Lógica para Computação

Validade e Satisfatibilidade da Lógica Proposicional

Thiago Alves Rocha

thiagoalvesifce@gmail.com

Tópicos

Tópicos

Introdução

- Propriedades sobre a semântica das fórmulas
- Será que uma sentença ϕ é sempre verdadeira?
- Seja a fórmula $p \vee \neg p$
- Quais as valorações da fórmula?

Introdução

- Propriedades sobre a semântica das fórmulas
- Será que uma sentença ϕ é sempre verdadeira?
- Seja a fórmula $p \vee \neg p$
- Quais as valorações da fórmula?
- Para todo v, $v(p \vee \neg p) = T$

Tópicos

Validade

Definição

Uma fórmula ϕ é válida se e somente se para toda valoração v das atômicas temos que $v(\phi) = T$. Também chamada de tautologia.

Exemplo

- Vamos mostrar que $\neg\neg(p \land q) \to (p \land q)$ é válida

Exemplo

- Vamos mostrar que $\neg\neg(p \land q) \to (p \land q)$ é válida

Suponha que existe uma valoração v tal que $v(\neg\neg(p \land q) \to (p \land q)) = F$. Pela definição de valoração do $\to$ temos que $v(\neg\neg(p \land q)) = T$ e $v(p \land q) = F$.
Pela definição de valoração do $\neg$ temos que $v(\neg(p \land q)) = F$ e usando a definição novamente temos $v(p \land q) = T$.
Absurdo pois temos que $v(p \land q) = F$ e $v(p \land q) = T$! Logo, $\neg\neg(p \land q) \to (p \land q)$ é tautologia.

Exemplo

- Vamos mostrar que $\neg((p \vee q) \rightarrow p)$ não é tautologia

Exemplo

- Vamos mostrar que $\neg((p \vee q) \rightarrow p)$ não é tautologia

Contra-exemplo: seja v_1 uma valoração tal que $v_1(p) = T$ e $v_1(q) = T$.
Temos que $v_1((p \vee q) \rightarrow p) = T$. Logo, $v_1(\neg((p \vee q) \rightarrow p)) = F$.
Temos uma valoração v_1 tal que $v_1(\neg((p \vee q) \rightarrow p)) = F$.
Portanto, $\neg((p \vee q) \rightarrow p)$ não é tautologia.

Exemplo

- Verifique se a fórmula $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ é tautologia.

Verificação da Validade

- Como podemos verificar a validade de uma fórmula de forma algorítmica?
- Por exemplo, para verificar a validade de $(p \lor q) \land (\neg p \lor \neg q)$?

Verificação da Validade

- Como podemos verificar a validade de uma fórmula de forma algorítmica?
- Por exemplo, para verificar a validade de $(p \lor q) \land (\neg p \lor \neg q)$?
- Podemos usar tabelas verdade!

Verificação da Validade

- Como podemos verificar a validade de uma fórmula de forma automática?
- Por exemplo, para verificar a validade de $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
- Podemos usar tabelas verdade!
- A fórmula é válida se e somente se é verdadeira em todas as linhas da tabela

p	q	$(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
T	T	**F**
T	F	T
F	T	T
F	F	**F**

Verificação da Validade

- Como podemos verificar a validade de uma fórmula de forma automática?
- Por exemplo, para verificar a validade de $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
- Podemos usar tabelas verdade!
- A fórmula é válida se e somente se é verdadeira em todas as linhas da tabela

p	q	$(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
T	T	**F**
T	F	T
F	T	T
F	F	**F**

- Portanto, $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ não é tautologia

Tópicos

1. Introdução
2. Validade
3. **Satisfatibilidade**
4. Exemplos
5. Propriedades

Introdução

- Será que uma sentença ϕ pode ser verdadeira?
- Exemplo:
  - Quatro colegas precisam se reunir em algum dia útil da semana
  - João pode na Segunda, Quarta ou Quinta
  - Carol não pode na Quarta
  - Ana não pode na Sexta
  - Pedro não pode Terça nem Quinta

Introdução

- Será que uma sentença ϕ pode ser verdadeira?
- Exemplo:
  - Quatro colegas precisam se reunir em algum dia útil da semana
  - João pode na Segunda, Quarta ou Quinta
  - Carol não pode na Quarta
  - Ana não pode na Sexta
  - Pedro não pode Terça nem Quinta
  - Que fórmula podemos usar para representar estas informações?

