Laboratório 1 - Análise TCT EST5107 - Modelos de variáveis latentes

Thiago Ferreira Miranda - 11925711 São Carlos, 21/08/2023

Resumo

Este trabalho busca consolidar conhecimentos da Teoria Clássica dos Testes (TCT) analisando itens de três testes: a prova de matemática do Exame Nacional do Ensiono Médio (ENEM) do ano de 2022; a prova matemática do CRECER de 1998; e o estudo comparativo de professores espanhóis e peruanos de educação primária em relação à Estatística.

1 Introdução

Segundo Anjos e Andrade (2012), diversos pesquisadores em diferentes áreas de atuação têm direcionado esforço na busca da identificação de características que possam estar presentes em indivíduos, mas não podem ser medidas diretamente (sendo estas variáveis não observadas), as quais são comumente denominadas de traço latente, e assim desenvolver de índices, escalas apropriadas para seu enquadramento. Alguns exemplos de tais características são: nível de qualidade de vida, proficiência em matemática, grau de depressão, dentre outros. Neste tocante, a Teoria Clássica dos Testes (TCT) utiliza foi pioneira ao apresentar, além da avaliação via pontuação total do teste ou escore total, algumas medidas para avaliar a qualidade do instrumento de medida.

Este estudo visa a análise sob a perspectiva da Teoria Clássica dos Testes do instrumento de Matemática do ENEM 2023, de alguns itens do CRECER 1998 e dos itens da avaliação de atitudes em relação à estatística de professores da Espanha e do Perú. Ao adotar essa abordagem, busca-se investigar a qualidade e a coerência dos instrumentos selecionados.

2 Métodos

2.1 Avaliações

2.1.1 ENEM

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) foi criado pelo Ministério da Educação (MEC), onde sua primeira aplicação ocorreu em 1998. A implementação do referido exame teve como um dos objetivos avaliar o desempenho dos alunos após a conclusão o Ensino Médio, para poder contribuir na melhoria da educação do país. E atualmente, o ENEM tem sido um importante mecanismo na implementação da reforma do Ensino Médio. [4]

No início de sua aplicação, em 1998, o ENEM utilizava o método da Teoria Clássica dos Testes (TCT) para realizar a avaliação da competência dos estudantes em relação às áreas de conhecimento aplicados no referido exame. A TCT teve como objetivo verificar a habilidade do estudante, no qual a análise da competência e a interpretação dos dados se deram com os resultados relacionados à prova como um todo. [5]

Com o passar dos anos, o ENEM passou a ser utilizado no critério da seleção de bolsas no Programa Universidade para Todos (Prouni) e, logo em seguida, os resultados obtidos pelo exame passaram a ser utilizados como forma de seleção para o ingresso no ensino superior em várias universidades do país (TAVARES, 2010). Por conta disso, o ENEM reformulou sua metodologia, passando a utilizar a Teoria de Resposta ao Item (TRI). Após algumas mudanças, o ENEM passou a ter 180 questões, juntamente com uma redação, no qual as questões são divididas em quatro áreas do conhecimento: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Ciências Humanas e suas Tecnologias.

Este trabalho realiza a análise via TCT apenas da área de Matemática e suas Tecnologias para a aplicação regular do ano de 2022.

2.1.2 CRECER

A avaliação nacional de desempenho estudantil, intitulada CRECER (Crecer con Calidad y Equidad en el Rendimiento), foi um marco significativo no âmbito educacional. Seus principais objetivos delineados por esta avaliação foram: efetuar uma avaliação abrangente de estudantes pertencentes tanto ao ensino fundamental quanto ao ensino médio e coletar informações detalhadas sobre os fatores que guardam associação com o desempenho escolar, a fim de identificar aqueles que demonstram uma correlação mais substancial com os resultados de aprendizado obtidos pelos estudantes avaliados.

Na esfera do ensino fundamental, a avaliação foi conduzida junto aos estudantes das quarta e sexta séries, abrangendo áreas curriculares que englobam matemática, comunicação integral, ciências sociais e ciências naturais. Enquanto isso, no contexto do ensino médio, os alunos das quarta e quinta séries foram submetidos à avaliação nas áreas curriculares de linguagem artística e matemática. [7]

Este trabalho avalia uma amostra de itens divulgados pelo Ministério da Educação do Perú para aplicação de 1998.

