Subespaços

1. Determine quais dos conjuntos abaixo são subespaços vetoriais de $\mathbb{R}^3$.

   (a) $W = \{(a, 0, 0) : a \in \mathbb{R}\}$

   (b) $W = \{(a, 1, 1) : a \in \mathbb{R}\}$

   (c) $W = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 : b = a + c\}$

   (d) $W = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 : b = a + c + 1\}$

   (e) $W = \{(a, b, 0) : a, b \in \mathbb{R}\}$

2. Determine quais dos conjuntos abaixo são subespaços vetoriais de P_3.

   (a) $W = \{a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 : a_0 = 0\}$

   (b) $W = \{a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 : a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 0\}$

   (c) $W = \{a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 : a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{Z}\}$

   (d) $W = \{a_0 + a_1x : a_0, a_1 \in \mathbb{R}\}$

3. Quais dos itens abaixo são combinações lineares de $u = (0, -2, 2)$ e $v = (1, 3, -1)$?

   (a) $(2, 2, 2)$ (b) $(3, 1, 5)$ (c) $(0, 4, 5)$ (d) $(0, 0, 0)$

4. Quais dos itens abaixo são combinações lineares de $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$?

   (a) $\begin{bmatrix} 6 & -8 \\ -1 & -8 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$

5. Em cada parte, determine se os vetores dados geram $\mathbb{R}^3$.

   (a) $v_1 = (2, 2, 2), v_2 = (0, 0, 3), v_3 = (0, 1, 1)$

   (b) $v_1 = (2, -1, 3), v_2 = (4, 1, 2), v_3 = (8, -1, 8)$

   (c) $v_1 = (3, 1, 4), v_2 = (2, -3, 5), v_3 = (5, -2, 9), v_4 = (1, 4, -1)$

   (d) $v_1 = (1, 2, 6), v_2 = (3, 4, 1), v_3 = (4, 3, 1), v_4 = (3, 3, 1)$

6. Determine se os polinômios dados geram P_2:

$$p_1 = 1 - x + 2x^2, p_2 = 3 + x, p_3 = 5 - x + 4x^2, p_4 = -2 - 2x + 2x^2$$

7. Determine se o espaço solução do sistema $Ax = 0$ é uma reta pela origem, um plano pela origem ou somente a origem. Se for um plano, ache uma equação desse plano; se for uma reta, obtenha equações paramétricas dessa reta.

(a) $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 2 & -4 & -5 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{bmatrix}$ (e) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & 11 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -3 & 6 & 9 \\ -2 & 4 & -6 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -6 \\ 1 & 4 & 4 \\ 3 & 10 & 6 \end{bmatrix}$ (f) $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & -6 & 2 \\ 3 & -9 & 3 \end{bmatrix}$

Sugestões e Respostas

1. (a), (c), (e)

2. (a), (b), (d)

3. (a), (b), (d)

4. (a), (b), (c)

5. (a) geram (b) não geram (c) não geram (d) geram

6. Não geram

7. (a) Reta: $x = -\frac{1}{2}t, y = -\frac{3}{2}t, z = t$
   (b) Reta $x = 2t, y = t, z = 0$
   (c) origem
   (d) origem
   (e) Reta: $-3t, y = -2t, z = t$
   (f) Plano: $x - 3y + z = 0$

Referência Bibliográfica

[1] ANTON, H. RORRES, C. **Álgebra Linear com Aplicações**. 10 ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.