Introdução

- Será que uma sentença ϕ pode ser verdadeira?
- Exemplo:
  - Quatro colegas precisam se reunir em algum dia útil da semana
  - João pode na Segunda, Quarta ou Quinta
  - Carol não pode na Quarta
  - Ana não pode na Sexta
  - Pedro não pode Terça nem Quinta
  - Que fórmula podemos usar para representar estas informações?
  - $(s \vee q \vee q_2) \wedge \neg q \wedge \neg s_2 \wedge (\neg t \wedge \neg q_2)$

Introdução

- Será que uma sentença ϕ pode ser verdadeira?
- Exemplo:
  - Quatro colegas precisam se reunir em algum dia útil da semana
  - João pode na Segunda, Quarta ou Quinta
  - Carol não pode na Quarta
  - Ana não pode na Sexta
  - Pedro não pode Terça nem Quinta
  - Que fórmula podemos usar para representar estas informações?
  - $(s \vee q \vee q_2) \wedge \neg q \wedge \neg s_2 \wedge (\neg t \wedge \neg q_2)$
- Seja a valoração v tal que $v(s) = T, v(t) = F, v(q) = F, v(q_2) = F, v(s_2) = F$

Introdução

- Será que uma sentença ϕ pode ser verdadeira?
- Exemplo:
  - Quatro colegas precisam se reunir em algum dia útil da semana
  - João pode na Segunda, Quarta ou Quinta
  - Carol não pode na Quarta
  - Ana não pode na Sexta
  - Pedro não pode Terça nem Quinta
  - Que fórmula podemos usar para representar estas informações?
  - $(s \vee q \vee q_2) \wedge \neg q \wedge \neg s_2 \wedge (\neg t \wedge \neg q_2)$
- Seja a valoração v tal que
  $v(s) = T, v(t) = F, v(q) = F, v(q_2) = F, v(s_2) = F$
- Logo, $v((s \vee q \vee q_2) \wedge \neg q \wedge \neg s_2 \wedge (\neg t \wedge \neg q_2)) = T$

Introdução

- Será que uma sentença ϕ pode ser verdadeira?
- Exemplo:
  - Quatro colegas precisam se reunir em algum dia útil da semana
  - João pode na Segunda, Quarta ou Quinta
  - Carol não pode na Quarta
  - Ana não pode na Sexta
  - Pedro não pode Terça nem Quinta
  - Que fórmula podemos usar para representar estas informações?
  - $(s \vee q \vee q_2) \wedge \neg q \wedge \neg s_2 \wedge (\neg t \wedge \neg q_2)$
- Seja a valoração v tal que $v(s) = T, v(t) = F, v(q) = F, v(q_2) = F, v(s_2) = F$
- Logo, $v((s \vee q \vee q_2) \wedge \neg q \wedge \neg s_2 \wedge (\neg t \wedge \neg q_2)) = T$
- A reunião deve ser feita na Segunda!

Satisfatibilidade

Definição

Uma fórmula ϕ é satisfatível se e somente se existe uma valoração v tal que $v(\phi) = T$

- Quando uma fórmula ϕ não é satisfatível, dizemos que ela é insatisfatível

Exemplo

- Vamos mostrar que $\neg((p \vee q) \rightarrow p)$ é satisfatível

Exemplo

- Vamos mostrar que $\neg((p \vee q) \rightarrow p)$ é satisfatível

Seja v_1 uma valoração tal que $v_1(p) = F$ e $v_1(q) = T$.
Temos que $v_1((p \vee q) \rightarrow p) = F$. Logo, $v_1(\neg((p \vee q) \rightarrow p)) = T$.
Temos uma valoração v_1 tal que $v_1(\neg((p \vee q) \rightarrow p)) = T$.
Portanto, $\neg((p \vee q) \rightarrow p)$ é satisfatível.

