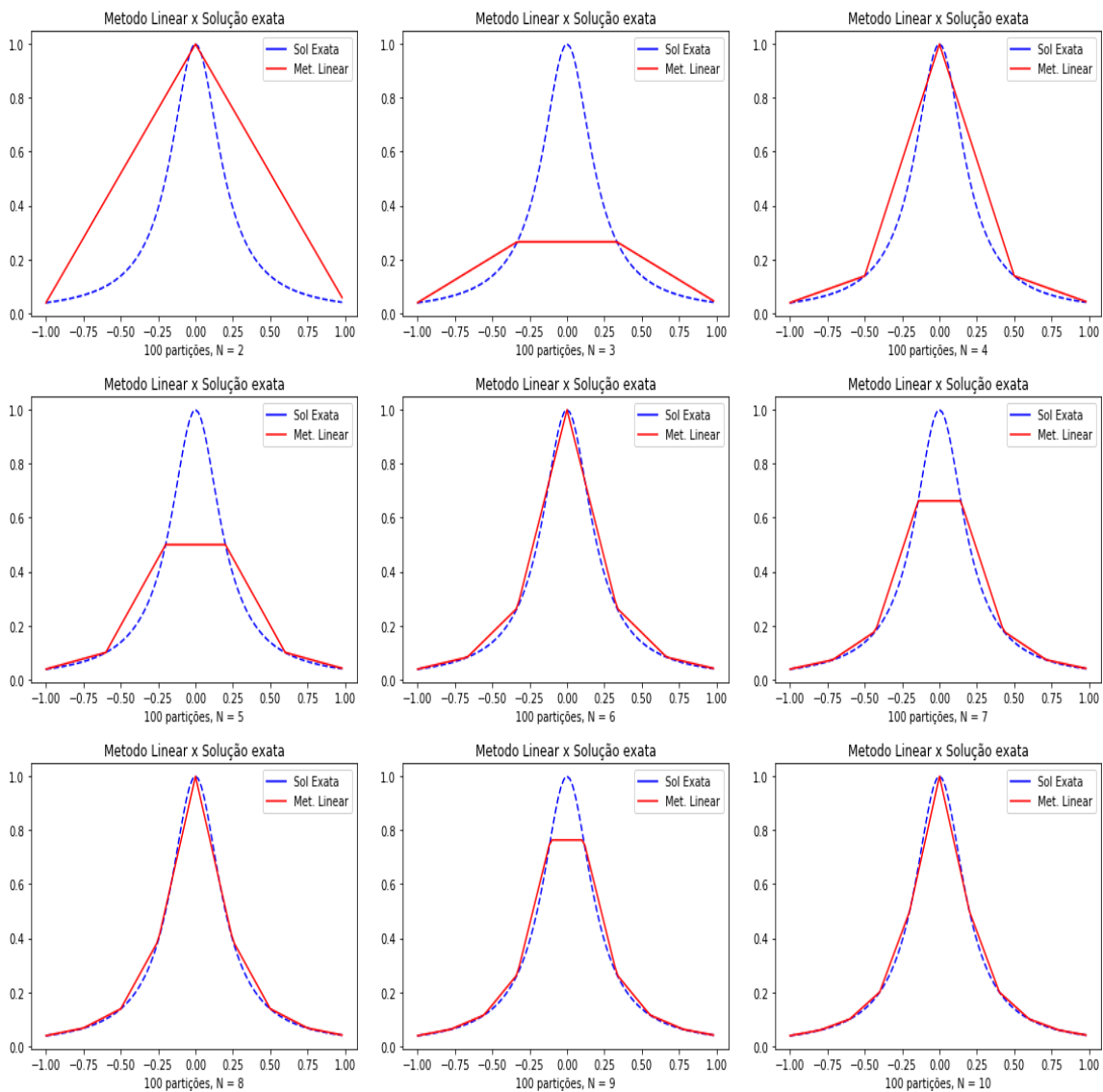
Para a resolução da interpolação do item b:



