

8ª Lista de Exercícios

Aluno(a): _____ Matrícula: _____

1. Defina uma máquina de Turing que decida $A = \{w\#v \mid w, v \in \{a, b\}^* \text{ e } |w| > |v|\}$.
2. Seja $\&$ a operação de conjunção bit a bit, por exemplo, $100\&110 = 100$. Construa uma máquina de Turing que decida $B = \{w\#v\#u \mid w, v, u \in \{0, 1\}^* \text{ e } u = w\&v\}$.
3. Mostre que $S = \{a^i b^j c^k \mid i \geq j, i - j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$ é decidível.
4. Construa uma máquina de Turing para decidir $P = \{1^i \# 1^j \# 1^k \mid i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
5. Mostre que a linguagem $M = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ tem mesma quantidade de a's e b's}\}$ é recursiva.
6. Mostre que se L é uma linguagem recursiva então \bar{L} é recursiva.
7. Construa uma máquina de Turing para decidir $N = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ não tem mesma quantidade de a's e b's}\}$.
8. Podemos usar máquinas de Turing para definir funções. A saída da máquina de Turing é o conteúdo da fita quando a máquina pára a execução. A máquina deve ter um estado especial q_h que não possui transições e que pára a execução. Seja $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, q_h)$ e seja $w \in \Sigma^*$. Suponha que $q_0 w \vdash^* C$ em que C tem estado q_h e string $v \in \Sigma^*$. A string v é a **saída** de M na entrada w e é definida por $M(w)$. Dizemos que M **computa** uma função f se, para toda entrada $w \in \Sigma^*$, M pára com w e $M(w) = f(w)$. Uma função f é chamada de **computável** se existe uma máquina de Turing M que computa f .
 - (a) Mostre que a função $\kappa : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ tal que $\kappa(w) = ww$ é computável.
 - (b) Strings em $\{1\}^*$ podem ser usadas para representar naturais na notação unária. Dessa forma, podemos usar máquinas de Turing para computar funções nos números naturais. Mostre uma máquina de Turing para computar a função sucessor $s(x) = x + 1$.
 - (c) Também podemos usar máquinas de Turing para computar funções que possuem múltiplos argumentos. O alfabeto de entrada contém um separador $\#$ para separar os argumentos. Defina uma máquina de Turing para computar a função $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$.