

7ª Lista de Exercícios

Aluno(a): _____ Matrícula: _____

1. Mostre que $\exists x \forall y R(x, y) \vdash \forall y \exists x R(x, y)$.
2. Prove que $\forall x (P(x) \wedge Q(x)) \vdash \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$.
3. Usando dedução natural, mostre que $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x) \vdash \forall x (P(x) \vee Q(x))$.
4. Prove que $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \vdash \exists x (P(x) \vee Q(x))$, usando dedução natural.
5. Verifique se $\neg \forall x \neg P(x) \vdash \exists x P(x)$.
6. Sejam as premissas “Todo político mente” e “Nenhum cientista mente”. Mostre que a afirmação “Nenhum cientista é político” pode ser concluída a partir das premissas, usando dedução natural.
7. Defina um contra-exemplo para mostrar que $\forall x (P(x) \rightarrow R(x)), \forall x (Q(x) \rightarrow R(x)) \not\vdash \exists x (P(x) \wedge Q(x))$.
8. Verifique se $P(y) \rightarrow \forall x Q(x) \vdash \forall x (P(y) \rightarrow Q(x))$.
9. Prove que $\forall x P(a, x, x), \forall x \forall y \forall z (P(x, y, z) \rightarrow P(f(x), y, f(z))) \vdash P(f(a), a, f(a))$.
10. Sejam as premissas “Todo atleta é determinado”, “Toda pessoa determinada e inteligente não é perdedora”, “Guga é atleta e amante do tênis”, “Apenas pessoas inteligentes são amantes do tênis”. Mostre que podemos concluir a afirmação “Guga não é perdedor” a partir das premissas, usando dedução natural.