Independência Linear

1. Verifique quais dos conjuntos são LI e quais são LD.

   (a) $u_1 = (-1, 2, 4)$ e $u_2 = (5, -10, -20)$ em $\mathbb{R}^3$

   (b) $u_1 = (3, -1), u_2 = (4, 5)$ e $u_3 = (-4, 7)$ em $\mathbb{R}^2$

   (c) $p_1 = 3 - 2x + x^2$ e $p_2 = 6 - 4x + 2x^2$ em P_2

   (d) $A = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$ em M_{22}

2. Quais dos seguintes conjuntos de vetores em $\mathbb{R}^4$ é LD?

   (a) $(3, 8, 7, -3), (1, 5, 3, -1), (2, -1, 2, 6), (1, 4, 0, 3)$

   (b) $(0, 0, 2, 2), (3, 3, 0, 0), (1, 1, 0, -1)$

   (c) $(0, 3, -3, -6), (-2, 0, 0, -6), (0, -4, -2, -2), (0, -8, 4, -4)$

   (d) $(3, 0, -3, 6), (0, 2, 3, 1), (0, -2, -2, 0), (-2, 1, 2, 1)$

3. (a) Mostre que os vetores $v_1 = (0, 3, 1, -1), v_2 = (6, 0, 5, 1)$ e $v_3 = (4, -7, 1, 3)$ formam um conjunto LD em $\mathbb{R}^4$.

   (b) Expresse cada vetor da parte (a) como uma combinação linear dos outros dois.

4. Use o wronskiano para mostrar que o conjunto de vetores dados é LI.

   (a) $1, x, e^x$ (b) $1, x, x^2$

5. Use o teste do wronskiano para mostrar que as funções $f_1(x) = \text{sen}(x), f_2(x) = \cos(x)$ e $f_3(x) = x\cos(x)$ são LI.

Sugestões e Respostas

1. (a) LI (b) LD (c) LI (d) LI

2. nenhum é

3. (a)

   (b) $v_1 = \frac{2}{7}v_2 - \frac{3}{7}v_3, v_2 = \frac{7}{2}v_1 + \frac{3}{2}v_3, v_3 = -\frac{7}{3}v_1 + \frac{2}{3}v_2$

4.

(a) $w(x) = e^x \neq 0$ (b) $w(x) = 2 \neq 0$

5. $w(x) = 2\,\mathrm{sen}(x) \neq 0$ em algum x

Referência Bibliográfica

Anton, Howard, e Chris Rorres. Álgebra Linear com Aplicações. Disponível em: Minha Biblioteca, (10th edição). Grupo A, 2012.