2.1.3 Atitudes em relação à estatística em professores

O estudo comparativo entre professores de educação primária do Perú e da Espanha teve o objetivo de compreender as atitudes em relação à Estatística, as quais, segundo Estrada et al, são responsáveis pela formação estatística de futuros profissionais e cidadãos. Onde foi utilizada uma escala delineada para professores por Estrada (2002) que permite valorizar a atitude de maneira geral e em cada uma das suas perguntas. Para fins de comparação, esta escala foi modificada no número de itens e ao final foi composta por 22 itens com respostas em uma escala de 1 ("discordo muito") até 5 ("concordo muito"). [8]

2.2 Teoria clássica dos testes

Como mencionado na seção introdutória, a teoria clássica dos testes tem como foco o escore obtido no teste como referência de medida utilizada na comparação entre os indivíduos participantes dos grupos observados. Na teoria clássica dos testes, além do número total de acertos, podem ser utilizadas algumas medidas para se avaliar a qualidade do instrumento de medida. Algumas dessas medidas são: o coeficiente de correlação ponto-bisserial, o coeficiente de correlação bisserial e o coeficiente alfa de Cronbach.

2.2.1 Índice de dificuldade

Proporção de acertos do itens, valor que varia de 0 a 1. Espera-se que o instrumento de medida seja composto por itens com dificuldades variádas.

$$Diff = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_i}{N} \tag{1}$$

em que,

 I_i é a variável indicadora que assume 1 quando o item é respondido corretamente pelo respondente i e 0, caso contrário;

N é a quantidade total de respondentes;

 $\sum_{i=1}^{N} I_i$ é a soma de resposta corretas no item.

2.2.2 Índice de discriminação

Diferença entre a proporção de acerto do grupo de 33% dos respondentes com os escores mais altos e a proporção de acerto do grupo de 33% dos respondentes com os escores mais baixos. Com valores podendo variar de -1 a 1. Espera-se que este índice seja positivo, aferindo que respondentes com escores mais altos tem maior facilidade com o item que respondentes com escores mais baixos.

2.2.3 Coeficiente de correlação ponto-bisserial

O coeficiente de correlação ponto-bisserial (ρ_{pb}) é a correlação de Pearson entre uma variável dicotômica e o escore do teste e, é definido por:

$$\rho_{pb} = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_T}{S_T} \sqrt{\frac{p}{1-p}} \tag{2}$$

em que,

 X_A é a média dos escores dos respondentes que acertaram o item;

 \bar{X}_T é a média global dos escores do teste;

 S_T é o desvio padrão do teste;

p é a proporção de respondentes que acertaram o item.

2.2.4 Coeficiente de correlação bisserial

O coeficiente de correlação bisserial (ρ_b) é uma medida de associação entre uma variável dicotomizada e uma variável contínua e, é definido por:

$$\rho_b = \rho_{pb} \frac{\sqrt{p(1-p)}}{h(p)} \tag{3}$$

em que,

 ρ_{pb} é a correlação ponto-bisserial;

p é a proporção de respondentes que acertaram o item;

h(p) é o valor da densidade da distribuição normal padrão no ponto em que a área da curva à esquerda deste ponto é igual a p.

2.2.5 Coeficiente alfa de Cronbach

O coeficiente alfa de Cronbach é utilizado para medir a consistência interna do instrumento de medida e, é definido por:

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum s_i^2}{s_T^2} \right) \tag{4}$$

em que,

n é o númenro de itens;

 $\sum s_i^2$ é soma das variâncias dos n itens;

 \boldsymbol{s}_T^2 é a variância global dos escores dos testes.

Esse coeficiente varia de 0 a 1. Quanto mais próximo de 0 menor a consistência e quanto mais próximo de 1 maior a consistência do teste.