Exemplo

- Vamos mostrar que $(p \vee \neg p) \rightarrow (q \wedge \neg q)$ não é satisfatível

Exemplo

- Vamos mostrar que $(p \vee \neg p) \rightarrow (q \wedge \neg q)$ não é satisfatível

Suponha que exista uma valoração v_1 tal que
$v_1((p \vee \neg p) \rightarrow (q \wedge \neg q)) = T$.
Temos que $v_1(p \vee \neg p) = T$ e que $v_1(q \wedge \neg q) = F$.
Logo, $v_1((p \vee \neg p) \rightarrow (q \wedge \neg q)) = F$.
Absurdo!
Portanto, $(p \vee \neg p) \rightarrow (q \wedge \neg q)$ não é satisfatível.

Verificação da Satisfatibilidade

- Como podemos verificar a satisfatibilidade de uma fórmula de forma automática?
- Por exemplo, para verificar se $(q \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q)$ é satisfatível?

Verificação da Satisfatibilidade

- Como podemos verificar a satisfatibilidade de uma fórmula de forma automática?
- Por exemplo, para verificar se $(q \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q)$ é satisfatível?
- A fórmula é satisfatível se e somente se é verdadeira em alguma das linhas da tabela

- Como podemos verificar a satisfatibilidade de uma fórmula de forma automática?
- Por exemplo, para verificar se $\neg(p \wedge q) \vee \neg(p \wedge \neg q) \vee \neg(\neg p \wedge q)$ é satisfatível?
- A fórmula é satisfatível se e somente se é verdadeira em alguma das linhas da tabela

p	q	$\neg(p \wedge q) \vee \neg(p \wedge \neg q) \vee \neg(\neg p \wedge q)$
T	T	F
T	F	F
F	T	F
F	F	**T**

- Como podemos verificar a satisfatibilidade de uma fórmula de forma automática?
- Por exemplo, para verificar se $\neg(p \wedge q) \vee \neg(p \wedge \neg q) \vee \neg(\neg p \wedge q)$ é satisfatível?
- A fórmula é satisfatível se e somente se é verdadeira em alguma das linhas da tabela

p	q	$\neg(p \wedge q) \vee \neg(p \wedge \neg q) \vee \neg(\neg p \wedge q)$
T	T	F
T	F	F
F	T	F
F	F	**T**

- Portanto, $\neg(p \wedge q) \vee \neg(p \wedge \neg q) \vee \neg(\neg p \wedge q)$ é satisfatível

Algoritmo para Satisfatibilidade

```
function SATISFATIVEL(φ)
    listAtoms ← atom(φ)
    return SATCHECK(φ, listAtoms, {})        ▷ {} é uma valoração vazia
```

```
function SATCHECK(φ, atoms, val)
    if atoms = ∅ then
        if VALORVERDADE(φ, val) then
            return val
        return False
    p ← first(atoms)
    rest ← atoms − first(atoms)
    resultado ← SATCHECK(φ, rest, val ∪ {(p, True)})
    if resultado ≠ False then
        return resultado
    return SATCHECK(φ, rest, val ∪ {(p, False)})
```

Tópicos

Exemplo

Você quer desenvolver um projeto e precisa convidar um grupo de programadores conhecidos. Entre os programadores, os melhores são João, Samir e Carla. Você sabe que se João participar, então ele vai ficar estressado se Samir participar, Samir vai participar apenas se Carla também participar, e Carla não vai participar a menos que João também participe. Quais dos melhores programadores você deve chamar?

