Conjuntos Numéricos

Thiago da Conceição

1 Definição Informal

$$\begin{aligned}
\text{Números Naturais:}\quad & \mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \\
\text{Números Inteiros:}\quad & \mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} \\
\text{Números Racionais:}\quad & \mathbb{Q} = \{\dots, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \dots\} \\
\text{Números Reais:}\quad & \mathbb{R} = \{\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}\} \\
\text{Números Complexos:}\quad & \mathbb{C} = \{a + bi : i = \sqrt{-1} \wedge i^2 = -1\}
\end{aligned}$$

2 Definição Formal

1) Números Naturais (Von Neumann Construction):

$0 \coloneqq \varnothing$
$1 \coloneqq 0^+ = 0 \cup \{0\} = \{0\}$
$2 \coloneqq 1^+ = 1 \cup \{1\} = \{0, 1\}$
$3 \coloneqq 2^+ = 2 \cup \{2\} = \{0, 1, 2\}$
$\vdots$
$n + 1 \coloneqq n^+ = n \cup \{n\}$

2) Números Inteiros (Traditional development):

$$-x = \begin{cases} \psi(x), & \text{se } x \in P \\ \psi^{-1}(x), & \text{se } x \in P^- \\ 0, & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

3) Números Racionais:

$\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q} : p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}_{\neq 0}\}$

4) Números Reais:

$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$
[1]

[1]Não achei uma boa definição de números reais

5) Números Complexos:

Todo número que possa ser escrito na forma $a + bi$ sendo $i = \sqrt{-1} \land i^2 = -1$

3 Outros Conjuntos Númericos

$\mathbb{B} = \{0, 1\} \longleftarrow$ Domínio Booleano
$\mathbb{H} = \{a_0 + a_1 i_1 + a_2 i_2 + a_3 i_3\} \longleftarrow$ Quaternion
$\mathbb{O} = \{a_0 + a_1 i_1 + \cdots + a_7 i_7\} \longleftarrow$ Octonion
$\mathbb{S} = \{a_0 + a_1 i_1 + \cdots + a_{15} i_{15}\} \longleftarrow$ Sedenion
$\mathbb{T} = \{a_0 + a_1 i_1 + \cdots + a_{15} i_{31}\} \longleftarrow$ Trigintaduonions

Fontes

1. Site: Definition: Natural Numbers
2. Site: Integer - Traditional Development
3. Site: Definition: Rational Number
4. Site: Boolean Domain
5. Video: O que existe além dos Complexos? (1/2)
6. Video: O que existe além dos Complexos? (2/2)
7. Video: Axiomas de Peano