2.2.6 Correlação polisserial e ponto polisserial

Da mesma forma que os conceitos de correlações ponto bisserial e bisserial foram desenvolvidos para itens dicotômicos, conforme descrito por Soares (2005), esses conceitos podem ser ampliados para itens politômicos, que envolvem mais de duas opções de resposta ordenadas. No contexto dos itens politômicos, onde respostas são classificadas em uma ordem específica, surge a correlação polisserial rho_{ppol} , a qual representa a correlação de Pearson entre o escore bruto total do teste e o escore atribuído ao item. Este escore é avaliado em relação a uma escala ordenada de inteiros, onde a diferença entre dois valores consecutivos permanece constante. A fórmula de definição para a correlação polisserial é a seguinte:

$$\rho_{pol}^{-} = \rho_{ppol}^{-} \frac{\bar{\sigma}}{\sum_{k=0}^{m-1} h(z_{\bar{\rho}_{k+1}})(T_{k+1} - T_k)}$$
(5)

onde,

 $\hat{\rho}_{k+1}$ é a proporção dos que alcançaram o escore k e $\bar{\sigma}$ é o desvio padrão dos escore.

3 Resultados

A seção de resultados apresenta a análise de itens por meio da Teoria Clássica dos Testes para as três avaliações realizadas. Nesta seção, serão discutidas as estatísticas de itens calculadas para cada avaliação, oferecendo insights valiosos sobre a qualidade, consistência e eficácia dos itens em relação aos objetivos de avaliação estabelecidos. Por meio da aplicação dessas estatísticas, é possível obter uma compreensão mais profunda dos itens utilizados nas avaliações e identificar possíveis áreas de melhoria para garantir uma avaliação precisa e confiável das habilidades e conhecimentos dos participantes.

3.1 Exame Nacional do Ensino Médio

A Tabela 1 apresenta a análise feita pela teoria clássica dos testes dos itens de matemática do ENEM de 2022, foram destacados três itens com comportamentos incomuns. Os itens 085228, 086499 e 089637 apresentaram um baixo poder discriminatório, correlações abaixo do adequado e, com a exclusão de tais itens, houve aumento na consistência do instrumento de avaliação. De um modo geral, alunos com maiores escores tendem a responder incorretamente tais itens, prejudicando a avaliação.

Tabela 1 - Estatística dos itens de Matemática do ENEM 2022 via teoria clássica dos testes.