Exemplo

Você quer desenvolver um projeto e precisa convidar um grupo de programadores conhecidos. Entre os programadores, os melhores são João, Samir e Carla. Você sabe que se João participar, então ele vai ficar estressado se Samir participar, Samir vai participar apenas se Carla também participar, e Carla não vai participar a menos que João também participe. Quais dos melhores programadores você deve chamar?

- $j \rightarrow (s \rightarrow \neg j)$
- $s \rightarrow c$
- $c \rightarrow j$

Exemplo

- $j \to (s \to \neg j)$
- $s \to c$
- $c \to j$

j	s	c	$j \to (s \to \neg j) \land (s \to c) \land (c \to j)$
T	T	T	F
T	T	F	F
T	F	T	T
T	F	F	T
F	T	T	F
F	T	F	F
F	F	T	F
F	F	F	T

Sudoku

- Vamos considerar a versão 4x4 do Sudoku
- No sudoku temos que preencher células de um grid com números entre 1 e 4
- Possui subgrids 2x2 e inicia com alguns números preenchidos
- Cada linha, coluna e subgrid deve ter apenas uma ocorrência de cada número de 1 a 4

2			3
			1
1			
3			2

Sudoku

- As atômicas devem representar que número deve ser preenchido em cada célula
- Cada célula está associada com uma linha e uma coluna
- $p_{n,l,c}$ representa que o número n é preenchido na linha l, coluna c

Sudoku

- Cada linha tem todos os números de 1 a 4
- Linha 1: $(p_{1,1,1} \vee ... p_{1,1,4}) \wedge (p_{2,1,1} \vee ... p_{2,1,4}) \wedge ... \wedge (p_{4,1,1} \vee ... p_{4,1,4})$
- $\wedge \; ... \; \wedge$
- Linha 4: $(p_{1,4,1} \vee ... p_{1,4,4}) \wedge (p_{2,4,1} \vee ... p_{2,4,4}) \wedge ... \wedge (p_{4,4,1} \vee ... p_{4,4,4})$

Sudoku

- Cada coluna tem todos os números de 1 a 4
- Coluna 1: $(p_{1,1,1} \vee \ldots p_{1,4,1}) \wedge (p_{2,1,1} \vee \ldots p_{2,4,1}) \wedge \ldots \wedge (p_{4,1,1} \vee \ldots p_{4,4,1})$
- $\wedge$ ... $\wedge$
- Coluna 4: $(p_{1,1,4} \vee \ldots p_{1,4,4}) \wedge (p_{2,1,4} \vee \ldots p_{2,4,4}) \wedge \ldots \wedge (p_{4,1,4} \vee \ldots p_{4,4,4})$

Sudoku

- Uma célula não pode ter dois números
- Linha 1, Coluna 1: $(p_{1,1,1} \rightarrow \neg p_{2,1,1}) \wedge ... \wedge (p_{1,1,1} \rightarrow \neg p_{4,1,1}) \wedge ... \wedge (p_{4,1,1} \rightarrow \neg p_{1,1,1}) \wedge ... \wedge (p_{4,1,1} \rightarrow \neg p_{3,1,1})$
- $\wedge$ ... $\wedge$
- Linha 4, Coluna 4: $(p_{1,4,4} \rightarrow \neg p_{2,4,4}) \wedge ... \wedge (p_{1,4,4} \rightarrow \neg p_{4,4,4}) \wedge ... \wedge (p_{4,4,4} \rightarrow \neg p_{1,4,4}) \wedge ... \wedge (p_{4,4,4} \rightarrow \neg p_{3,4,4})$

