Mudança de Bases

1. Considere as bases $B = \{v_1, v_2\}$ e $B' = \{v_1', v_2'\}$ de $\mathbb{R}^2$, em que

$$v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}, v_1' = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, v_2' = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

   (a) Encontre a matriz de transição de B' para B.

   (b) Encontre a matriz de transição de B para B'.

   (c) Calcule o vetor de coordenadas $[w]_B$, em que $w = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix}$ e calcule $[w]_{B'}$.

2. Considere as bases $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ e $B' = \{v_1', v_2', v_3'\}$ de $\mathbb{R}^3$, em que

$$v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, v_1' = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix}, v_2' = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, v_3' = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

   (a) Encontre a matriz de transição de B para B'.

   (b) Calcule o vetor de coordenadas $[w]_B$, em que $w = \begin{bmatrix} -5 \\ 8 \\ -5 \end{bmatrix}$ e calcule $[w]_{B'}$.

3. Sejam $B_1 = \{u_1, u_2\}$ e $B_2 = \{v_1, v_2\}$ as bases de $\mathbb{R}^2$ dadas por $u_1 = (1, 2), u_2 = (2, 3), v_1 = (1, 3)$ e $v_2 = (1, 4)$.

   (a) Encontre a matriz de transição $P_{B_2 \to B_1}$

   (b) Encontre a matriz de transição $P_{B_1 \to B_2}$

   (c) Confirme que $P_{B_2 \to B_1}$ e $P_{B_1 \to B_2}$ são inversas uma da outra

   (d) Seja $w = (0, 1)$. Encontre $[w]_{B_1}$ e use a matriz $P_{B_1 \to B_2}$ para calcular $[w]_{B_2}$ a partir de $[w]_{B_1}$

   (e) Seja $w = (2, 5)$. Encontre $[w]_{B_2}$ e use a matriz $P_{B_2 \to B_1}$ para calcular $[w]_{B_1}$ a partir de $[w]_{B_2}$

Sugestões e Respostas

1. (a) $\begin{bmatrix} \frac{13}{10} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{5}{2} & 0 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 0 & -\frac{5}{2} \\ -2 & -\frac{13}{2} \end{bmatrix}$

(c) $[w]_B = \begin{bmatrix} -\frac{17}{10} \\ \frac{8}{5} \end{bmatrix}, [w]_{B'} = \begin{bmatrix} -4 \\ -7 \end{bmatrix}$

2. (a) $\begin{bmatrix} 3 & 2 & \frac{5}{2} \\ -2 & -3 & -\frac{1}{2} \\ 5 & 1 & 6 \end{bmatrix}$

   (b) $[w]_B = \begin{bmatrix} 9 \\ -9 \\ 5 \end{bmatrix}, [w]_{B'} = \begin{bmatrix} -\frac{7}{2} \\ \frac{23}{2} \\ 6 \end{bmatrix}$

3. (a) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$

   (b) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$

   (c)

   (d) $[w]_{B_1} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, [w]_{B_2} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

   (e) $[w]_{B_2} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}, [w]_{B_1} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$

Referência Bibliográfica

[1] ANTON, H. RORRES, C. **Álgebra Linear com Aplicações**. 10 ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.