

Obs1.: Escolha um ou mais métodos de interpolação dado em aula para resolver os problemas abaixo.
Obs2.: Discuta os resultados.

1. Considere a função

$$f(x) = \frac{1}{1 + 25x^2}$$

definida no intervalo $x \in [a, b]$ com $a = -1$ e $b = 1$.

a) Seja $P_n(x)$ o polinômio que interpola $f(x)$ nos pontos

$$x_k = a + \frac{b-a}{n}k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n$$

igualmente espaçados no intervalo $[a, b]$. Nesse contexto, apresente gráficos comparando $P_n(x)$ com $f(x)$ para $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$.

b) Repita o item (a), porém utilizando os pontos

$$x_k = \frac{a+b}{2} - \frac{b-a}{2} \cos\left(\frac{k}{n}\pi\right), \quad k = 0, 1, 2, \dots, n.$$

igualmente espaçados no intervalo $[a, b]$.

c) Repita o item (a), considerando uma interpolação **linear por partes** com nós

$$x_k = -1 + \frac{2}{n}k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n.$$

igualmente espaçados no intervalo $[a, b]$.

d) Calcule o erro de interpolação na norma do máximo $\|f(x) - P_n(x)\|_\infty$ e construa uma tabela comparando os resultados obtidos nos itens (a), (b) e (c) para $n = 2, 5, 10$. Comente os resultados.