Sudoku

- Um subgrid tem todos os números de 1 a 4
- Subgrid 1:
  $(p_{1,1,1} \vee ... \vee p_{1,2,2}) \wedge (p_{2,1,1} \vee ... p_{2,2,2}) \wedge ... \wedge (p_{4,1,1} \vee ... p_{4,2,2})$
- $\wedge$ ... $\wedge$
- Subgrid 4:
  $(p_{1,3,3} \vee ... \vee p_{1,4,4}) \wedge (p_{2,3,3} \vee ... p_{2,4,4}) \wedge ... \wedge (p_{4,3,3} \vee ... p_{4,4,4})$

Soduku

2			3
			1
1			
3			2

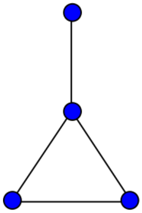
- $p_{2,1,1} \wedge p_{3,1,4} \wedge p_{1,2,4} \wedge p_{1,3,1} \wedge p_{3,4,1} \wedge p_{2,4,4}$

Escalonamento de Horários

- Um congresso vai oferecer vários cursos de uma hora de duração
- Estudantes podem se inscrever em vários cursos
- Cursos diferentes podem receber um mesmo aluno
- Será que é possível reservar apenas três horas para todos os cursos?

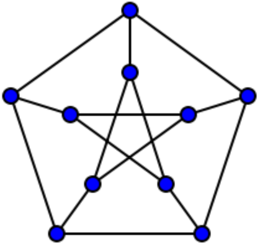
Escalonamento de Recursos

- Um congresso vai oferecer vários cursos de uma hora de duração
- Estudantes podem se inscrever em vários cursos
- Cursos diferentes podem receber um mesmo aluno
- Será que é possível reservar apenas três horas para todos os cursos?
- Podemos representar os cursos e sobreposições de alunos da seguinte forma:



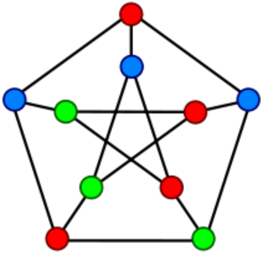
Problema da Coloração de Grafos

- Um grafo é uma tupla $G = (V, E)$ em que V consiste de um conjunte de vértices e E uma relação binária entre os vértices
- O problema da coloração de um grafo consiste em:
- Colorir os vértices de um grafo com uma quantidade limitada de cores
- Cada vértice só pode ter uma cor
- Vértices ligados por uma aresta devem ter cores diferentes



Problema da Coloração de Grafos

- É uma coloração dos vértices de um grafo com uma quantidade máxima de cores
- Cada vértice só pode ter uma cor
- Vértices ligados por uma aresta devem ter cores diferentes



Problema da Coloração de Grafos

- Vamos focar no caso em que temos apenas três cores
- Como representar o problema com fórmulas proposicionais?
- A valoração das atômicas deve indicar as cores de cada vértice

Problema da Coloração de Grafos

- Vamos focar no caso em que temos apenas três cores
- Como representar o problema com fórmulas proposicionais?
- A valoração das atômicas deve indicar as cores de cada vértice
- Vamos usar $p_{v,c}$ para representar que o vértice v tem a cor c

Problema da Coloração de Grafos

- Vamos focar no caso em que temos apenas três cores
- Como representar o problema com fórmulas proposicionais?
- A valoração das atômicas deve indicar as cores de cada vértice
- Vamos usar $p_{v,c}$ para representar que o vértice v tem a cor c
- Com um grafo de n vértices temos as atômicas $p_{v_1,1}, \ldots, p_{v_n,1}, p_{v_1,2}, \ldots, p_{v_n,2}, p_{v_1,3}, \ldots, p_{v_n,3}$

Problema da Coloração de Grafos

- Como devemos compor as atômicas de forma a satisfazer as restrições do problema?
- Todo vértice deve ser pintado com exatamente uma cor

Problema da Coloração de Grafos

- Como devemos compor as atômicas de forma a satisfazer as restrições do problema?
- Todo vértice deve ser pintado com exatamente uma cor
- Como representar que cada vértice deve ser pintado com pelo menos uma cor?