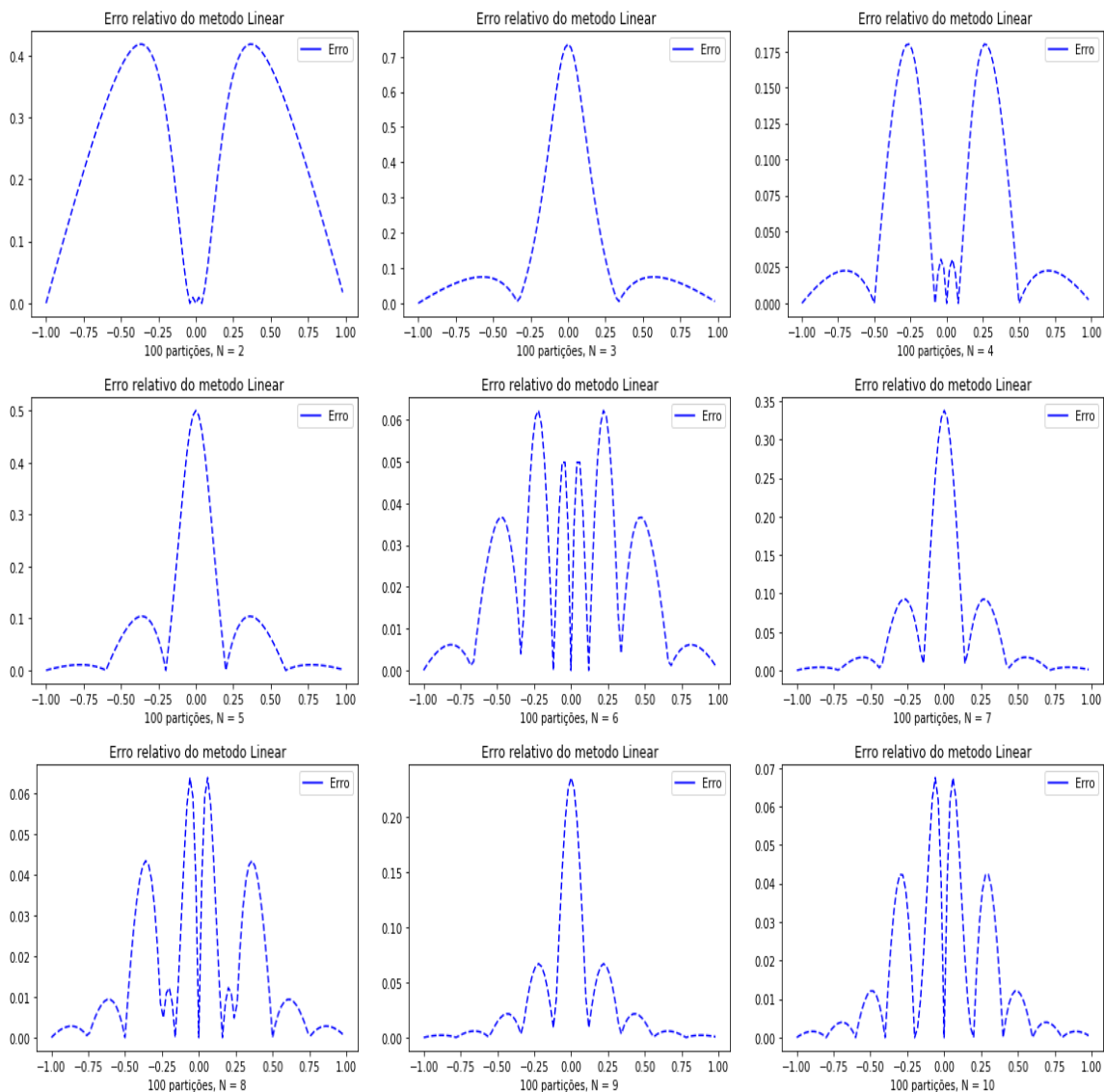
Seguindo a Solução Exata x O método de Lagrange, temos o erro relativo do método linear de b:



Para a resolução da interpolação do item c:



Seguindo a Solução Exata x O método de Lagrange, temos o erro relativo do método linear de c:



Comparando o resultado dos métodos, observamos uma aproximação do erro para determinadas funções e uma diferença em outras. Para as funções de "a" e de "c" o erro é o mesmo em determinados momentos e em outros ele se afasta consideravelmente; "b" é a função com resultados mais discrepantes das outras funções.

Tabela de Erros			
	a	b	c
n = 2	0.4179970972423803	0.6461538461538463	0.4179970972423803
n = 5	0.4999999999999999	0.7047785346705744	0.4999999999999999
n = 10	0.06743119266055053	0.05427386749715091	0.4999999999999999

Tabela 1: Tabela do erro máximo de interpolação para $n = 2, 5$ e 10