Item	Dificuldade	Discriminação	Desvio-Padrao	Correlação Ponto- Bisserial	Correlação Ponto- Bisserial Sem	Correlação Bisserial	Correlação Bisserial Sem	Alpha Sem
005961	0.30	0.24	0.46	0.25	0.17	0.33	0.22	0.72
008364	0.30	0.23	0.46	0.24	0.16	0.32	0.21	0.72
010322	0.49	0.46	0.50	0.40	0.31	0.50	0.39	0.71
010409	0.39	0.32	0.49	0.30	0.21	0.38	0.27	0.72
010500	0.19	0.09	0.39	0.14	0.06	0.20	0.09	0.72
014797	0.15	0.11	0.36	0.23	0.16	0.35	0.25	0.72
019807	0.09	0.04	0.28	0.22	0.17	0.39	0.30	0.72
028683	0.26	0.12	0.44	0.21	0.13	0.29	0.18	0.72
030053	0.31	0.24	0.46	0.29	0.21	0.38	0.28	0.72
030327	0.56	0.57	0.50	0.47	0.39	0.59	0.49	0.71
030493	0.30	0.25	0.46	0.25	0.17	0.33	0.22	0.72
031516	0.31	0.31	0.46	0.34	0.26	0.44	0.33	0.71
032369	0.20	0.12	0.40	0.24	0.16	0.34	0.24	0.72
043182	0.34	0.38	0.47	0.42	0.34	0.54	0.44	0.71
047309	0.32	0.26	0.47	0.26	0.18	0.34	0.23	0.72
053461	0.25	0.17	0.43	0.24	0.16	0.33	0.22	0.72
060441	0.67	0.44	0.47	0.37	0.29	0.49	0.38	0.71
061248	0.24	0.21	0.43	0.29	0.21	0.40	0.29	0.72
063204	0.23	0.27	0.42	0.39	0.32	0.54	0.44	0.71
063646	0.29	0.23	0.45	0.24	0.16	0.32	0.21	0.72
068123	0.29	0.49	0.46	0.51	0.45	0.68	0.59	0.70
068369	0.27	0.40	0.44	0.46	0.39	0.62	0.53	0.71
075829	0.29	0.28	0.45	0.30	0.22	0.39	0.29	0.72
082581	0.18	0.19	0.38	0.31	0.24	0.45	0.35	0.72
085013	0.23	0.16	0.42	0.21	0.14	0.30	0.19	0.72
085228	0.24	0.09	0.43	0.10	0.02	0.13	0.02	0.73
085343	0.15	0.09	0.35	0.14	0.08	0.22	0.12	0.72
085588	0.62	0.47	0.49	0.40	0.32	0.51	0.41	0.71
086466	0.24	0.12	0.43	0.21	0.13	0.29	0.18	0.72
086499	0.21	0.07	0.41	0.08	0.01	0.12	0.01	0.73
086840	0.29	0.18	0.45	0.16	0.01	0.21	0.10	0.72
089637	0.09	0.02	0.29	0.02	-0.03	0.04	-0.05	0.73
095509	0.16	0.13	0.36	0.24	0.18	0.37	0.27	0.72
095676	0.54	0.52	0.50	0.43	0.35	0.54	0.44	0.71
096315	0.49	0.47	0.50	0.40	0.32	0.51	0.40	0.71
097590	0.18	0.15	0.39	0.26	0.19	0.38	0.28	0.72
111516	0.35	0.41	0.48	0.42	0.34	0.54	0.44	0.71
111738	0.30	0.18	0.46	0.24	0.16	0.32	0.21	0.72
117651	0.27	0.23	0.44	0.23	0.15	0.32	0.20	0.72
117742	0.35	0.23	0.48	0.22	0.13	0.28	0.17	0.72
117820	0.26	0.16	0.44	0.16	0.08	0.21	0.10	0.72
117877	0.20	0.10	0.47	0.40	0.33	0.52	0.42	0.72
117886	0.19	0.11	0.39	0.12	0.04	0.17	0.06	0.72
117973	0.19	0.11	0.42	0.15	0.04	0.21	0.10	0.72

3.2 CRECER

No contexto da análise de itens do CRECER, ao observarmos a Tabela 2, dois itens apresentaram resultados inadequados para o teste proposto. Ambos com correlações ponto bisseriais baixas apontando para uma possível falta de relação entre as respostas dos indivíduos aos itens e suas habilidades gerais. Isso pode afetar a validade e a confiabilidade do teste, bem como a interpretação dos resultados dos alunos. Seria aconselhável revisar esses itens em particular, possivelmente reformulando-os ou substituindo-os por itens mais apropriados e que estejam mais alinhados com a habilidade que o teste CRECER visa avaliar.

Tabela 2 - Estatística dos itens de Matemática CRESCER 1998 via teoria clássica dos testes.

Item	Dificuldade	Discriminação	Desvio-Padrao	Correlação Ponto- Bisserial	Correlação Ponto- Bisserial Sem	Correlação Bisserial	Correlação Bisserial Sem	Alpha Sem
i01	0.79	0.37	0.41	0.35	0.14	0.50	0.20	0.47
i02	0.85	0.23	0.35	0.25	0.06	0.38	0.09	0.49
i03	0.52	0.56	0.50	0.49	0.24	0.61	0.30	0.44
i04	0.93	0.16	0.25	0.38	0.26	0.73	0.49	0.45
i05	0.87	0.23	0.34	0.32	0.15	0.51	0.23	0.47
i06	0.37	0.47	0.48	0.39	0.14	0.50	0.18	0.48
i07	0.92	0.16	0.27	0.36	0.23	0.67	0.42	0.45
i08	0.88	0.30	0.33	0.48	0.33	0.78	0.53	0.43
i09	0.79	0.21	0.41	0.26	0.04	0.36	0.05	0.50
i10	0.86	0.26	0.35	0.35	0.17	0.54	0.27	0.46
i11	0.93	0.21	0.25	0.50	0.38	0.95	0.73	0.43
i12	0.35	0.47	0.48	0.43	0.18	0.55	0.23	0.46
i13	0.82	0.28	0.38	0.36	0.16	0.53	0.24	0.46
i14	0.95	0.05	0.23	0.18	0.06	0.37	0.12	0.48

