

2ª Lista de Exercícios

Aluno(a): _____ Matrícula: _____

1. Considere as premissas abaixo:

- (a) “Guga é determinado.”
- (b) “Guga é inteligente.”
- (c) “Se Guga é determinado e atleta, ele não é um perdedor.”
- (d) “Guga é atleta se é amante do tênis.”
- (e) “Guga é amante do tênis se é inteligente.”

Usando Dedução Natural, mostre que podemos concluir que “Guga não é um perdedor”.

2. Usando Dedução Natural, resolva cada item a seguir

- (a) $p \rightarrow (q \vee r), q \rightarrow s, r \rightarrow s \vdash p \rightarrow s$.
- (b) $\neg p \vee \neg q \vdash \neg(p \wedge q)$.
- (c) $\neg p, p \vee q \vdash q$.
- (d) $p \vee q, \neg q \vee r \vdash p \vee r$.
- (e) $p \rightarrow (q \vee r), \neg q, \neg r \vdash \neg p$.
- (f) $\neg p \wedge \neg q \vdash \neg(p \vee q)$.
- (g) $(t \rightarrow s) \wedge \neg(t \rightarrow s) \vdash r \rightarrow q$.
- (h) $p \wedge q \vdash \neg(\neg p \vee \neg q)$.

3. Dado as premissas a seguir:

- (a) “Se os investimentos na cidade não são constantes, os gastos da prefeitura aumentam ou o desemprego não cresce.”
- (b) “Se os gastos da prefeitura não aumentam, os impostos municipais são reduzidos.”
- (c) “Se os impostos municipais são reduzidos e os investimentos na cidade são constantes, o desemprego não cresce.”

Mostre que podemos concluir que “Se o desemprego aumenta, os gastos da prefeitura aumentam” usando Dedução Natural.

4. Mostre que $\neg p \rightarrow (p \rightarrow (p \rightarrow q))$ é um teorema.

5. Mostre que $\neg(r \wedge s) \rightarrow ((r \wedge s) \rightarrow ((r \wedge s) \rightarrow (t \rightarrow u)))$ é um teorema.

6. Seja Γ um conjunto de fórmulas e φ, ψ e γ fórmulas da lógica proposicional. Prove ou mostre um contra-exemplo para a afirmação: se $\Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi$ e $\Gamma \vdash \varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \gamma)$ então $\Gamma \vdash \varphi \rightarrow \gamma$.

7. Vamos introduzir um novo conectivo binário \leftrightarrow em que $\phi \leftrightarrow \psi$ pode ser abreviado como $(\phi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \phi)$. Construa regras de introdução e eliminação para \leftrightarrow e mostre que elas podem ser derivadas das outras regras.

8. Você acha dois baús em uma caverna e sabe que em cada baú há um tesouro ou uma armadilha mas não ambos. No baú A tem escrito: “Pelo menos um dos dois baús contém um tesouro”. No baú B está escrito: “O baú A tem uma armadilha”. Além disso, você sabe que ou ambas as frases são verdadeiras ou ambas são falsas. Mostre que é possível concluir que “O baú A tem uma armadilha e o baú B tem um tesouro”.