Problema da Coloração de Grafos

- Como devemos compor as atômicas de forma a satisfazer as restrições do problema?
- Todo vértice deve ser pintado com exatamente uma cor
- Como representar que cada vértice deve ser pintado com pelo menos uma cor?
- $(p_{v_1,1} \vee p_{v_1,2} \vee p_{v_1,3}) \wedge \ldots \wedge (p_{v_n,1} \vee p_{v_n,2} \vee p_{v_n,3})$

Problema da Coloração de Grafos

- Como devemos compor as atômicas de forma a satisfazer as restrições do problema?
- Todo vértice deve ser pintado com exatamente uma cor
- Como representar que cada vértice deve ser pintado com pelo menos uma cor?
- $(p_{v_1,1} \vee p_{v_1,2} \vee p_{v_1,3}) \wedge \ldots \wedge (p_{v_n,1} \vee p_{v_n,2} \vee p_{v_n,3})$
- Como representar que cada vértice deve ser pintado com no máximo uma cor?

Problema da Coloração de Grafos

- Como devemos compor as atômicas de forma a satisfazer as restrições do problema?
- Todo vértice deve ser pintado com exatamente uma cor
- Como representar que cada vértice deve ser pintado com pelo menos uma cor?
- $(p_{v_1,1} \vee p_{v_1,2} \vee p_{v_1,3}) \wedge \ldots \wedge (p_{v_n,1} \vee p_{v_n,2} \vee p_{v_n,3})$
- Como representar que cada vértice deve ser pintado com no máximo uma cor?
- Um vértice **não** pode ter a cor 1 e a cor 2 ao mesmo tempo

Problema da Coloração de Grafos

- Como devemos compor as atômicas de forma a satisfazer as restrições do problema?
- Todo vértice deve ser pintado com exatamente uma cor
- Como representar que cada vértice deve ser pintado com pelo menos uma cor?
- $(p_{v_1,1} \vee p_{v_1,2} \vee p_{v_1,3}) \wedge \ldots \wedge (p_{v_n,1} \vee p_{v_n,2} \vee p_{v_n,3})$
- Como representar que cada vértice deve ser pintado com no máximo uma cor?
- Um vértice **não** pode ter a cor 1 e a cor 2 ao mesmo tempo
- $\neg(p_{v_1,1} \wedge p_{v_1,2}) \wedge \neg(p_{v_1,1} \wedge p_{v_1,3}) \wedge \neg(p_{v_1,2} \wedge p_{v_1,3})$
- $\wedge \ \ldots \ \wedge$
- $\neg(p_{v_n,1} \wedge p_{v_n,2}) \wedge \neg(p_{v_n,1} \wedge p_{v_n,3}) \wedge \neg(p_{v_n,2} \wedge p_{v_n,3})$

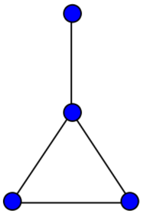
Problema da Coloração de Grafos

- Como devemos compor as atômicas de forma a satisfazer as restrições do problema?
- Todo vértice deve ser pintado com exatamente uma cor
- Como representar que cada vértice deve ser pintado com pelo menos uma cor?
- $(p_{v_1,1} \lor p_{v_1,2} \lor p_{v_1,3}) \land \dots \land (p_{v_n,1} \lor p_{v_n,2} \lor p_{v_n,3})$
- Como representar que cada vértice deve ser pintado com no máximo uma cor?
- Um vértice **não** pode ter a cor 1 e a cor 2 ao mesmo tempo
- $\neg(p_{v_1,1} \land p_{v_1,2}) \land \neg(p_{v_1,1} \land p_{v_1,3}) \land \neg(p_{v_1,2} \land p_{v_1,3})$
- $\land \dots \land$
- $\neg(p_{v_n,1} \land p_{v_n,2}) \land \neg(p_{v_n,1} \land p_{v_n,3}) \land \neg(p_{v_n,2} \land p_{v_n,3})$
- E a restrição de vértices ligados por arestas não poderem ter a mesma cor?