3.3 Atitudes em relação à estatística em professores

Nas Tabelas abaixo, temos as estatísticasa dois itens do teste de relacionamento com a estatísticas. Pela análise via TCT, dois itens apresentaram correlações ponto bisserial e polisserial abaixo de 0,2, o que pode evidenciar uma relação menos robusta entre as respostas dos itens e os escores totais do teste. Para itens de baixo valor de correlação, recomenda-se a revisão e o aprimoramento de tais itens.

Tabela 3 - Estatística dos itens de Atitudes em Estatística via teoria clássica dos testes.

Item	Escore Médio	Dificuldade	Proporção de Resposta de 1	Proporção de Resposta de 2	Proporção de Resposta de 3	Proporção de Resposta de 4	Proporção de Resposta de 5
Item 1	3.29	0.66	0.03	0.25	0.26	0.34	0.12
Item 2	3.99	0.80	0.02	0.05	0.05	0.68	0.20
Item 3	3.81	0.76	0.01	0.07	0.18	0.56	0.17
Item 4	3.53	0.71	0.04	0.10	0.20	0.60	0.05
Item 5	4.14	0.83	0.03	0.05	0.11	0.39	0.42
Item 6	2.99	0.60	0.09	0.21	0.38	0.27	0.05
Item 7	3.10	0.62	0.10	0.34	0.08	0.34	0.15
Item 8	3.55	0.71	0.01	0.21	0.13	0.54	0.12
Item 9	3.56	0.71	0.04	0.11	0.24	0.47	0.14
Item 10	3.44	0.69	0.01	0.18	0.27	0.44	0.10
Item 11	3.77	0.75	0.01	0.10	0.16	0.56	0.16
Item 12	3.58	0.72	0.03	0.17	0.16	0.47	0.17
Item 13	3.19	0.64	0.06	0.27	0.21	0.34	0.12
Item 14	3.71	0.74	0.01	0.11	0.13	0.64	0.10
Item 15	3.08	0.62	0.07	0.26	0.29	0.28	0.10
Item 16	3.03	0.61	0.11	0.33	0.15	0.25	0.16
Item 17	3.90	0.78	0.04	0.11	0.05	0.50	0.29
Item 18	3.56	0.71	0.02	0.08	0.40	0.32	0.18
Item 19	3.60	0.72	0.05	0.19	0.15	0.33	0.28
Item 20	3.51	0.70	0.08	0.15	0.18	0.37	0.22
Item 21	3.79	0.76	0.01	0.10	0.15	0.54	0.19
Item 22	3.83	0.77	0.03	0.08	0.16	0.46	0.26

Tabela 4 - Estatística dos itens de Atitudes em Estatística via teoria clássica dos testes continuação.

