Bases

1. Verifique se os vetores dados formam uma base do espaço vetorial dado.

   (a) $u_1 = (1, 2), u_2 = (0, 3)$ e $u_3 = (2, 7)$ em $\mathbb{R}^2$

   (b) $u_1 = (-1, 3, 2)$ e $u_2 = (6, 1, 1)$ em $\mathbb{R}^3$

   (c) $p_1 = 1 + x + x^2$ e $p_2 = x - 1$ em P_2

   (d) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ e $E = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$ em M_{22}

2. Quais dos conjuntos de vetores dados são bases de $\mathbb{R}^3$?

   (a) $\{(1, 0, 0), (2, 2, 0), (3, 3, 3)\}$

   (b) $\{(3, 1, -4), (2, 5, 6), (1, 4, 8)\}$

   (c) $\{(2, -3, 1), (4, 1, 1), (0, -7, 1)\}$

   (d) $\{(1, 6, 4), (2, 4, -1), (-1, 2, 5)\}$

3. Mostre que as matrizes dadas formam uma base de M_{22}.

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -8 \\ -12 & -4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

4. Em cada parte, encontre o vetor de coordenadas de w em relação à base $S = \{u_1, u_2\}$ de $\mathbb{R}^2$.

   (a) $u_1 = (1, 0), u_2 = (0, 1); w = (3, -7)$

   (b) $u_1 = (2, -4), u_2 = (3, 8); w = (1, 1)$

   (c) $u_1 = (1, 1), u_2 = (0, 2); w = (a, b)$

5. Encontre o vetor de coordenadas de A em relação à base $S = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}; A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6. Mostre que $\{p_1, p_2, p_3\}$ é uma base de P_2 e expresse p como uma combinação linear dos vetores da base, $p_1 = 1 + x + x^2, p_2 = x + x^2, p_3 = x^2; p = 7 - x + 2x^2$.

Sugestões e Repostas

1. Não são bases.

2. (a), (b).

3.

4. (a) $(w)_S = (3, -7)$

   (b) $(w)_S = \left(\dfrac{5}{28}, \dfrac{3}{14}\right)$

   (c) $(w)_S = \left(a, \dfrac{b-a}{2}\right)$

5. $(A)_S = (-1, 1, -1, 3)$

6. $p = 7p_1 - 8p_2 + 3p_3$

Referência Bibliográfica

ANTON, H. RORRES, C. **Álgebra Linear com Aplicações**. 10 ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.