Problema da Coloração de Grafos

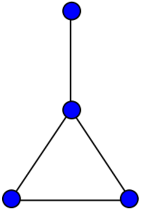
- Como devemos compor as atômicas de forma a satisfazer as restrições do problema?
- Todo vértice deve ser pintado com exatamente uma cor
- Como representar que cada vértice deve ser pintado com pelo menos uma cor?
- $(p_{v_1,1} \vee p_{v_1,2} \vee p_{v_1,3}) \wedge ... \wedge (p_{v_n,1} \vee p_{v_n,2} \vee p_{v_n,3})$
- Como representar que cada vértice deve ser pintado com no máximo uma cor?
- Um vértice **não** pode ter a cor 1 e a cor 2 ao mesmo tempo
- $\neg(p_{v_1,1} \wedge p_{v_1,2}) \wedge \neg(p_{v_1,1} \wedge p_{v_1,3}) \wedge \neg(p_{v_1,2} \wedge p_{v_1,3})$
- $\wedge$ ... $\wedge$
- $\neg(p_{v_n,1} \wedge p_{v_n,2}) \wedge \neg(p_{v_n,1} \wedge p_{v_n,3}) \wedge \neg(p_{v_n,2} \wedge p_{v_n,3})$
- E a restrição de vértices ligados por arestas não poderem ter a mesma cor?
- $\bigwedge_{(v,u)\in E}(\neg(p_{v,1} \wedge p_{u,1}) \wedge \neg(p_{v,2} \wedge p_{u,2}) \wedge \neg(p_{v,3} \wedge p_{u,3}))$

Exemplo



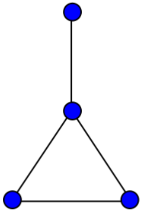
- Vamos construir a fórmula que representa as restrições da coloração para o grafo acima

Exemplo



- Vamos construir a fórmula que representa as restrições da coloração para o grafo acima
- Vamos verificar se a fórmula é satisfatível

Exemplo



- Vamos construir a fórmula que representa as restrições da coloração para o grafo acima
- Vamos verificar se a fórmula é satisfatível
- Como devemos colorir o grafo?

Tópicos

Satisfatibilidade e Validade

Teorema

Para toda fórmula ϕ, se ϕ é válida então ϕ é satisfatível

Satisfatibilidade e Validade

Teorema

Para toda fórmula ϕ, se ϕ é válida então ϕ é satisfatível

Prova

Seja ϕ uma fórmula qualquer. Suponha que ϕ é válida.
Pela definição de validade, ϕ é válida se e somente se para toda valoração v, $v(\phi) = T$.
Logo, existe uma valoração v tal que $v(\phi) = T$.
Portanto, ϕ é satisfatível.

Teorema

Para toda fórmula ϕ, ϕ é válida se e somente se $\neg\phi$ é insatisfatível

Satisfatibilidade e Validade

Teorema

Para toda fórmula ϕ, ϕ é válida se e somente se $\neg\phi$ é insatisfatível

Prova

Seja ϕ uma fórmula qualquer. Suponha que ϕ é válida.
Pela definição de validade, ϕ é válida se e somente se para toda valoração v, $v(\phi) = T$.
Para toda valoração v, $v(\phi) = T$ se e somente se para toda valoração v, $v(\neg\phi) = F$.
Para toda valoração v, $v(\neg\phi) = F$ se e somente se $\neg\phi$ é insatisfatível.

Satisfatibilidade e Validade

Teorema

Para toda fórmula ϕ, ϕ é válida se e somente se $\neg\phi$ é insatisfatível

- O teorema indica que podemos utilizar um algoritmo que verifica se uma fórmula é satisfatível para testar se uma fórmula é válida

```
procedure ValidadeComSat(φ)
    if Satisfativel(¬φ) then
        return False
    return True
```