_	Correlação	Correlação	Correlação	Correlação	Correlação	Correlação	Correlação
Item	Ponto	Polisserial	Ponto	Ponto	Ponto	Ponto	Ponto
	Bisserial	1 0110001101	Bisserial de 1	Bisserial de 2	Bisserial de 3	Bisserial de 4	Bisserial de 5
Item 1	0.12	0.13	0.02	0.01	-0.17	-0.01	0.22
Item 2	0.36	0.43	-0.25	-0.17	-0.10	0.02	0.21
Item 3	0.30	0.33	-0.06	-0.08	-0.22	0.02	0.28
Item 4	0.28	0.32	-0.33	0.01	-0.08	0.12	0.15
Item 5	0.37	0.42	-0.02	-0.28	-0.21	-0.07	0.33
Item 6	0.34	0.36	-0.16	-0.29	0.08	0.23	0.09
Item 7	0.60	0.64	-0.28	-0.40	0.00	0.29	0.38
Item 8	0.31	0.35	-0.05	-0.21	-0.07	0.05	0.28
Item 9	0.46	0.50	-0.13	-0.24	-0.28	0.20	0.34
Item 10	0.46	0.49	-0.03	-0.25	-0.29	0.25	0.34
Item 11	0.56	0.61	-0.19	-0.39	-0.09	0.01	0.44
Item 12	0.56	0.60	-0.31	-0.26	-0.20	0.13	0.42
Item 13	0.29	0.31	-0.18	-0.19	0.03	0.15	0.13
Item 14	0.24	0.28	-0.23	-0.15	-0.03	0.15	0.05
Item 15	0.37	0.39	-0.20	-0.21	0.01	0.15	0.24
Item 16	0.52	0.55	-0.16	-0.40	0.00	0.22	0.39
Item 17	0.45	0.51	-0.04	-0.31	-0.23	-0.12	0.47
Item 18	0.14	0.15	-0.23	-0.13	0.22	-0.25	0.20
Item 19	0.58	0.62	-0.27	-0.35	-0.13	0.06	0.47
Item 20	0.66	0.71	-0.45	-0.30	-0.12	0.18	0.44
Item 21	0.34	0.38	-0.13	-0.18	-0.07	-0.07	0.34
Item 22	0.56	0.61	-0.30	-0.33	-0.19	0.13	0.35

4 Discussão de resultados

A Teoria Clássica dos Testes desempenhou e continua a desempenhar um papel essencial na modelagem de traços latentes. Apesar das limitações bem conhecidas relacionadas ao instrumento de avaliação e aos escores brutos, essa teoria fornece estatísticas fundamentais que enriquecem nossa compreensão, análise e aprimoramento de instrumentos de medida. Este estudo buscou uma compreensão prática do uso dessas estatísticas em avaliações de desempenho. Os resultados obtidos foram considerados satisfatórios. Contudo, é relevante destacar que as avaliações examinadas foram cuidadosamente desenvolvidas, incorporando itens de alta qualidade e frequentemente submetidos a testes prévios. Isso reduziu as chances de identificar itens atípicos ou extremamente inadequados.

Em síntese, uma análise de itens por meio da Teoria Clássica dos Testes tem o potencial de destacar diversas deficiências que devem ser enfrentadas para garantir que o teste seja válido, confiável e equitativo. A identificação dessas deficiências e a implementação de medidas corretivas são cruciais para assegurar que os resultados do teste retratem de maneira precisa e justa as habilidades e conhecimentos dos indivíduos que estão sendo avaliados.

5 Referências

References

- [1] ANDRADE, D. F.; TAVARES, H. R.; VALLE, R. C Teoria da resposta ao item: conceitos e aplicações. São Paulo : ABE Associação Brasileira de Estatística, 2000.
- [2] ANJOS, A.; ANDRADE, D. F. *Teoria de Resposta ao Item com o uso do R.* In: Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística, 2012.
- [3] R CORE TEAM. R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. 2023, URL https://www.R-project.org/.
- [4] CASTRO, M. H. G.; TIEZZI, S. A reforma do ensino médio e a implementação do Enem no Brasil. In: Os desafios da educação no Brasil. 1. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2005. p. 113-140.
- [5] PASQUALI, L. Psicometria. Revista da Escola de Enfermagem da USP, v.43, p. 993-994,2009.
- [6] TAVARES, H. R. A Prova dos Nove da Educação Brasileira. Jornal Beira do Rio. Belém, PA, 2010. n. 130. Nov/2010.
- [7] APRENDIZAJES, U.-O. DE M. DE LA C. DE LOS. CRECER 98 | UMC | Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes. Disponível em: http://umc.minedu.gob.pe/crecer-98/>. Acesso em: 20 ago. 2023.
- [8] ESTRADA, A.; BATANERO, C.; BAZÁN, J. L.; APARICIO, A. (2009). As atitudes em relação à estatística em professores: um estudo comparativo de países.
- [9] SOARES, T. M. Utilização da teoria da resposta ao item na produção de indicadores sócio-econômicos. Pesquisa Operacional, v. 25, n. 1, p. 83–112, abr. 2005.