

Prática 1 (16/10/2020). Valor: 25 pontos.

Simulação de sistemas dinâmicos contínuos e discretos. Discretização de sistemas contínuos.

1. Considere o sistema dinâmico discreto

$$y_k = (1 - d) y_{k-1} + u_k, \quad (1)$$

que modela a relação entre o montante y_k da sua conta corrente no k -ésimo dia e a quantia u_k depositada no k -ésimo dia (ou retirada, se u_k for negativo). A constante d modela um abatimento diário no montante que se encontra depositado em sua conta. Note que $0 \leq d < 1$.

Faça o que se pede:

- Obtenha a função de transferência discreta $H(z)$ desse sistema em função de d .
- Obtenha a expressão analítica da resposta ao impulso unitário desse sistema em função de d .
- Arbitre um valor razoável para d e gere o gráfico da resposta ao impulso unitário desse sistema.
- Se você depositar R\$ 50,00 todos os dias ao longo de uma semana, a partir de uma condição inicial nula ($y_0 = 0$), quanto dinheiro você terá no trigésimo dia a partir do primeiro dia de depósito? Obtenha o gráfico de resposta do sistema por simulação numérica da equação dinâmica (1) e por meio da implementação do somatório de convolução. *Dica:* Na hora de plotar os gráficos de simulação, utilize a função **stem** (MATLAB ou Octave).

2. Considere o modelo dinâmico contínuo

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = \tau(t) - b\omega(t) \quad (2)$$

que descreve o comportamento da velocidade de giro $\omega(t)$ de um motor submetido a atuação de um torque $\tau(t)$. O parâmetro $J = 1 \text{ Nms}^2$ é o momento de inércia da carga do motor e $b = 20 \text{ Nms}$ é um coeficiente de atrito viscoso associado ao movimento do eixo do motor.

- Obtenha a função de transferência $H(s)$ desse sistema dinâmico e calcule a sua constante de tempo.
- Simule o comportamento temporal da variável $\omega(t)$ quando o motor é submetido a um degrau de torque de amplitude 5Nm. Plote em uma mesma figura os gráficos da entrada e da saída do sistema. *Dica:* utilize as funções **tf** e **lsim** (MATLAB ou Octave). Verifique a validade do valor da constante de tempo calculado no item anterior.
- Obtenha a expressão analítica para o sinal $\omega(t)$ obtido no item (b). Para tanto, utilize a função **residue** (MATLAB ou Octave), que implementa o método da expansão em frações parciais. Gere o gráfico de $\omega(t)$ a partir da expressão analítica obtida e compare-o com a resposta simulada obtida no item (b).

- (d) Discretize o modelo (2) utilizando a aproximação de Euler ($\dot{\omega} \approx \frac{\omega_{k+1} - \omega_k}{T}$). Escolha um valor “razoável” para T .
- (e) Determine a função de transferência $H(z)$ do sistema dinâmico discreto obtido.
- (f) Simule o comportamento temporal da variável $\omega(k)$ quando o motor é submetido a um degrau de torque de amplitude 5 Nm. Para tanto, utilize a função `dlsim` (MATLAB ou Octave). Plote em uma mesma figura os gráficos da entrada e da saída do sistema e compare os resultados obtidos com aqueles do item (b).